

محل مهر یا امضاء مدیر	باسمه تعالی جمهوری اسلامی ایران اداره آموزش و پرورش شهر تهران اداره آموزش و پرورش منطقه ۱۴ تهران		
ساعت امتحان : ۱۰ صبح وقت امتحان : ۱۱۰ دقیقه تاریخ امتحان تعداد برگ سوال : ۳ برگ	نوبت امتحانی : دوم رشته : تجربی سال تحصیلی : ۰۱-۰۰	نام واحد آموزشی : فاطمیه پایه : یازدهم نام دبیر : زمانی	شماره سندلی : نام و نام خانوادگی : امتحان درس : ریاضی ۲
بارم	سوالات		ردیف
۰/۷۵	خط زیر بر دایره ای به مرکز (۱- و ۲) مماس است شعاع دایره را پیدا کنید. $3x - 4y = 0$		۱
۰/۱۵	m را طوری بیابید که مجموع ریشه های معادله ی زیر برابر ۵ باشد. $-2x^2 + (2m - 1)x + 6 = 0$		۲
۰/۷۵	معادله زیر را حل کنید. $x = \sqrt{6x - 8}$		۳
۰/۷۵	در شکل زیر ثابت کنید. $\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$		۴

ادامه سوالات ریاضی ۲

۰/۷۵	<p>دو مثلث ABC و 'A 'B 'C' متشابهند و اضلاع مثلث ABC ' ۳ و ۴ و ۵ می باشند. اگر ضلع بزرگتر مثلث ABC مساوی ۲۵ باشد محیط مثلث ABC را بیابید.</p>	۵
۱	<p>در تستهای زیر گزینه مورد نظر را انتخاب کنید.</p> <p>A) دو نقطه A و B به فاصله ۴ سانتی متر از هم هستند، چند نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه A به فاصله ۲ سانتی متر و از نقطه B به فاصله ۳ سانتی متر باشد؟</p> <p>الف) ۱ ب) ۲ ج) ۳ د) ۴</p> <p>B) کدام نقطه از سه ضلع مثلث به یک فاصله است؟</p> <p>الف) همرسی میانه ها ب) همرسی ارتفاعها</p> <p>ج) همرسی نیم سازهها د) همرسی عمودمنصفها</p> <p>C) کدام نقطه از سه راس مثلث به یک فاصله است؟</p> <p>الف) همرسی میانه ها ب) همرسی ارتفاعها</p> <p>ج) همرسی نیم سازهها د) همرسی عمودمنصفها</p> <p>D) نسبت مساحت های دو مثلث متشابه $\frac{4}{9}$ است نسبت محیط ها کدام یک از گزینه های زیر است؟</p> <p>الف) $\frac{2}{3}$ ب) $\frac{3}{2}$ ج) $\frac{4}{9}$ د) $\frac{9}{4}$</p>	۶
۱	<p>رسم کنید.</p> <p>$y = [x] + 2$ $[-1, 1)$</p>	۷
۱	<p>اگر $f(x) = x - 2$ و $g(x) = \sqrt{x - 2}$ باشد دامنه $D_{\frac{g}{f}}$ را پیدا کنید .</p>	۸
۰/۷۵	<p>اگر شعاع دایره ۴ و طول کمان دایره ۸ باشد زاویه ایجاد شده چند رادیان است؟</p>	۹

ادامه سوالات ریاضی ۲

۱/۲۵	<p>پس از رسم تابع زیر برد آن را به دست آورید.</p> $y = -2 \cos x + 1 \quad [0, 2\pi]$	۱۰
۱/۵	<p>عبارات درست را با / و عبارات نادرست را با × مشخص کنید.</p> <p>الف) وارون تابع $f(x) = 4x - 1$ به صورت $f^{-1}(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{4}$ می باشد.</p> <p>ب) دو تابع $f(x) = x$ و $g(x) = \frac{x^3+x}{x^2+1}$ با هم برابرند.</p> <p>ج) $\sin 40.5 = \sin 45$</p> <p>د) $\tan 20.0 = \tan 160.0$</p> <p>ه) $\sin 19.0 = \sin 10.0$</p> <p>و) $\cos(\alpha) \cos(-\alpha) \geq 0$</p>	۱۱
۰/۵	<p>در جاهای خالی علامت < یا > بگذارید.</p> $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}} \quad () \quad \left(\frac{1}{2}\right)^4$ $(2)^{0/5} \quad () \quad (2)^{1/5}$	۱۲
۲	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) $9^x = 3^{x^2-2x}$</p> <p>ب) $\log(4x+2) - \log(x+4) = 1$</p>	۱۳
۱	<p>الف) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.</p> $(\pi^{\sqrt{2}-1})^{\sqrt{2}+1}$ <p>ب) مقدار انرژی آزاد شده توسط یک زلزله ۸ ریشتری را بیابید.</p>	۱۴

ادامه سوالات ریاضی ۲

به کمک رسم تابع زیر حاصل حد را بدست آورید .

$$f(x) = \frac{|x - 1|}{x - 1} \quad \lim_{x \rightarrow 1} f(x)$$

۱

۱۵

حاصل حدهای زیر را بدست آورید .

