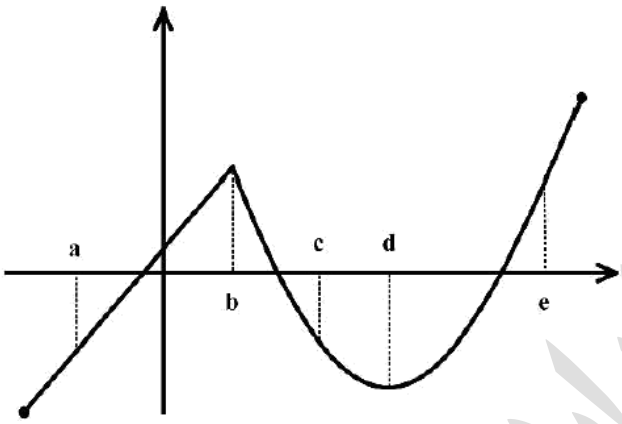
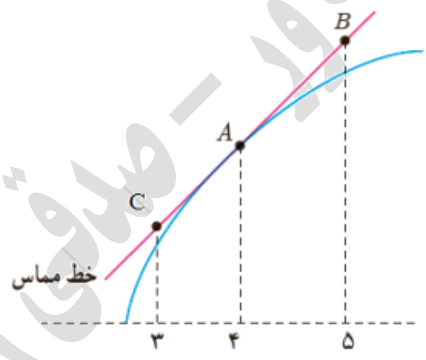
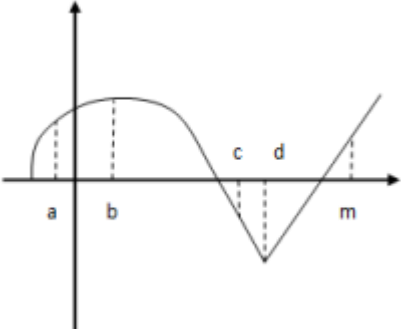
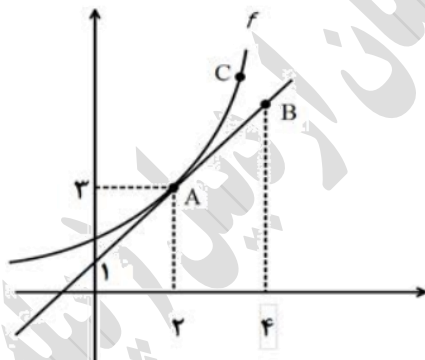
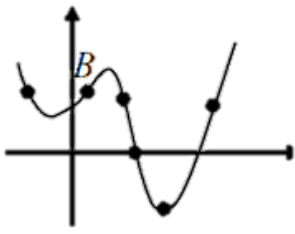
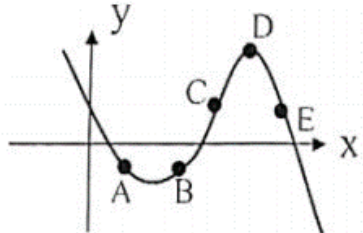
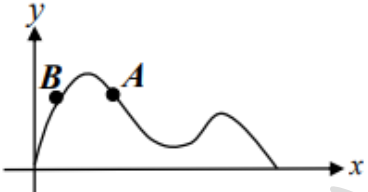
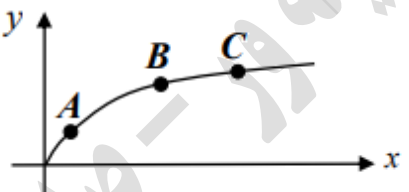


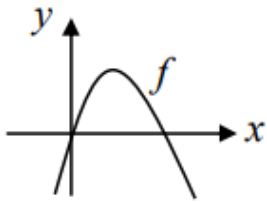
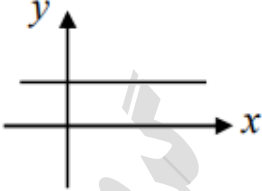
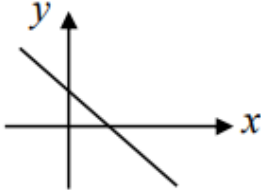
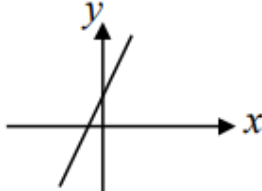
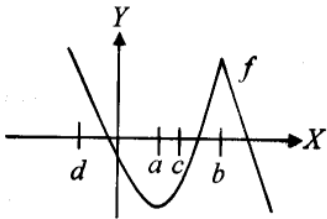
## فصل ۴ : مشتق

### درس اول : آشنایی با مفهوم مشتق

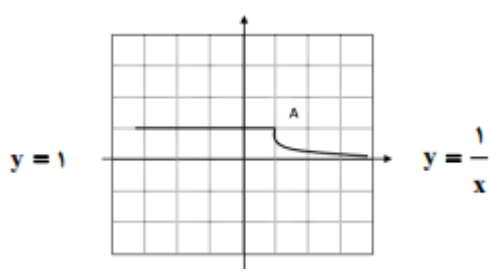
شهریور ۱۴۰۱	۰/۷۵	<p>با در نظر گرفتن نمودار تابع <math>f</math> در شکل مقابل از بین نقاط مشخص شده مطلوب است طول نقطه‌ای که :</p> <p>الف) تابع در آن مشتق پذیر نیست .                      ب) مماس در آن موازی محور طول‌هاست .                      پ) مشتق و مقدار تابع در آن مثبت است .</p> 	۱۴۴
خرداد ۱۴۰۱	۱/۵	<p>برای تابع <math>f(x) = x^3 - 8</math> در نقطه تقاطع آن با محور <math>x</math> ها معادله خط مماس را بنویسید .</p>	۱۴۵
دی ۱۴۰۰	۱	<p>برای تابع <math>f</math> در شکل مقابل داریم. <math>f'(4) = 1/5</math> <math>f(4) = 25</math>.                      با توجه به شکل مختصات نقاط <math>B</math> و <math>C</math> را بیابید.</p> 	۱۴۶
شهریور ۱۴۰۰	۰.۲۵	<p>جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید.                      شیب خط مماس بر منحنی <math>y = 1 - 5x^2 - 2x</math> در نقطه ای به طول ۲- واقع بر آن برابر ..... است.</p>	۱۴۷

