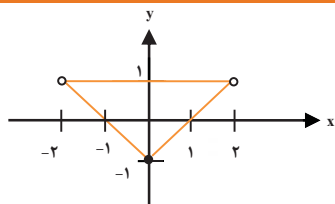
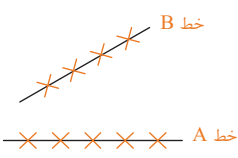
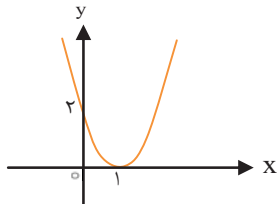
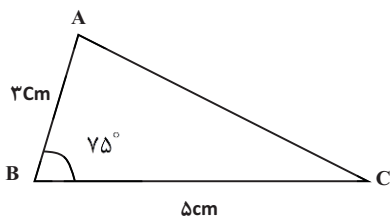


نام و نام خانوادگی: _____ نام درس: ریاضی دهم رشته: تجربی و ریاضی بسمه تعالی دبیران مربوطه: هادیان و مقتدر منصوری مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه اداره ی کل آموزش و پرورش آذربایجان شرقی (تبریز) شبیه سازی امتحانات نوبت دوم سال تحصیلی ۹۹-۱۰۰ برگرفته شده از مجموعه کتب ماندگار کاخ دانش		
ردیف	شرح سؤالات	بارم
۱	اگر A دارای یک زیرمجموعه باشد آنگاه A یک مجموعه است..	۰/۵
۲	چه تعداد از مجموعه های زیر تابع هستند؟ $f = \{(2,1), (3,-5), (3,7)\}$ $y = \{(0,1), (\frac{3}{5},1), (-5,1), (8,1)\}$ $h = \{(2,3), (3,2), (1,1)\}$ $r_1 = \{(2,5)\}$ $y = \{(2,0), (-7,0)\}$ $l = \{(1,2), (2,4), (3,6), \dots\}$ الف) ۷ ب) ۵ پ) ۳ ت) ۲	۰/۵
۳	حاصل $(\frac{1}{\cos\theta} - 1)(\frac{1}{\cos\theta} + 1)$ را بدست آورید.	۰/۵
۴	اگر $A = \{\{1, \{1\}\}\}$ و $B = \{\{\{1, \{1\}\}\}\}$ باشد حاصل $A - B$ چقدر است؟	۰/۲۵
۵	در یک الگوی خطی مجموع جملات سوم و پنجم برابر ۲۸ می باشد. اگر جمله دهم این الگو برابر ۳۲ باشد، مقدار جمله پانزدهم این الگو چقدر است؟	۰/۵
۶	با توجه به رابطه ی $\cos x = \sin 3^\circ \cos 6^\circ + \sin 6^\circ \cos 3^\circ$ مقدار x چند درجه است؟	۰/۵
۷	حاصل عبارت $A = \frac{(\frac{1}{512})^{-\frac{1}{9}} + (\frac{8}{27})^{-\frac{2}{3}}}{(\frac{625}{256})^{0/25}}$ چقدر است؟	۰/۵
۸	در یک کلاس ۳۱ نفری، ۱۴ نفر عضو گروه سرود، ۱۹ نفر عضو گروه تئاترند. اگر ۵ نفر عضو این دو گروه نباشند چند نفر فقط عضو گروه سرودند؟	۰/۵
۹	چند عدد صحیح وجود دارد که ریشه ی سوم اش با خودش برابر است؟	۰/۵
۱۰	اگر $h = \{(2,3)(3,7)(2,a+1)(3,b-1)\}$ تابع باشد حاصل $\frac{b-a}{2}$ است؟	۰/۵
۱۱	اگر $\cos\theta = 7-2m$ باشد، حدود تغییرات m را مشخص کنید.	۰/۵
۱۲	حاصل کسر $\frac{8}{\sqrt{5} + \sqrt{3}}$ را بعد از گویا کردن مخرج مشخص کنید.	۰/۷۵
۱۳	حاصل ضرب ریشه های معادله $x^2 + 2x = -2x$ چقدر است؟	۰/۵
۱۴	اگر نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل باشد، برد تابع را بدست آورید.	۰/۵
۱۵	با ارقام ۷ و ۵ و ۲ و ۰، چند عدد سه رقمی زوج بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟	۰/۵
۱۶	کسر $\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}$ در کدام فاصله منفی است؟	۰/۵