الف)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - 4}{[x] + 1}$$

ب)

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 4}$$

۱

۱۶

a , b را طوری به دست آورید که تابع در نقطه صفر پیوسته باشد .

$$f(x) = \begin{cases} \frac{|x| + ax}{x}, & x < 0 \\ 2, & x = 0 \\ x^3 + 4b, & x > 0 \end{cases}$$

۱/۵

۱۷

ادامه سوالات ریاضی ۲

۱	احتمال آنکه شخص A در آزمونی قبول شود ۰/۶ و احتمال آنکه شخص B در آزمون قبول شود ۰/۸ است. احتمال آنکه حداقل یکی از این دو نفر در آزمون قبول شود را به دست آورید.	۱۸
۱/۲۵	<p>اگر میانگین داده‌های X_1, \dots, X_n برابر ۱۸ باشد و انحراف معیار این داده‌ها عدد ۹ باشد :</p> <p>الف (ضریب تغییرات داده‌های فوق را بدست آورید .</p> <p>ب (میانگین و انحراف معیار داده‌های زیر را بدست آورید .</p> <p>$2x_1+3, \dots, 2x_n+3$</p>	۱۹
۰/۷۵	<p>جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید .</p> <p>الف (اگر همه داده ها برابر باشند دامنه تغییرات ... می شود .</p> <p>ب (تاسی را پرتاب می کنیم اگر بدانیم عدد رو آمده بزرگتر از ۲ است احتمال آنکه مضرب ۵ باشد برابر ... است.</p> <p>ج (خانواده‌ای دارای سه فرزند است اگر بدانیم دو فرزند اول دختر هستند احتمال آنکه فرزند سوم دختر باشد برابر است .</p>	۲۰
	موفق باشید	

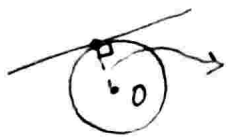
برای

رابطه یاردهم تجربی

تابع نام

در صفحه اولی تجربی

۱) خط بر دایره مماس است بنابراین فاصله مرکز تا خط شعاع دایره را می سازد:



شعاع = فاصله نقطه تا خط

$$A = \begin{vmatrix} 2 \\ -1 \end{vmatrix} \quad a = 2, b = -1, c = 0$$

$$d = \frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad \begin{matrix} x_0 = 2 \\ y_0 = -1 \end{matrix} \rightarrow d = 2 = \frac{|2 \times 2 - 1 \times (-1) + 0|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}}$$

$$d = \frac{10}{5} = \boxed{2}$$

بنابراین شعاع دایره ۲ است.

۲) می دانیم در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ مجموع دو ریشه آن است بنابراین:

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a} \quad \begin{matrix} b = 2m - 1 \\ a = -2 \end{matrix} \rightarrow 2_1 + 2_2 = \frac{2m - 1}{-2} = 5$$

$$\rightarrow 2m - 1 = 10 \quad : \quad m = \frac{11}{2} = \boxed{5,5}$$

(۳) ابتدا شرط دایره را در نظر می‌گیریم، عبارت زیر را در نظر بگیریم:

$$4x - 8 \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{4}{2}$$

حال دو طرف معادله را به توان ۲ می‌رسانیم:

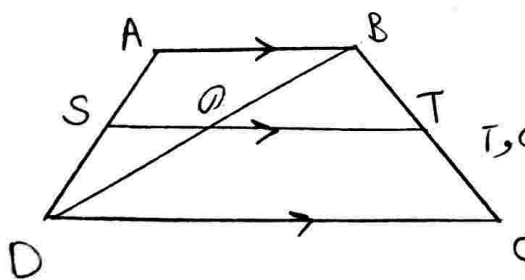
$$x^2 = 4x - 8 \xrightarrow{-(4x-8)} x^2 - 4x + 8 = 0 \rightarrow (x-4)(x-2) = 0$$

پس جواب در محدوده دایره صدق کرده و قابل قبول اند.

$$\begin{cases} x_1 = 4 \geq \frac{4}{2} \quad \checkmark \\ x_2 = 2 \geq \frac{4}{2} \quad \checkmark \end{cases}$$

نموده می‌شود:

هر جواب در محدوده دایره صدق کرده و قابل قبول اند.



