

۱. کدام عبارت در تجزیه چندجمله‌ای $9x^3 + 15x^2 - 6x$ وجود ندارد؟

- ۱ x ۲ $3x - 1$ ۳ $3x + 6$ ۴ $3x + 1$

۲. تجزیه عبارت $y^2 - (2x + 1)^2$ به کدام صورت درست است؟

- ۱ $(y - 2x + 1)(y + 2x + 1)$ ۲ $(y + 2x - 1)(y + 2x + 1)$ ۳ $(y - 2x - 1)(y + 2x + 1)$ ۴ $(y - 2x - 1)(y - 2x + 1)$

۳. در جای خالی چه عبارتی قرار گیرد تا حاصل مربع یک دوجمله‌ای شود؟

$$9x^2 + 25x^2y^2 + \dots$$

- ۱ $30x^2y$ ۲ $15x^2y$ ۳ $15xy$ ۴ $30xy$

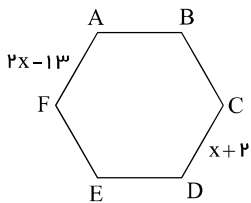
۴. ساده شده عبارت $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$ کدام است؟

- ۱ $x^2 + 5$ ۲ $x^2 - 25$ ۳ $x^2 - 5$ ۴ $x^2 + 25$

۵. در تجزیه عبارت $x(x - 2)(x - 3) - 4x + 8$ کدام عبارت وجود ندارد؟

- ۱ $x - 1$ ۲ $x - 2$ ۳ $x + 1$ ۴ $x - 4$

۶. اگر $ABCDEF$ شش ضلعی منتظم باشد، محیط آن کدام است؟



- ۱ ۹۰ ۲ ۱۰۲ ۳ ۱۱۲ ۴ ۱۳۲

۷. اگر $a > b > 0$, $c > 0$ ، کدام نامساوی همواره صحیح است؟

- ۱ $ac > bc$ ۲ $ac < bc$ ۳ $\frac{1}{ac} < \frac{1}{bc}$ ۴ گزینه‌های ۱ و ۳ صحیح است.

۸. عامل‌های تجزیه شده عبارت $16y^4 - 81x^4$ برابر با کدام گزینه است؟

- ۱ $(2y - 2x)(2y^2 + 2x^2)(2y - 2x)$ ۲ $(x + y)(y^2 - x^2)(x - y)$
 ۳ $(2y + 3x)(4y^2 + 9x^2)(2y - 3x)$ ۴ $(4y^2 + 4x^2)(4y^2 + 4x^2)$

۹. در عبارت مقابل به جای x کدام عدد را نمی‌توان قرار داد؟

$$\sqrt{2x + 10}$$

- ۱ ۵ ۲ ۴ ۳ -۲ ۴ -۶

۱۰. تجزیه شده عبارت $(2x + 3y)^2 - (x - 5y)^2$ کدام گزینه زیر است؟

- ۱ $(3x + 2y)(x - 8y)$ ۲ $(3x - 2y)(8x + y)$ ۳ $(3x + 2y)(8x - y)$ ۴ $(3x - 2y)(x + 8y)$

۱۱. حاصل عبارت $\frac{(a-b)^2}{a^2 - b^2} + \frac{(b^2 - a^2)}{(a+b)^2}$ به ازای $a = 1395$ و $b = 1396$ کدام است؟

- ۱ صفر ۲ ۱ ۳ ۱۳۹۵ ۴ ۱۳۹۶

۱۲. مقدار عددی $3a^2 - b^2 + 2ab$ به ازای $a = -2$ و $b = 3$ کدام است؟

- ۱ ۹ ۲ -۹ ۳ ۷ ۴ -۸

۱۳. درجه‌ی جمله‌ی $5x^2y^3$ نسبت به متغیر x کدام است؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) -۱

۱۴. حاصل عبارت $(x - y)^2$ کدام یک از عبارتهای زیر است؟

- ۱) $x^2 - y^2$ ۲) $x^2 - y^2 + 2xy$ ۳) $x^2 + y^2$ ۴) $x^2 + y^2 - 2xy$

۱۵. استاندارد عبارت $x^8 + 2x^6y^2 + 7x^4y^4 + 3y^2x^6 + y^8x^2$ بر حسب x کدام است؟

- ۱) $x^8 + 7x^4y^4 + 2x^6y^2 + 3xy^2 + x^2y^8$ ۲) $2y^2x^6 + y^8x^2 + 3y^2 + x^8 + 7x^4y^4$
 ۳) $2x^6y^2 + x^8 + 7x^4y^4 + x^2y^8 + 3xy^2$ ۴) $x^8 + 7x^4y^4 + 2x^6y^2 + x^2y^8 + 3xy^2$

۱۶. کدام یک از تساویهای زیر یک اتحاد است؟

- ۱) $x^2 + x = 1$ ۲) $x^2 - x = x(x - 1)$ ۳) $x^2 + x = 0$ ۴) $x^2 + x = x^2$

۱۷. کدام گزینه پاسخ نامعادله مقابل است؟

$-1 + 2x > \frac{2(x - 3)}{5}$

۱) $\{x \in R | x < +\frac{1}{8}\}$ ۲) $\{x | x \in Q, x > -\frac{1}{8}\}$ ۳) $\{x \in R | x > +\frac{1}{8}\}$ ۴) $\{x \in R | x < -\frac{1}{8}\}$

۱۸. کدام یک از عبارتهای زیر یک جمله‌ای نیست؟

- ۱) $-\sqrt{3}x^2$ ۲) \sqrt{y} ۳) πx^2 ۴) $-\frac{3}{4}$

۱۹. درجه‌ی چند جمله‌ای $x^2y - xy$ نسبت به تمام حروف برابر است با: (هرمزگان - خرداد ۹۵)

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۲۰. کدام گزینه یک عبارت یک جمله‌ای است؟ (اردبیل - خرداد ۹۵)

- ۱) $7\sqrt{x}$ ۲) ۵ ۳) $\frac{4}{x}$ ۴) $8y^{-2}$

۲۱. اگر $a\Delta b = a^2 - b^2$ در این صورت $5\Delta 3$ برابر است با:

- ۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۱۶ ۴) ۱۵

۲۲. مقدار عبارت $a^3 - 2ab - b^3$ به ازای $a = -1$ و $b = 2$ برابر است با:

- ۱) -۱۳ ۲) -۱۱ ۳) -۵ ۴) -۳

۲۳. اگر $a = 5b$ و $c = -3a$ باشند، حاصل $2a - b + \frac{3}{5}c$ کدام است؟

- ۱) ۰ ۲) ۹b ۳) ۱۸b ۴) ۱۵b

۲۴. درجه‌ی چندجمله‌ای $3x^2 - 4x + 1$ نسبت به x کدام است؟ (آذربایجان غربی - خرداد ۹۵)

- ۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۲۵. عبارت مقابل دارای چند جمله است؟

$\pi a^2 b^3 - a^2 b^3 + \frac{1}{2} b^3 a^2$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۶. حاصل عبارت $X(X - 1)(X + 3)(X - 4) + 36$ کدام گزینه است؟

- ۱) $(X^2 - X - 6)^2$ ۲) $(X + 1)^4$ ۳) $(X^2 - 6X + 1)^2$ ۴) $(X^2 + 1)^2$

۲۷. مقدار عددی عبارت $x^2 - y^2 - (y^2 - x^2)$ به ازای $y = -2$ و $x = \sqrt{3}$ کدام است؟ (لرستان - خرداد ۹۵)

- ۱) ۰ ۲) ۱ ۳) -۲ ۴) ۹

۲۸. اگر $a = 2 - \sqrt{3}$ و $b = 2 + \sqrt{3}$ باشد، مقدار عددی عبارت $a^2 + b^2 - 2ab$ کدام است؟

- ۱) ۰ ۲) ۴ ۳) ۱۲ ۴) $4\sqrt{3}$

۲۹. حاصل عبارت جبری $(a + 2)(a - 3) - (a - 1)^2$ کدام است؟

- ۱) $a - 5$ ۲) $2a - 5$ ۳) $a - 7$ ۴) $2a - 7$

۳۰. اگر $xy = 5$ و $x - y = 2$ ، آنگاه حاصل $\frac{4xy}{x^2 + y^2}$ برابر است با:

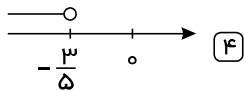
- ۱) $\frac{10}{7}$ ۲) $\frac{11}{7}$ ۳) $\frac{11}{6}$ ۴) $\frac{10}{6}$

۳۱. اگر $x^2 + 3x + 2 = 0$ ، حاصل $(x - 1)(x + 4)$ کدام است؟

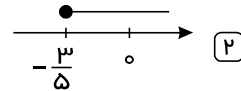
- ۱) صفر ۲) ۶ ۳) -۶ ۴) ۲

۳۲. مجموعه جواب نامعادلهٔ روبه‌رو کدام است؟

$$\frac{x}{2} - 3 \geq 3x - \frac{4}{2}$$



۱) $\{x | x \in \mathbb{Z}, x \leq \frac{3}{5}\}$ ۲) $\{x | x \in \mathbb{R}, x \leq -\frac{3}{5}\}$



۳) $\{x | x \in \mathbb{Z}, x \leq \frac{3}{5}\}$ ۴) $\{x | x \in \mathbb{R}, x \leq -\frac{3}{5}\}$

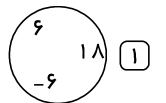
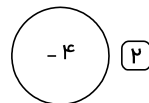
۳۳. اگر $a + \frac{1}{a} = 3$ باشد حاصل $a^4 + \frac{1}{a^4}$ کدام است؟

- ۱) ۸۱ ۲) ۴۹ ۳) ۴۷ ۴) ۵۱

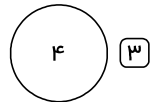
۳۴. با توجه به عبارت $2a - 3b = 1$ ، حاصل $8a^2 - 24ab + 18b^2$ کدام گزینه است؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۸

۳۵. نمودار ون مربوط به عبارت «جواب‌های معادله‌ی $6x + 18 = -6$ » کدام است؟



۴) این عبارت مجموعه نیست و نمی‌توان آن را با نمودار ون نمایش داد.



۳۶. اگر $(a + b)^2 = 121$ و $a^2 + b^2 = 61$ باشد، مقدار $a^2 b^2$ برابر است با:

- ۱) ۶۰ ۲) ۳۶۰۰ ۳) ۹۰۰ ۴) ۳۰

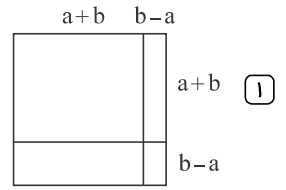
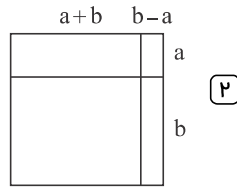
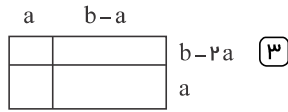
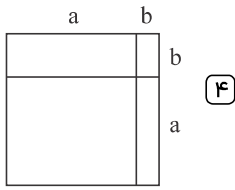
۳۷. حاصل عبارت $(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2) + 8y^3$ به‌ازای $x = \frac{3}{2}$ و $y = \sqrt{7}$ برابر است با:

- ۱) ۲,۶۲۵ ۲) ۳,۳۷۵ ۳) ۲,۸۷۵ ۴) ۳,۱۲۵

۳۸. کدام یک از عبارات زیر چند جمله‌ای نیست؟

- ۱) $x^2 - 2xy + y^2$ ۲) $\sqrt{4y} - y^2$ ۳) $\frac{4}{y} - y^2$ ۴) $\frac{x+1}{3}$

۳۹. کدام شکل نمایش هندسی عبارت $a^2 + b^2 + 2ab$ را مشخص می کند؟



۴۰. حاصل عبارت مقابل برابر است با:

$$(1 + x^3)(1 - x^2)$$

(۴) $-x^6 + x^3 - x^{25} + 1$

(۳) $-x^5 + x^3 - x^2 + 1$

(۲) $1 - x^6$

(۱) $1 - x^5$

۴۱. حاصل $(x^2 - 10x + 25)(x^2 + 10x + 25)$ برابر است با:

(۴) $(x^2 - 25)$

(۳) $(25 - x^2)^2$

(۲) $(25 - x^2)$

(۱) $5^2 + x^4$

۴۲. مجموعه جواب نامعادله‌ی زیر چند عضو حسابی دارد؟

$$\frac{x-3}{5} + 2 \geq \frac{x}{2}$$

(۴) ۳

(۳) ۴

(۲) ۵

(۱) بی‌شمار

۴۳. درجهٔ چندجمله‌ای $(x^2 + 4x - 1)^3 (x^5 - 6)^2$ چند است؟

(۴) ۳۷

(۳) ۲۷

(۲) ۱۶

(۱) ۱۰

۴۴. اگر $x^2 - x^{-2} = 6$ باشد، حاصل $x^4 + x^{-4}$ کدام است؟

(۴) ۳۸

(۳) ۳۶

(۲) ۳۴

(۱) ۱۲

۴۵. ساده شدهٔ عبارت روبه‌رو در کدام گزینه آمده است؟

$$(\sqrt{3} + x^2)(x^2 - \sqrt{3})(4 + x^4) = ?$$

(۴) $x^8 + x^4 - 12$

(۳) $x^4 + x^2 - 12$

(۲) $x^6 + x^2 - 12$

(۱) $x^6 + x^4 - 12$

۴۶. اگر $A = x - 3$ و $B = x + 3$ باشد، حاصل $AB + 3$ کدام است؟

(۴) $x^2 + 3$

(۳) $x^2 - 3x + 9$

(۲) $x^2 + 6$

(۱) $x^2 - 6$

۴۷. کدام یک از اعداد زیر، عضو مجموعهٔ جواب نامعادلهٔ مقابل است؟

$$\frac{1-x}{3} \leq \frac{5}{2}(x-1)$$

(۴) $-\frac{2}{5}$

(۳) $\frac{2}{5}$

(۲) $-\sqrt{6}$

(۱) $\sqrt{6}$

۴۸. اگر $x^2 = 3$ باشد مقدار عبارت $[x^2(x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7}) - x^2]$ برابر است با:

(۴) -۱۲

(۳) -۱۵

(۲) -۱۸

(۱) -۲۱

۴۹. اگر $(x-1)(x^3 + bx^2 + ax - 2) = x^4 - 3x + 2$ باشد، $a + b$ کدام است؟

(۴) ۱

(۳) -۲

(۲) ۲

(۱) صفر

۵۰. حاصل $(1 + x^3)(1 - x^5)$ برابر است با:

(۴) $1 - x^3 + x^5 - x^8$

(۳) $1 - x^8 + x^5 - x^8$

(۲) $1 - x^8$

(۱) $1 - x^{15}$

۵۱. اگر $\sqrt{a} - \sqrt{b} = 3$ و $ab = 1$ باشد، حاصل $a + b$ کدام است؟

- ۱۱ (۱) ۸ (۲) ۳ (۳) $\sqrt{8}$ (۴)

۵۲. حاصل ضرب معکوس کسره‌های $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{1391}{1392}, \frac{1392}{1393}$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{1}{1393}$ (۲) ۱۳۹۳ (۳) 1393^2 (۴)

۵۳. اگر $a + b = 9$ و $a(a + 2b) = 56$ آنگاه مقدار a ، کدام گزینه می‌تواند باشد؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

۵۴. اگر x تقسیم بر y مساوی $\frac{4}{5}$ و y تقسیم بر z مساوی $\frac{3}{10}$ باشد، x تقسیم بر z برابر با کدام است؟

- $\frac{6}{25}$ (۱) $\frac{8}{3}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{25}{6}$ (۴)

۵۵. حاصل عبارت $x^5 y^4 + x^4 y^5$ به‌ازای $x = 2 + \sqrt{3}$ و $y = 2 - \sqrt{3}$ کدام است؟

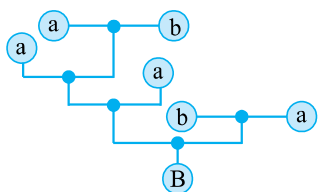
- $2\sqrt{3}$ (۱) $-2\sqrt{3}$ (۲) ۴ (۳) -۴ (۴)

۵۶. اگر به‌ازای هر x داشته باشیم: $x^4 + 4 = x^4 + dx^3 + cx^2 + bx + a$ ، حاصل عبارت $a + 2b + 4c + 8d$ برابر است با:

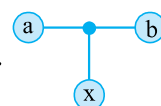
- ۲۰ (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴)

۵۷. حاصل عبارت $(a^{\frac{1}{r}} - a^{-\frac{1}{r}})(a^{\frac{1}{r}} + a^{-\frac{1}{r}})$ برابر است با:

- $a + \frac{1}{a}$ (۱) $a - \frac{1}{a}$ (۲) $a^{\frac{1}{r}} - a^{-1}$ (۳) $a^{-\frac{1}{r}} - a$ (۴)



۵۸. تساوی $x = a - b$ برقرار باشد، عبارت B در نمودار روبه‌رو کدام است؟



- صفر (۱) $b - a$ (۲) $2b - a$ (۳) $2b$ (۴)

۵۹. به‌جای x چند مقدار صحیح مختلف می‌توان قرار داد تا مقدار عددی عبارت $(x^2 - 1)(x^2 - 2)(x^2 - 4)$ برابر با صفر شود؟

- یک (۱) دو (۲) چهار (۳) شش (۴)

۶۰. مقدار m چقدر باشد که $2x^4 + 7x^3$ و $(n - 2)x^4 + (n - m + 2)x^3$ باهم متحد باشند؟

- ۱۱ (۱) -۱ (۲) +۱ (۳) +۱۱ (۴)

۶۱. اگر $x - y = 3$ و $xy = 10$ باشند، در این صورت حاصل عبارت $x^2 + y^2 - 10$ کدام گزینه است؟

- ۲۹ (۱) ۱۹ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴)

۶۲. اگر $A = xy + 2x + 3y + 1$ باشد، حاصل عبارت $2A^2 + 20A + 50$ کدام است؟

- $\frac{(x+3)(y+2)}{2}$ (۱) $(x+2)(y+3)$ (۲) $2[(x+3)(y+2)]^2$ (۳) $4[(x+2)(y+3)]^2$ (۴)