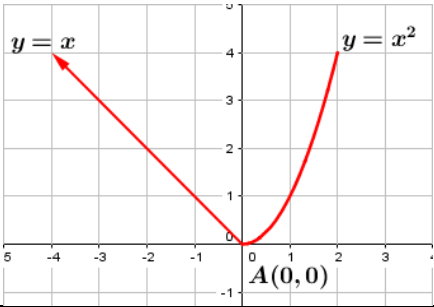
۱۴۰۰ خرداد	۱/۵	معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = x^3 - 2x$ را در نقطه $A(1, F(1))$ به دست آورید.	۱۴۸
۱۴۰۰ خرداد	۰/۷۵	<p>با توجه به نمودار <math>f</math> به سوالات زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف: طول نقطه ای که مشتق در آن صفر است را بنویسید.</p> <p>ب: طول نقطه "گوشه ای" را بنویسید.</p> <p>پ: طول نقطه ای که در آن مقدار تابع و شیب خط هر دو منفی است، را بنویسید.</p> 	۱۴۹
۹۸ دی	۱	<p>در شکل روبرو نمودار تابع <math>f(x)</math> و خط مماس بر منحنی آن در نقطه <math>x = 2</math> داده شده است.</p> <p>الف: مشتق تابع <math>f(x)</math>، در نقطه <math>x = 2</math> را بیابید.</p> <p>ب: معادله ی خط مماس بر نمودار تابع در نقطه <math>A</math> را بنویسید.</p> 	۱۵۰
شهریور ۹۸	۰/۷۵	<p>با توجه به نمودار داده شده، گزینه ی مناسب را انتخاب کنید.</p> <p>(i) در کدام نقطه، مماس افقی بر نمودار رسم می شود؟ الف: <math>B</math> ب: <math>E</math></p> <p>(ii) شیب خط مماس در نقطه <math>F</math> چه علامتی دارد؟ الف: مثبت ب: منفی</p> <p>(iii) شیب خط مماس بر نمودار، در نقطه <math>D</math> نسبت به نقطه <math>B</math> چگونه است؟ الف: بیشتر ب: کمتر</p> 	۱۵۱

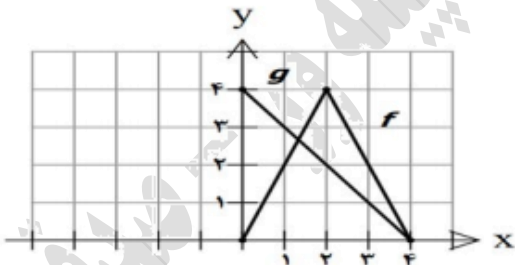
تیر ۹۸	۱	<p>نقاط داده شده روی منحنی زیر را با شیب ارائه شده در جدول نظیر کنید.</p>  <table border="1" data-bbox="1063 262 1291 535"> <thead> <tr> <th>شیب</th> <th>نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۰</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td></td> </tr> <tr> <td>۰/۵</td> <td></td> </tr> <tr> <td>-۰/۵</td> <td></td> </tr> </tbody> </table>	شیب	نقطه	۰		۲		۰/۵		-۰/۵		۱۵۲
شیب	نقطه												
۰													
۲													
۰/۵													
-۰/۵													
تیر ۹۸	۰/۲۵	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.                      مشتق تابع <math>f(x) = \frac{x}{x+1}</math> در نقطه ای به طول ۲ روی منحنی تابع، عدد ..... است.</p>	۱۵۳										
تیر ۹۸	۱	<p>اگر <math>f(x) = x^2 - 3x</math> باشد، با استفاده از تعریف <math>f'(1)</math> را حساب کنید.</p>	۱۵۴										
خرداد ۹۸	۰/۲۵	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را با توجه به شکل داده شده، مشخص کنید.                      در شکل روبرو شیب خطوط مماس در نقاط <math>A, B</math> مثبت است.</p> 	۱۵۵										
خرداد ۹۸	۰/۲۵	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.                      با توجه به شکل روبرو، شیب خط مماس بر منحنی در نقطه ی ..... بزرگتر از شیب خط مماس بر منحنی در نقطه ی <math>B</math> است.</p> 	۱۵۶										

<p>۹۸ خرداد ۹۸</p>	<p>۰/۷۵</p>	<p>نمودار تابع <math>f</math> در شکل روبرو آمده است. با بیان دلیل، مشخص کنید کدام یک از نمودارهای زیر، نمودار مشتق تابع <math>f</math> است.</p>   <p>(الف)</p>  <p>(ب)</p>  <p>(پ)</p>	<p>۱۵۷</p>
<p>۹۷ دی ۹۷</p>	<p>۰/۲۵</p>	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. مشتق تابع <math>f(x) = \sqrt{2x-1}</math> در نقطه ای به طول یک روی منحنی تابع، عدد ..... است.</p>	<p>۱۵۸</p>
<p>۹۷ دی ۹۷</p>	<p>۰/۷۵</p>	<p>با در نظر رفتن نمودار <math>f</math> در شکل، به سئوالات زیر پاسخ دهید. الف: طول نقطه ای که مماس در آن افقی باشد. ب: طول نقطه ای که مشتق در آن مقداری منفی است. پ: طول نقطه ای که تابع در آن مشتق پذیر نیست.</p> 	<p>۱۵۹</p>
<p><b>درس دوم: مشتق پذیری و پیوستگی</b></p>			
<p>۱۴۰۱ شهریور ۱۴۰۱</p>	<p>۱/۵</p>	<p>مشتق پذیری تابع <math>f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 &amp; x \geq 1 \\ 3x - 1 &amp; x &lt; 1 \end{cases}</math> را در <math>x = 1</math> بررسی کنید.</p>	<p>۱۶۰</p>
<p>۱۴۰۱ شهریور ۱۴۰۱</p>	<p>۲/۷۵</p>	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف) <math>f(x) = (4x^2 - 5x)^2(\sqrt{x} + 1)</math> ب) <math>g(x) = \frac{9x+1}{x-x^2}</math> پ) <math>h(x) = \sin(3x^2)</math></p>	<p>۱۶۱</p>
<p>۱۴۰۱ خرداد ۱۴۰۱</p>	<p>۰/۵</p>	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید. الف) اگر تابع <math>f</math> در <math>x = a</math> پیوسته باشد و در این نقطه، مشتق چپ و راست نامتناهی باشد آنگاه <math>f'(a)</math> وجود ندارد.</p>	<p>۱۶۲</p>
<p>۱۴۰۱ خرداد ۱۴۰۱</p>	<p>۱/۵</p>	<p>مشتق پذیری تابع <math>f(x) =  2x - 4 </math> را در <math>x = 2</math> بررسی کنید.</p>	<p>۱۶۳</p>