۰/۵	۱۷	به ازای چه مقادیری از x عبارت $A = (2x-1)(3-x)$ مثبت است؟
۰/۵	۱۸	اگر $a+b=6$ و $ab=3$ ، مقدار a^2+b^2 چقدر است؟
۰/۵	۱۹	جواب نامعادلات $x-1 < 2x-2 < 3x-3$ چیست؟
۰/۵	۲۰	در یک آزمون چهارگزینه‌ای که ۱۰ سوال دارد، چند پاسخ‌نامه مختلف می‌توان نوشت اگر: (۱) شرکت‌کنندگان مجبور نباشند به تمام سوالات پاسخ دهند. (۲) یکی از شرکت‌کنندگان مجبور باشند به ۳ سوال او پاسخ دهد ولی به بقیه سوال‌ها ممکن است پاسخ ندهد؟
۰/۲۵	۲۱	اگر تابع $f = \{(2n-1), (4, m+1)\}$ یک تابع ثابت باشد و تابع $g = \{(m-1, 2n), (1, 1)\}$ یک تابع همانی باشد، آنگاه حاصل $n+m$ چقدر است؟
۰/۵	۲۲	رابطه $A = \{(3, m^2), (2, 1), (-2, m), (3, m+2), (m, 4)\}$ به ازای چه مقدار m یک تابع است؟
۰/۵	۲۳	اگر $f = \{(4a+b, b+1)(4a+b^2, 1-2b)(b^2, 4)\}$ یک تابع همانی باشد، حاصل $a+b$ را بدست آورید.
۰/۵	۲۴	برد تابع $f(x) = \{(3, 4), (m+1, 4), (3, m+1), (4, 4)\}$ شامل چند عضو می‌باشد؟
۰/۵	۲۵	مجموع مربعات دو عدد صحیح متوالی برابر ۴۱ است. حاصل ضرب این دو عدد چقدر است؟
۰/۵	۲۶	حاصل $A = \binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \binom{8}{5} + \binom{9}{6} + \binom{10}{7}$ را مشخص کنید.
۰/۵	۲۷	در شکل زیر چند مثلث می‌توان رسم کرد که رئوس هایشان از نقطه‌های مشخص شده روی خط‌ها باشند؟ 
۰/۵	۲۸	اگر منحنی سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به شکل مقابل باشد، حاصل abc را بدست آورید. 
۰/۷۵	۲۹	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 0 \\ 1-x^2 & x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید.
۰/۵	۳۰	نمودار هندسی تابع $y = - x-2 + 2$ را رسم کنید.
۰/۵	۳۱	از بین ۵ دانش‌آموز تجربی و ۳ دانش‌آموز ریاضی، به چند روش می‌توان سه نفر برای کار در آزمایشگاه انتخاب کرد، به طوری که حداقل دو نفر از آنها دانش‌آموز تجربی باشند؟
۰/۵	۳۲	با حروف کلمه DADRAS چند کلمه ۶ حرفی می‌توان ساخت به طوری که حروف یکسان کنار هم باشند؟
۰/۲۵	۳۳	شش نفر به چند طریق می‌توانند دور یک میز گرد بنشینند به شرطی که دو نفر خاص پیش هم باشند؟
۰/۵	۳۴	مقدار n در معادله زیر چقدر است؟ $p(n, 4) = 42p(n, 2)$
		سوالات اختیاری
۰/۵	۳۵	سکه‌ای را پرتاب می‌کنیم در صورتی که پشت بیاید تاسی را می‌اندازیم. فضای نمونه‌ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.
۰/۷۵	۳۶	در جعبه‌ای ۴ مهره‌ی آبی و ۳ مهره‌ی قرمز وجود دارد. اگر از این جعبه سه مهره به تصادف خارج کنیم چقدر احتمال دارد که: (A) هر سه مهره آبی باشد. (B) هر سه مهره هم‌رنگ باشد. (C) دقیقاً دو مهره هم‌رنگ باشد.