۶۳. اگر $(2x + m)(x + 4) = 2x^2 + bx - 12$ باشد، حاصل $m + b$ کدام است؟

- ۳ (۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۱۱ (۴)

۶۴. حداکثر چند عدد اول، متعلق به مجموعه جواب نامعادله $4 - \frac{x+1}{2} \geq 1$ هستند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۶۵. اگر $a^2 - a + 1 = 0$ باشد، آنگاه حاصل a^5 کدام است؟

- ۱ - a (۱) ۱ - a (۲) a (۳) -a (۴)

۶۶. کدام یک از اعداد زیر به مجموعه جواب نامعادله $(x-2) + 2(x-2)^2 \leq 2x(x-3) + 3$ تعلق ندارد؟

- ۳ (۱) $1 + \sqrt{3}$ (۲) $5 - \sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{17}$ (۴)

۶۷. اگر $a \neq b$ ، $a^2 - b^2 = 25k^2$ و $a + b = k$ باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- $-\frac{13}{12}$ (۱) $\frac{13}{12}$ (۲) $\frac{12}{13}$ (۳) $-\frac{12}{13}$ (۴)

۶۸. اگر $a^2 + b^2 = 4ab$ باشد، حاصل $\frac{(a-b)^6}{(a+b)^6}$ برابر است با:

- $\frac{1}{81}$ (۱) $\frac{1}{27}$ (۲) $\frac{2}{27}$ (۳) $\frac{8}{27}$ (۴)

۶۹. p و v با رابطه $pv^2 = 4$ به هم مربوط اند. اگر v دو برابر شود، p چند برابر می شود؟

- ۴ (۱) ۱۶ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{16}$ (۴)

۷۰. ساده شده عبارت $2m(m-n) - (m-n)(m+n) - (m+n)^2$ کدام است؟

- $-2mn$ (۱) صفر (۲) $-4mn$ (۳) $-mn$ (۴)

۷۱. کدام گزینه با جمله $5ab^2$ متشابه است؟ (فارس - خرداد ۹۵)

- $5ab$ (۱) $5a^2b^2$ (۲) $-b^2a$ (۳) $-5ab$ (۴)

۷۲. کدام یک از تساوی های زیر اتحاد است؟

- $2x = x$ (۱) $x + x = 2x$ (۲) $\sqrt{x^2} = x$ (۳) $x + 1 = 2$ (۴)

۷۳. مقدار عددی عبارت A به ازای $a = 0.2$ ، $b = -0.2$ و $c = -2$ کدام است؟

$$A = (a^2 + b^2 - c^2) - 3(a^2 - b^2 + c^2) + 2(a^2 - 2b^2 - c^2)$$

- ۱۶ (۱) -۱۶ (۲) ۲۴ (۳) -۲۴ (۴)

۷۴. کدام عامل در تجزیه عبارت جبری پایین وجود دارد؟

$$2(2x-3)(2x-5)(x-2) + 990$$

- $x-2$ (۱) $x+2$ (۲) $x-3$ (۳) $x+3$ (۴)

۷۵. حاصل عبارت $(2x^2 - \sqrt{7})(2x^2 + \sqrt{7})(4x^2 + 5)$ کدام گزینه زیر است؟

- $x^6 + 3x^2 + 12$ (۱) $16x^6 + 3x^2 - 12$ (۲) $4x^4 - 2x^2 - 35$ (۳) $16x^4 - 8x^2 - 35$ (۴)

۷۶. در تجزیه عبارت $x^2y^2 - z^2 - 4xy + 4$ کدام عامل دیده می شود؟

- $(xy+z)$ (۱) $(xy+z-2)$ (۲) $(xy-z)$ (۳) $(xy+z+2)$ (۴)

۷۷. کدام یک از اعداد زیر، عضو مجموعه جواب نامعادلهٔ زیر نیست؟

$$\frac{x+3}{2} \leq -\frac{2}{3}(x+6)$$

۱) -۵

۲) $-\sqrt{27}$

۳) $-\frac{37}{7}$

۴) $-\frac{65}{14}$

۷۸. حسن همانقدر از علی کوتاهتر است که حسین از حسن کوتاهتر است و حسین به همان اندازه از رضا بلندتر است. اگر مجموع قد این ۴ نفر ۷۱۲ سانتی‌متر و قد حسن، ۱۸۰ سانتی‌متر باشد، قد رضا چند سانتی‌متر است؟

۱) ۱۷۰

۲) ۱۷۲

۳) ۱۷۶

۴) ۱۷۸

۷۹. اگر قطر یک مربع برابر $2a - b$ باشد، آنگاه مساحت آن کدام است؟

۱) $2a^2 + \frac{b^2}{2} - 2ab$

۲) $a^2 - \frac{b^2}{4} - \frac{ab}{2}$

۳) $2a^2 + b^2 - 2ab$

۴) $a - \frac{b}{2}$

۸۰. کم‌ترین مقدار عبارت $a^2 + 8a + 20$ کدام است؟

۱) -۴

۲) ۱۴

۳) ۲۰

۴) ۲۴

۸۱. در تجزیهٔ $81x - a^2x$ کدام گزینه وجود ندارد؟

۱) $a - 9$

۲) $x(a^2 + 9)$

۳) $a + 3$

۴) $3 - a$

۸۲. کدام گزینه در تجزیهٔ عبارت $x^2 - 4x + 4 - y^2$ وجود دارد؟

۱) $x - y$

۲) $x + y$

۳) $x + y + 2$

۴) $x - y - 2$

۸۳. از مستطیلی به ابعاد $2x + 7$ و $2x + 4$ مربعی به ضلع $2x + 3$ جدا می‌کنیم مساحت قسمت باقی‌مانده کدام است؟

۱) $10x + 19$

۲) $32x + 28$

۳) $-10x + 19$

۴) $-22x + 28$

۸۴. اگر $A = x^2 + \frac{1}{2}$ و $B = x^2 - \frac{1}{2}$ باشد حاصل $(B - A)(A + B)$ کدام است؟

۱) $2x^2$

۲) $-2x^2$

۳) ۲

۴) -۲

۸۵. مقدار عددی عبارت زیر به ازای $a = 0.2$ ، $b = -0.2$ و $c = -2$ کدام است؟

$$A = (a^2 + b^2 - c^2) - 3(a^2 - b^2 + c^2) + 2(a^2 - 2b^2 - c^2)$$

۱) ۱۶

۲) -۱۶

۳) ۲۴

۴) -۲۴

۸۶. x یک عدد صحیح منفی است. کدام عبارت بزرگترین مقدار را دارد؟

۱) $x + 1$

۲) $2x$

۳) $-2x$

۴) $6x + 2$

۸۷. فرض کنید M مجموعه همه عددهای حقیقی مانند x است که در $4^{2x} < 2^{4x}$ صدق می‌کند M برابر است با:

۱) $0 < x < 1$

۲) $x < 1$

۳) $\mathbb{R} - \{1\}$

۴) $x > 0$

۸۸. اگر $(m+L)^2 + (m-n)^2 + (n+L)^2 = 0$ حاصل $\frac{2L-m}{n}$ کدام است؟

۱) ۱

۲) ۳

۳) -۱

۴) -۳

۸۹. اگر تساوی $(2x-k)(x+k) = 2x^2 + 3x - k^2$ به‌ازای همهٔ مقادیر x برقرار باشد، k کدام است؟

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

۹۰. می‌خواهیم جدول مقابل را طوری پر کنیم که جمع اعداد هر سطر و ستون قطر عددی ثابت باشد در مورد x چه می‌توان گفت

x		
۲		۵
		۷

۱ می‌تواند هر عددی باشد. ۲ تنها می‌تواند صفر باشد. ۳ عددی بزرگ‌تر از ۷ است. ۴ حتماً عددی بین ۵ و ۷ است.

۹۱. اگر $(a-b)^2 = 804$ و $a^2 + b^2 = 622$ ، مقدار ab برابر است با:

۱ +۱۱۶ ۲ -۱۱۶ ۳ +۹۱ ۴ -۹۱

۹۲. مجموع ضرایب چند جمله‌ای $(3x - 2y)(4x + 2y)^2$ برابر است با:

۱ ۱۱ ۲ ۶ ۳ ۴۱ ۴ ۳۶

۹۳. حاصل عبارت $b^2 + a^2$ برابر کدام گزینه زیر است؟

۱ $(a+b)^2 + 2ab$ ۲ $(b+a)^2 - 4ab$ ۳ $(b+a)^2 - 2ab$ ۴ $(b+a)^2 + 4ab$

۹۴. اگر $x < y$ و $xy < 0$ باشد کدام یک از نامساوی‌های زیر همواره صحیح است؟

۱ $x^2 > y^2$ ۲ $x^2 < xy$ ۳ $x^2 > xy^2$ ۴ $xy > y^2$

۹۵. تجزیه عبارت $a^3 - ab^2 + a^2 - b^2$ برابر با کدام گزینه است؟

۱ $(a+1)(a+b)(a-b)$ ۲ $(a-2)(a^2 - b^2)$ ۳ $(a+2)(a^2 + b^2)$ ۴ $(a+1)(a^2 + b^2)$

۹۶. نسبت (ک م م) به (ب م م) دو عبارت $8b(x^2 - 4x + 3)$ و $6b(x^2 - x - 6)$ کدام مورد است؟

۱ $12(x^2 + x - 2)$ ۲ $12(x^2 - 3x + 3)$ ۳ $12(x^2 - 5x + 6)$ ۴ $12(x^2 - 2x + 1)$

۹۷. تجزیه شده عبارت $x^2 + 4xy + 4y^2 - 2x - 4y - 3$ کدام است؟

۱ $(x - 2y - 1)(x - 2y + 3)$ ۲ $(x + 2y + 1)(x + 2y - 3)$ ۳ $(x - 2y + 1)(x - 2y - 3)$ ۴ $(x + 2y - 1)(x + 2y + 3)$

۹۸. اگر $a - 2 > 0$ ، $b + c > 0$ و $c < 0$ باشد، چند مورد از نامساوی‌های زیر حتماً برقرار است؟

۱ $a - 2 + b > 0$ و $ab - 2b > 0$ و $ac - 2c > 0$

۱ یک مورد ۲ دو مورد ۳ سه مورد ۴ هیچ‌کدام

۹۹. مجموعه جواب‌های مشترک نامعادلات $1 - x < 0$ و $2x - 1 > 0$ برابر است با:

۱ $x > \frac{1}{2}$ ۲ $x > 1$ ۳ $x < \frac{1}{2}$ ۴ $\frac{1}{2} < x < 1$

۱۰۰. مقدار عددی عبارت $(a^2 - b^3 - 4c^2) - 2(a^2 + b^3 - 2c^2) - (a^2 - 1)$ به ازای $a = -0.1$ ، $b = -2$ و $c = 1387$ کدام است؟ (روبوکاپ هفتمین دوره)

۱ ۲۴,۹۹ ۲ ۲۴,۹۸ ۳ ۲۴,۰۱ ۴ ۲۴,۱

۱۰۱. اگر $p * q$ معادل $2p^2 + q$ باشد، $2 * 5$ معادل چیست؟

۱ ۱۰ ۲ ۱۳ ۳ ۲۱ ۴ ۸۱

۱۰۲. اگر عمل $*$ چنین تعریف شود $a * b = a^2 - 2b$ در معادله $2 * x = 12$ مقدار x برابر است با:

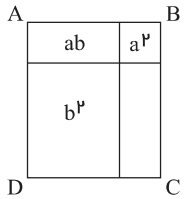
۱ -۱۱ ۲ +۴ ۳ -۴ ۴ ۲

۱۰۳. درجه‌ی یک جمله‌ای $5xy^2z^3$ - نسبت به همه‌ی متغیرهایش برابر است با:

- ۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۱ ۴) ۳

۱۰۴. ب.م.م یا بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک یک جمله‌ای‌های $8ax^2$ و $24axy$ و $18ay^2$ کدام است؟ (آذربایجان غربی - خرداد ۹۵)

- ۱) $2a$ ۲) $8ax$ ۳) $6ay$ ۴) $72ax^2y^2$



۱۰۵. با توجه به مساحت‌های داده شده، مساحت مربع $ABCD$ کدام گزینه است؟

- ۱) $(a+b)^2$ ۲) $a^2 + b^2$ ۳) $2a^2 + b^2$ ۴) $2ab + a^2$

۱۰۶. چند عدد طبیعی وجود دارد که اگر از دو برابر آنها ۵ واحد کم کنیم، حاصل کمتر از ۱۱ می‌شود؟

- ۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۹ ۴) بی‌شمار

۱۰۷. اگر $x^2 - 3x - 15 = 0$ باشد، حاصل $(x-5)(x+2)$ کدام است؟

- ۱) -۵ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۱۷

۱۰۸. کدام یک از گزینه‌های زیر اتحاد است؟

- ۱) $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 4ab$ ۲) $(a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$ ۳) $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 2a^2 + 2b^2$ ۴) $(a-b)(b-a) = -a^2 - b^2$

۱۰۹. جواب مشترک دو نامعادله $\frac{3x+5}{2} - \frac{2x-4}{3} > \frac{1}{2}$ و $\frac{3}{2}x + 2 > 2x - 3$ به کدام صورت است؟

- ۱) $\frac{2}{5} < x < 10$ ۲) $-\frac{22}{5} < x < 10$ ۳) $-4 < x < 10$ ۴) $-4 < x < 7$

۱۱۰. عبارت جبری $4x^2 - 10xy + 4y^2$ ، با کدام گزینه، تشکیل یک اتحاد می‌دهد؟

- ۱) $(2x-2y)^2$ ۲) $(2x-y)(2x+4y)$ ۳) $-(2x+2y)^2$ ۴) $(x-2y)(4x-2y)$

۱۱۱. حاصل $1 + 10001 \times 101 \times 11 \times 9$ با استفاده از اتحادها کدام است؟

- ۱) 10^4 ۲) 10^6 ۳) 10^8 ۴) 10^{10}

۱۱۲. کوچک‌ترین عدد حقیقی x که در نامعادله $x^2 - 2004 \leq 0$ صدق می‌کند، کدام است؟

- ۱) -20004 ۲) 2004 ۳) $\sqrt{2004}$ ۴) $-\sqrt{2004}$

۱۱۳. بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عبارت $x^3 - 4x^2 + 4x$ و $x^3 - 12x$ کدام است؟

- ۱) $x-4$ ۲) $x-2$ ۳) $x^2 - 2x$ ۴) $x^2 - x$

۱۱۴. مجموع ثلث و ربع عددی از مجموع نصف و خمس آن عدد کوچک‌تر است. آن عدد کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

- ۱) $\frac{-1}{24}$ ۲) $\frac{1}{24}$ ۳) صفر ۴) $-\frac{1}{25}$

۱۱۵. اگر $(a-b)^2 + (b-c)^2 = 0$ باشد، حاصل عبارت $\frac{2a}{b+c}$ کدام گزینه است؟

- ۱) ۲ ۲) $-\frac{1}{2}$ ۳) -۱ ۴) ۱

۱۱۶. اگر مجموع دو عدد طبیعی ۹ و حاصل ضرب آنها ۱۴ باشد، مجموع مربعات آنها کدام است؟

- ۱) ۱۰۹ ۲) ۵۳ ۳) ۸۱ ۴) ۷۷

۱۱۷. اگر $x^2 - 6xy + y^2 = 0$ باشد، حاصل عبارت $\left(\frac{x-y}{x+y}\right)^2$ برابر است با:

- ۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۲

۱۱۸. اگر بزرگترین مجموعه جواب نامعادله $2x + m > x - \frac{2}{3}x < 6$ باشد، مقدار m برابر با کدام گزینه زیر است؟

- ۱) -28 ۲) 17 ۳) -14 ۴) 10

۱۱۹. مقدار عبارت $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{2000} \times \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{2000}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{5^{2000}-1}{4}$ ۲) $\frac{5^{2000}+1}{4}$ ۳) 4^{1000} ۴) ۱

۱۲۰. اگر $a + b + c = 7$ و $a^2 + b^2 + c^2 = 11$ ، حاصل $ab + ac + bc$ برابر است با:

- ۱) 57 ۲) 19 ۳) 38 ۴) 36

۱۲۱. در معادله $3^{2t+4} = 2^{(x-1)(x-2)\dots(x-100)}$ اگر $x = 20$ باشد، مقدار t کدام است؟

- ۱) -2 ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) -1

۱۲۲. اگر $xy = 5$ و $yz = 4$ و $xz = 3$ باشد، مقدار $3y^2 + 4x^2 + 5z^2$ کدام گزینه است؟

- ۱) 47 ۲) 37 ۳) 27 ۴) 57

۱۲۳. فرض کنید $a = \sqrt{2005} + \sqrt{1995}$ و $a = \sqrt{2005} - \sqrt{1995}$ کدام عبارت برابر است؟

- ۱) $10 - a$ ۲) $\frac{1}{a}$ ۳) $\frac{10}{a}$ ۴) $\frac{a}{10}$

۱۲۴. مجموع ضرایب عبارت $(3x^2 + x - 3)^{1397} + (3x^3 - x - 2)^{2019}$ کدام است؟

- ۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۲۵. کدام عبارت در تجزیه عبارت $2x^3 + x^2 - 18x - 9$ وجود ندارد؟

- ۱) $x - 3$ ۲) $x + 3$ ۳) $2x + 1$ ۴) x

۱۲۶. کدام یک از گزینه‌های زیر مجموعه جواب نامعادله زیر را نشان می‌دهد؟

$$-3(x-1) \geq 1 - \frac{2x+1}{2}$$

- ۱) $\{x \in \mathbb{R} | x \leq \frac{5}{4}\}$ ۲) $\{x \in \mathbb{R} | x \geq \frac{5}{4}\}$ ۳) $\{x \in \mathbb{R} | x \leq \frac{3}{4}\}$ ۴) $\{x \in \mathbb{R} | x \geq \frac{3}{4}\}$

۱۲۷. اگر $A = x^2 + 2x + 3$ باشد و $B = 2x^2 + 3x - 1$ و $C = 3x^2 - 5x + 4$ آنگاه مقدار $2A + B - C$ کدام است؟

- ۱) $x^2 + 10x - 2$ ۲) $x^2 + 12x - 1$ ۳) $x^2 + 12x + 1$ ۴) $x^2 + 10x + 2$

۱۲۸. اگر $x + y + z = 1$ و $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ ، $x^2 + y^2 + z^2$ برابر است با:

- ۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

۱۲۹. اگر $5x^2 + 7xy = 26$ و $15x + 21y = 13$ باشد، مقدار x برابر چند است؟

- ۱) ۴ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

۱۳۰. عبارت جبری $(x^3 + bx^2) + (4xy + 4by)$ به صورت ضرب دو عبارت جبری کدام است؟

- (۱) $x + b(x^2 + 4y)$ (۲) $(x + b)x^2 + 4y$ (۳) $x(bx^2 + 4y)$ (۴) $(x + b)(x^2 + 4y)$

۱۳۱. اگر $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = 5$ و $\frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a} = 6$ باشد، حاصل $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2}$ چند است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۱۳۲. اگر $x^y, x^2 + x = 1$ کدام است؟ (روبوکاپ - پنجمین دوره)

- (۱) $8x - 13$ (۲) $8x + 13$ (۳) $13x - 8$ (۴) $13x + 8$

۱۳۳. a و b و c عددهایی اول هستند و $a > b > c$. اگر $a + b + c = 78$ و $a - b - c = 40$ ، abc برابر است با:

- (۱) ۵۹۰ (۲) ۱۰۶۳ (۳) ۱۲۳۹ (۴) ۲۰۰۶

۱۳۴. تفاضل ۳۹ از مجذور عددی با مجذور تفاضل ۳ از آن عدد، برابر است. آن عدد چند است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۱۳۵. اگر $x^3 - y^3 = 7$ و $x - y = 1$ ، حاصل $x^2 + y^2$ کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) ۲۵ (۴) -۲۵

۱۳۶. کدام یک از عامل‌های زیر در تجزیه عبارت $(x^2 - 5x + 6) + (x^2 - x - 2)$ وجود دارد؟

- (۱) $x - 1$ (۲) $2x + 2$ (۳) $x + 2$ (۴) $x - 3$

۱۳۷. چند جمله‌ای زیر متحد با صفر است، مقدار d برابر با کدام گزینه است؟

$$(a - 4)x^3 - (a - 3b + 5)x^2 + (4b - 2c)x + c - 3d$$

- (۱) ۴ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۱۳۸. در تجزیه‌ی $4a^4 - 4^3$ کدام عامل وجود ندارد؟

- (۱) $a^2 + 4$ (۲) $a + 2$ (۳) $a - 2$ (۴) $a^2 - a$

۱۳۹. حاصل عبارت $(x - a)(x - b)(x - c) \cdots (x - y)(x - z)$ برابر کدام است؟

- (۱) صفر (۲) $x^{26} - (a + b + \cdots + y + z)$ (۳) $x^{26} - 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 26$ (۴) $x^{26} + (a + b + x + z) - 1 \times 2 \times \cdots \times 26$

۱۴۰. عددهای طبیعی x و y در $2x = 5y$ صدق می‌کنند و یکی از عددهای زیر $x + y$ است. این عدد کدام است؟

- (۱) ۲۰۱۱ (۲) ۲۰۱۰ (۳) ۲۰۰۹ (۴) ۲۰۰۸

۱۴۱. در وسط زمین مستطیل شکلی به ابعاد $2x$ و $x + 3$ حوض دایره‌ای شکل به شعاع $\frac{x}{3}$ ساخته شده است و بقیه زمین چمن کاری شده است.

مساحت ناحیه چمن کاری بر حسب x به صورت $ax^2 + 6x$ می‌باشد. مقدار a برابر کدام گزینه است؟

- (۱) $2 - \frac{\pi}{9}$ (۲) $2 + \frac{\pi}{9}$ (۳) $2 - \frac{\pi}{3}$ (۴) $2 + \frac{\pi}{3}$

۱۴۲. حاصل عبارت مقابل برابر است با: $2^2 - 4^2 + \dots + 14^2 - 16^2 + 18^2 - 20^2$

- (۱) ۵۵ (۲) ۱۱۰ (۳) ۲۲۰ (۴) ۴۴۰



۱۴۳. همی عددی حقیقی نامفی مانند x و y را در نظر بگیرید که حاصل جمعشان ۲ است. اختلاف بیشترین مقدار و کمترین مقدار $x^3 + y^3$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱ (۴)

۱۴۴. با فرض طبیعی بودن x و y حاصل $x^2y^2 + x^2 + y^2 + 1$ کدامیک از اعداد زیر می تواند باشد؟

- ۴۳ (۱) ۸۵ (۲) ۱۱۹ (۳) ۸۳ (۴)

۱۴۵. اگر $A = a^2 - b^2$ و $B = a^2 + b^2$ و $C = ab \neq 0$ ، حاصل عبارت $\frac{A^2 - B^2}{C^2}$ کدام گزینه است؟

- ۴ (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۴ (۴)

۱۴۶. از رابطه $a^2 + 10b^2 - 6ab - 2b + 1 = 0$ مقدار a برابر است با:

- ۳ (۱) -۱ (۲) ۱ (۳) ۳ (۴)

۱۴۷. حاصل عبارت $\sqrt{4 + 94\sqrt{4 + 96\sqrt{4 + 98 \times 102}}}$ کدام است؟

- ۹۴ (۱) ۱۰۰ (۲) ۹۸ (۳) ۹۶ (۴)

۱۴۸. چند جمله ای $25x^2 + 35x + 12$ را به صورت ضرب دو عبارت جبری نوشته ایم. یکی از این عبارتها کدام است؟

- $5x + 4$ (۱) $5x - 3$ (۲) $5x + 6$ (۳) $5x + 2$ (۴)

۱۴۹. به ازای چند عدد طبیعی، نامعادله $2x(x-3) + 2 \geq (x-2) + 2(x-2)^2$ جواب دارد؟

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) بی شمار (۴)

۱۵۰. اگر $a^2 + b^2 = ab$ ، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

- $a + b = 0$ (۱) $a - b = 0$ (۲) $a = \frac{1}{2}b$ (۳) $a = b = 0$ (۴)

۱۵۱. اگر عبارت گویای $\frac{4x+3}{x^2+ax+b}$ به ازای مقادیر $x=1$ و $x=-3$ تعریف نشده باشد، حاصل $a-b$ کدام گزینه است؟

- ۱ (۱) ۵ (۲) -۵ (۳) -۱ (۴)

۱۵۲. کدام گزینه مجموعه جواب نامعادله $1 - \frac{x-1}{2} \leq \frac{x+1}{3}$ را نشان می دهد؟

- $\{x \in \mathbb{R} | -1 \leq x\}$ (۱) $\{x \in \mathbb{R} | x \leq -1\}$ (۲) $\{x \in \mathbb{R} | x \leq -\frac{11}{5}\}$ (۳) $\{x \in \mathbb{R} | -\frac{11}{5} \leq x\}$ (۴)

۱۵۳. کدام یک از دو جمله ی زیر را از عبارت $3x^2 - 15x + 25$ کم کنیم تا عبارت حاصل مربع یک دو جمله ای باشد؟

- $2x^2 - 5x$ (۱) $2x^2 + 5x$ (۲) $-2x^2 - 5x$ (۳) $-2x^2 + 5x$ (۴)

۱۵۴. اگر $x^2 + y = 2$ ، $y + z^2 = 4$ و $z^2 + x^2 = 8$ باشد مقدار عددی $\sqrt{\frac{x^2 + y + z^2}{7}}$ کدام است؟

- ۷ (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۱۵۵. اگر x و y عددهای حقیقی مثبت باشند، کدام یک از مقادیر زیر بزرگترین است؟

- xy (۱) $x^2 + y^2$ (۲) $(x+y)^2$ (۳) با اطمینان نمی توان پاسخ داد. (۴)

۱۵۶. مجموع دو عدد طبیعی متوالی ۷۱ می باشد. حاصل ضرب آنها کدام است؟

- ۹۳۰ (۱) ۱۱۹۰ (۲) ۱۲۶۰ (۳) ۱۲۹۶ (۴)

۱۵۷. مستطیلی به اضلاع a و $\frac{1}{4}a$ داریم. از طول مستطیل b واحد کم کرده‌ایم و به عرض مستطیل b واحد اضافه کرده‌ایم. مساحت مستطیل حاصل به صورت یک عبارت جبری برابر است با:

$a^2 + \frac{1}{4}ab - b^2$ (۲) $\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ab + b^2$ (۳) $a^2 - \frac{1}{4}ab + b^2$ (۴) $\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}ab - b^2$ (۱)

۱۵۸. a و b و c و d و e اعدادی هستند که: $a - 1 = b + 2 = c - 3 = d + 4 = e - 5$ کدام یک از اعداد a و b و c و d و e بزرگ‌تر از بقیه است؟

a (۱) b (۲) d (۳) e (۴)

۱۵۹. عدد a عددی مثبت و کوچک‌تر از یک و عدد b عددی بزرگ‌تر از یک است. حاصل کدام عبارت از بقیه بزرگ‌تر است؟

$a \times b$ (۱) $a + b$ (۲) $a \div b$ (۳) b (۴)

۱۶۰. فرض کنید a و b عددهایی اول‌اند، $a > b$ و $a + b$ و $a - b$ هم اول‌اند. در این صورت عدد $S = a + b + (a - b) + (a + b)$:

زوج است (۱) بر ۵ بخش‌پذیر است (۲) بر ۷ بخش‌پذیر است (۳) اول است (۴)

۱۶۱. مجموع ارقام حاصل عددی $۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲۲ - ۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷۷$ برابر است با:

۸۴ (۱) ۷۴ (۲) ۷۹ (۳) ۱۴۸ (۴)

۱۶۲. حاصل ضرب دو عدد ۳۶ و مجموع آن‌ها مساوی ۲۰ است. مجموع مربع‌های آن دو عدد چیست؟

۷۲ (۱) ۹۷ (۲) ۱۵۳ (۳) ۳۲۸ (۴)

۱۶۳. عدد $(\sqrt{۲۲+۱۲\sqrt{۲}} - \sqrt{۲۲-۱۲\sqrt{۲}})^2$:

منفی است. (۱) برابر صفر است. (۲) توان چهارم عددی طبیعی است. (۳) برابر $۱۱\sqrt{۲}$ است. (۴)

۱۶۴. حاصل عبارت $(5 + \sqrt{۲۴})^9 (5 - \sqrt{۲۴})^9$ کدام است؟

$5 + \sqrt{۲۴}$ (۱) $5 - \sqrt{۲۴}$ (۲) $5 - 3\sqrt{۸}$ (۳) ۱ (۴)

۱۶۵. اگر $m \neq n$ ، $m^2 - n^2 = 1$ و $m - n = k$ باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر درست است؟

$-2n = 9k$ (۱) $2k = -9n$ (۲) $2k = 9n$ (۳) $2n = 9k$ (۴)

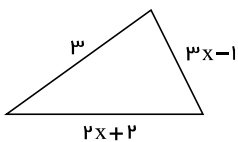
۱۶۶. مقدار عددی عبارت جبری $(x+y)(x^2 - xy + y^2)$ به ازای $x = \frac{1}{4}$ و $y = \frac{1}{4}$ برابر است با:

$\frac{1}{۱۶}$ (۱) $\frac{۹}{۶۴}$ (۲) $\frac{۳}{۱۶}$ (۳) $\frac{۷}{۶۴}$ (۴)

۱۶۷. مجموع ریشه‌های معادله‌های $a^2 = (2x + 3a)^2$ کدام است؟

$-4a$ (۱) $-\frac{۸}{۳}a$ (۲) $-\frac{۲}{۳}a$ (۳) $-3a$ (۴)

۱۶۸. با توجه به این که در هر مثلث، همواره مجموع دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر است، حدود x در مثلث زیر کدام است؟



$0 < x < 6$ (۱) $0 < x < \frac{۲}{۵}$ (۲)

$\frac{۲}{۵} < x < 6$ (۳) $x > 6$ (۴)

۱۶۹. حاصل عبارت مقابل برابر است با:

$$(3+1)(3^2+1)(3^4+1)\dots(3^{32}+1)(3^{64}+1)$$

۱ $3^{256} - 1$
 ۲ $3^{128} - 1$
 ۳ $2 \times (3^{128} - 1)$
 ۴ $\frac{3^{128} - 1}{2}$

۱۷۰. اگر $a - c = 3$ و $b + a = 5$ باشد، مقدار عددی عبارت $bc - ac + c^2 - ab$ برابر چند است؟

۱ -8
 ۲ -6
 ۳ -4
 ۴ -2

۱۷۱. به عدد مثبتی مانند t که در شرط $t^2 = t + 1$ صدق کند «عدد طلایی» می‌گوییم. مقدار t^5 کدام است؟

۱ $3t + 1$
 ۲ $4t + 2$
 ۳ $5t + 3$
 ۴ $7t + 5$

۱۷۲. اگر a و b و c عددهای حقیقی باشند و $a + b + c = 7$ و مقدار $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{7}{10}$

برابر است با:

۱ $\frac{19}{10}$
 ۲ $\frac{17}{10}$
 ۳ $\frac{9}{7}$
 ۴ $\frac{10}{7}$

۱۷۳. مقدار b کدام گزینه می‌تواند باشد؟ $(a^2 - 5)^2 + (b^2 - a^4 + 9)^2 = 0$

۱ 4
 ۲ 16
 ۳ 5
 ۴ -5

۱۷۴. به ازای کدام عدد صحیح، نامساوی $\frac{2}{7-x} > 1$ برقرار است؟

۱ 2
 ۲ 5
 ۳ 6
 ۴ 7

۱۷۵. مجموعه جواب نامعادله $(1 - |x|)(1 + x) > 0$ کدام است؟

۱ $(-1, 1)$
 ۲ $(-\infty, 1)$
 ۳ $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$
 ۴ $(-\infty, -1) \cup (-1, 1)$

۱۷۶. اگر $(a + \frac{1}{a})^2 = 6$ و $a > 0$ ، $a^3 + \frac{1}{a^3}$ برابر است با:

۱ $4\sqrt{6}$
 ۲ $3\sqrt{6}$
 ۳ 6
 ۴ $5\sqrt{6}$

۱۷۷. رقم‌های a و b و c در شرط $0 < a < b < c$ صدق می‌کنند. حاصل جمع همه‌ی عددهای سه رقمی‌ای که از این سه رقم تشکیل شده‌اند

و رقم‌هایشان متمایزاند برابر ۱۵۵۴ است. c کدام است؟

۱ 3
 ۲ 4
 ۳ 5
 ۴ 6

۱۷۸. اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

$$-\frac{1}{x^2} + 5 - x^2$$

۱ 12
 ۲ 2
 ۳ -2
 ۴ -12

۱۷۹. اگر $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 \times \sqrt{x - 7} = 0$ باشد حاصل $x + y$ کدام است؟ (روبوکاپ - اولین دوره)

۱ -3
 ۲ 4

هیچ مقداری برای x و y یافت نمی‌شود. ۴

۱۸۰. حاصل عبارت مقابل کدام گزینه است؟ $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^{50} (\sqrt{5} - \sqrt{3})^{50}$

۱ 4^{25}
 ۲ 4^{50}
 ۳ 8^{25}
 ۴ 8^{50}

۱۸۱. جواب معادله پارامتری $x + 3 = 2a + 4x + 9$ بر حسب a کدام گزینه است؟

۱ $2a = 9x + 6$
 ۲ $x = -\frac{2}{3}a - 2$
 ۳ $x = -\frac{2}{3}a + 2$
 ۴ $x = 6a$

۱۸۲. کدام عامل در تجزیه $x^3 + y^3 - 11x^2y^2$ وجود دارد؟

۱ $x^3 + 3xy + y^2$
 ۲ $x^2 - 3xy + y^2$
 ۳ $x^2 - 3xy - y^2$
 ۴ $x^2 + 3xy + y$

۱۸۳. حاصل عبارت $\sqrt{1 + 1391} \sqrt{1 + 1392} \times \sqrt{1 + 1393} \times 1395$ برابر است با:

۱ ۱۳۹۰
 ۲ ۱۳۹۱
 ۳ ۱۳۹۲
 ۴ ۱۳۹۳

۱۸۴. اگر $\begin{cases} x^2 + xy = 7 \\ y^2 + xy = 9 \end{cases}$ باشد، حاصل $x + y$ کدام است؟ ($x, y > 0$)

۱ ۳
 ۲ ۴
 ۳ ۵
 ۴ ۶

۱۸۵. اگر $y > 0$ و $xy = 6$ ، کمترین مقدار ممکن $21x + 14y$ کدام است؟

۱ ۴۸
 ۲ ۸۳٫۵
 ۳ ۸۴
 ۴ ۹۶

۱۸۶. اگر $\frac{1}{2}x = 2$ و $3y = 3$ باشد، مقدار عددی عبارت $3y\sqrt{x} - 2x\sqrt{y} + 4xy$ چند است؟

۱ -۱۵
 ۲ +۵
 ۳ -۱
 ۴ +۱۷

۱۸۷. فرض کنید x, y, z عددهای حقیقی مثبت باشند به طوری که $x \geq y \geq z$ و $x + y + z = 20$. کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

۱ $xy < 99$
 ۲ $xy > 1$
 ۳ $xy \neq 75$
 ۴ هیچ یک از گزاره‌ها درست نیست

۱۸۸. اگر x و y دو عدد طبیعی باشند عبارت $(x + y)^3 - x^3 - y^3$ همواره: (روبوکاپ - اولین دوره)

۱ بر ۲ بخش پذیر است و لزوماً بر ۳ بخش پذیر نیست.
 ۲ بر ۳ بخش پذیر است ولی لزوماً بر ۲ بخش پذیر نیست.
 ۳ بر ۶ بخش پذیر است.
 ۴ بر ۱۲ بخش پذیر است.