۱۴۰۱ خرداد	۲/۵	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. ( ساده کردن مشتق الزامی نیست )</p> <p>الف) <math>f(x) = (-3x^2 + x)^5(2x)</math></p> <p>ب) <math>g(x) = 5 \tan x + \sin x^2</math></p> <p>پ) <math>h(x) = \frac{2}{x}</math></p>	۱۶۴
۱۴۰۰ دی	۱/۵	<p>مجانِب های قائم و افقی منحنی تابع <math>f(x) = \frac{x}{x^2-9}</math> را در صورت وجود بیابید.</p>	۱۶۵
۱۴۰۰ دی	۱/۲۵	<p>در تابع <math>f(x) = \begin{cases} x^2 &amp; x &lt; -1 \\ x+2 &amp; x \geq -1 \end{cases}</math> نشان دهید <math>f_+(-1)</math> و <math>f_-(-1)</math> موجودند ولی <math>f'(-1)</math> موجود نیست.</p>	۱۶۶
۱۴۰۰ دی	۲/۲۵	<p>مشتق توابع زیر را به دست آورید. ( ساده کردن الزامی نیست. )</p> <p>الف : <math>f(x) = (x^2 - 6)^3 \left(\frac{1}{4}x + 1\right)</math></p> <p>ب : <math>g(x) = \sin^2(\Delta x)</math></p> <p>پ : <math>h(x) = \frac{\sqrt{x}}{x^2 - 2x + 1}</math></p>	۱۶۷
۱۴۰۰ شهریور	۰/۲۵	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>تابع <math>f(x) = [x]</math> در نقطه <math>x = 0</math> مشتق پذیر است.</p>	۱۶۸
۱۴۰۰ شهریور	۱/۵	<p>مشتق پذیر تابع <math>f(x) = 4x(1 -  x )</math> را در نقطه <math>x = 0</math> بررسی کنید.</p>	۱۶۹
۱۴۰۰ شهریور	۲/۵	<p>مشتق پذیری توابع زیر را بدست آورید. ( ساده کردن مشتق الزامی نیست. )</p> <p>الف : <math>f(x) = \frac{2 \sin^2 x}{x^2 + \sqrt{x}}</math></p> <p>ب : <math>g(x) = 3x(x^2 - 6x)^2 + \cos 2x</math></p>	۱۷۰
۱۴۰۰ خرداد	۰/۲۵	<p>جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>اگر تابع <math>f</math> در <math>x = a</math> مشتق پذیر باشد، آنگاه <math>f</math> در <math>a</math> ..... است.</p>	۱۷۱

۱۴۰۰ خرداد	۱	<p>با محاسبه مشتق راست و مشتق چپ تابع رسم شده مقابل :</p> <p>مشتق پذیری تابع را در نقطه <math>A(1,1)</math> بررسی کنید.</p> 	۱۷۲
۱۴۰۰ خرداد	۲/۵	<p>مشتق پذیری توابع زیر را بدست آورید. ( ساده کردن مشتق الزامی نیست).</p> <p>الف : <math>f(x) = (\sqrt{3x} + 1)(2x^3 - 1)</math></p> <p>ب : <math>g(x) = 3\tan^x x + \cos x^x</math></p> <p>پ : <math>h(x) = \frac{x^2 - 3x}{\Delta x}</math></p>	۱۷۳
۹۹ دی	۰/۵	<p>درست یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید.</p> <p>اگر خط <math>x = a</math> مماس قائم بر منحنی تابع <math>f(x)</math> در نقطه <math>(a, f(a))</math> باشد آنگاه <math>f'(a)</math> موجود است.</p>	۱۷۴
۹۹ دی	۱/۵	<p>مشتق پذیری تابع <math>f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 &amp; x \geq 1 \\ 2x &amp; x &lt; 1 \end{cases}</math> را در نقطه <math>x = 1</math> بررسی کنید.</p>	۱۷۵
۹۹ دی	۲	<p>مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف : <math>f(x) = (4x^3 - 7)(2x - 1)^4</math></p> <p>ب : <math>g(x) = \frac{1 - \sin x}{\cos x}</math></p>	۱۷۶
۹۹ شهریور	۰/۲۵	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.</p> <p>خط <math>x = 1</math> مماس قائم منحنی <math>f(x) = \sqrt{x}</math> است.</p>	۱۷۷
۹۹ شهریور	۳	<p>مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)</p> <p>الف : <math>f(x) = (\sqrt{3x + 2})(x^3 + 1)</math></p> <p>ب : <math>g(x) = (x^2 + 3x + 1)^y</math></p> <p>پ : <math>h(x) = \frac{x^2 - 5x + 7}{-2x + 9}</math></p>	۱۷۸
۹۹ شهریور	۱	<p>اگر <math>f(x) = \sin^x x - \cos 2x</math> مقدار <math>f''(\frac{\pi}{6})</math> را حساب کنید.</p>	۱۷۹

خرداد ۹۹ خ	۱/۵	با استفاده از تعریف مشتق، معادله خط مماس بر منحنی تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ را در نقطه ی $x = 3$ به دست آورید.	۱۸۰
خرداد ۹۹ خ	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. تابع $f(x) =  x $ در نقطه ی $x = 0$ مشتق پذیر نیست.	۱۸۱
خرداد ۹۹ خ	۰/۲۵	جای خالی را کامل کنید. خط $x = 1$ بر منحنی $f(x) = \sqrt[3]{x-1}$ ، ..... است.	۱۸۲
خرداد ۹۹ خارج	۱/۵	با محاسبه مشتق چپ و راست در نقطه ی $A$ نشان دهید که تابع در نقطه ی $A$ مشتق پذیر نیست. 	۱۸۳
خرداد ۹۹ خ	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر تابع $f$ در $x = a$ پیوسته باشد، آنگاه در این نقطه مشتق پذیر است.	۱۸۴
خرداد ۹۹ خ	۱	تابع $f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 1 \\ x^3 - 2x & x \leq 1 \end{cases}$ در $x = 1$ مشتق پذیر است. حاصل $a, b$ را به دست آورید.	۱۸۵
خرداد ۹۹ خ	۱	اگر توابع $g$ و $f$ مشتق پذیر باشند و $g'(1) = 5$ و $f'(1) = 3$ مقادیر $(3f + 2g)'(1)$ را به دست آورید.	۱۸۶
خرداد ۹۹ خ	۲/۲۵	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف: $f(x) = (x^2 + 1)^3(5x - 1)$ ب: $f(x) = \frac{\Delta \cos x}{1 - \sin x}$	۱۸۷
خرداد ۹۹ خ	۲	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف: $f(x) = 2\sqrt{x}(5x^2 - 3x)$ ب: $g(x) = \sin 3x + \cos^2(4x^3 - 2)$	۱۸۸
خرداد ۹۹ خ	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر تابع $f$ در $x = a$ پیوسته نباشد، آنگاه $f$ در $a$ مشتق پذیر هم نیست.	۱۸۹