۰/۵	با حروف کلمه‌ی office، کلمه‌ی سه حرفی (بدون تکرار) می‌سازیم. مطلوب است احتمال آن که: (A) در کلمه‌ی ساخته شده حرف «i» نباشد. (B) دو حرف «c» و «i» کنار هم باشند.	۳۷
۰/۵	اگر سکه‌ای را ۳ بار پرتاب کنیم، احتمال آن که ۲ بار رو بیاید چقدر است؟	۳۸
۰/۵	اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند و $P(A) = \frac{1}{4}$ و $P(B') = \frac{1}{3}$ ، حاصل $P(A \cup B)$ چقدر است؟	۳۹
۰/۲۵	چه تعداد از جملات زیر درست هستند؟ (۱) اولین قدم در علم آمار، تحلیل و تفسیر داده‌هاست. (۲) پیش‌بینی و تصمیم‌گیری برای آینده، نتیجه‌ی استفاده از «علم آمار» است. (۳) نمونه، زیر مجموعه از جامعه است. (۴) اعضای نمونه همان اعضای جامعه‌اند. (۵) تعداد ماهی یک دریا از نوع متغیر کمی پیوسته است. (۶) رنگ موی افراد (مشکی، قهوه‌ای و طلایی) یک متغیر کیفی ترتیبی است. (۷) متغیر کمی پیوسته نمی‌تواند عددی اعشاری باشد.	۴۰
۰/۵	اگر مجموعه‌ی A جامعه باشد و B را از A طوری انتخاب کنیم که $B \subseteq A$ باشد، کدام گزینه نشان دهنده‌ی حجم نمونه است؟ الف) B ب) $n(A)$ پ) $n(B)$ ت) $\frac{n(A)}{n(B)}$	۴۱
۰/۵	چند مورد نادرست بیان شده است؟ (۱) رنگ خودروها: (کیفی اسمی) (۲) شدت بارندگی: (کیفی ترتیبی) (۳) نمره‌ی ریاضی نهم: (کمی پیوسته) (۴) عددی در بازه‌ی (۱ و ۲): (کیفی اسمی) (۵) مقدار سرعت ماشین: (کیفی ترتیبی) (۶) غذای مورد علاقه: (کیفی اسمی)	۴۲
۰/۵	الف) ۴ ب) ۳ پ) ۲ ت) ۵	
سوالات اختیاری		
۰/۲۵	اعداد $14x + 2x + 1$ و $7x + 1$ تشکیل دنباله حسابی داده‌اند مقدار x چقدر است؟	۴۳
۰/۲۵	اگر دامنه تابع $f = \{(4, k)(2m - 2, 6)(n + 1, m + 3)\}$ تک عضوی باشد، مقدار $n^2 + m + 2k$ چقدر است؟	۴۴
۰/۵	فرض کنید $\sin 75^\circ \approx \frac{0.96}{1}$. مساحت مثلث ABC در شکل زیر را بدست آورید. 	۴۵
۰/۵	اگر $f(a) = \begin{cases} 3x^2 - 2, & x > 1 \\ -\frac{1}{2}x, & x \leq 1 \end{cases}$ آنگاه $f(1) + f(-1)$ چقدر است؟	۴۶
۰/۵	نمودار تابع $y = x - 2 $ را رسم کنید.	۴۷
۰/۵	از جعبه‌ای که شامل ۴ خودکار قرمز، ۳ خودکار سبز و ۹ خودکار آبی است، به چند طریق می‌توان ۶ خودکار انتخاب نمود به طوری که: (۱) رنگ خودکارها اهمیتی نداشته باشد. (۲) ۳ خودکار قرمز، ۱ خودکار سبز و ۲ خودکار آبی باشد.	۴۸
۰/۲۵	در تابع به ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{x^2 + 1}, & x > 1 \\ 4, & x \leq 1 \end{cases}$ مقدار $f(f(-3))$ چقدر است؟	۴۹

۰/۵	به چند طریق می توان یک کمیته ۵ نفره از میان ۴ پزشک و ۳ پرستار انتخاب نمود به طوری که: (۱) وجود پزشک و پرستار تفاوتی ندارد. (۲) کمیته شامل ۲ پزشک باشد.	۵۰
۰/۵	برای تابع $g(x) = 2x + 4$ ، k چه عددی باشد تا $g(1-k) = 0$ شود؟	۵۱
	«به کمک اعداد می توان زندگی و پیشامدهای آن را پیش بینی کرد.»	

موفق باشید

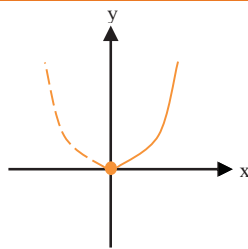
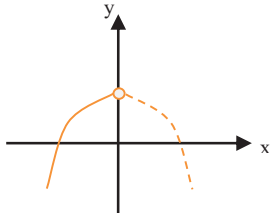
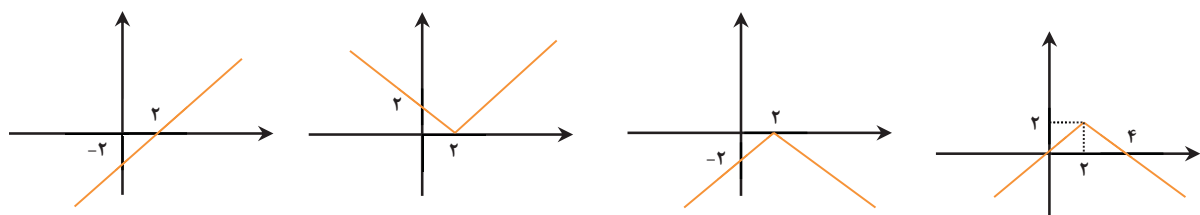
هادیان_مقتدر منصوری