۱۸۹. حاصل عبارت $(a + b)^2 - (a - b)^2$ کدام گزینه است؟

۱ $4a^2b^2$
 ۲ صفر
 ۳ $2ab$
 ۴ $4ab$

۱۹۰. حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟ $(5 - \sqrt{24})^3 (5 + \sqrt{24})^2$

۱ ۱
 ۲ ۲۵
 ۳ $5 - \sqrt{24}$
 ۴ $5 + \sqrt{24}$

۱۹۱. اگر $a > b > 0$ و $c < d < 0$ ، کدام نامساوی همواره صحیح است؟

۱ $ac > bd$
 ۲ $ac < bd$
 ۳ $ad < bc$
 ۴ $ad > bc$

۱۹۲. مجموعه جواب دستگاه نامعادلات $\begin{cases} |x| < 2 \\ (2x - 1) < |x| \end{cases}$ کدام است؟

۱ $0 < x < 1$
 ۲ $1 < x < 2$
 ۳ $-2 > x > -1$
 ۴ $-2 < x < 1$

۱۹۳. علامت عبارت $\frac{x}{4}(x + 2)(x - 3)$ بر روی مجموعه اعداد حقیقی $A = \{x | x > 3\}$ و $B = \{x | x < -4\}$ چگونه است؟

۱ روی A منفی و روی B مثبت است.
 ۲ روی A و B منفی است.
 ۳ روی A مثبت و روی B منفی است.
 ۴ روی A و B مثبت است.

۱۹۴. عبارت $n^5 - 5n^3 + 4n$ بر کدام یک از اعداد داده شده، همواره بخش پذیر است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

۱ ۱۱
 ۲ ۱۲۰
 ۳ ۹
 ۴ ۲۵

۱۹۵. مقدار a و b و c به ترتیب چقدر باشد تا تساوی $(x-1)(x+1)(x^4+x^2+a) = bx^6+c$ یک اتحاد باشد؟

- ۱ $c = -1, b = 1, a = 1$
 ۲ $c = 1, b = -1, a = 1$
 ۳ $c = -2, b = 2, a = 2$
 ۴ $c = 2, b = -2, a = 2$

۱۹۶. اگر $a, b, c \in \mathbb{R}$ و $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} = \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a}$ ، آن گاه کدام گزینه صحیح است؟

- ۱ $a = b = c$
 ۲ $a = b = c = 1$
 ۳ $abc = 1$
 ۴ $abc = a + b + c$

۱۹۷. اگر $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشد، مقدار عددی عبارت $x^5 + \frac{1}{x^5}$ کدام است؟

- ۱ ۱۲۳
 ۲ ۱۲۶
 ۳ ۱۳۶
 ۴ ۲۴۳

۱۹۸. اگر $n+1 = 2000^2 + 2001^2$ ، آن گاه مقدار $\sqrt{2n+1}$ برابر است با:

- ۱ $3000\sqrt{2}$
 ۲ ۳۹۹۹
 ۳ ۴۰۰۱
 ۴ $\sqrt{4000^2 + 1}$

۱. کدام عبارت در تجزیه چندجمله‌ای $9x^3 + 15x^2 - 6x$ وجود ندارد؟

- ۱ x
 ۲ $3x - 1$
 ۳ $3x + 6$
 ۴ $3x + 1$

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا از x در عبارت فاکتور می‌گیریم:

$$x(9x^2 + 15x - 6) = x(3x + 6)(3x - 1)$$

عبارت $3x + 1$ در تجزیه این عبارت وجود ندارد.

۲. تجزیه عبارت $y^2 - (2x + 1)^2$ به کدام صورت درست است؟

- ۱ $(y - 2x + 1)(y + 2x + 1)$
 ۲ $(y + 2x - 1)(y + 2x + 1)$
 ۳ $(y - 2x - 1)(y + 2x + 1)$
 ۴ $(y - 2x - 1)(y - 2x + 1)$

پاسخ: گزینه ۳ با کمک اتحاد مزدوج داریم:

$$y^2 - (2x + 1)^2 = (y + (2x + 1))(y - (2x + 1)) \\ = (y + 2x + 1)(y - 2x - 1)$$

۳. در جای خالی چه عبارتی قرار گیرد تا حاصل مربع یک دو جمله‌ای شود؟

$$9x^2 + 25x^2y^2 + \dots$$

- ۱ $30x^2y$
 ۲ $15x^2y$
 ۳ $15xy$
 ۴ $30xy$

پاسخ: گزینه ۱

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

مربع دو جمله‌ای به صورت روبه‌رو است:

پس برای آنکه حاصل مربع دو جمله‌ای باشد از $9x^2$ و $25x^2y^2$ جذر گرفته و ضرب در ۲ می‌کنیم.

$$9x^2 + 2 \times (3x) \times (5xy) + 25x^2y^2 = 9x^2 + \boxed{30x^2y} + 25x^2y^2$$

۴. ساده شده عبارت $(x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5})$ کدام است؟

- ۱ $x^2 + 5$
 ۲ $x^2 - 25$
 ۳ $x^2 - 5$
 ۴ $x^2 + 25$

پاسخ: گزینه ۳

$$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2 \rightarrow (x + \sqrt{5})(x - \sqrt{5}) = x^2 - (\sqrt{5})^2 = x^2 - 5$$

۵. در تجزیه عبارت $x(x - 2)(x - 3) - 4x + 8$ کدام عبارت وجود ندارد؟

- ۱ $x - 1$
 ۲ $x - 2$
 ۳ $x + 1$
 ۴ $x - 4$

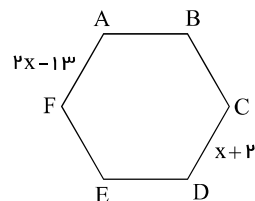
پاسخ: گزینه ۱

$$x(x - 2)(x - 3) - 4x + 8 = x(x - 2)(x - 3) - 4(x - 2)$$

$$= (x - 2)(x(x - 3) - 4) = (x - 2)(x^2 - 3x - 4)$$

$$= (x - 2)(x + 1)(x - 4)$$

۶. اگر $ABCDEF$ شش ضلعی منتظم باشد، محیط آن کدام است؟



- ۱ ۹۰
 ۲ ۱۰۲
 ۳ ۱۱۲
 ۴ ۱۳۲

پاسخ: گزینه ۲ شکل داده شده یک شش ضلعی منتظم است، پس طول ضلع‌های آن باهم برابر است.

$$2x - 13 = x + 2 \rightarrow 2x - x = 2 + 13 \rightarrow x = 15$$

$$15 + 2 = 17 \quad \text{یا} \quad 15 - 13 = 2 \quad \text{پس} \quad 2(15) - 13 = 30 - 13 = 17 = \text{اندازه هر ضلع}$$



$$\text{محیط شش ضلعی منتظم} = 17 \times 6 = 102$$

۷. اگر $a > b > 0$, $c > 0$, کدام نامساوی همواره صحیح است؟

۱ $ac > bc$
 ۲ $ac < bc$
 ۳ $\frac{1}{ac} < \frac{1}{bc}$
 ۴ گزینه‌های ۱ و ۳ صحیح است.

پاسخ: گزینه ۴ با توجه به اطلاعات مسئله a و b هر سه مثبت و $a > b$ است.

اگر $a > b$ اگر طرفین نامعادله را در یک عدد مثبت ضرب کنیم، جهت نامعادله تغییر نمی‌کند.

$$a > b \xrightarrow{\times c} ac > bc$$

اگر دو عدد علامت یکسانی داشته باشند و اگر طرفین نامعادله را معکوس کنیم، جهت نامعادله برعکس می‌شود. یعنی:

$$ac > bc \Rightarrow \frac{1}{ac} < \frac{1}{bc}$$

پس گزینه ۱ و گزینه ۳ هر دو صحیح هستند.

۸. عامل‌های تجزیه شده عبارت $16y^4 - 81x^4$ برابر با کدام گزینه است؟

۱ $(2y - 2x)(2y^2 + 2x^2)(2y - 2x)$
 ۲ $(x + y)(y^2 - x^2)(x - y)$
 ۳ $(2y + 3x)(4y^2 + 9x^2)(2y - 3x)$
 ۴ $(4y^2 + 4x^2)(4y^2 + 4x^2)$

پاسخ: گزینه ۳ با استفاده از اتحاد مزدوج عبارت را تجزیه می‌کنیم:

$$(16y^4 - 81x^4) = (4y^2 + 9x^2) \underbrace{(4y^2 - 9x^2)}_{\text{اتحاد مزدوج}} = (4y^2 + 9x^2)(2y + 3x)(2y - 3x)$$

۹. در عبارت مقابل به جای x کدام عدد را نمی‌توان قرار داد؟

$$\sqrt{2x + 10}$$

۱ ۵
 ۲ ۴
 ۳ -۲
 ۴ -۶

پاسخ: گزینه ۴

نمی‌توان -۶ قرار داد. $2x + 10 \geq 0 \rightarrow 2x \geq -10 \rightarrow x \geq -5$

۱۰. تجزیه شده عبارت $(2x + 3y)^2 - (x - 5y)^2$ کدام گزینه زیر است؟

۱ $(3x + 2y)(x - 8y)$
 ۲ $(3x - 2y)(8x + y)$
 ۳ $(3x + 2y)(8x - y)$
 ۴ $(3x - 2y)(x + 8y)$

پاسخ: گزینه ۴ عبارت را با استفاده از اتحاد مزدوج تجزیه می‌کنیم.

$$(2x + 3y)^2 - (x - 5y)^2 = (2x + 3y + x - 5y)(2x + 3y - x + 5y) = (3x - 2y)(x + 8y)$$

۱۱. حاصل عبارت $\frac{(a-b)^2}{a^2 - b^2} + \frac{(b^2 - a^2)}{(a+b)^2}$ به ازای $a = 1395$ و $b = 1396$ کدام است؟

۱ صفر
 ۲ ۱
 ۳ ۱۳۹۵
 ۴ ۱۳۹۶

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا عبارت‌های گویا را ساده می‌کنیم:

$$\frac{(a-b)^2}{a^2 - b^2} + \frac{(b^2 - a^2)}{(a+b)^2} = \frac{\cancel{(a-b)}^2}{\cancel{(a-b)}(a+b)} + \frac{(b-a)(b+a)}{(a+b)^2}$$

$$= \frac{a-b}{a+b} + \frac{(b-a)}{(a+b)} = \frac{a-b+b-a}{a+b} = 0$$

۱۲. مقدار عددی $3a^2 - b^2 + 2ab$ به ازای $a = -2$ و $b = 3$ کدام است؟

۱ ۹
 ۲ -۹
 ۳ ۷
 ۴ -۸

پاسخ: گزینه ۲

$$3a^2 - b^2 + 2ab = 3(-2)^2 - (3)^2 + 2(-2)(3) \rightarrow 3 \times (+4) - 9 - 12 = +12 - 9 - 12 = -9$$

۱۳. درجه‌ی جمله‌ی $5x^2y^3$ نسبت به متغیر x کدام است؟

۱ ۲
 ۲ ۳
 ۳ ۵
 ۴ -۱

پاسخ: گزینه ۱ توان x برابر ۲ می باشد.

۱۴. حاصل عبارت $(x - y)^2$ کدام یک از عبارتهای زیر است؟

$x^2 - y^2$ (۱) $x^2 - y^2 + 2xy$ (۲) $x^2 + y^2$ (۳) $x^2 + y^2 - 2xy$ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$(x - y)^2 = (x - y)(x - y) = x^2 - 1xy - 1yx + y^2 = x^2 + y^2 - 2xy$$

$$(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab \rightarrow (x - y)^2 = x^2 + y^2 - 2xy \quad \text{«استفاده از اتحاد»}$$

۱۵. استاندارد عبارت $x^8 + 2x^6y^2 + 7x^4y^4 + 3y^3x + y^2x^3$ بر حسب x کدام است؟

$x^8 + 7x^4 + 2x^6y^2 + 3xy^3 + x^3y^2$ (۱) $2y^2x^6 + y^2x^3 + 3y^3 + x^8 + 7x^4$ (۲)
 $x^8 + 7x^4 + 2x^6y^2 + x^3y^2 + 3xy^3$ (۳) $x^8 + 7x^4 + 2x^6y^2 + x^3y^2 + 3xy^3$ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ زمانی یک چند جمله‌ای بر حسب یک متغیر استاندارد می شود که توان هایش به صورت نزولی مرتب شوند.

بر حسب x : $x^8 + 7x^4 + 2x^6y^2 + x^3y^2 + 3xy^3$

بر حسب y : $2y^2x^6 + y^2x^3 + 3y^3x + x^8 + 7x^4$

۱۶. کدام یک از تساویهای زیر یک اتحاد است؟

$x^2 + x = 1$ (۱) $x^2 - x = x(x - 1)$ (۲) $x^2 + x = 0$ (۳) $x^2 + x = x^2$ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ فرق اتحاد و معادله در این است که اتحاد برای تمام اعداد برقرار است، ولی معادله فقط برای برخی اعداد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: برای $x = 0$ برقرار نیست:

$$x^2 + x = 1 \Rightarrow 0 \neq 1$$

گزینه ۲: برای تمامی مقادیر برقرار است.

گزینه ۳: برای $x = 1$ برقرار نیست:

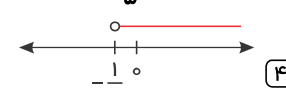
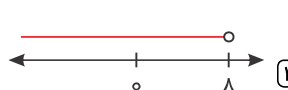
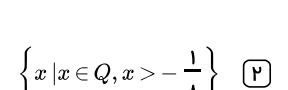
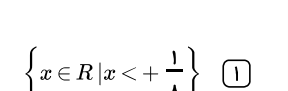
$$x^2 + x = 0 \Rightarrow 1^2 + 1 \neq 0$$

گزینه ۴: برای $x = 1$ برقرار نیست:

$$x^2 + x = x^2 \Rightarrow 1^2 + 1 \neq 1 \Rightarrow 2 \neq 1$$

۱۷. کدام گزینه پاسخ نامعادله مقابل است؟

$-1 + 2x > \frac{2(x-3)}{5}$

$\left\{ x \in \mathbb{Q} \mid x > -\frac{1}{8} \right\}$ (۲) $\left\{ x \in \mathbb{R} \mid x < +\frac{1}{8} \right\}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$\begin{aligned}
 -1 + 2x &> \frac{2(x-3)}{5} \\
 \Rightarrow -5 + 10x &> 2x - 6 \\
 \Rightarrow 10x - 2x &> -6 + 5 \\
 \Rightarrow 8x > -1 &\Rightarrow x > -\frac{1}{8}
 \end{aligned}$$

۱۸. کدام یک از عبارتهای زیر یک جمله‌ای نیست؟

$-\sqrt[3]{x^2}$ (۱) $\sqrt[3]{y}$ (۲) πx^2 (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ یک جمله‌ای عبارت است از حاصل ضرب یک ضریب عددی در متغیرهایی با توان حسابی

۱۹. درجه‌ی چند جمله‌ای $x^2y - xy$ نسبت به تمام حروف برابر است با: (هرمزگان - خرداد ۹۵)

2 (۱) 3 (۲) 4 (۳) 5 (۴)

پاسخ: گزینه ۲ درجه‌ی چندجمله‌ای برابر است با مجموع بزرگ‌ترین توان از هر متغیر.

۲۰. کدام گزینه یک عبارت یک جمله‌ای است؟ (اردیبل - خرداد ۹۵)

- ۱ \sqrt{x} ۲ ۵ ۳ $\frac{4}{x}$ ۴ $8y^{-4}$

پاسخ: گزینه ۲

۲۱. اگر $a\Delta b = a^2 - b^2$ ، در این صورت $5\Delta 3$ برابر است با:

- ۱ ۲ ۲ ۵ ۳ ۱۶ ۴ ۱۵

پاسخ: گزینه ۳

$$5\Delta 3 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16$$

۲۲. مقدار عبارت $a^3 - 2ab - b^3$ به ازای $a = -1$ و $b = 2$ برابر است با:

- ۱ -۱۳ ۲ -۱۱ ۳ -۵ ۴ -۳

پاسخ: گزینه ۳

$$a^3 - 2ab - b^3 = (-1)^3 - 2(-1)(2) - 2(2)^3 = -1 + 4 - 8 = -5$$

۲۳. اگر $a = 5b$ و $c = -3a$ باشند، حاصل $2a - b + \frac{3}{5}c$ کدام است؟

- ۱ ۰ ۲ $9b$ ۳ $18b$ ۴ $15b$

پاسخ: گزینه ۱ همه را بر حسب b می‌نویسیم:

$$a = 5b, \quad c = -3a = -3 \times (5b) = -15b$$

$$2a - b + \frac{3}{5}c = 2(5b) - b + \frac{3}{5}(-15b) = 10b - b - 9b = 0$$

(آذربایجان غربی - خرداد ۹۵)

۲۴. درجه‌ی چندجمله‌ای $3x^2 - 4x + 1$ نسبت به x کدام است؟

- ۱ ۴ ۲ ۳ ۳ ۲ ۴ ۱

پاسخ: گزینه ۳

۲۵. عبارت مقابل دارای چند جمله است؟

$$\pi a^2 b^3 - a^2 b^3 + \frac{1}{2} b^3 a^2$$

- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴

پاسخ: گزینه ۱ چون تمام جملات این عبارت با هم متشابه هستند پس عبارت حاصل دارای یک جمله می‌باشد.