۹۹ خرداد	۲	مشتق پذیری تابع $f(x) =  x^2 - 1 $ را در $x = 1$ بررسی کنید.	۱۹۰
۹۹ خرداد	۰/۲۵	در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. اگر $g(1) = 5$ و $f'(1) = 3$ در این صورت $(3f + 2g)'(1)$ برابر با ..... است.	۱۹۱
۹۹ خرداد	۳	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف: $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 1}{-3x + 2}$ ب: $g(x) = \sqrt{x}(3x^2 + 5)$ پ: $h(x) = \sin^x x + \cos^x x$	۱۹۲
۹۸ دی	۱/۲۵	مشتق پذیری تابع مقابل را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} x^2 + 3 & x \geq 1 \\ 3x + 1 & x < 1 \end{cases}$	۱۹۳
۹۸ دی	۰/۵	در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. اگر $g(2) = 3$ و $f'(2) = -1$ در این صورت $(2f + 3g)'(2)$ برابر با ..... است.	۱۹۴
۹۸ دی	۱	نمودار توابع $f$ و $g$ را در شکل مقابل در نظر بگیرید. اگر $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ باشد، $h'(1)$ را بیابید. 	۱۹۵
۹۸ دی	۱/۷۵	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف: $y = \frac{2x+3}{x^2-2x^3}$ ب: $f(x) = \sin^x(2x+1)$	۱۹۶
۹۸ شهریور	۲	مشتق پذیری تابع $f(x) =  x^2 - 4 $ را در $x = 2$ بررسی کنید.	۱۹۷
۹۸ شهریور	۲/۲۵	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف: $y = (2x^3 + \sqrt{x} - 1)^4$ ب: $g(x) = \cos\left(\frac{x}{x^2+1}\right)$	۱۹۸



تیر ۹۸	۰/۷۵	نشان دهید $x = 0$ مماس قائم برای تابع $f(x) = \sqrt[3]{x}$ است.	۱۹۹
تیر ۹۸	۲	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف: $y = \frac{x^2-1}{5x^2-2x+1}$ ب: $g(x) = \sin^2(2x+1)$	۲۰۰
تیر ۹۸	۱/۲۵	نمودار تابع زیر را رسم کرده و مشتق پذیری $f$ را روی بازه $[-2, 0]$ بررسی کنید. $f(x) = \begin{cases} 2x+4 & x < -1 \\ x+1 & -1 \leq x < 2 \end{cases}$	۲۰۱
خرداد ۹۸	۱/۷۵	نشان دهید، نقطه $y$ به طول $x = -1$ ، نقطه $y$ گوشه ای برای تابع $f(x) =  x^2 + x $ می باشد.	۲۰۲
خرداد ۹۸	۱/۲۵	قضیه: ثابت کنید اگر تابع $f$ در $x = a$ مشتق پذیر باشد، آنگاه $f$ در $x = a$ پیوسته است.	۲۰۳
خرداد ۹۸	۱/۷۵	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف: $y = \frac{x^2-1}{x^2-2x+1}$ ب: $y = \cos^3(2x)$	۲۰۴
دی ۹۷	۱	مشتق پذیری تابع $f(x) =  x-2 $ را در $x = 2$ بررسی کنید.	۲۰۵
دی ۹۷	۱/۲۵	اگر توابع $f$ و $g$ مشتق پذیر باشند و $g(2) = -3$ ، $g'(2) = 2$ ، $f(2) = 3$ ، $f'(2) = 1$ مقادیر $(f+g)'(2)$ و $(fg)'(2)$ را به دست آورید.	۲۰۶
دی ۹۷	۲	مشتق توابع زیر را بدست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست) الف: $y = \frac{x^2+1}{x^2+2x-5}$ ب: $y = \cos^3(-3x+1)$	۲۰۷
<b>درس سوم: آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه ای تغییر</b>			
شهریور ۱۴۰۱	۱	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = 2t^2 - t + 3$ بر حسب متر است. ( $t$ بر حسب ثانیه است) الف) سرعت متوسط تابع در بازه $[0, 3]$ را به دست آورید. ب) سرعت لحظه ای تابع را در $t = 4$ به دست آورید.	۲۰۸

۱۴۰۱ خرداد	۱	اگر سرعت متوسط یک متحرک در یک بازه برابر ۲ متر بر ثانیه باشد و معادله حرکت متحرک به صورت $f(t) = t^3 - t$ بر حسب متر باشد. در کدام لحظه، سرعت لحظه‌ای متحرک برابر سرعت متوسط آن است.	۲۰۹
۱۴۰۰ دی	۱	دوچرخه سواری طبق معادله $d(t) = \frac{1}{3}t^3 + 10t$ حرکت می‌کند. که در آن $0 \leq t \leq 6$ بر حسب ثانیه است. سرعت لحظه‌ای در $t = 2$ چقدر است؟	۲۱۰
۱۴۰۰ شهریور	۱/۵	تابعی با ضابطه $f(t) = \frac{240}{t}$ مفروض است. آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $f$ در لحظه $t = 4$ از آهنگ متوسط تغییر تابع $f$ از لحظه $t = 3$ تا $t = 5$ چه مقدار بیشتر است؟	۲۱۱
۱۴۰۰ خرداد	۱	جسمی را از سطح زمین به طور عمودی پرتاب می‌کنیم. جهت حرکت به طرف بالا را مثبت در نظر می‌گیریم. فرض کنید ارتفاع این جسم از سطح زمین در هر لحظه از معادله $h(t) = -5t^2 + 40t$ به دست می‌آید. مطلوبست: الف: سرعت متوسط در بازه $[1, 2]$ ب: سرعت لحظه‌ای در زمان $t = 3$	۲۱۲
۹۹ دی	۱	جسمی از سطح زمین به طور عمودی پرتاب شده است، که معادله ارتفاع آن از سطح زمین به صورت $f(t) = -2t^2 + 10t$ می‌باشد، سرعت لحظه‌ای این جسم را در $t = 2$ به دست آورید.	۲۱۳
۹۹ شهریور	۰/۵	در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. سرعت لحظه‌ای در $t = 9$ برای متحرک با معادله حرکت $f(t) = \sqrt{t}$ برابر ..... است.	۲۱۴
۹۹ خرداد خارج	۱/۲۵	یک توده باکتری پس از $t$ ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + t^2$ گرم است. الف: جرم این توده باکتری در بازه زمانی $3 \leq t \leq 4$ به چه سرعتی افزایش می‌یابد؟ ب: آهنگ رشد جرم توده باکتری در لحظه $t = 9$ چقدر است؟	۲۱۵
۹۹ خرداد خ	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. آهنگ متوسط تغییر با شیب قاطع و آهنگ لحظه‌ای تغییر با شیب خط مماس در آن نقطه برابرند.	۲۱۶
۹۹ خرداد خ	۰/۲۵	در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع $g(x) = 2 \sin 2x$ نسبت به $x$ در $x = \frac{\pi}{4}$ برابر ..... است.	۲۱۷
۹۹ خرداد	۱/۵	معادله متحرکی به صورت $f(t) = t^2 - t + 10$ بر حسب متر در بازه زمانی $[0, 5]$ بر حسب ثانیه داده شده است. در کدام لحظه سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه زمانی $[0, 5]$ برابر است؟	۲۱۸