نام درس: ریاضی دهم رشته: تجربی و ریاضی بسمه تعالی دبیران مربوطه: هادیان و مقتدرمنصوری اداره‌ی کل آموزش و پرورش آذربایجان شرقی (تبریز) پاسخ نامه سوالات شبیه سازی امتحانات نوبت دوم سال تحصیلی ۹۹-۰۰ برگرفته شده از مجموعه کتب ماندگار کاخ دانش		
ردیف	شرح سؤالات	بارم
۱	اگر A زیرمجموعه نامتناهی باشد، A هم نامتناهی است.	
۲	(f) تابع نیست، چون مؤلفه اول تکراری دارد ولی مؤلفه های دوم یکی نیستند. (h) تابع است. (r) تابع است. (y) تابع است. (k) تابع است. (l) تابع است. گزینه (ب) درست است.	
۳	$\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow 1 - \cos^2 \theta = \sin^2 \theta$ $\left(\frac{1}{\cos \theta} - 1\right) \left(\frac{1}{\cos \theta} + 1\right) \stackrel{\text{اتحاد مزدوج}}{=} \frac{1}{\cos^2 \theta} - 1 = \frac{1 - \cos^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \left(\frac{\sin \theta}{\cos \theta}\right)^2 = \tan^2 \theta$	
۴	مجموعه $A = \{\{1\}, \{\{1\}\}\}$ دارای دو عضو ۱ و $\{1\}$ است. اما مجموعه $B = \{\{\{1\}, \{\{1\}\}\}\}$ مجموعه‌ای تک عضوی بوده و تنها عضو آن $\{\{1\}, \{\{1\}\}\}$ است. پس A و B هیچ عضو مشترکی ندارند بنابراین: $A - B = A = \{\{1\}, \{\{1\}\}\}$	
۵	فرض کنیم: $a_n = bn + c$ $a_7 + a_8 = 28 \Rightarrow 7b + c + 8b + c = 28 \Rightarrow 15b + 2c = 28$ $\xrightarrow{\div 2} 7.5b + c = 14$ $a_{10} = 32 \Rightarrow 10b + c = 32$ $t_n = 3 \times 3^{(n-1)} \begin{cases} 7.5b + c = 14 \\ 10b + c = 32 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 3 \\ c = 2 \end{cases} \Rightarrow a_n = 3n + 2 \Rightarrow a_{15} = 45 + 2 = 47$	
۶	می‌دانیم $\cos 60^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$ و $\sin 60^\circ = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$. پس: $\cos x = \sin 30^\circ \cos 60^\circ + \sin 60^\circ \cos 30^\circ = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1 \Rightarrow \cos x = 1 \Rightarrow x = 0^\circ$	
۷	$(512)^{-\frac{1}{9}} = (2^9)^{-\frac{1}{9}} = 2^{-1} = \frac{1}{2}$ $\left(\frac{8}{27}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{2^3}{3^3}\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\left(\frac{2}{3}\right)^3\right)^{-\frac{2}{3}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{9}{4} \Rightarrow A = \frac{\frac{1}{2} + \frac{9}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{\frac{2+9}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{11}{5} = 2\frac{1}{5}$ $\left(\frac{625}{256}\right)^{0/25} = \left(\frac{5^4}{2^8}\right)^{\frac{1}{4}} = \frac{5}{2^2} = \frac{5}{4}$	

۸	اگر مجموعه S افراد عضو گروه سرود و مجموعه T افراد عضو گروه تئاتر باشند، $n(S) = 14$ و $n(T) = 19$ و $n(S \cap T) = 5$ است. مرحله اول: $n(S \cup T) = 31 - 5 = 26$ مرحله دوم: $n(S \cup T) = n(S) + n(T) - n(S \cap T)$ $26 = 14 + 19 - n(S \cap T) \Rightarrow n(S \cap T) = 33 - 26 = 7$ مرحله سوم: $n(S - T) = n(S) - n(S \cap T) = 14 - 7 = 7$
۹	سه عدد صحیح وجود دارد: $0^3 = 0 \Rightarrow \sqrt[3]{0} = 0$ $1^3 = 1 \Rightarrow \sqrt[3]{1} = 1$ $(-1)^3 = -1 \Rightarrow \sqrt[3]{-1} = -1$
۱۰	چون در دو عضو $(2, 3)$ و $(2, a+1)$ مؤلفه‌های اول برابر هستند پس برای تابع بودن باید مؤلفه‌های دومشان هم نیز برابر باشند پس داریم: $a+1=3 \Rightarrow a=3-1 \Rightarrow a=2$ و $(3, b-1)$ و $(3, 7)$ هم باید مؤلفه‌های دومشان برابر باشد تا مجموعه تابع باشد. داریم: $b-1=7 \Rightarrow b=8$ $\Rightarrow \frac{b-a}{2} = \frac{8-2}{2} = 3$
۱۱	از نامساوی $-1 \leq \cos \theta \leq 1$، داریم $-1 \leq 7-2m \leq 1$. با حل نامعادله مقدار m را مشخص می‌کنیم: $-1 \leq 7-2m \leq 1 \xrightarrow{-7} -8 \leq -2m \leq -6 \xrightarrow{\div (-2)} 3 \leq m \leq 4$ ① نکته: در تقسیم بر عدد منفی، جهت نامساوی عوض می‌شود.
۱۲	مخرج کسر را باید گویا کنیم: $\frac{8}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{8}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} = \frac{8(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{5 - 3} = \frac{8(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{2} = 4(\sqrt{5} - \sqrt{3})$
۱۳	ابتدا همه‌ی جملات را به یک سمت تساوی می‌بریم: $x^2 + 2x = -2x \Rightarrow x^2 + 2x + 2x = 0 \Rightarrow x^2 + 4x = 0 \Rightarrow x(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$ فاکتور $-4 \times 0 = 0$ حاصل ضرب ریشه‌ها
۱۴	برد تابع از روی شکل برابر $[-1, 1]$ می‌باشد.
۱۵	ابتدا توجه کنید که گفته شده عدد حاصل باید زوج باشد پس رقم یکان باید زوج باشد. اعداد زوج داده شده (۰ و ۲) هستند (که حال این سوال پیش میاد که عدد سمت راست (یکان) صفر باشد یا نباشد پس دو حالت پیش میاد). (چون اگر فرض کنیم که هر دو عدد ۰ و ۲ در جایگاه یکان قرار گیرند دو حالت پیش میاد رقم یکان صفر باشد یا نباشد این دو حالت بخاطر این است که هیچ عددی با صفر شروع نمی‌شود و سوال بدون تکرار ارقام است). حالت اول: رقم سمت راست (یکان) صفر باشد. بنابراین اصل ضرب داریم: حالت دوم: رقم سمت راست غیر صفر و زوج باشد. بنابراین اصل ضرب داریم: و در کل $6 + 4 = 10$ عدد چهار رقمی زوج با ارقام داده شده می‌توان نوشت.
۱۶	ابتدا ریشه‌ی عبارت را مشخص می‌کنیم، سپس در جدول تعیین علامت قرار می‌دهیم.