۲۶. حاصل عبارت $X(X-1)(X+3)(X-4) + 36$ کدام گزینه است؟

- ۱ $(X^2 - X - 6)^2$ ۲ $(X+1)^4$ ۳ $(X^2 - 6X + 1)^2$ ۴ $(X^2 + 1)^2$

پاسخ: گزینه ۱

$$X(X-1)(X+3)(X-4) + 36 = (X^2 - X)(X+3)(X-4) + 36 = (X^2 - X)(X^2 - X - 12) + 36 \\ = X^4 - X^3 - 12X^2 - X^3 + X^2 + 12X + 36 =$$

$$X^4 - 2X^3 - 11X^2 + 12X + 36 = (X^2 - X - 6)^2$$

۲۷. مقدار عددی عبارت $x^2 - y^2 - (y^2 - x^2)$ به ازای $y = -2$ و $x = \sqrt{3}$ کدام است؟ (لرستان - خرداد ۹۵)

- ۱ ۰ ۲ ۱ ۳ -۲ ۴ ۹

پاسخ: گزینه ۳

$$x^2 - y^2 - y^2 + x^2 = 2x^2 - 2y^2 = 2(\sqrt{3})^2 - 2(-2)^2 = 6 - 8 = -2$$

۲۸. اگر $a = 2 - \sqrt{3}$ و $b = 2 + \sqrt{3}$ باشد، مقدار عددی عبارت $a^2 + b^2 - 2ab$ کدام است؟

- ۱ ۰ ۲ ۴ ۳ ۱۲ ۴ $4\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۳ نکته: اتحاد مربع تفاضل دو جمله‌ای: $(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$

$$a^2 + b^2 - 2ab = (a - b)^2 = (2 - \sqrt{3} - (2 + \sqrt{3}))^2 = (2 - \sqrt{3} - 2 - \sqrt{3})^2 = (-2\sqrt{3})^2 = 4 \times 3 = 12$$

۲۹. حاصل عبارت جبری $(a + 2)(a - 3) - (a - 1)^2$ کدام است؟

- ۱ $a - 5$ ۲ $2a - 5$ ۳ $a - 7$ ۴ $2a - 7$

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} (a + 2)(a - 3) - (a - 1)^2 &= a^2 - 3a + 2a - 6 - (a^2 - 2a + 1) \\ &= a^2 - 3a + 2a - 6 - a^2 + 2a - 1 = +1a - 7 = a - 7 \\ (a - 1)^2 &= (a - 1)(a - 1) = a^2 - 1a - 1a + 1 = a^2 - 2a + 1 \end{aligned}$$

۳۰. اگر $xy = 5$ و $x - y = 2$ ، آنگاه حاصل $\frac{4xy}{x^2 + y^2}$ برابر است با:

- ۱ $\frac{10}{7}$ ۲ $\frac{11}{7}$ ۳ $\frac{11}{6}$ ۴ $\frac{10}{6}$

پاسخ: گزینه ۱ طبق اتحاد مربع کامل داریم:

$$\begin{aligned} (x - y)^2 &= x^2 - 2xy + y^2 \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 2^2 = x^2 - 2 \times 5 + y^2 \rightarrow 14 = x^2 + y^2 \quad (I) \\ \frac{4xy}{x^2 + y^2} &\stackrel{xy=5 \text{ از } (I)}{=} \frac{4 \times 5}{14} = \frac{10}{7} \end{aligned}$$

۳۱. اگر $x^2 + 3x + 2 = 0$ ، حاصل $(x - 1)(x + 4)$ کدام است؟

- ۱ صفر ۲ ۶ ۳ -۶ ۴ ۲

پاسخ: گزینه ۳ چون حاصل $x^2 + 3x + 2 = 0$ است، می‌توانیم از حاصل $(x - 1)(x + 4)$ کم کنیم، بدون اینکه حاصل آن تغییری کند.

$$(x - 1)(x + 4) - (x^2 + 3x + 2) = x^2 + 3x - 4 - x^2 - 3x - 2 = -6$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{aligned} (x - 1)(x + 4) &= x^2 + 3x - 4 \\ x^2 + 3x + 2 &= 0 \Rightarrow x^2 + 3x = -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow x^2 + 3x - 4 = -2 - 4 = -6$$

۳۲. مجموعه جواب نامعادلهٔ روبه‌رو کدام است؟

- ۱ $\{x | x \in \mathbb{Z}, x \leq \frac{3}{5}\}$ ۲ $\{x | x \in \mathbb{R}, x \leq -\frac{3}{5}\}$ ۳ $\{x | x \in \mathbb{R}, x \leq -\frac{3}{5}\}$ ۴ $\{x | x \in \mathbb{R}, x \leq -\frac{3}{5}\}$

پاسخ: گزینه ۳ دو طرف نامعادله را در عدد دو ضرب می‌کنیم:

$$\begin{aligned} x - 6 &\geq 6x - 3 \Rightarrow x - 6x \geq 6 - 3 \Rightarrow -5x \geq 3 \xrightarrow{\text{تقسیم بر } (-5)} x \leq -\frac{3}{5} \\ \Rightarrow \{x | x \in \mathbb{R}, x \leq -\frac{3}{5}\} \end{aligned}$$

۳۳. اگر $a + \frac{1}{a} = 3$ باشد حاصل $a^4 + \frac{1}{a^4}$ کدام است؟

- ۱ ۸۱ ۲ ۴۹ ۳ ۴۷ ۴ ۵۱

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا دو طرف $a + \frac{1}{a} = 3$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\left(a + \frac{1}{a}\right)^2 = (3)^2 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} + 2 = 9 \Rightarrow a^2 + \frac{1}{a^2} = 7$$

دوباره دو طرف عبارت را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$a^4 + \frac{1}{a^4} + 2 = 49 \Rightarrow a^4 + \frac{1}{a^4} = 47$$

۳۴. باتوجه به عبارت $2a - 3b = 1$ ، حاصل $8a^2 - 24ab + 18b^2$ کدام گزینه است؟

۸ (۴)

۴ (۳)

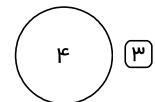
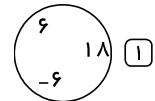
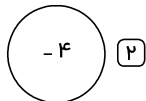
۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

از ۲ فکتور می‌گیریم $8a^2 - 24ab + 18b^2 \rightarrow 2(4a^2 - 12ab + 9b^2) = 2(2a - 3b)^2 = 2 \times (1)^2 = 2$

۳۵. نمودار ون مربوط به عبارت «جواب‌های معادله‌ی $6x + 18 = -6$ ، کدام است؟



(۴) این عبارت مجموعه نیست و نمی‌توان آن را با نمودار ون نمایش داد.

پاسخ: گزینه ۲

با حل معادله‌ی $6x + 18 = -6$ نتیجه می‌شود $x = -4$ جواب معادله است بنابراین «مجموعه جواب‌های معادله‌ی $6x + 18 = -6$ برابر $\{-4\}$ است.

۳۶. اگر $(a + b)^2 = 121$ و $a^2 + b^2 = 61$ باشد، مقدار $a^2 b^2$ برابر است با:

۳۰ (۴)

۹۰۰ (۳)

۳۶۰۰ (۲)

۶۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

نکته: اتحاد اول:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \rightarrow a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \rightarrow a^2 + b^2 = (a - b)^2 + 2ab$$

اتحاد دوم:

طبق نکته بالا داریم:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \rightarrow ab = \frac{(a + b)^2 - (a^2 + b^2)}{2}$$

$$\rightarrow ab = \frac{121 - 61}{2} = 30 \rightarrow a^2 b^2 = 900$$

۳۷. حاصل عبارت $(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2) + 8y^3$ به‌ازای $x = \frac{3}{2}$ و $y = \sqrt{7}$ برابر است با:

۳,۱۲۵ (۴)

۲,۸۷۵ (۳)

۳,۳۷۵ (۲)

۲,۶۲۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ نکته: بنابر اتحاد چاق و لاغر داریم:

$$(a + b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$

$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

به‌کمک اتحاد چاق و لاغر عبارت را به‌صورت ساده‌تر می‌نویسیم:

$$(x - 2y)(x^2 + 2xy + 4y^2) + 8y^3 = x^3 - (2y)^3 + 8y^3 = x^3 - 8y^3 + 8y^3 = x^3 = \left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{27}{8} = 3,375$$

۳۸. کدام یک از عبارات زیر چند جمله‌ای نیست؟

$\frac{x+1}{3}$ (۴)

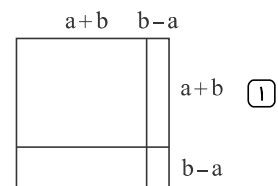
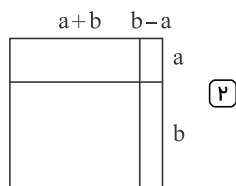
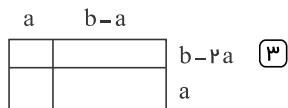
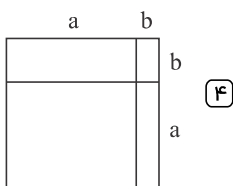
$\frac{4}{y} - y^2$ (۳)

$\sqrt{4y - y^2}$ (۲)

$x^2 - 2xy + y^2$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ اگر در عبارتی متغیرها (مثلاً x و y) در مخرج باشد، آن عبارت جمله جبری نیست.

۳۹. کدام شکل نمایش هندسی عبارت $a^2 + b^2 + 2ab$ را مشخص می‌کند؟



پاسخ: گزینه ۴ ابتدا باید مساحت شکل‌ها را بررسی کنیم و در بین گزینه‌ها تنها مساحت مربع برابر با $a^2 + b^2 + 2ab$ می‌شود.

	a	b	
	S_1	S_2	b
	S_3	S_4	a

$$S_1 = ab$$

$$S_2 = b \times b = b^2$$

$$S_3 = a \times a = a^2$$

$$S_4 = ab$$

$$\text{مجموع مساحت‌ها} = a^2 + b^2 + ab + ab = a^2 + b^2 + 2ab$$

۴۰. حاصل عبارت مقابل برابر است با:

$$(1 + x^3)(1 - x^2)$$

$$-x^6 + x^3 - x^{25} + 1 \quad \text{④}$$

$$-x^5 + x^3 - x^2 + 1 \quad \text{③}$$

$$1 - x^6 \quad \text{②}$$

$$1 - x^5 \quad \text{①}$$

پاسخ: گزینه ۳ نکته: بنا بر اتحاد جمله مشترک داریم:

$$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$$

طبق اتحاد جمله مشترک داریم:

$$\underbrace{(1 + x^3)(1 - x^2)}_{\text{جمله مشترک}} = 1^2 + (x^3 - x^2) \times 1 + (-x^2)(x^3)$$

$$= 1 + x^3 - x^2 - x^5 = -x^5 + x^3 - x^2 + 1$$

۴۱. حاصل $(x^2 - 10x + 25)(x^2 + 10x + 25)$ برابر است با:

$$(x^2 - 25) \quad \text{④}$$

$$(25 - x^2)^2 \quad \text{③}$$

$$(25 - x^2) \quad \text{②}$$

$$5^4 + x^4 \quad \text{①}$$

پاسخ: گزینه ۳ به کمک اتحاد مربع و اتحاد مزدوج حاصل را به دست می‌آوریم:

$$(25 + 10x + x^2)(x^2 - 10x + 25) = (5 + x)^2(5 - x)^2 = (25 - x^2)^2$$

۴۲. مجموعه جواب نامعادله‌ی زیر چند عضو حسابی دارد؟

$$\frac{x - 3}{5} + 2 \geq \frac{x}{2}$$

$$3 \quad \text{④}$$

$$4 \quad \text{③}$$

$$5 \quad \text{②}$$

$$\text{بی‌شمار} \quad \text{①}$$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا دو طرف نامعادله را در ۱۰ ضرب می‌کنیم

$$\frac{x - 3}{5} + 2 \geq \frac{x}{2} \xrightarrow{\times 10} 2x - 6 + 20 \geq 5x \Rightarrow 2x - 5x \geq 6 - 20$$

$$\Rightarrow -3x \geq -14 \xrightarrow{\div (-3)} x \leq \frac{14}{3}$$

$$\text{اعداد حسابی کوچک‌تر از } \frac{14}{3} \leftarrow \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

۴۳. درجه چند جمله‌ای $(x^5 - 6)^2(x^2 + 4x - 1)^3$ چند است؟

$$37 \quad \text{④}$$

$$27 \quad \text{③}$$

$$16 \quad \text{②}$$

$$10 \quad \text{①}$$

پاسخ: گزینه ۲ در این جا کافی است در هریک از پرانتزها جمله جبری با بزرگ‌ترین درجه را به توان رسانده، سپس آن‌ها را در هم ضرب کنیم تا درجه کل عبارت به دست بیاید.

$$(x^2)^3 \times (x^5)^2 = x^6 \times x^{10} = x^{16}$$

پس درجه عبارت ۱۶ خواهد شد.

۴۴. اگر $x^2 - x^{-2} = 6$ باشد، حاصل $x^4 + x^{-4}$ کدام است؟

$$38 \quad \text{④}$$

$$36 \quad \text{③}$$

$$34 \quad \text{②}$$

$$12 \quad \text{①}$$

پاسخ: گزینه ۴ دو طرف تساوی $x^2 - x^{-2} = 6$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$(x^2 - \frac{1}{x^2})^2 = (6)^2 \rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} - 2 = 36$$

$$x^4 + \frac{1}{x^4} = 38$$

۴۵. ساده شده عبارت روبه‌رو در کدام گزینه آمده است؟

$$(\sqrt{3} + x^2)(x^2 - \sqrt{3})(4 + x^4) = ?$$

$$x^4 + x^2 - 12 \quad \text{۴}$$

$$x^4 + x^2 - 12 \quad \text{۳}$$

$$x^6 + x^2 - 12 \quad \text{۲}$$

$$x^6 + x^2 - 12 \quad \text{۱}$$

پاسخ: گزینه ۴

$$\underbrace{(\sqrt{3} + x^2)(x^2 - \sqrt{3})}_{(1)} (4 + x^4)$$

$$(1) \Rightarrow (x^2 + \sqrt{3})(x^2 - \sqrt{3}) \text{ اتحاد مزدوج } x^4 - 3$$

$$\Rightarrow (x^4 - 3)(x^4 + 4) \text{ اتحاد جمله مشترک } x^8 + x^4 - 12$$

۴۶. اگر $A = x - 3$ و $B = x + 3$ باشد، حاصل $AB + 3$ کدام است؟

$$x^2 + 3 \quad \text{۴}$$

$$x^2 - 3x + 9 \quad \text{۳}$$

$$x^2 + 6 \quad \text{۲}$$

$$x^2 - 6 \quad \text{۱}$$

پاسخ: گزینه ۱

$$AB + 3 = (x - 3)(x + 3) + 3 = x^2 - 9 + 3 = x^2 - 6$$

$$\text{نکته: } (x - 3)(x + 3) = x^2 - 3^2 = x^2 - 9 \quad (a - b)(a + b) = a^2 - b^2 \text{ اتحاد مزدوج}$$

۴۷. کدام یک از اعداد زیر، عضو مجموعه جواب نامعادله مقابل است؟

$$\frac{1-x}{3} \leq \frac{5}{2}(x-1)$$

$$-\frac{2}{5} \quad \text{۴}$$

$$\frac{2}{5} \quad \text{۳}$$

$$-\sqrt{6} \quad \text{۲}$$

$$\sqrt{6} \quad \text{۱}$$

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا مجموعه جواب نامعادله را به دست می‌آوریم:

$$\frac{1-x}{3} \leq \frac{5}{2}(x-1)$$

$$6 \frac{(1-x)}{3} \leq 6 \times \frac{5}{2}(x-1)$$

$$\Rightarrow 2(1-x) \leq 15(x-1)$$

$$\Rightarrow 2 - 2x \leq 15x - 15$$

$$\Rightarrow -2x - 15x \leq -15 - 2$$

$$\Rightarrow -17x \leq -17$$

$$\Rightarrow x \geq 1$$

تنها گزینه‌ای که بزرگ‌تر مساوی یک است، گزینه ۱ یعنی $\sqrt{6}$ است.

۴۸. اگر $x^2 = 3$ باشد مقدار عبارت $[x^2(x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7}) - x^2]$ برابر است با:

$$-12 \quad \text{۴}$$

$$-15 \quad \text{۳}$$

$$-18 \quad \text{۲}$$

$$-21 \quad \text{۱}$$

پاسخ: گزینه ۳ چون $x^2 = 3$ است، پس از ساده کردن عبارت، در عبارت ساده شده سؤال، به جای x^2 عدد ۳ قرار می‌دهیم.

$$\left[\underbrace{x^2(x + \sqrt{7})(x - \sqrt{7})}_{\text{اتحاد مزدوج}} - x^2 \right] = [x^2(x^2 - 7) - x^2]$$

$$\xrightarrow{x^2=3} [3(3 - 7) - 3] = (3 \times -4) - 3 = -12 - 3 = -15$$

۴۹. اگر $(x-1)(x^3 + bx^2 + ax - 2) = x^4 - 3x + 2$ باشد، $a + b$ کدام است؟

$$1 \quad \text{۴}$$

$$-2 \quad \text{۳}$$

$$2 \quad \text{۲}$$

$$\text{صفر} \quad \text{۱}$$



پاسخ: گزینه ۲ ابتدا طرف چپ تساوی را ساده می‌کنیم:

$$(x-1)(x^3 + bx^2 + ax - 2) = x^2 - 3x + 2$$

$$\cancel{x^4} + bx^3 + ax^2 - 2x - x^3 - bx^2 - ax + 2 = \cancel{x^4} - 3x + 2$$

$$(b-1)x^3 + (a-b)x^2 - (a+2)x + 2 = -3x + 2$$

باتوجه به تساوی بالا:

$$b-1=0 \Rightarrow b=1$$

$$a-b=0 \Rightarrow a=b=1 \Rightarrow a=1$$

$$-(a+2) = -3 \Rightarrow a=1$$

در نتیجه:

$$a+b=1+1=2$$

۵۰. حاصل $(1+x^3)(1-x^5)$ برابر است با:

۴ $1-x^3+x^5-x^8$

۳ $1-x^8+x^3-x^5$

۲ $1-x^8$

۱ $1-x^{15}$

پاسخ: گزینه ۳ از اتحاد جمله مشترک استفاده می‌کنیم:

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$\rightarrow (1+x^3)(1-x^5) = 1^2 + (x^3-x^5)1 + (x^3)(-x^5) = 1-x^5+x^3-x^8$$

۵۱. اگر $\sqrt{a}-\sqrt{b}=3$ و $ab=1$ باشد، حاصل $a+b$ کدام است؟

۴ $\sqrt{8}$

۳ ۳

۲ ۸

۱ ۱۱

پاسخ: گزینه ۱ عبارت $\sqrt{a}-\sqrt{b}=3$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$(\sqrt{a}-\sqrt{b})^2 = 3^2 \Rightarrow a+b-2\sqrt{ab} = 9 \xrightarrow{ab=1} a+b-2 = 9 \Rightarrow a+b = 11$$

۵۲. حاصل ضرب معکوس کسرهای $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots, \frac{1391}{1392}, \frac{1392}{1393}$ کدام است؟

۴ 1393^2

۳ 1393

۲ $\frac{1}{1393}$

۱ ۱

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا معکوس کسرها را می‌نویسیم و در حالت ضرب صورت و مخرج‌هایی را که امکان ساده شدن دارند، ساده می‌کنیم.

$$\frac{1}{1} \times \frac{2}{2} \times \frac{3}{3} \times \dots \times \frac{1392}{1391} \times \frac{1393}{1392} = 1393$$

۵۳. اگر $a+b=9$ و $a(a+2b)=56$ آنگاه مقدار a ، کدام گزینه می‌تواند باشد؟

۴ ۶

۳ ۵

۲ ۴

۱ ۳

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا طرفین معادله $a+b=9$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$(a+b)^2 = 9^2 \rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 81 \quad (I)$$

$$a(a+2b) = 56 \rightarrow a^2 + 2ab = 56$$

در رابطه (I) به جای $a^2 + 2ab$ مقدار ۵۶ را قرار می‌دهیم:

$$56 + b^2 = 81 \rightarrow b^2 = 25 \Rightarrow b = \pm 5$$

برای $b = +5$ داریم:

$$a + b = 9 \Rightarrow a + 5 = 9 \Rightarrow a = 4$$

برای $b = -5$ داریم:

$$a + b = 9 \Rightarrow a - 5 = 9 \Rightarrow a = 14$$

مقدار a می تواند برابر ۴ و ۱۴ باشد که فقط عدد ۴ در گزینه ها قرار دارد.