دی ۹۸	۰/۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. سرعت لحظه ای در $t = ۲$ برای متحرکی با معادله ی حرکت $f(t) = t^2 + ۳t$ برابر ۷ است.	۲۱۹
شهریور ۹۸	۱	آهنگ تغییر لحظه ای تابع $f(x) = ۲x^2 + ۵x + ۱$ در نقطه ی $x = ۲$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه ای آن در $x = ۱$ - است؟	۲۲۰
تیر ۹۸	۰/۷۵	یک توده باکتری پس از $t$ ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + ۲t^2$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده ی باکتری در لحظه ی $t = ۴$ چقدر است؟	۲۲۱
خرداد ۹۸	۱	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x^3 - ۲x$ را در بازه ی $[۰, ۲]$ و آهنگ تغییر لحظه ای تابع $f$ را در $x = ۱$ محاسبه کنید.	۲۲۲
دی ۹۷	۰/۷۵	یک توده باکتری پس از $t$ ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + t^2$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده ی باکتری در لحظه ی $t = ۹$ چقدر است؟	۲۲۳

## فصل ۵: کاربردهای مشتق

### درس اول: اکستریم های یک تابع و توابع صعودی و نزولی

شهریور ۱۴۰۱	۰/۲۵	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. اگر $f$ یک تابع و $I \subseteq D_f$ یک همسایگی از نقطه $c$ باشد که به ازای هر $x$ متعلق به $I$ داشته باشیم $f(x) \leq f(c)$ ، در این صورت $f(c)$ را یک ..... تابع $f$ می نامیم.	۲۲۴
شهریور ۱۴۰۱	۱	ضرایب $a$ و $b$ را در تابع $f(x) = x^3 + ax - b$ طوری پیدا کنید که نقطه $(۱, ۲)$ اکستریم نسبی تابع باشد.	۲۲۵
خرداد ۱۴۰۱		درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. هر نقطه بحرانی تابع $f(x)$ ، یک نقطه اکستریم تابع $f(x)$ است.	۲۲۶
خرداد ۱۴۰۱		جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. اگر برای هر $x$ در بازه $I$ ؛ $f''(x) > 0$ ، آنگاه نمودار $f(x)$ در این بازه تقعر رو به ..... دارد.	۲۲۷

۱/۵	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \infty$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 2x - 3} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-3)(x-1)}{(x-3)(x+1)} = \frac{1}{2}$ <p>طبق تعریف خط <math>x = -1</math> مجانب قائم منحنی <math>f</math> است ولی خط <math>x = 3</math> مجانب قائم تابع نمی باشد.</p>	۱۴۱
۱/۵	<p>الف: <math>\lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2x+1}{4-x^2} = \frac{5}{-} = -\infty</math></p> <p>ب: <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5 + 3x^3 + 1}{-3x^5 + 2x^2 + 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4x^5}{-3x^5} = -\frac{4}{3}</math></p>	۱۴۲
۱/۵	<p>مجانب قائم <math>x^3 - 1 = 0 \Rightarrow x = 1</math></p> <p>مجانب افقی <math>\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^3 - 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{x^3} = 0 \quad y = 0</math></p>	۱۴۳

## فصل ۴ : مشتق

### درس اول : آشنایی با مفهوم مشتق

۰/۷۵	<p>مشابه تمرین صفحه ۸۲</p> <p>الف) <math>b</math>      ب) <math>d</math>      پ) <math>e</math></p>	۱۴۴
۱/۵	<p>(مشابه تمرین ۱ صفحه ۸۱ کتاب)</p> <p><math>x^3 - 8 = 0 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow (2, 0)</math>  <math>f'(x) = 3x^2 \Rightarrow m = f'(2) = 12</math>  <math>y - 0 = 12(x - 2) \Rightarrow y = 12x - 24</math></p>	۱۴۵
۱	<p>(تمرین ۸ صفحه ۸۳ کتاب)</p> <p><math>A(\xi, 20) \Rightarrow 1/0 = \frac{y_B - 20}{\xi - 4} \quad (0/0)</math></p> <p><math>B(0, 26/0) \quad (0/20) \quad , \quad C(3, 23/0) \quad (0/20)</math></p>	۱۴۶
۰/۲۵		۱۸      ۱۴۷

۱/۵	$f' = 3x^2 - 2 \Rightarrow f'(1) = 1, f(1) = -1 \Rightarrow y = x - 2$	۱۴۸										
۰/۷۵		الف : $x = b$ ب : $x = d$ پ : $x = c$										
۱	الف : $A(2,3) \quad B(0,1) \Rightarrow m = f'(2) = \frac{3-1}{2-0} = 1$ ب : $y - 3 = 1(x - 2) \Rightarrow y = x + 1$	۱۵۰										
۰/۷۵		ب (i)      الف (ii)      ب (iii)										
۱		۱۵۲										
		<table border="1"> <thead> <tr> <th>شیب</th> <th>نقطه</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>۰</td> <td>D</td> </tr> <tr> <td>۲</td> <td>C</td> </tr> <tr> <td>۰/۵</td> <td>B</td> </tr> <tr> <td>-۰/۵</td> <td>A</td> </tr> </tbody> </table>	شیب	نقطه	۰	D	۲	C	۰/۵	B	-۰/۵	A
شیب	نقطه											
۰	D											
۲	C											
۰/۵	B											
-۰/۵	A											
۰/۲۵		$\frac{1}{9}$ ۱۵۳										
۱	$f'(\cdot) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x^2 - 3x + 2) - (0)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x - 2)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} x - 2 = -1$	۱۵۴										
۰/۲۵		نادرست      ۱۵۵										
۰/۲۵		A      ۱۵۶										
۰/۷۵		نمودار (ب) ، سهمی نمودار داده شده رو به پایین است . پس ضریب $x^2$ منفی است . پس در مشتق تابع ضریب $x$ منفی خواهد بود . در نتیجه نمودار مشتق ، خطی با شیب منفی است.										
۰/۲۵		۱      ۱۵۸										
۰/۷۵		الف : a      ب : d      پ : b      ۱۵۹										