$x-1=0 \Rightarrow x=1$$x-2=0 \Rightarrow x=2$$x-3=0 \Rightarrow x=3$$x-4=0 \Rightarrow x=4$$\frac{+ \times +}{+ \times +} = +$<table><tr><th>X</th><th>1</th><th>2</th><th>3</th><th>4</th></tr><tr><td>$\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}$</td><td>+</td><td>-</td><td>+</td><td>-</td></tr></table>	X	1	2	3	4	$\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}$	+	-	+	-	برای ستون آخر جدول براساس جدول خلاصه داریم: در بازه های (۱, ۲) و (۳, ۴) معادله منفی است.										
X	1	2	3	4																	
$\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)(x-4)}$	+	-	+	-																	
ابتدا ریشه های هر کدام از دو جمله های موجود در عبارت $A = (2x-1)(3-x)$ را مشخص می کنیم: $2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$$3-x=0 \Rightarrow x=3$ سپس جدول تعیین علامت را تشکیل داده و ریشه ها را از کوچک به بزرگ از چپ به راست در جدول قرار می دهیم و در پایین ستون عبارت A را می نویسیم: <table><tr><th>X</th><th>$-\infty$</th><th>$\frac{1}{2}$</th><th>3</th><th>∞</th></tr><tr><td>$2x-1$</td><td>-</td><td>○</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>$3-x$</td><td>+</td><td>+</td><td>○</td><td>-</td></tr><tr><td>A</td><td>-</td><td>○</td><td>+</td><td>-</td></tr></table> جواب پاسخ $(\frac{1}{2}, 3)$ است.	X	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	3	∞	$2x-1$	-	○	+	+	$3-x$	+	+	○	-	A	-	○	+	-	۱۷
X	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	3	∞																	
$2x-1$	-	○	+	+																	
$3-x$	+	+	○	-																	
A	-	○	+	-																	
$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3a^2b + 3ab^2 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$ نکته: طبق فرض $a+b=6$ و $ab=3$، پس با استفاده از نکته ی بالا داریم: $6^3 = a^3 + b^3 + 3(3 \times 6) \Rightarrow a^3 + b^3 = 216 - 54 \Rightarrow a^3 + b^3 = 162$	۱۸																				
صورت مسئله را به صورت دستگاه نامعادلات می نویسیم: $3x-3 < 2x-2 < x-1 \Rightarrow \begin{cases} 3x-3 < 2x-2 \Rightarrow x < 1 \\ 2x-2 < x-1 \Rightarrow x < 1 \end{cases}$ پس $x < 1$ پاسخ مسئله است.	۱۹																				
۱) چون ۱۰ تا سوال داریم و برای هر کدام ۵ حالت پیش می آید که یا جواب بدیم یا جواب ندیم پس این انتخاب ۵ حالتی ۱۰ بار تکرار می شود. $n=5$$k=10$$5^5 \times 5^5 = 5^{10}$ ۲) سه تا سوال اول چهار حالت دارند و هفت سوال بعدی ۵ حالت خواهند داشت بنابراین طبق اصل ضرب: $4^3 \times 5^7$	۲۰																				
برد تابع ثابت تک عضوی است. پس داریم: $f = \{(2n, -1), (4, m+1)\} \Rightarrow m+1 = -1 \Rightarrow m = -2$ در تابع همانی هم باید مؤلفه های اول و دوم هر زوج مرتب یکسان باشند. داریم: $g = \{(m-1, 2n), (1, 1)\} \Rightarrow m-1 = 2n$	۲۱																				