۵۴. اگر x تقسیم بر y مساوی $\frac{4}{5}$ و y تقسیم بر z مساوی $\frac{3}{10}$ باشد، x تقسیم بر z برابر با کدام است؟

- ۱ $\frac{6}{25}$
 ۲ $\frac{8}{3}$
 ۳ $\frac{3}{8}$
 ۴ $\frac{25}{6}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} \frac{x}{y} = \frac{4}{5} \\ \frac{y}{z} = \frac{3}{10} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{x}{y} \times \frac{y}{z} = \frac{x}{z} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{10} = \frac{12}{50} = \frac{6}{25}$$

۵۵. حاصل عبارت $x^5 y^4 + x^4 y^5$ به ازای $x = 2 + \sqrt{3}$ و $y = 2 - \sqrt{3}$ کدام است؟

- ۱ $2\sqrt{3}$
 ۲ $-2\sqrt{3}$
 ۳ ۴
 ۴ -۴

پاسخ: گزینه ۳

$$x^5 y^4 + x^4 y^5 = x^4 y^4 (x + y) = (xy)^4 (x + y) = ((2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3}))^4 (2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3}) = (4 - 3)^4 \times 4 = 4$$

۵۶. اگر به ازای هر x داشته باشیم: $a + bx + cx^2 + dx^3 = x^4 + 4$ ، حاصل عبارت $a + 2b + 4c + 8d$ برابر است با:

- ۱ ۲۰
 ۲ ۵
 ۳ ۶
 ۴ ۴

پاسخ: گزینه ۱

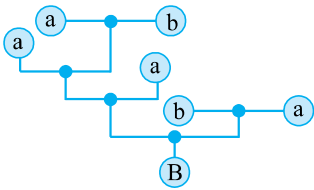
$$a + bx + cx^2 + dx^3 = x^4 + 4 \xrightarrow{x=2} a + 2b + 4c + 8d = 16 + 4 = 20$$

۵۷. حاصل عبارت $(a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}})$ برابر است با:

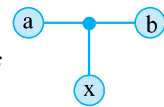
- ۱ $a + \frac{1}{a}$
 ۲ $a - \frac{1}{a}$
 ۳ $a^{\frac{1}{2}} - a^{-1}$
 ۴ $a^{-\frac{1}{2}} - a$

پاسخ: گزینه ۲

$$(a^{\frac{1}{2}} - a^{-\frac{1}{2}})(a^{\frac{1}{2}} + a^{-\frac{1}{2}}) \xrightarrow{\text{اتحاد مزدوج}} (a^{\frac{1}{2}})^2 - (a^{-\frac{1}{2}})^2 = a^{\frac{1}{2} \times 2} - a^{\frac{-1}{2} \times 2} = a - a^{-1} = a - \frac{1}{a}$$



۵۸. تساوی $x = a - b$ برقرار باشد، عبارت B در نمودار روبه رو کدام است؟



اگر در نمودار

- ۱ صفر
 ۲ $b - a$
 ۳ $2b - a$
 ۴ $2b$

پاسخ: گزینه ۱

$$B = [a - (a - b)] - a - (b - a) = a - a + b - a - b + a = 0$$

۵۹. به جای x چند مقدار صحیح مختلف می توان قرار داد تا مقدار عددی عبارت $(x^2 - 1)(x^2 - 2)(x^2 - 4)$ برابر با صفر شود؟

- ۱ یک
 ۲ دو
 ۳ چهار
 ۴ شش

پاسخ: گزینه ۳ ضرب چند عبارت جبری زمانی صفر خواهد بود که حداقل یکی از آن ها با صفر برابر باشد. ابتدا با استفاده از اتحاد مزدوج عبارت را تا حد امکان ساده می کنیم:

بنابراین داریم:

$$(x^2 - 1)(x^2 - 2)(x^2 - 4) = (x - 1)(x + 1)(x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2})(x - 2)(x + 2)$$

۶۰. مقدار m چقدر باشد که $2x^4 + 7x^3$ و $(n - 2)x^4 + (n - m + 2)x^3$ با هم متحد باشند؟

- ۱ -۱۱
 ۲ -۱
 ۳ +۱
 ۴ +۱۱

پاسخ: گزینه ۲

هرگاه در دو چند جمله‌ای ضرایب عبارت‌های هم درجه با هم برابر باشند آن دو چند جمله‌ای باهم متحد هستند.

$$(n-2)x^f + (n-m+2)x^m = 2x^f + 7x^m$$

$$\rightarrow n-2=2 \rightarrow n=4 \quad (1)$$

$$n-m+2=7 \xrightarrow{(1)} 4-m+2=7 \rightarrow m=-1$$

۶۱. اگر $x-y=3$ و $xy=10$ باشند. در این صورت حاصل عبارت x^2+y^2-10 کدام گزینه است؟

- ۱) ۲۹ ۲) ۱۹ ۳) ۲ ۴) -۱

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا طرفین عبارت $x-y=3$ را به توان دو می‌رسانیم:

$$(x-y)^2 = (3)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 9$$

آن‌گاه همان‌طور که در صورت سؤال داریم $xy=10$ پس به جای xy در عبارت بالا عدد ۱۰ قرار می‌دهیم:

$$x^2 + y^2 - 2(10) = 9 \Rightarrow x^2 + y^2 = 29$$

حاصل عبارت $x^2 + y^2 - 10$ را با جایگذاری $x^2 + y^2 = 29$ به دست می‌آوریم:

$$\underbrace{x^2 + y^2}_{29} - 10 = 29 - 10 = 19$$

۶۲. اگر $A = xy + 2x + 3y + 1$ باشد، حاصل عبارت $2A^2 + 20A + 50$ کدام است؟

- ۱) $\frac{(x+3)(y+2)}{2}$ ۲) $(x+2)(y+3)$ ۳) $2[(x+3)(y+2)]^2$ ۴) $4[(x+2)(y+3)]^2$

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا از ۲ فاکتور می‌گیریم:

$$2A^2 + 20A + 50 = 2(A^2 + 10A + 25)$$

سپس باتوجه به اتحاد مربع دو جمله‌ای تجزیه می‌کنیم:

$$2(A^2 + 10A + 25) = 2(A + 5)^2$$

حال A را در عبارت بالا جایگذاری می‌کنیم:

$$2(xy + 2x + 3y + 1 + 5)^2 = 2(xy + 2x + 3y + 6)^2$$

با بررسی گزینه‌ها مشخص می‌شود که عبارت به دست آمده با گزینه ۳ برابر است.

$$2[(x+3)(y+2)]^2 = 2(xy + 2x + 3y + 6)^2$$

۶۳. اگر $2x^2 + bx - 12 = (2x+m)(x+4)$ باشد، حاصل $m+b$ کدام است؟

- ۱) -۳ ۲) ۲ ۳) ۸ ۴) ۱۱

پاسخ: گزینه ۲

$$2x^2 + bx - 12 = (2x+m)(x+4)$$

$$2x^2 + bx - 12 = 2x^2 + 8x + mx + 4m$$

$$2x^2 + bx - 12 = 2x^2 + (8+m)x + 4m$$

$$\Rightarrow bx - 12 = (8+m)x + 4m$$

باتوجه به اینکه دو عبارت درجه یک با هم برابرند، پس ضرایب x با هم و عدد ثابت‌ها با هم برابرند:

$$\left. \begin{aligned} b &= 8+m \Rightarrow b-m=8 \\ , \quad 4m &= -12 \Rightarrow m=-3 \\ \Rightarrow b &= 8+m \xrightarrow{m=-3} b=8-3=5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m=b-3+5=2$$

۶۴. حداکثر چند عدد اول، متعلق به مجموعه جواب نامعادله $\frac{x+1}{2} \geq 1$ هستند؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا نامعادله را حل می‌کنیم:

$$4 - \frac{x+1}{2} \geq 1 \Rightarrow 4-1 \geq \frac{x+1}{2} \xrightarrow{\times 2} 6 \geq x+1 \Rightarrow x \leq 5$$

اعداد اول کوچک‌تر یا مساوی ۵ برابرند با: ۲، ۳ و ۵

۶۵. اگر $a^2 - a + 1 = 0$ باشد، آنگاه حاصل a^5 کدام است؟

- ۱) $a - 1$ ۲) $1 - a$ ۳) a ۴) $-a$

پاسخ: گزینه ۲

$$a^2 - a + 1 = 0 \Rightarrow a^2 = a - 1 \xrightarrow[\text{بخوان ۲}]{\text{دو طرف تساوی}}$$

$$a^2 = (a - 1)^2 \xrightarrow{\times a \text{ طرفین تساوی}} a^5 = a(a - 1)^2$$

$$a^5 = a(a^2 - 2a + 1) \xrightarrow{a^2 = a - 1}$$

$$a^5 = a(a - 1 - 2a + 1) \Rightarrow a^5 = -a^2$$

$$\xrightarrow{a^2 = a - 1} a^5 = -(a - 1) = 1 - a$$

۶۶. کدام یک از اعداد زیر به مجموعه جواب نامعادله $(x - 2) + 2(x - 2)^2 \leq 2x(x - 3) + 3$ تعلق ندارد؟

- ۱) ۳ ۲) $1 + \sqrt{3}$ ۳) $5 - \sqrt{3}$ ۴) $\sqrt{17}$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا باید مجموعه جواب نامعادله را به دست آوریم:

$$(x - 2) + 2(x - 2)^2 \leq 2x(x - 3) + 3 \rightarrow (x - 2) + 2(x^2 + 4 - 4x) \leq 2x^2 - 6x + 3 \rightarrow x - 2 + 2x^2 + 8 - 8x \leq 2x^2 - 6x + 3$$

$$\rightarrow -7x + 6x \leq 3 - 6 \Rightarrow -x \leq -3$$

نکته: اگر طرفین نامعادله را در -1 ضرب کنیم، علامت نامعادله عوض می‌شود.

$$x \geq 3$$

باتوجه به گزینه‌ها فقط $1 + \sqrt{3}$ بزرگ‌تر از ۳ نیست.

۶۷. اگر $a \neq b$ ، $a^2 - b^2 = 25k^2$ و $a + b = k$ باشد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

- ۱) $-\frac{13}{12}$ ۲) $\frac{13}{12}$ ۳) $\frac{12}{13}$ ۴) $-\frac{12}{13}$

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا باتوجه به اتحاد مزدوج $a^2 - b^2$ را تجزیه می‌کنیم:

$$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b) = 25k^2 \xrightarrow{a+b=k}$$

$$(a - b)k = 25k^2 \Rightarrow (a - b) = 25k \Rightarrow k = \frac{a - b}{25}$$

حال مقدار K را جایگذاری می‌کنیم:

$$a + b = k$$

$$\Rightarrow a + b = \frac{a - b}{25} \Rightarrow 25a + 25b = a - b$$

$$\Rightarrow 25a - a = -b - 25b$$

$$\Rightarrow 24a = -26b$$

$$\Rightarrow 12a = -13b$$

$$\Rightarrow a = -\frac{13}{12}b$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = -\frac{13}{12}$$

۶۸. اگر $a^2 + b^2 = 4ab$ باشد، حاصل $\frac{(a-b)^6}{(a+b)^6}$ برابر است با:

- ۱ $\frac{1}{81}$
 ۲ $\frac{1}{27}$
 ۳ $\frac{2}{27}$
 ۴ $\frac{8}{27}$

پاسخ: گزینه ۲

$$a^2 + b^2 = 4ab \Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab = 2ab \Rightarrow (a-b)^2 = 2ab$$

$$\Rightarrow \frac{(a-b)^6}{(a+b)^6} = \frac{((a-b)^2)^3}{((a+b)^2)^3} = \frac{(2ab)^3}{(4ab)^3} = \frac{8}{216} = \frac{1}{27}$$

۶۹. p و v با رابطه $pv^2 = 4$ به هم مربوطاند. اگر v دو برابر شود، p چند برابر می‌شود؟

- ۱ ۴
 ۲ ۱۶
 ۳ $\frac{1}{4}$
 ۴ $\frac{1}{16}$

پاسخ: گزینه ۳ اگر v دو برابر شود در نتیجه pv^2 چهار برابر می‌شود و چون مقدار pv^2 یک مقدار ثابت است باید p $\frac{1}{4}$ برابر شود تا مقدار pv^2 تغییر نکند.

۷۰. ساده شده عبارت $2m(m-n) - (m-n)(m+n) - (m+n)^2$ کدام است؟

- ۱ $-2mn$
 ۲ صفر
 ۳ $-4mn$
 ۴ $-mn$

پاسخ: گزینه ۳

$$2m(m-n) - (m-n)(m+n) - (m+n)^2 = 2m^2 - 2mn - (m^2 - n^2) - (m^2 + n^2 + 2mn) \\ = 2m^2 - 2mn - m^2 + n^2 - m^2 - n^2 - 2mn = -4mn$$

۷۱. کدام گزینه با جمله $5ab^2$ متشابه است؟ (فارس - خرداد ۹۵)

- ۱ $5ab$
 ۲ $5a^2b^2$
 ۳ $-b^2a$
 ۴ $-5ab$

پاسخ: گزینه ۳ دو جمله‌ای متشابه فقط در قسمت ضریب عددی متفاوت است.

۷۲. کدام یک از تساوی‌های زیر اتحاد است؟

- ۱ $2x = x$
 ۲ $x + x = 2x$
 ۳ $\sqrt{x^2} = x$
 ۴ $x + 1 = 2$

پاسخ: گزینه ۲ به ازای هر مقدار از اعداد حقیقی همواره تساوی $x + x = 2x$ برقرار است.

۷۳. مقدار عددی عبارت A به ازای $a = 0,2$ ، $b = -0,2$ و $c = -2$ کدام است؟

$$A = (a^2 + b^2 - c^2) - 3(a^2 - b^2 + c^2) + 2(a^2 - 2b^2 - c^2) \\ = 16 \quad \text{گزینه ۱}$$

پاسخ: گزینه ۴

$$A = \underline{a^2} + \underline{b^2} - c^2 - \underline{3a^2} + \underline{3b^2} - 3c^2 + \underline{2a^2} - \underline{4b^2} - 2c^2 = -6c^2 \Rightarrow A = -6(-2)^2 = -24$$

۷۴. کدام عامل در تجزیه عبارت جبری پایین وجود دارد؟

$$2(2x-3)(2x-5)(x-2) + 990 \\ \text{گزینه ۱ } x-2 \quad \text{گزینه ۲ } x+2 \quad \text{گزینه ۳ } x-3 \quad \text{گزینه ۴ } x+3$$

پاسخ: گزینه ۴ اگر $x = 2$ باشد. حاصل عبارت جبری برابر ۹۹۰ می‌شود.

اگر $x = -2$ باشد. حاصل عبارت جبری برابر ۳۹۶ می‌شود.

اگر $x = 3$ باشد. حاصل عبارت جبری برابر ۹۹۶ می‌شود.

اگر $x = -3$ باشد. حاصل عبارت جبری برابر صفر می‌شود.

۷۵. حاصل عبارت $(2x^2 - \sqrt{7})(2x^2 + \sqrt{7})(4x^2 + 5)$ کدام گزینه زیر است؟

- ۱ $x^6 + 3x^3 + 12$
 ۲ $16x^6 + 3x^3 - 12$
 ۳ $4x^6 - 2x^3 - 35$
 ۴ $16x^6 - 8x^3 - 35$

پاسخ: گزینه ۴

$$\underbrace{(2x^2 - \sqrt{7})(2x^2 + \sqrt{7})}_{\text{اتحاد مزدوج}}(4x^2 + 5)$$

$$= ((2x^2)^2 - (\sqrt{7})^2)(4x^2 + 5) = (4x^4 - 7)(4x^2 + 5)$$

$$(4x^4 - 7)(4x^2 + 5) = (4x^4)^2 - 2(4x^4) - 35 = 16x^8 - 8x^4 - 35$$

حال باتوجه به اتحاد جمله مشترک داریم:

۷۶. در تجزیه عبارت $x^2y^2 - z^2 - 4xy + 4$ کدام عامل دیده می شود؟

(۴) $(xy + z + 2)$

(۳) $(xy - z)$

(۲) $(xy + z - 2)$

(۱) $(xy + z)$

پاسخ: گزینه ۲

$$x^2y^2 - z^2 - 4xy + 4 = \underbrace{x^2y^2 - 4xy + 4}_{\text{اتحاد مربع دو جمله‌ای در تجزیه}} - z^2$$

$$= (xy - 2)^2 - z^2 \stackrel{\downarrow}{=} (xy - 2 - z)(xy - 2 + z)$$

اتحاد مزدوج در تجزیه

۷۷. کدام یک از اعداد زیر، عضو مجموعه جواب نامعادله زیر نیست؟

$$\frac{x+3}{2} \leq -\frac{2}{3}(x+6)$$

(۴) $-\frac{65}{14}$

(۳) $-\frac{37}{7}$

(۲) $-\sqrt{27}$

(۱) -5

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا باید مجموعه جواب نامعادله را به دست آوریم:

$$\frac{x+3}{2} \leq -\frac{2}{3}(x+6) \xrightarrow{\times 6} 3(x+3) \leq 2(-2x-12)$$

$$\rightarrow 3x+9 \leq -4x-24 \Rightarrow 7x \leq -33 \Rightarrow x \leq -\frac{33}{7}$$

در بین گزینه‌ها، تنها گزینه ۴ بزرگ‌تر از $-\frac{33}{7}$ است.