## درس دوم: مشتق پذیری و پیوستگی

۱/۵	<p style="text-align: right;">مشابه تمرین ۶ صفحه ۱۰۰</p> <p style="text-align: right;">تابع در <math>x = 1</math> پیوسته است.</p> $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 + 1 - 2}{x - 1} = 2, \quad f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x - 1 - 2}{x - 1} = 3$ <p style="text-align: center;"><math>f'_+(1) \neq f'_-(1)</math> پس تابع در <math>x = 1</math> مشتق پذیر نمی باشد.</p>	۱۶۰
۲/۷۵	<p style="text-align: right;">مشابه تمرین صفحه ۱۰۱</p> <p>الف) <math>f'(x) = 3(4x^2 - 5x)^2(\lambda x - 5)(\sqrt{x} + 1) + \frac{1}{2\sqrt{x}}(4x^2 - 5x)^3</math></p> <p>ب) <math>g'(x) = \frac{9(x-x^2)-(1-2x)(9x+1)}{(x-x^2)^2}</math></p> <p>پ) <math>h'(x) = 6x \cos(3x^2)</math></p>	۱۶۱
۰/۵	<p style="text-align: right;">درست</p>	۱۶۲
۱/۵	<p style="text-align: right;">(مشابه مثال ۸۶ کتاب)</p> $\left. \begin{aligned} f'_+(2) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ 2x-4 }{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{2(x-2)}{x-2} = 2 \\ f'_-(2) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ 2x-4 }{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-2(x-2)}{x-2} = -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'_+(2) \neq f'_-(2)$ <p style="text-align: right;">تابع در این نقطه مشتق پذیر نمی باشد.</p> <p style="text-align: right;">( در صورت استفاده از تعریف قدر مطلق و استفاده از فرمول برای محاسبه مشتق چپ و راست، بارم به تناسب تقسیم شود . )</p>	۱۶۳
۲/۵	<p style="text-align: right;">(مشابه تمرین صفحه ۱۰۱ کتاب)</p> <p>الف) <math>f'(x) = 5(-6x + 1)(-3x^2 + x)^4(2x) + (2)(-3x^2 + x)^5</math></p> <p>ب) <math>g'(x) = 5(1 + \tan^2 x) + 2x \cos x^2</math></p> <p>پ) <math>h'(x) = \frac{-2}{x^2}</math></p>	۱۶۴
۱/۵	<p style="text-align: right;">(مشابه تمرین ۴ صفحه ۶۹ کتاب)</p> <p>مجانب افقی <math>\lim_{n \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x^2} = \lim_{n \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{n} = 0 \quad (0/20) \Rightarrow y=0 \quad (0/5)</math></p> <p style="text-align: center;">مجانب‌های قائم <math>(0/20) \Rightarrow x = \pm 3 \quad (0/5) \quad x^2 - 9 = 0</math></p>	۱۶۵

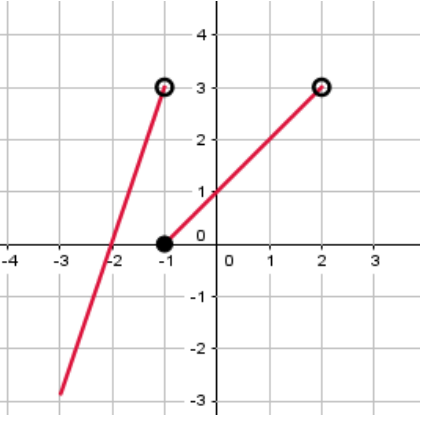
۱/۲۵	<p>(مشابه کار در کلاس صفحه ۸۵ کتاب)</p> $\left. \begin{aligned} f'_+(-1) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^+} \frac{x+2-1}{x+1} = 1 \quad (./\delta) \\ f'_-(-1) &= \lim_{x \rightarrow (-1)^-} \frac{x^2-1}{x+1} = -2 \quad (./\delta) \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'_+(-1) \neq f'_-(-1) \quad (./\delta) \quad f'(-1) \text{ موجود نیست}$ <p>(در صورت استفاده از فرمول بارم به تناسب داده شود.)</p>	۱۶۶
۲/۲۵	<p>الف) <math>f'(x) = 3(2x)(x^2 - 6)^2 \left(\frac{1}{3}x + 1\right) + \frac{1}{3}(x^2 - 6)^3</math></p> <p>ب) <math>g'(x) = 10 \sin^2(\Delta x) \cos(\Delta x)</math></p> <p>پ) <math>h'(x) = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)(x^2 - 2x + 1) - (3x^2 - 2)(\sqrt{x})}{(x^2 - 2x + 1)^2}</math></p> <p>(فرمول‌های مشتق‌گیری از صفحه ۹۲ تا صفحه ۹۷)</p>	۱۶۷
۰/۲۵		۱۶۸
۱/۵	<p><math>f(x) = \begin{cases} 4x - 4x^2 &amp; x \geq 0 \\ 4x + 4x^2 &amp; x &lt; 0 \end{cases}</math></p> <p><math>f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{4x - 4x^2}{x} = 4</math></p> <p><math>\Rightarrow f'_+(\cdot) = f'_-(\cdot)</math></p> <p><math>f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{4x + 4x^2}{x} = 4</math></p> <p>راه حل می‌تواند از طریق بررسی شرط پیوستگی و محاسبه مشتق با فرمول باشد.</p>	۱۶۹
۲/۵	<p>الف) <math>f'(x) = \frac{\left(2 \cos \frac{x}{2}\right)(x^2 + \sqrt{x}) - \left(2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}\right)\left(2 \sin \frac{x}{2}\right)}{(x^2 + \sqrt{x})^2}</math></p> <p>ب) <math>g'(x) = 3 \times (x^2 - 6x)^2 + (3 \times (2x - 6)(x^2 - 6x)^2) \times 3x - 2 \sin 2x</math></p>	۱۷۰
۰/۲۵		۱۷۱

۱	$y = \begin{cases} 1 & x \leq 1 \\ \frac{1}{x} & x > 1 \end{cases} \Rightarrow y' = \begin{cases} 0 & x < 1 \\ -\frac{1}{x^2} & x > 1 \end{cases} \Rightarrow y'_+(1) \neq y'_-(1)$ <p>تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست. پاسخ با استفاده از تعریف مشتق هم مورد قبول است.</p>	۱۷۲
۲/۵	<p>الف : <math>f'(x) = \frac{r}{r\sqrt{rx}}(rx^r - 1) + (\sqrt{rx} + 1)(rx^r)</math></p> <p>ب : <math>g'(x) = \epsilon \tan x(1 + \tan^2 x) + rx(-\sin x^r)</math></p> <p>پ : <math>h'(x) = \frac{(rx-r)(\Delta x) - \Delta(x^r - rx)}{(\Delta x)^2}</math></p>	۱۷۳
۰/۵		نادرست ۱۷۴
۱/۵	<p><math>\lim_{x \rightarrow 1^+} (x^r + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} rx = 2 = f(1)</math> تابع پیوسته است</p> <p><math>f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^r + 1 - 2}{x - 1} = 2</math> , <math>f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{rx - 2}{x - 1} = 2</math></p> <p><math>f'_+(1) = f'_-(1)</math> تابع در این نقطه مشتق پذیر است</p>	۱۷۵
۲	<p>الف : <math>f(x) = (12x^r)(2x - 1)^r + r(2x - 1)^{r-1}(2)(rx^r - 7)</math></p> <p>ب : <math>g(x) = \frac{-\cos x(\cos x) - (-\sin x)(1 - \sin x)}{\cos^2 x}</math></p>	۱۷۶
۰/۲۵		نادرست ۱۷۷
۳	<p>الف : <math>f(x) = \left(\frac{r}{r\sqrt{rx+r}}\right)(x^r + 1) + (rx^r)(\sqrt{rx} + r)</math></p> <p>ب : <math>g(x) = r(2x + 3)(x^r + 3x + 1)^r</math></p> <p>پ : <math>h(x) = \frac{(rx-5)(-2x+9) - (-2)(x^r - \Delta x + 7)}{(-2x+9)^2}</math></p>	۱۷۸
۱	<p><math>f(x) = 2 \sin x \cos x + 2 \sin 2x = \sin 2x + 2 \sin 2x = 3 \sin 2x</math></p> <p><math>f''(x) = 6 \cos 2x</math> , <math>f''\left(\frac{\pi}{6}\right) = 6 \cos 2\left(\frac{\pi}{6}\right) = 6 \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = 6 \times \frac{1}{2} = 3</math></p>	۱۷۹