	$m = -2$ $\Rightarrow -2 - 1 = 2n \Rightarrow n = \frac{-3}{2}$ $n + m = -\frac{3}{2} - 2 = \frac{-7}{2}$	
	اگر مؤلفه‌های اول برابر باشند باید مؤلفه‌های دوم نیز برابر باشند. $(3, m^2), (3, m+2) \Rightarrow m+2 = m^2 \Rightarrow m^2 - m - 2 = 0$ ① نکته: در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = 0$ یاد گرفتیم که اگر $a + c = b$ باشد یکی از ریشه‌ها $x_1 = -1$ و دیگری $x_2 = \frac{-c}{a}$ است. پس برای معادله $m^2 - m - 2 = 0$ داریم: $m_1 = -1$ $m_2 = \frac{-(-2)}{1} = 2$ روش دوم تعیین ریشه‌ها (تجزیه): $m^2 - m - 2 = 0 \Rightarrow (m-2)(m+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$ حال مقادیر m را در تابع جایگذاری می‌کنیم تا ببینیم کدام در تابع صدق می‌کند. اگر $m = -1$ باشد: $m = -1 \Rightarrow A = \{(3, 1), (2, 1), (-2, -1), (3, 1), (-1, 4)\}$ پس $m = -1$ در تابع صدق می‌کند پس $m = -1$ جواب تابع است. اگر $m = 2$ باشد: $m = 2 \Rightarrow A = \{(3, 4), (2, 1), (-2, 2), (3, 4), (2, 4)\}$ در زوج‌های $(2, 1), (2, 4)$ مؤلفه‌های اول یکی هستند ولی مؤلفه‌های دوم یکی نیستند پس تابع نیست و $m = 2$ در تابع صدق نمی‌کند.	۲۲
	ضابطه تابع همانی بصورت $f(x) = x$ است. داریم: $4a + b = b + 1 \Rightarrow 4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$ $4a + b^2 = 1 - 2b \Rightarrow 1 + b^2 = 1 - 2b \Rightarrow b^2 + 2b = 0 \Rightarrow b(b+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} b = 0 \\ b = -2 \end{cases}$ در مورد $(b^2, 4)$ نیز باید $b^2 = 4$ باشد که $b = \pm 2$ می‌شود پس فقط مقدار $b = -2$ مورد قبول است. پس: $a + b \Rightarrow \frac{1}{4} + (-2) = \frac{-7}{4}$	۲۳
	$m + 1 = 4 \Rightarrow m = 3$ $f(x) = \{(4, 4)\}$ برای برد تابع داده شده داریم:	۲۴
	دو عدد صحیح را m و $m+1$ در نظر می‌گیریم، پس برای حل داریم: $m^2 + (m+1)^2 = 41 \Rightarrow m^2 + m^2 + 2m + 1 = 41$ $\Rightarrow 2m^2 + 2m + 1 = 41 \Rightarrow 2m^2 + 2m - 40 = 0$ $\div 2 \Rightarrow m^2 + m - 20 = 0$ ریشه‌یابی $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow (1)^2 - 4 \times 1 \times -20 = 81 \Rightarrow \Delta = 81$ $m = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm \sqrt{81}}{2 \times 1} = \frac{-1 \pm 9}{2} = \frac{8}{2} = 4 \quad \boxed{m_1 = 4}$ اگر $m = 4$ داریم: $\begin{cases} m = 4 \\ m = 4 \end{cases} \Rightarrow m \times (m+1) = 4 \times 5 = 20$ $\Rightarrow m+1 \Rightarrow 5$	۲۵

	$m_2 = \frac{-1-9}{2} = \frac{-10}{2} = -5 \Rightarrow m_2 = -5$ $\begin{cases} m = -5 \\ m = -5 \end{cases} \Rightarrow m \times (m+1) = -5 \times -4 = 20$ $\Rightarrow m+1 = -4$ اگر $m = -5$ داریم:	
۲۶	طبق روابط ترکیبات (اصل پاسکال) داریم: $\binom{7}{3} + \binom{7}{4} + \binom{8}{5} + \binom{9}{6} + \binom{10}{7} = \binom{8}{4} + \binom{8}{5} + \binom{9}{6} + \binom{10}{7} = \binom{9}{5} + \binom{9}{6} + \binom{10}{7} = \binom{10}{6} + \binom{10}{7} = \binom{11}{7} \checkmark$	
۲۷	برای تشکیل مثلث روی این خطوط باید یک راس مثلث روی یکی از خطها و ۲ راس دیگر روی خط دیگر. بنابراین دو حالت داریم: حالت اول: مثلثهایی که دو راسشان روی خط A و یک راسشان روی خط B است و حال برای انتخاب دو نقطه از ۵ نقطه داریم $\binom{5}{2}$ و برای انتخاب یک نقطه از چهار نقطه داریم $\binom{4}{1}$ پس به 40 حالت می توان با دو راس از A و یک راس از B مثلث تشکیل داد: $\binom{5}{2} \binom{4}{1} = 10 \times 4 = 40$ حالت دوم: مثلثهایی که دو راسشان از خط B و یک راسشان از خط A هست پس به 30 حالت می توان مثلث تشکیل داد به طوری دو راس از B باشد و یک راسشان A باشد: $\binom{4}{2} \binom{5}{1} = 6 \times 5 = 30$ اصل جمع $40 + 30 = 70$، پس به 70 حالت می توان مثلث تشکیل داد.	
۲۸	(۱) $c = 2 \Rightarrow c = 2$ عرض از مبدأ سهمی (۲) $a + b + c = 0 \Rightarrow a + b = -2$ سهمی $(1, 0) \in$ (۳) $-\frac{b}{2a} = 1 \Rightarrow b = -2a$ طول رأس سهمی $(2), (3) \Rightarrow -a = -2 \Rightarrow a = 2, b = -4 \Rightarrow abc = -16$	
۲۹	ابتدا هر یک از ضابطهها را جدا رسم می کنیم: $y = x^2; x \geq 0$  $y = -x^2 + 1 < 0$ 	
۳۰	 $y = x - 2 \rightarrow y = x - 2 \rightarrow y = - x - 2 \rightarrow y = - x - 2 + 2$	