۷۸. حسن همانقدر از علی کوتاهتر است که حسین از حسن کوتاهتر است و حسین به همان اندازه از رضا بلندتر است. اگر مجموع قد این ۴ نفر ۷۱۲ سانتی‌متر و قد حسن، ۱۸۰ سانتی‌متر باشد، قد رضا چند سانتی‌متر است؟

(۴) ۱۷۸

(۳) ۱۷۶

(۲) ۱۷۲

(۱) ۱۷۰

پاسخ: گزینه ۲ قد حسن را با متغیر x در نظر می‌گیریم و چون مقدار کوتاهی و بلندی یکسان است، آن را با متغیر a نمایش می‌دهیم.

قد حسن = x

قد علی = $x + a$

قد حسین = $x - a$

قد رضا = $x - a - a = x - 2a$

حال مجموع قد این چهار نفر را محاسبه می‌کنیم و برابر ۷۱۲ قرار می‌دهیم:

$$x + x + a + x - a + x - 2a = 712$$

$$\Rightarrow 4x - 2a = 712 \Rightarrow 4(180) - 2a = 712$$

$$\Rightarrow 720 - 712 = 2a \Rightarrow a = 4$$

قد رضا برابر است با:

$$180 - 2 \times 4 = 172$$

۷۹. اگر قطر یک مربع برابر $2a - b$ باشد، آنگاه مساحت آن کدام است؟

(۴) $a - \frac{b}{2}$

(۳) $2a^2 + b^2 - 2ab$

(۲) $a^2 - \frac{b^2}{4} - \frac{ab}{2}$

(۱) $2a^2 + \frac{b^2}{2} - 2ab$

پاسخ: گزینه ۱ مساحت مربع با داشتن قطر آن به صورت $\frac{\text{مجذور قطر}}{2}$ محاسبه می‌شود.

$$\frac{(2a-b)^2}{2} = \frac{4a^2 - 4ab + b^2}{2} = 2a^2 - 2ab + \frac{b^2}{2} = 2a^2 + \frac{b^2}{2} - 2ab$$

۸۰. کم ترین مقدار عبارت $a^2 + 8a + 20$ کدام است؟

- ۱) -۴ ۲) ۱۴ ۳) ۲۰ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینه ۱ کم ترین مقدار زمانی اتفاق می افتد که عبارت داخل پرانتز برابر صفر شود.

$$a^2 + 8a + 20 = a^2 + 8a + 16 + 4 = (a+4)^2 + 4$$

۸۱. در تجزیه $81x - a^2x$ کدام گزینه وجود ندارد؟

- ۱) $a-9$ ۲) $x(a^2+9)$ ۳) $a+3$ ۴) $3-a$

پاسخ: گزینه ۱

$$81x - a^2x = x(81 - a^2) = x(9^2 - a^2) =$$

$$x(9^2 - a^2)(9^2 + a^2) = x(9-a)(9+a)(9^2 + a^2)$$

۸۲. کدام گزینه در تجزیه عبارت $x^2 - 4x + 4 - y^2$ وجود دارد؟

- ۱) $x-y$ ۲) $x+y$ ۳) $x+y+2$ ۴) $x-y-2$

پاسخ: گزینه ۴ عبارت صورت سؤال را تجزیه می کنیم، اول از اتحاد مربع دو جمله ای کمک می گیریم و سپس باتوجه به اتحاد مزدوج داریم:

$$x^2 - 4x + 4 - y^2 = (x-2)^2 - y^2 =$$

$$(x-2-y)(x-2+y) = (x-y-2)(x+y-2)$$

۸۳. از مستطیلی به ابعاد $2x+7$ و $2x+4$ مربعی به ضلع $2x+3$ جدا می کنیم مساحت قسمت باقی مانده کدام است؟

- ۱) $10x+19$ ۲) $32x+28$ ۳) $-10x+19$ ۴) $-22x+28$

پاسخ: گزینه ۱

$$\text{مساحت مستطیل} = (\text{عرض} \times \text{طول}) = (2x+4)(2x+7)$$

$$\rightarrow 4x^2 + 14x + 8x + 28 = 4x^2 + 22x + 28$$

$$\text{مساحت مربع} = (\text{یک ضلع} \times \text{خودش}) = (2x+3)(2x+3)$$

$$\rightarrow 4x^2 + 6x + 6x + 9$$

$$\text{مساحت مربع} - \text{مساحت مستطیل} = \text{مساحت قسمت باقی مانده}$$

$$= 4x^2 + 22x + 28 - (4x^2 + 12x + 9)$$

$$= \cancel{4x^2} + 22x + 28 - \cancel{4x^2} - 12x - 9$$

$$= 10x + 19$$

۸۴. اگر $A = x^2 + \frac{1}{2}$ و $B = x^2 - \frac{1}{2}$ باشد حاصل $(B-A)(A+B)$ کدام است؟

- ۱) $2x^2$ ۲) $-2x^2$ ۳) ۲ ۴) -۲

پاسخ: گزینه ۲

$$(B-A)(B+A) = \left[x^2 - \frac{1}{2} - x^2 - \frac{1}{2} \right] \left[x^2 - \frac{1}{2} + x^2 + \frac{1}{2} \right] = (-1)(2x^2) = -2x^2$$

۸۵. مقدار عددی عبارت زیر به ازای $a = ۰٫۲$ ، $b = -۰٫۲$ و $c = -۲$ کدام است؟

$$A = (a^2 + b^2 - c^2) - 3(a^2 - b^2 + c^2) + 2(a^2 - 2b^2 - c^2)$$

۱۶ ۱

-۱۶ ۲

۲۴ ۳

-۲۴ ۴

پاسخ: گزینه ۴

$$(a^2 - 3a^2 + 2a^2) + (b^2 + 3b^2 - 4b^2) + (-c^2 - 3c^2 - 2c^2)$$

$$= 0 \times a^2 + 0 \times b^2 + (-6c^2) = -6(-2)^2 = -24$$

۸۶. x یک عدد صحیح منفی است. کدام عبارت بزرگترین مقدار را دارد؟

$x + 1$ ۱

$2x$ ۲

$-2x$ ۳

$6x + 2$ ۴

پاسخ: گزینه ۳ چون x عددی منفی است همه عبارت‌ها جز $-2x$ منفی اند. البته گزینه‌ی (الف) ممکن است صفر باشد.

۸۷. فرض کنید M مجموعه همه عددهای حقیقی مانند x است که در $4^{2x} < 2^{4^x}$ صدق می‌کند M برابر است با:

$x > 0$ ۴

$\mathbb{R} - \{1\}$ ۳

$x < 1$ ۲

$0 < x < 1$ ۱

پاسخ: گزینه ۲

$$2^{4^x} < 4^{2x}$$

$$2^{2^{2x}} = (2^2)^{2x}$$

$$2^{2^{2x}} < 2^{2x \times 2}$$

$$2^{2^x} < 2^{x+1} \rightarrow 2x < x + 1 \rightarrow x < 1$$

۸۸. اگر $(m + L)^2 + (m - n)^2 + (n + L)^2 = 0$ حاصل $\frac{2L - m}{n}$ کدام است؟

1 ۱

3 ۲

-1 ۳

-3 ۴

پاسخ: گزینه ۴ حاصل جمع چند عبارت مثبت برابر صفر شده است پس تک تک آن‌ها را مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$\left. \begin{aligned} m + L = 0 &\Rightarrow m = -L \\ m - n = 0 &\Rightarrow m = n \\ n + L = 0 &\Rightarrow n = -L \end{aligned} \right\} \Rightarrow m = n = -L \Rightarrow \frac{2L - m}{n} = \frac{-2n - n}{n} = \frac{-3n}{n} = -3$$

۸۹. اگر تساوی $(2x - k)(x + k) = 2x^2 + 3x - k^2$ به‌ازای همه مقادیر x برقرار باشد، k کدام است؟

1 ۱

2 ۲

3 ۳

4 ۴

پاسخ: گزینه ۳ تساوی جبری در صورتی اتحاد است که ضرایب جملات هم‌درجه در طرفین آن با هم برابر باشند. داریم:

$$(2x - k)(x + k) = 2x^2 + 3x - k^2 \Rightarrow 2x^2 + \underline{2kx} - \underline{kx} - k^2 = 2x^2 + 3x - k^2 \Rightarrow \underline{2kx} + \underline{kx} - k^2 = \underline{2x^2} + \underline{3x} - k^2 \Rightarrow k = 3$$

۹۰. می‌خواهیم جدول مقابل را طوری پر کنیم که جمع اعداد هر سطر و ستون قطر عددی ثابت باشد در مورد x چه می‌توان گفت

x		
۲		۵
		۷

۱) می‌تواند هر عددی باشد. ۱

۲) تنها می‌تواند صفر باشد. ۲

۳) عددی بزرگ‌تر از ۷ است. ۳

۴) حتماً عددی بین ۵ و ۷ است. ۴

پاسخ: گزینه ۲ عدد وسط مربع را n نام‌گذاری می‌کنیم. مجموع اعداد سطر وسط برابر است با $2 + 5 + n$. مجموع اعداد قطر برابر است با $x + n + 7$. بنابراین عدد x تنها می‌تواند برابر با صفر باشد.

۹۱. اگر $(a - b)^2 = 804$ و $a^2 + b^2 = 622$ مقدار ab برابر است با:

-91 ۴

$+91$ ۳

-116 ۲

$+116$ ۱

گزینه ۴ پاسخ:

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 \rightarrow 2ab = a^2 + b^2 - (a - b)^2 \rightarrow ab = \frac{a^2 + b^2 - (a - b)^2}{2}$$

$$ab = \frac{622 - 804}{2} = \frac{-182}{2} = -91$$

۹۲. مجموع ضرایب چند جمله‌ای $(3x - 2y)(4x + 2y)^2$ برابر است با:

۳۶ (۴)

۴۱ (۳)

۶ (۲)

۱۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ نکته: در یک چند جمله‌ای اگر به جای متغیرها عدد یک بگذاریم و حاصل را بدست آوریم، در واقع مجموع ضرایب را بدست آورده‌ایم.

$$x = 1, y = 1 \rightarrow (3x - 2y)(4x + 2y)^2 = (3 - 2)(4 + 2)^2 = 1 \times 6^2 = 36$$

۹۳. حاصل عبارت $a^2 + b^2$ برابر کدام گزینه زیر است؟

$(b+a)^2 + 4ab$ (۴)

$(b+a)^2 - 2ab$ (۳)

$(b+a)^2 - 4ab$ (۲)

$(a+b)^2 + 2ab$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: $(a+b)^2 + 2ab = a^2 + 2ab + b^2 + 2ab = a^2 + b^2 + 4ab$

گزینه ۲: $(b+a)^2 - 4ab = a^2 + 2ab + b^2 - 4ab = a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$

گزینه ۳: $(b+a)^2 - 2ab = a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = a^2 + b^2$

گزینه ۴: $(b+a)^2 + 4ab = a^2 + 2ab + b^2 + 4ab = a^2 + b^2 + 6ab$

۹۴. اگر $x < y$ و $xy < 0$ باشد کدام یک از نامساوی‌های زیر همواره صحیح است؟

$xy > y^2$ (۴)

$x^2 > xy^2$ (۳)

$x^2 < xy$ (۲)

$x^2 > y^2$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ باتوجه به اینکه $xy < 0$ ، یعنی x و y هم علامت نیستند و از اینکه $x < y$ یعنی y علامت مثبت دارد و x علامت منفی دارد.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: مثال اگر $x = -2$ و $y = 3$ $(-2)^2 > 3^2$

گزینه ۲: $x^2 > xy$ عددی مثبت و xy منفی است، پس $x^2 > xy$

گزینه ۳: این گزینه درست است، x^2 مثبت و xy^2 منفی است، پس همواره $x^2 > xy^2$

گزینه ۴: xy مقداری منفی و y^2 مقداری مثبت است، پس $xy < y^2$

۹۵. تجزیه عبارت $a^3 - ab^2 + a^2 - b^2$ برابر با کدام گزینه است؟

$(a+1)(a^2 + b^2)$ (۴)

$(a+2)(a^2 + b^2)$ (۳)

$(a-2)(a^2 - b^2)$ (۲)

$(a+1)(a+b)(a-b)$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$a^3 - ab^2 + a^2 - b^2 = \underbrace{a^3 + a^2}_{\text{فاکتورگیری از } a^2} - \underbrace{ab^2 - b^2}_{-b^2}$$

$$= \underbrace{a^2(a+1) - b^2(a+1)}_{\text{فاکتورگیری از } (a+1)} = (a+1)(a^2 - b^2) = (a+1)(a-b)(a+b)$$

۹۶. نسبت (ک م م) به (ب م م) دو عبارت $6b(x^2 - x - 6)$ و $8b(x^2 - 4x + 3)$ کدام مورد است؟

$\frac{12(x^2 - 2x + 1)}{+1}$ (۴)

$\frac{12(x^2 - 5x + 6)}{+6}$ (۳)

$\frac{12(x^2 - 3x + 3)}{+3}$ (۲)

$\frac{12(x^2 + x - 2)}{+1}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا هر کدام از دو عبارت را تجزیه می‌کنیم:

$$6b(x^2 - x - 6) = 6b(x-3)(x+2) = 2 \times 3b(x-3)(x+2)$$

$$8b(x^2 - 4x + 3) = 8b(x-1)(x-3) = 2^3 \times b(x-1)(x-3)$$

حال برای به دست آوردن مقدار ب.م.م. شمارنده مشترک با کمترین توان.

$$\text{ب.م.م.} = 2b(x-3)$$

همچنین برای به دست آوردن ک.م.م. دو عبارت شمارنده مشترک با بیشترین توان ضربدر شمارنده‌های غیرمشترک.

$$\text{ک.م.م.} = 2^3 \times 3b(x-3)(x-1)(x+2)$$

حال نسبت ک.م.م. به ب.م.م. را به دست می‌آوریم:

$$\frac{2^3 \times 3b(x-3)(x-1)(x+2)}{2b(x-3)} = 2^2(x-1)(x+2) \times 3 = 12(x^2 + x - 2)$$

۹۷. تجزیه شده عبارت $x^2 + 4xy + 4y^2 - 2x - 4y - 3$ کدام است؟

- ۱ $(x - 2y - 1)(x - 2y + 3)$
 ۲ $(x + 2y + 1)(x + 2y - 3)$
 ۳ $(x - 2y + 1)(x - 2y - 3)$
 ۴ $(x + 2y - 1)(x + 2y + 3)$

پاسخ: گزینه ۲

$$x^2 + 4xy + 4y^2 - 2x - 4y - 3$$

اتحاد مربع دو جمله‌ای

$$= (x + 2y)^2 - \underbrace{2x - 4y - 3}$$

از -2 فاکتورگیری می‌کنیم

$$= (x + 2y)^2 - 2(x + 2y) - 3$$

سپس باتوجه به اتحاد جمله مشترک (جمله مشترک $x + 2y$) داریم:

$$(x + 2y - 3)(x + 2y + 1)$$

۹۸. اگر $a - 2 > 0$ ، $b + c > 0$ و $c < 0$ باشد، چند مورد از نامساوی‌های زیر حتماً برقرار است؟

$$a - 2 + b > 0 \quad \text{و} \quad ab - 2b > 0 \quad \text{و} \quad ac - 2c > 0$$

- ۱ یک مورد
 ۲ دو مورد
 ۳ سه مورد
 ۴ هیچ کدام

پاسخ: گزینه ۲ نامساوی‌ها را بررسی می‌کنیم:

نادرست است.

$$ac - 2c > 0 \Rightarrow c(a - 2) > 0$$

چون

$$(a - 2) > 0 \xrightarrow{\text{ضرب طرفین نامعادله در عددی منفی } c < 0 \text{ جهت نامساوی تغییر می‌کند}} c(a - 2) < 0 \Rightarrow ac - 2c < 0$$

$$ab - 2b > 0 \Rightarrow b(a - 2) > 0$$

باتوجه به اینکه $c < 0$ و $b + c > 0$ است، پس b مقداری مثبت است، پس با ضرب طرفین نامساوی در عددی مثبت جهت نامساوی تغییر نمی‌کند. درست است.

$$(a - 2) > 0 \Rightarrow b(a - 2) > 0 \Rightarrow ab - 2b > 0$$

$$a - 2 + b > 0 \Rightarrow a - 2 > -b \Rightarrow \begin{matrix} a - 2 > 0 \\ b > 0 \end{matrix} \Rightarrow a - 2 + b > 0$$

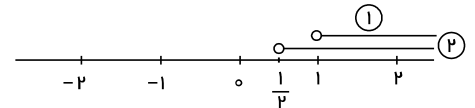
درست است.

۹۹. مجموعه جواب‌های مشترک نامعادلات $1 - x < 0$ و $2x - 1 > 0$ برابر است با:

- ۱ $x > \frac{1}{2}$
 ۲ $x > 1$
 ۳ $x < \frac{1}{2}$
 ۴ $\frac{1}{2} < x < 1$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا دو نامعادله را حل می‌کنیم، سپس قسمت‌های مشترک مربوط به مجموع جواب آن‌ها را به دست می‌آوریم:

$$1 - x < 0 \Rightarrow -x < -1 \Rightarrow x > 1 \quad (1)$$



$$2x - 1 > 0 \Rightarrow 2x > 1 \Rightarrow x > \frac{1}{2} \quad (2)$$

قسمت مشترک $x > 1$ است.

۱۰۰. مقدار عددی عبارت $(a^2 - b^3 - 4c^2) - 2(a^2 + b^3 - 2c^2) - (a^2 - 1)$ به ازای $a = -0.1$ ، $b = -2$ و $c = 1387$ کدام است؟ (روبوکاپ هفتمین دوره)

- ۱ ۲۴,۹۹
 ۲ ۲۴,۹۸
 ۳ ۲۴,۰۱
 ۴ ۲۴,۱

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا عبارت را ساده می‌کنیم:

$$a^2 - b^3 - 4c^2 - 2a^2 - 2b^3 + 4c^2 - a^2 + 1 = -2a^2 - 3b^3 + 1 = -2(-0.1)^2 - 3(-2)^3 + 1$$

$$= -2 \times (0.01) - 3(-8) + 1 = -0.02 + 24 + 1 = 24.98$$

۱۰۱. اگر $p * q$ معادل $q + 2p^2$ باشد، $2 * 5$ معادل چیست؟

- ۱۰ (۱) ۱۳ (۲) ۲۱ (۳) ۸۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

$$p * q = 2p^2 + q \rightarrow 2 * 5 = 2(2)^2 + 5 = 8 + 5 = 13$$

۱۰۲. اگر عمل $*$ چنین تعریف شود $a * b = a^2 - 2b$ در معادله $2 * x = 12$ مقدار x برابر است با:

- ۲ (۴) -۴ (۳) +۴ (۲) -۱۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ با توجه به تعریف $*$ داریم:

$$2 * x = 2^2 - 2x = 4 - 2x$$

$$4 - 2x = 12 \rightarrow -2x = 12 - 4 \Rightarrow -2x = 8 \rightarrow x = \frac{8}{-2} = -4$$

۱۰۳. درجه‌ی یک جمله‌ای $5xy^2z^3$ نسبت به همه‌ی متغیرهایش برابر است با:

- ۳ (۴) ۱ (۳) ۶ (۲) ۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ درجه‌ی یک جمله‌ای نسبت به همه‌ی متغیرهایش، برابر حاصل جمع توان‌های متغیرهاست.