۱/۵	$f(۳) = \sqrt{۳-۲} = ۱$ $f'(۳) = \lim_{x \rightarrow ۳} \frac{f(x) - f(۳)}{x - ۳} = \lim_{x \rightarrow ۳} \frac{\sqrt{x-۲} - ۱}{x - ۳} = \lim_{x \rightarrow ۳} \frac{\sqrt{x-۲} - ۱}{x - ۳} \times \frac{\sqrt{x-۲} + ۱}{\sqrt{x-۲} + ۱} =$ $\lim_{x \rightarrow ۳} \frac{(x-۲) - ۱}{x - ۳} \times \frac{1}{\sqrt{x-۲} + ۱} = \lim_{x \rightarrow ۳} \frac{x - ۳}{x - ۳} \times \frac{1}{\sqrt{x-۲} + ۱} = \lim_{x \rightarrow ۳} \frac{1}{\sqrt{x-۲} + ۱} = \frac{1}{۲}$ <p><math>m = \frac{1}{۲}</math> شیب خط مماس</p> <p>معادله خط مماس <math>y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y = \frac{1}{۲}x - \frac{1}{۲}</math></p>	۱۸۰
۰/۲۵		درست ۱۸۱
۰/۲۵		مماس قائم ۱۸۲
۱/۵	$f'_+(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} \frac{x^x}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^+} x = \cdot$ $f'_-(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{f(x) - f(\cdot)}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} \frac{x}{x} = \lim_{x \rightarrow \cdot^-} 1 = 1$ <p>چون مشتق چپ و راست تابع برابر نیستند پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.</p>	۱۸۳
۰/۲۵		نادرست ۱۸۴
۱	$f(x) = \begin{cases} ax + b & x > 1 \\ x^x - 2x & x \leq 1 \end{cases} \Rightarrow f(x) = \begin{cases} a & x > 1 \\ 3x^x - 2 & x \leq 1 \end{cases}$ $f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} f'(x) = a, \quad f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f'(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (3x^x - 2) = 1$ $f'_-(1) = f'_+(1) \Rightarrow a = 1, \quad a + b = -1 \Rightarrow b = -2$	۱۸۵
۱	$(3f + 2g)'(1) = 3f'(1) + 2g'(1) = 3 \times 3 + 2 \times 5 = 19$	۱۸۶
۲/۲۵	<p>الف: <math>f(x) = 3(2x)(x^x + 1)^x (\Delta x - 1) + \Delta(x^x + 1)^x</math></p> <p>ب: <math>f'(x) = \frac{-\Delta \sin x (1 - \sin x) - \cos x (\Delta \cos x)}{(1 - \sin x)^x}</math></p>	۱۸۷

۲	الف : $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}(\Delta x^2 - 3x) + 2\sqrt{x}(1 \cdot x - 3)$ ب : $g'(x) = 3 \cos 3x - 2(12x^2) \sin(4x^3 - 2) \cos(4x^3 - 2)$	۱۸۸
۰/۲۵		درست ۱۸۹
۲	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{ x^2 - 1  - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{ x^2 - 1  - 0}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^2 - 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x + 1) = -2$ چون مشتق چپ با مشتق راست برابر نیست پس مشتق پذیر نمی باشد.	۱۹۰
۰/۲۵		۱۹ ۱۹۱
۳	الف : $f'(x) = \frac{(2x-3)(-3x+2) - (-3)(x^2-3x+1)}{(-3x+2)^2}$ ب : $g'(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}(3x^2 + 5) + (6x)\sqrt{x}$ پ : $h'(x) = 3 \cos x \sin^2 x - 2 \sin x \cos x$	۱۹۲
۱/۲۵	$f'_+(1) = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x^2 + 3) - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{(x - 1)(x + 1)}{x - 1} = 2$ $f'_-(1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{(3x + 1) - 4}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3x - 3}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3(x - 1)}{x - 1} = 3$ چون مشتق چپ و راست تابع برابر نیستند پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.	۱۹۳
۰/۵		۷ ۱۹۴
۱	$A(2, 4), B(0, 0) \quad m = f'(1) = \frac{4 - 0}{2 - 0} = 2$ $C(0, 4), D(4, 0) \quad m = g'(1) = \frac{4 - 0}{0 - 4} = -1$ $h'(1) = \frac{f(1)g'(1) - f'(1)g(1)}{g^2(1)} = \frac{2 \times 3 - 2(-1)}{9} = \frac{8}{9}$	۱۹۵

۱/۷۵	الف: $\dot{y} = \frac{2(x^r - 2x^r) - (2x^r - 4x)(2x + 2)}{(x^r - 2x^r)^2}$ ب: $\dot{y} = 3 \times 2 \cos(2x + 1) \sin^r(2x + 1)$	۱۹۶
۲	$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x^r - 4  - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^r - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = 4$ $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x^r - 4  - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^r - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = -4$ چون مشتق چپ و راست تابع برابر نیستند پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.	۱۹۷
۲/۲۵	الف: $\dot{f}(x) = 4 \left( 6x^r + \frac{1}{r\sqrt{x^r}} \right) (2x^r + \sqrt{x} - 1)^r$ ب: $\dot{f}(x) = -\frac{1 \times (x^r + 1) - 2x(x)}{(x + 1)^r} \times \sin\left(\frac{x}{x^r + 1}\right)$	۱۹۸
۰/۷۵	$\dot{f}(\cdot) = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{\sqrt{x} - \cdot}{x - \cdot} = \lim_{x \rightarrow \cdot} \frac{1}{\sqrt{x^r}} = +\infty$	۱۹۹
۲	الف: $\dot{y} = \frac{2x(\Delta x^r - 3x + 1) - x^r(15x^r - 3)}{(\Delta x^r - 3x + 1)^2}$ ب: $\dot{g}(x) = 3 \times 2 \cos(2x + 1) \sin^r(2x + 1)$	۲۰۰
۱/۲۵	تابع $f$ در $x = -1$ پیوسته نیست، پس در این نقطه مشتق پذیر نیست. در نتیجه در بازه $[-2, 0]$ مشتق پذیر نیست. 	۲۰۱