(۴) با رسم خطی از قطرهای دوزننه:

در مثلث $\triangle DBC$ پایه خط OT در ضلع BC دارد و $OT \parallel DC$ در ضلع BC موازی است بنابراین

$$OT \parallel DC \rightarrow \frac{OB}{OD} = \frac{BT}{TC} \quad (1)$$

در مثلث $\triangle DAB$ پایه خط OS در ضلع AB دارد و $OS \parallel AB$ در ضلع AB موازی است بنابراین

$$OS \parallel AB \rightarrow \frac{DS}{SA} = \frac{DO}{OB} \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \frac{OB}{OD} = \frac{SA}{DS} = \frac{BT}{TC}$$

* پس $\frac{AS}{SD} = \frac{BT}{TC}$ در حکم ثابت می‌شود.

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \rightarrow \begin{cases} \hat{A} = \hat{A}', \hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}' \\ \frac{AB}{A'B'} = \frac{AC}{A'C'} = \frac{BC}{B'C'} \end{cases}$$

در نتیجه ستاره $\rightarrow \frac{r}{AB} = \frac{r}{AC} = \frac{\omega}{r\omega} : \begin{cases} AB = \frac{r\omega \times r}{\omega} = 1\omega \\ AC = \frac{r \times r\omega}{\omega} = r_0 \end{cases}$

$$ABC \text{ محیط} = AB + AC + BC = r_0 + 1\omega = \boxed{r\omega}$$

(A) ب

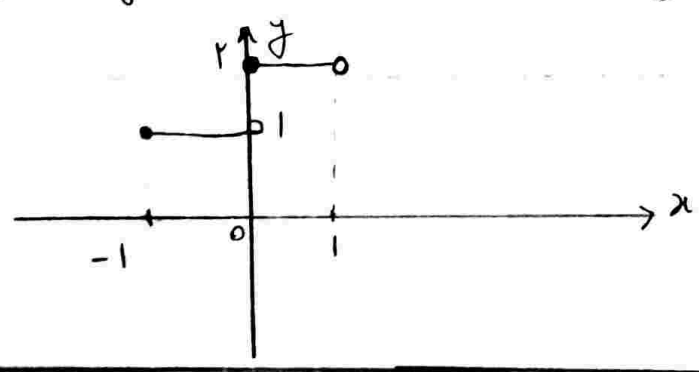
(B) ج

(C) >

(D) الف

(7) برای رسم نمودارهای عددی باید بر صورت بازه ای سین اعداد صحیح نقاط x را قسمت بندی کرد.

$$-1 < x < 0 : y = -1 + 2 = 1 \quad 0 < x < 1 : y = 0 + 2 = 2$$



تعریف:

(1) دامنه اطمینان تعریف تابعی کنیم:

$$D_{\frac{g}{f}} = \left\{ x \mid D_f \cap D_g - \{x \mid f(x) = 0\} \right\}$$

$$D_f : \mathbb{R} \quad , \quad D_g : x - 2 > 0 : x > 2 \rightarrow D_g = [2, \infty)$$

$$f(x) = 0 \rightarrow x - 2 = 0 : x = 2$$

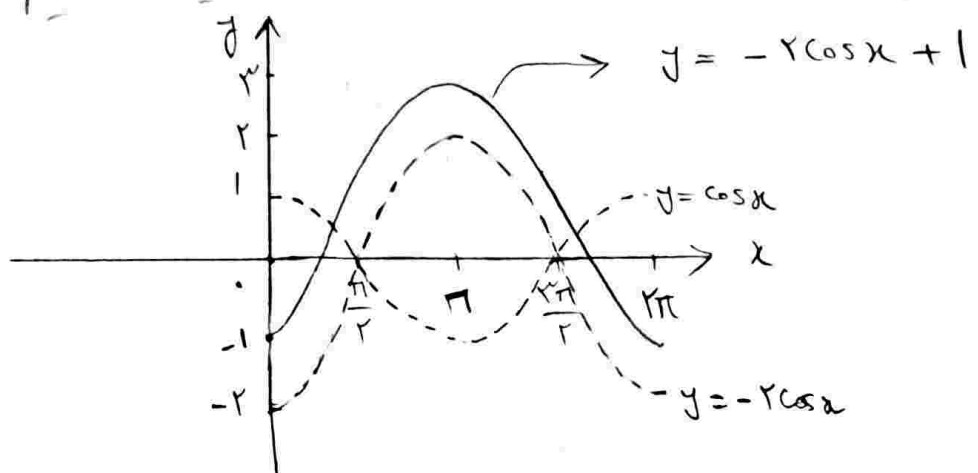
$$D_{g,f} = [2, \infty) - \{2\} = (2, \infty)$$

$$\frac{\text{زاویه مرکزی در کمان}}{2\pi} = \frac{\text{طول کمان}}{\text{محیط دایره}}$$