۳۱	اگر دو دانش آموز تجربی و یک دانش آموز ریاضی انتخاب شوند، داریم: $\binom{5}{2} \binom{3}{1} = \frac{5 \times 4}{2} \times 3 = 10 \times 3 = 30$ اگر سه دانش آموز تجربی انتخاب شوند، داریم: $\binom{5}{3} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$ پس این کار در مجموع به $30 + 10 = 40$ حالت امکان پذیر است.
۳۲	برای اینکه حروف یکسان کنار هم باشند آنها داخل بسته کنار هم جایگشت قرار می دهیم و جایگشت درونی بسته نداریم چون حروف یکسان هستند و داریم: $\overbrace{\boxed{A \quad A}}^1 \overbrace{\boxed{D \quad D}}^2 \quad \underbrace{\quad}_3 \quad \underbrace{\quad}_4 = 4! = 24$
۳۳	شش نفر باید دور یک میز گرد بشینند بطوری که دو نفر کنار هم باشند. داریم: $2! \times (5-1)! = 2! \times 4! = 48$
۳۴	ابتدا هر یک از تبدیلات را ساده کرده، سپس معادله را حل می کنیم: $P(n, 4) = \frac{n!}{(n-4)!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)(\cancel{n-4})!}{(\cancel{n-4})!} = n(n-1)(n-2)(n-3)$ $p(n, 2) = \frac{n!}{(n-2)!} = \frac{n(n-1)(\cancel{n-2})!}{(\cancel{n-2})!} = n(n-1)$ $\Rightarrow \cancel{n}(\cancel{n-1})(n-2)(n-3) = 42 \cancel{n}(\cancel{n-1}) \Rightarrow (n-2)(n-3) = 7 \times 6 \Rightarrow n-2 = 7 \Rightarrow \boxed{n=9}$
سوالات اختیاری	
۳۵	اگر سکه «پشت» بیاید، تاس را می اندازیم که ممکن است یکی از اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ یا ۶ بیاید و اگر «رو» بیاید کاری انجام نمی دهیم. پس برای فضای نمونه ای داریم: $S = \{(ر), (۱, پشت), (۲, پشت), (۳, پشت), (۴, پشت), (۵, پشت), (۶, پشت)\} \Rightarrow n(S) = 7$
۳۶	A هر سه مهره آبی باشد، یعنی از بین ۴ تا مهره ی آبی، ۳ تا را انتخاب کنیم. پس داریم: $n(S) = \binom{7}{3} = 35$ برای فضای نمونه داریم: $n(A) = \binom{4}{3} = 4 \Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{4}{35}$ B هر سه هم رنگ باشد، یعنی یا هر سه آبی باشد، یا هر سه قرمز باشد. پس داریم: $n(B) = \binom{4}{3} + \binom{3}{3} = 5$ احتمال رخداد پیشامد B برابر است با: $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{5}{35} = \frac{1}{7}$ C دقیقاً دو مهره هم رنگ باشد، یعنی یا دو مهره آبی باشد و یکی قرمز و یا دو مهره قرمز و یکی آبی باشد. پس داریم: $n(C) = \binom{4}{2} \binom{3}{1} + \binom{3}{2} \binom{4}{1} = 18 + 12 = 30$ و احتمال رخداد پیشامد C برابر است با: $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$
۳۷	A حرف «i» را از بین کل حروف کم می کنیم. پس جایگشت بقیه ی حروف را می نویسیم: $n(D) = \overset{5}{\circ} \overset{4}{\circ} \overset{3}{\circ} = 5 \times 4 \times 3 = \frac{60}{2!} = \frac{60}{2} = 30$ تعداد تکرار حرف (f)