۱/۷۵	<p>تابع <math>f</math> در <math>x = -1</math> پیوسته است.</p> $f(-1) = (-1)^2 + (-1) = 1 - 1 = 0$ $f'_+(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{ x^2 + x  - 0}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{-x(x + 1)}{x + 1} = 1$ $f'_-(-1) = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{ x^2 - x  - 0}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{x(x + 1)}{x + 1} = -1$ <p>چون مشتق چپ و راست تابع برابر نیستند پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.</p>	۲۰۲
۱/۲۵	<p>کافی است نشان دهیم: <math>\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)</math></p> $\lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = \lim_{x \rightarrow a} (x - a) \left( \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right) = \lim_{x \rightarrow a} (x - a) \times \lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \right) =$ $= 0 \times f'(a) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} (f(x) - f(a)) = 0 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$	۲۰۳
۱/۷۵	<p>الف: <math>y' = \frac{2x(x^2 + 2x + 1) - (x^2 - 1)(2x^2 + 2)}{(x^2 + 2x + 1)^2}</math></p> <p>ب: <math>y' = -6 \sin 2x \cos^2 2x</math></p>	۲۰۴
۱	$f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{ x - 2  - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x - 2)}{x - 2} = 1$ $f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{ x - 2  - 0}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x - 2)}{x - 2} = -1$ <p>چون مشتق چپ و راست تابع برابر نیستند پس تابع در این نقطه مشتق پذیر نیست.</p>	۲۰۵
۱/۲۵	$(f + g)'(2) = f'(2) + g'(2) = 1 + 2 = 3$ $(fg)'(2) = f'(2)g(2) + f(2)g'(2) = 1 \times (-2) + 2 \times 2 = -2 + 4 = 2$	۲۰۶
۲	<p>الف: <math>y' = \frac{2x(x^2 + 2x - 5) - (x^2 - 1)(2x^2 + 2)}{(x^2 + 2x - 5)^2}</math></p> <p>ب: <math>y' = -3 \times 2 \cos(-3x + 1)(-\sin(-3x + 1))</math></p>	۲۰۷

## درس سوم: آهنگ متوسط تغییر و آهنگ لحظه ای تغییر

۱	$\frac{f(3)-f(0)}{3-0} = \frac{18-3}{3} = 5$ <p>الف</p> $f'(t) = 4t - 1 \Rightarrow f'(4) = 15$ <p>ب</p>	مشابه تمرین صفحه ۱۱۰	۲۰۸
۱	$f'(t) = 3t^2 - 1 = 2 \Rightarrow 3t^2 = 3 \Rightarrow t = \pm 1 \Rightarrow t = 1$	مشابه تمرین ۴ صفحه ۱۰۹ کتاب)	۲۰۹
۱	$d'(t) = t^2 + 10 \quad (0/0) \Rightarrow d'(2) = 14 \quad (0/0)$	(مشابه تمرین صفحه ۱۱۰ کتاب)	۲۱۰
۱/۵	$\Rightarrow f'(t) = \frac{-240}{t^2} \Rightarrow f'(4) = \frac{-240}{16} = -15$ <p>آهنگ لحظه ای</p> $\Rightarrow \frac{f(5)-f(3)}{5-3} = \frac{48-80}{2} = -16, \quad -15 - (-16) = 1$ <p>آهنگ متوسط</p>		۲۱۱
۱	<p>الف: <math>\frac{h(2)-h(1)}{2-1} = 25</math> سرعت متوسط</p> <p>ب: <math>h'(t) = -10t + 40 \Rightarrow h'(3) = 10</math> سرعت لحظه ای</p>		۲۱۲
۱	$f'(t) = -4t + 10 \Rightarrow f'(2) = -8 + 10 = 2$		۲۱۳
۰/۵		$\frac{1}{6}$	۲۱۴
۱/۲۵	<p>الف: <math>m(t) = \sqrt{t} + t^2 \Rightarrow \begin{cases} m(3) = \sqrt{3} + 3^2 = 9 + \sqrt{3} \\ m(4) = \sqrt{4} + 4^2 = 2 + 16 = 18 \end{cases}</math></p> $\frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{m(4) - m(3)}{4 - 3} = 18 - (9 + \sqrt{3}) = 9 - \sqrt{3}$ <p>ب: <math>m'(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2t \Rightarrow m'(9) = \frac{1}{2\sqrt{9}} + 2 \times 9 = \frac{1}{6} + 18 = \frac{109}{6}</math></p>		۲۱۵
۰/۲۵		درست	۲۱۶
۰/۲۵		-۴	۲۱۷

۱/۵	$f(5) = 5^2 - 5 + 10 = 30$ , $f(0) = 0^2 - 0 + 10 = 10$ $\text{سرعت متوسط} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{30 - 10}{5} = 4$ $\text{سرعت لحظه ای} = f'(t) = 2t - 1 = 4 \Rightarrow t = \frac{5}{2}$	۲۱۸
۰/۵		درست ۲۱۹
۱	$f'(t) = 4x + 5 \Rightarrow f'(-1) = 1$ , $f'(2) = 13$ برابر ۱۳	۲۲۰
۰/۷۵	$m(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 4t \Rightarrow m(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} + 4 \times 4 = \frac{65}{4}$	۲۲۱
۱	$f(x) = x^3 - 2x$ , $f(x2) = 2^3 - 2 \times 2 = 4$ , $f(0) = 0^3 - 2 \times 0 = 0$ $\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{4 - 0}{2} = 2$ $f'(x) = 3x^2 - 2 \Rightarrow f'(1) = 3 \times 1^2 - 2 = 1$	۲۲۲
۰/۷۵	$m(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2t \Rightarrow m(9) = \frac{1}{2\sqrt{9}} + 2 \times 9 = \frac{109}{6}$	۲۲۳

## فصل ۵: کاربردهای مشتق

### درس اول: اکستریم های یک تابع و توابع صعودی و نزولی

۰/۲۵	ماکزیمم نسبی (تعریف صفحه ۱۱۲)	۲۲۴
۱	$f(1) = 2 \Rightarrow a - b = 1$ $f'(x) = 3x^2 + a \Rightarrow 3 + a = 0 \Rightarrow a = -3$ , $b = -4$ $f'(1) = 0$	تمرین ۷ صفحه ۱۲۶ ۲۲۵
۰/۵	نادرست (صفحه ۱۲۴ کتاب)	۲۲۶