(۹) پاسخ: یک تناسب ساده خواهیم داشت:
 $\text{محیط دایره} = 2\pi R = 2\pi \times 4$

$$\rightarrow \frac{\text{زاویه مرکزی}}{2\pi} = \frac{A}{2\pi \times 4} \rightarrow \boxed{\text{زاویه مرکزی} = 2 \text{ (Rad)}}$$

(۱۰) رسم تابع: ابتدا $y = \cos x$ را رسم کرده سپس آنرا نسبت به محور x قرینه می کنیم و برد تابع را در ۲ ضربه می کنیم و در نهایت یک واحد آنرا به بالا در راستای محور y منتقل می دهیم.



طبق رخ نشان داده شده محور x در نمودار فوق برد تابع $[-1, 3]$ می باشد.

* روش دیگر محاسبه برد تابع:

$$-1 < \cos x < 1 \rightarrow -2 < -2\cos x < 2$$

$$+1 \rightarrow -1 < -2\cos x + 1 < 3 \rightarrow \boxed{R_f = [-1, 3]}$$

(۱۱) الف) صحیح ب) صحیح

ج) صحیح (۲) نادرست: عبارت صحیح $-\tan 20^\circ = \tan 14^\circ$

د) نادرست: عبارت صحیح $\sin 190^\circ = -\sin 10^\circ$

ه) صحیح

(۱۲) از آنجایی که $0 < \frac{1}{2} < 1$ بنابراین تابع نمایی a^x ($0 < a < 1$) با افزایش x و کاهش x می باشد و نزولی است پس:

$$\sqrt{2} < 4 \rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}} > \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

(۱۲) در عبارت دوم $a > 1$ می باشد بنابراین $2^x = a^x$ با عرض معرود می خورد با افزایش x تابع افزایش می یابد.
 $0,5 < 1,5 \rightarrow 2^{1,5} < 2^{0,5}$

(الف) $9^x = 3^{x^2-2x}$ $D = \mathbb{R}$

$3^{2x} = 3^{x^2-2x} \rightarrow 2x = x^2 - 2x \rightarrow x^2 - 4x = 0 \rightarrow (x)(x-4) = 0$
 (با توجه به اینکه $2 > 0$ x قابل قبول است)

پس $x_1 = 0$
 $x_2 = 4$

(ب) می توانیم (۱) را به صورت \log_{10}^{10} بنویسیم.

$\log(4x+2) - \log(x+4) = \log 10 \rightarrow \log \frac{(4x+2)}{(x+4)} = \log 10$

$\rightarrow \frac{4x+2}{x+4} = 10 \rightarrow 4x+2 = 10x+40 : 4x = -38 : x = -\frac{38}{4}$