	برای احتمال داریم: $P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{30}{60} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ B «دو حرف C» و «i» کنار هم باشند، دو تا حرف را داخل یک بسته قرار می‌دهیم (هم جایگشت کلی و هم جایگشت درون بسته داریم) برای حل داریم: انتخاب یک حرف از 4 تا تعداد جایگشت کلی $n(C) = \frac{4!}{2!} = \frac{24}{2} = 12$ تعداد جایگشت درونی تعداد تکرار حرف (f) $P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{12}{60} = \frac{4}{30} = \frac{2}{15}$ برای احتمال داریم:	
۳۸	روش اول حل: $S = \{(ر, ر, ر), (ر, ر, پ), (ر, پ, ر), (پ, ر, ر), (پ, پ, ر), (پ, ر, پ), (پ, پ, پ)\} \Rightarrow n(S) = 2^3 = 8$ $A = \{(ر, ر, ر), (ر, ر, پ), (ر, پ, ر), (پ, ر, ر)\} = 3$ $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{8}$ احتمال رخداد ۲ بار رو برابر است با: روش دوم و تستی: $P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{n}{K}}{2^n} = \frac{\binom{3}{2}}{2^3} = \frac{3}{8}$	
۳۹	اگر A و B دو پیشامد ناسازگار باشند، یعنی اشتراکی نداشته باشند. پس: و $P(A) = \frac{1}{4}$ و $P(B') = \frac{1}{3}$ که می‌توانیم $P(B)$ را طبق متمم به صورت زیر بدست آوریم: $P(B) = 1 - P(B') = 1 - \frac{1}{3} = \frac{3-1}{3} = \frac{2}{3}$ حال برای $P(A \cup B)$ داریم: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) = \frac{1}{4} + \frac{2}{3} = \frac{3+8}{12} = \frac{11}{12}$	
۴۰	(۱) نادرست (جمع آوری داده) (۲) درست (۳) درست (۴) درست (۵) نادرست (کمی گسسته) (۶) نادرست کیفی اسمی (۷) نادرست (می‌تواند) گزینه (پ) درست است.	
۴۱	(مجموعه‌ی B زیر مجموعه‌ی جامعه است و در واقع نمونه می‌باشد و تعداد اعضای نمونه $n(B)$ است که حجم نمونه نامیده می‌شود). گزینه (پ) درست است.	
۴۲	گزینه (ب) درست است.	
	سوالات اختیاری	
۴۳	$b = \frac{a+c}{2}$ $7x+2 = \frac{x+1+2x+14}{2} \Rightarrow 14x+4 = 3x+15 \Rightarrow 11x=11 \Rightarrow x = \frac{11}{11} = 1$	
۴۴	برای تک عضوی بودن دامنه تابع داده شده باید شرط $n+1 = 4 = 2m-2$ برقرار باشد، پس داریم: $\begin{cases} 2m-2=4 \Rightarrow m=3 \\ n+1=4 \Rightarrow n=3 \end{cases} \Rightarrow f = \{(4,k), (4,6), (4,6)\} \Rightarrow k=6$ حال داریم: $n^2 + m + 2k = 3^2 + 3 + 2 \times 6 = 24$	
۴۵	طبق رابطه سینوس‌ها در مثلث داده شده برای مساحت داریم: $S = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 75^\circ = \frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} = 7/2$	

	$f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 2 & , \quad x > 1 \\ -\frac{1}{2}x & , \quad x \leq 1 \end{cases}$ $f(1) + f(-1) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$	۴۶
	برای حل داریم:	۴۷
	۱) از بین کل خودکارها شش خودکار انتخاب کنیم که ترتیب انتخاب هیچ اهمیتی ندارد طور انتخاب یعنی انتخاب ۶ خودکار از بین ۱۶ خودکار: $\binom{16}{6} = \frac{16!}{6! \times 10!} = 8008$ ۲) انتخاب ۳ خودکار از ۴ تا قرمز و انتخاب یک خودکار از ۳ خودکار سبز و انتخاب ۲ خودکار از ۹ خودکار آبی پس داریم: $\binom{4}{3} \binom{3}{1} \binom{9}{2} = 4 \times 3 \times 36 = 432$	۴۸
	$f(x) = \begin{cases} \sqrt{x} - \sqrt{x^2 + 1} & , \quad x > 1 \\ 4 & , \quad x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow f(f(-3)) = f(4) = 2 - \sqrt{17}$	۴۹
	۱) باید از میان ۴ پزشک و ۳ پرستار، ۵ نفر رو انتخاب کنیم. پس داریم: $\binom{7}{5} = 21$ ۲) باید از میان ۴ پزشک و ۳ پرستار، ۵ نفر رو انتخاب کنیم به طوریکه شامل دو پزشک باشد. پس داریم: $\binom{7}{5} \rightarrow \binom{5}{3} = 10$	۵۰
	$g(x) = 2x + 4 \xrightarrow{g(1-k)=0} 0 = 2(1-k) + 4 \Rightarrow 0 = 2 - 2k + 4 \Rightarrow 2k = 6 \Rightarrow k = 3$	۵۱
	«به کمک اعداد می توان زندگی و پیشامدهای آن را پیش بینی کرد.»	

موفق باشید

هادیان _ مقتدرمنصوری

www.riazisara.ir

دانلود از سایت ریاضی سرا