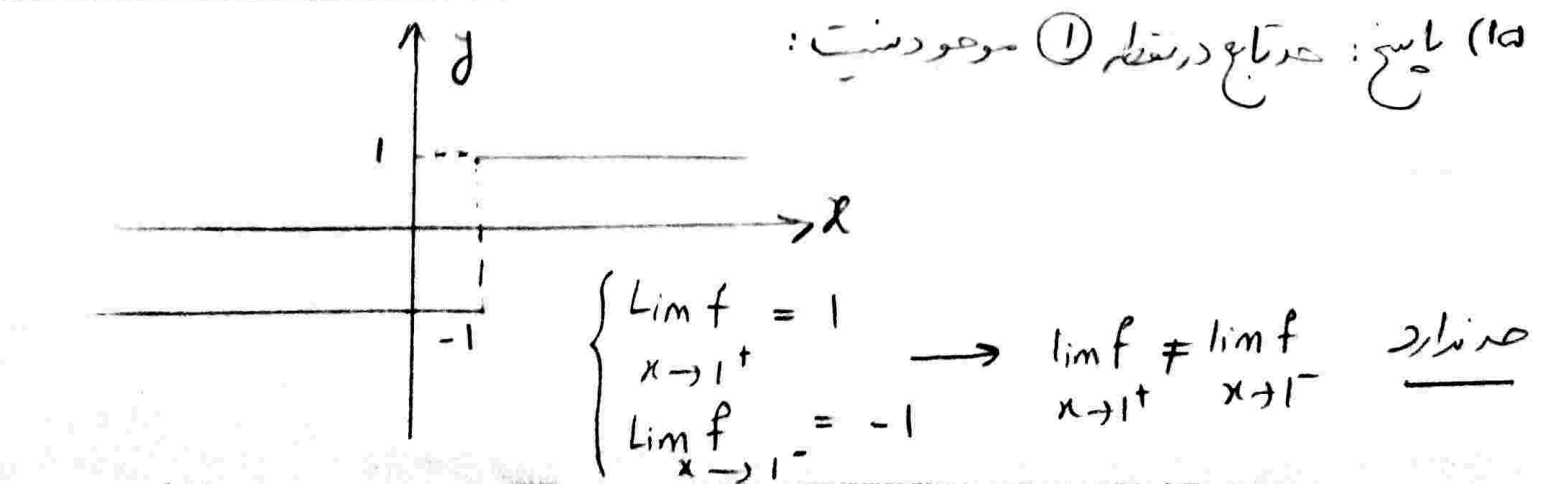
$D_{\log} = \{ (4x+2) > 0 \cap (x+4) > 0 \} = x > -\frac{1}{2}$

حال به علت اینکه $x = -\frac{38}{4}$ عضو دامنه نیست پس غیر قابل قبول است و معادله جواب ندارد.

(۱۴) الف) $(\pi^{\sqrt{2}-1})^{\sqrt{2}+1} = \pi^{(\sqrt{2}-1)(\sqrt{2}+1)} = \pi^{(2-1)} = \pi$

(ب) مقدار انرژی و زلزله در Erg از رابطه $m = 1,5 \log E$ در دست می آید : $m = 11,8 + 1,5 \log E$

$m = 11,8 \rightarrow \log E = \frac{11,8 - 1,5 \times 11,8}{1,5} = 23,8 \rightarrow E = 10^{23,8} Erg$



(الف) حد یارزد (16)

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-2}{|x|+1} \rightarrow \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x-2}{1+1} = -\frac{1}{2} \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x-2}{0+1} = -2 \end{cases} : \lim_{x \rightarrow 1^+} f \neq \lim_{x \rightarrow 1^-} f$$

ب)
$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{x^2 - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)}{(x-2)(x+2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x}{x+2} = \frac{2}{2+2} = \frac{1}{2}$$

شرط یوستگی $\xrightarrow{x_0}$ در نقطه x_0 (17)

$$f(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$$

$$\begin{cases} \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 + kb = kb \\ \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{|x| + ax}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{-x + ax}{x} = -1 + a \end{cases}$$

شرط عدالتی $\lim_{x \rightarrow 0^+} f = \lim_{x \rightarrow 0^-} f$

$$-1 + a = kb$$

شرط یوستگی $-1 + a = kb = 2 \rightarrow \begin{cases} b = 0,5 \\ a = 2 \end{cases}$

(18) حاصل A و B $A \cup B = B \cup A$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

می دانیم قبول شدن A, B دو پیشامد مستقل از هم بوده و برای پیشامد مستقل رابطه زیر برقرار است $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

$$P(A \cup B) = 0,8 + 0,17 - 0,8 \times 0,17 = 0,92$$

بر احتمال 0,92 حاصل می شود از آن دو نفر در آزمون قبول می شوند.

(۱۹) الف) پاسخ: $CV = \frac{s}{\bar{x}} \quad s=9 \rightarrow CV = \frac{9}{18} = 0,5$ ضریب تغییرات

$$CV = 50\%$$

ب) اگر میانگین داده‌ها x_1, \dots, x_n باشد میانگین داده‌ها $ax+b$ برابر با $ax+b$ می‌شود.

همچنین اگر انحراف معیار x_1, \dots, x_n باشد انحراف معیار $ax+b$ برابر با $a s$ می‌شود.

محاسبه میانگین و انحراف معیار داده‌ها

$$\begin{cases} s_2 = a s = 2 \times 9 = 18 \\ \bar{x}_2 = a \bar{x} + b = 2 \times 18 + 3 = 39 \end{cases}$$

$$CV_{جدید} = \frac{s_2}{\bar{x}_2} = \frac{18}{39} = 0,462 = 46,2\%$$

(۲۰) الف) صفر

ب) $\frac{1}{4}$

ج) $\frac{1}{2}$