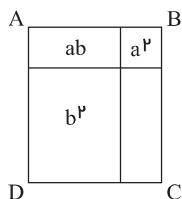
۱۰۴. ب.م.م یا بزرگترین مقسوم‌علیه مشترک یک جمله‌ای‌های $8ax^2$ و $24axy$ و $18ay^2$ کدام است؟ (آذربایجان غربی - خرداد ۹۵)

- $72ax^2y^2$ (۴) $6ay$ (۳) $8ax$ (۲) $2a$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

۱۰۵. با توجه به مساحت‌های داده شده، مساحت مربع $ABCD$ کدام گزینه است؟

- $(a+b)^2$ (۱) $a^2 + b^2$ (۲) $2a^2 + b^2$ (۳) $2ab + a^2$ (۴)

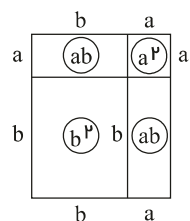


پاسخ: گزینه ۱

$$\text{مساحت مربع} : a^2 + b^2 + ab + ab = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$\text{مساحت مربع} = (a+b)^2$$

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$



۱۰۶. چند عدد طبیعی وجود دارد که اگر از دو برابر آنها ۵ واحد کم کنیم، حاصل کمتر از ۱۱ می‌شود؟

- بی‌شمار (۴) ۹ (۳) ۸ (۲) ۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ صورت سؤال را به صورت نامعادله می‌نویسیم: $2x - 5 < 11$ ، پس باید مجموعه جواب این نامعادله را به دست آوریم.

$$2x - 5 < 11 \Rightarrow 2x < 16 \Rightarrow x < 8$$

چون مجموعه جواب x ‌های کوچک‌تر از ۸ و اعداد طبیعی هستند، در نتیجه x می‌تواند مقادیر ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ۷ را داشته باشد.

۱۰۷. اگر $x^2 - 3x - 15 = 0$ باشد، حاصل $(x-5)(x+2)$ کدام است؟

- ۱۷ (۴) ۱۰ (۳) ۵ (۲) -۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ مقدار $x^2 - 3x - 15 = 0$ است، پس اگر $(x-5)(x+2)$ آن را کم کنیم، چیزی که باقی می‌ماند، مقدار $(x-5)(x+2)$ خواهد بود.

$$(x-5)(x+2) - (x^2 - 3x - 15) = \cancel{x^2} - \cancel{3x} - 10 - \cancel{x^2} + \cancel{3x} + 15 = 5$$

۱۰۸. کدام یک از گزینه‌های زیر اتحاد است؟

- $(a+b)^2 - 2ab = a^2 + b^2$ (۲) $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 4ab$ (۱) $(a-b)(b-a) = -a^2 - b^2$ (۴) $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 2a^2 + 2b^2$ (۳)

پاسخ: گزینه ۲ بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: اتحاد نیست.

$$(a+b)^2 + (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 + a^2 - 2ab + b^2 = 2a^2 + 2b^2 \neq 4ab$$

گزینه ۲: اتحاد است.

$$(a+b)^2 - 2ab = a^2 + 2ab + b^2 - 2ab = a^2 + b^2$$

گزینه ۳: اتحاد نیست.

$$(a+b)^2 - (a-b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 - (a^2 - 2ab + b^2) = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab \neq 2a^2 + 2b^2$$

گزینه ۴: اتحاد نیست.

$$(a-b)(b-a) = -(a-b)(a-b) = -(a-b)^2 = -(a^2 - 2ab + b^2) = -a^2 + 2ab - b^2 \neq -a^2 - b^2$$

۱۰۹. جواب مشترک دو نامعادله $\frac{3x+5}{2} - \frac{2x-4}{3} > \frac{1}{2}$ و $\frac{3}{2}x + 2 > 2x - 3$ به کدام صورت است؟

۴ $-4 < x < 7$

۳ $-4 < x < 10$

۲ $-\frac{22}{5} < x < 10$

۱ $\frac{2}{5} < x < 10$

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا جواب هر یک از نامعادلات را به دست می آوریم:

$$\frac{3}{2}x + 2 > 2x - 3 \Rightarrow 2x - \frac{3}{2}x < 5 > \frac{1}{2}x \Rightarrow x < 10 \quad (I)$$

$$\frac{3x+5}{2} - \frac{2x-4}{3} > \frac{1}{2} \xrightarrow{\times 6} 3(3x+5) - 2(2x-4) > 3$$

$$\Rightarrow 9x + 15 - 4x + 8 > 3 \Rightarrow 5x > -20 \Rightarrow x > -4 \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow -4 < x < 10$$

۱۱۰. عبارت جبری $4x^2 - 10xy + 4y^2$ ، با کدام گزینه، تشکیل یک اتحاد می دهد؟

۴ $(x-2y)(4x-2y)$

۳ $-(2x+2y)^2$

۲ $(2x-y)(2x+4y)$

۱ $(2x-2y)^2$

پاسخ: گزینه ۴ احتمالاً در گزینه ۴ به جای $4x^2$ ، $4x$ باید قرار می گرفت.

۱۱۱. حاصل $9 \times 11 \times 101 \times 10001 + 1$ با استفاده از اتحادها کدام است؟

۴ 10^{10}

۳ 10^8

۲ 10^6

۱ 10^4

پاسخ: گزینه ۳

$$9 \times 11 \times 101 \times 10001 + 1$$

$$= (10-1)(10+1)(100+1)(10000+1) + 1$$

$$= (10-1)(10+1)(10^2+1)(10^4+1) + 1$$

$$= (10^2-1)(10^2+1)(10^4+1) + 1 =$$

$$(10^4-1)(10^4+1) + 1 = 10^8 - 1 + 1 = 10^8$$

۱۱۲. کوچک ترین عدد حقیقی x که در نامعادله $x^2 - 2004 \leq 0$ صدق می کند، کدام است؟

۴ $-\sqrt{2004}$

۳ $\sqrt{2004}$

۲ 2004

۱ -2004

پاسخ: گزینه ۴ $x^2 - 2004 \leq 0$ معادل است با: $-\sqrt{2004} \leq x \leq \sqrt{2004}$

۱۱۳. بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک دو عبارت $x^3 - 4x^2 + 4x$ و $x^3 - 12x + 3x^3$ کدام است؟

- ۱ $x - 4$ ۲ $x - 2$ ۳ $x^2 - 2x$ ۴ $x^2 - x$

پاسخ: گزینه ۳

$$x^3 - 4x^2 + 4x = x(x^2 - 4x + 4) = x(x - 2)^2$$

$$3x^3 - 12x = 3x(x^2 - 4) = 3x(x - 2)(x + 2)$$

۱۱۴. مجموع ثلث و ربع عددی از مجموع نصف و خمس آن عدد کوچک‌تر است. آن عدد کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

- ۱ $-\frac{1}{24}$ ۲ $\frac{1}{24}$ ۳ صفر ۴ $-\frac{1}{25}$

پاسخ: گزینه ۲ با فرض x عدد مورد نظر داریم:

$$\frac{x}{3} + \frac{x}{4} < \frac{x}{2} + \frac{x}{5} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{4x + 3x}{12} < \frac{5x + 2x}{10} \Rightarrow \frac{7x}{12} < \frac{7x}{10} \xrightarrow{\text{طرفین } \times 60} 35x < 42x \Rightarrow 42x - 35x > 0 \Rightarrow 7x > 0 \xrightarrow{\text{طرفین } \div 7} x > 0$$

می‌بینیم که فقط عدد گزینه (۲) در این نامساوی صدق می‌کند.

۱۱۵. اگر $(a - b)^2 + (b - c)^2 = 0$ باشد، حاصل عبارت $\frac{2a}{b + c}$ کدام گزینه است؟

- ۱ ۲ ۲ $-\frac{1}{2}$ ۳ -1 ۴ ۱

پاسخ: گزینه ۴ نکته: هرگاه مجموع چند عبارت که با توان زوج آمده‌اند صفر بود، تک تک آن عبارات صفر هستند.

$$(a - b)^2 + (b - c)^2 = 0 \rightarrow \begin{cases} a - b = 0 \\ b - c = 0 \end{cases} \rightarrow a = b = c \text{ (با هم برابرند.)}$$

حال در عبارت خواسته شده به جای b و c نیز a می‌گذاریم:

$$\frac{2a}{b + c} = \frac{2a}{a + a} = \frac{2a}{2a} = 1$$

۱۱۶. اگر مجموع دو عدد طبیعی ۹ و حاصل ضرب آن‌ها ۱۴ باشد، مجموع مربعات آن‌ها کدام است؟

- ۱ ۱۰۹ ۲ ۵۳ ۳ ۸۱ ۴ ۷۷

پاسخ: گزینه ۲ نکته: اتحاد مربع دو جمله‌ای $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$

$$ab = 14, a + b = 9$$

$$(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab \rightarrow \text{مجموع مربعات} = a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = 9^2 - 2 \times 14 = 81 - 28 = 53$$

۱۱۷. اگر $x^2 - 6xy + y^2 = 0$ باشد، حاصل عبارت $\left(\frac{x - y}{x + y}\right)^2$ برابر است با:

- ۱ $-\frac{3}{2}$ ۲ $\frac{1}{2}$ ۳ $\frac{3}{2}$ ۴ ۲

پاسخ: گزینه ۲ چون $x^2 - 6xy + y^2 = 0$ پس $x^2 + y^2 = 6xy$

حال حاصل $\left(\frac{x - y}{x + y}\right)^2$ را به دست می‌آوریم:

$$\left(\frac{x - y}{x + y}\right)^2 = \frac{x^2 + y^2 - 2xy}{x^2 + y^2 + 2xy}$$

در عبارت بالا به جای $x^2 + y^2$ عبارت $6xy$ را قرار می‌دهیم:

$$\frac{6xy - 2xy}{6xy + 2xy} = \frac{4xy}{8xy} = \frac{1}{2}$$

۱۱۸. اگر بزرگترین مجموعه جواب نامعادله $\frac{2}{3}x - x > 2x + m$ برابر $x < 6$ باشد، مقدار m برابر با کدام گزینه زیر است؟

- ۱ -28 ۲ ۱۷ ۳ -14 ۴ ۱۰

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا مجموعه جواب نامعادله $\frac{2}{3}x - x > 2x + m$ را بر حسب m به دست می‌آوریم:

$$\frac{2}{3}x - x > 2x + m \rightarrow \frac{2}{3}x - x - 2x > m \rightarrow \frac{-7}{3}x > m$$

دو طرف را در $-\frac{3}{7}$ ضرب می‌کنیم و چون در عدد منفی ضرب شده، علامت نامعادله عوض می‌شود.

$$x < -\frac{3}{7}m$$

باتوجه به اینکه مجموعه جواب نامعادله برابر $x < 6$ است، پس: $-\frac{3}{7}m = 6$

$$-\frac{3}{7}m = 6 \rightarrow m = -14$$

۱۱۹. مقدار عبارت $\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)^{2000} \times \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^{2000}$ کدام است؟

- ۱) $\frac{5^{2000}-1}{4}$ ۲) $\frac{5^{2000}+1}{4}$ ۳) 4^{1000} ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۴ می‌توان نوشت:

$$\left(\left(\frac{\sqrt{5}+1}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)\right)^{2000} = \left(\frac{5-1}{4}\right)^{2000} = 1$$

۱۲۰. اگر $a+b+c=7$ و $a^2+b^2+c^2=11$ ، حاصل $ab+ac+bc$ برابر است با:

- ۱) ۵۷ ۲) ۱۹ ۳) ۳۸ ۴) ۳۶

پاسخ: گزینه ۲ از اتحاد مربع سه جمله‌ای استفاده می‌کنیم:

$$(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$\rightarrow (a+b+c)^2 = (a^2 + b^2 + c^2) + 2(ab + ac + bc)$$

$$\rightarrow 7^2 = 11 + 2(ab + ac + bc)$$

$$\rightarrow ab + ac + bc = \frac{49 - 11}{2} = \frac{38}{2} = 19$$

۱۲۱. در معادله $3^{2t+4} = 2^{(x-1)(x-2)\dots(x-100)}$ ، اگر $x=20$ باشد، مقدار t کدام است؟

- ۱) -۲ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) -۱

پاسخ: گزینه ۱ در توان سمت راست، با جایگزینی ۲۰ به جای x یکی از این پرانتزها صفر می‌شود (بیستمین پرانتز $20 - 20 = 0$)، پس حاصل ضرب (یعنی توان) صفر می‌شود. هر عدد به توان صفر برابر با یک می‌باشد. پس توان سمت چپ نیز باید صفر باشد.

$$2t + 4 = 0 \rightarrow 2t = -4 \rightarrow t = \frac{-4}{2} \rightarrow t = -2$$

۱۲۲. اگر $xy=5$ و $yz=4$ و $xz=3$ باشد، مقدار $3y^2 + 4x^2 + 5z^2$ کدام گزینه است؟

- ۱) ۴۷ ۲) ۳۷ ۳) ۲۷ ۴) ۵۷

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{cases} xy = 5 \\ yz = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین}} xyz = 5 \times 4 \Rightarrow xzy^2 = 20 \rightarrow 3y^2 = 20 \rightarrow y^2 = \frac{20}{3}$$

$$\begin{cases} xy = 5 \\ xz = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین}} xyz = 5 \times 3 \rightarrow x^2yz = 15 \rightarrow 4x^2 = 15 \rightarrow x^2 = \frac{15}{4}$$

$$\begin{cases} yz = 4 \\ xz = 3 \end{cases} \xrightarrow{\text{ضرب طرفین}} yzxz = 12 \rightarrow yz^2x = 12 \rightarrow 5z^2 = 12 \rightarrow z^2 = \frac{12}{5}$$

$$3y^2 + 4x^2 + 5z^2 \rightarrow \left(\cancel{y} \times \frac{20}{\cancel{y}}\right) + \left(\cancel{x} \times \frac{15}{\cancel{x}}\right) + \left(\cancel{z} \times \frac{12}{\cancel{z}}\right) = 20 + 15 + 12 = 47$$

۱۲۳. فرض کنید $a = \sqrt{2005} + \sqrt{1995}$ ، کدام عبارت برابر $\sqrt{2005} - \sqrt{1995}$ است؟

- ۱) $10 - a$ ۲) $\frac{1}{a}$ ۳) $\frac{10}{a}$ ۴) $\frac{a}{10}$

پاسخ: گزینه ۳ می‌توانیم بنویسیم:

$$(\sqrt{2005} - \sqrt{1995})(\sqrt{2005} + \sqrt{1995}) = 10$$

$$\Rightarrow \sqrt{2005} - \sqrt{1995} = \frac{10}{a}$$

۱۲۴. مجموع ضرایب عبارت $(3x^2 + x - 3)^{1397} + (3x^3 - x - 2)^{2019}$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۳ ۴

پاسخ: گزینه ۲ برای به دست آوردن ضرایب یک چندجمله‌ای کافی است به جای متغیرها عدد یک بگذاریم.

$$3 + (3 \times 1^2 + 1 - 3)^{1397} + (3 \times 1^3 - 1 - 2)^{2019} = 3 + 1^{1397} + 0^{2019} = 3 + 1 = 4$$

۱۲۵. کدام عبارت در تجزیه عبارت $2x^3 + x^2 - 18x - 9$ وجود ندارد؟

- ۱ $x - 3$ ۲ $x + 3$ ۳ $2x + 1$ ۴ x

پاسخ: گزینه ۴

$$2x^3 + x^2 - 18x - 9 = (2x^2 - 18x) + (x^2 - 9) = 2x(x^2 - 9) + (x^2 - 9)$$

$$= (x^2 - 9)(2x + 1) = (x - 3)(x + 3)(2x + 1)$$

۱۲۶. کدام یک از گزینه‌های زیر مجموعه جواب نامعادله زیر را نشان می‌دهد؟

$$-3(x - 1) \geq 1 - \frac{2x + 1}{2}$$

- ۱ $\{x \in \mathbb{R} | x \leq \frac{5}{4}\}$ ۲ $\{x \in \mathbb{R} | x \geq \frac{5}{4}\}$ ۳ $\{x \in \mathbb{R} | x \leq \frac{3}{4}\}$ ۴ $\{x \in \mathbb{R} | x \geq \frac{3}{4}\}$

پاسخ: گزینه ۱

$$-3(x - 1) \geq 1 - \frac{2x + 1}{2} \rightarrow -3x + 3 + \frac{2x + 1}{2} \geq 1$$

$$\frac{-6x + 6 + 2x + 1}{2} \geq 1 \Rightarrow \frac{-4x + 7}{2} \geq 1 \Rightarrow -4x + 7 \geq 2 \Rightarrow -4x \geq -5 \Rightarrow x \leq \frac{5}{4}$$

۱۲۷. اگر $A = x^2 + 2x + 3$ باشد و $B = 2x^2 + 3x - 1$ و $C = 3x^2 - 5x + 4$ آنگاه مقدار $2A + B - C$ کدام است؟

- ۱ $x^2 + 10x - 2$ ۲ $x^2 + 12x - 1$ ۳ $x^2 + 12x + 1$ ۴ $x^2 + 10x + 2$

پاسخ: گزینه ۳

$$2A + B - C = 2(x^2 + 2x + 3) + 2x^2 + 3x - 1 - (3x^2 - 5x + 4)$$

$$= 2x^2 + 4x + 6 + 2x^2 + 3x - 1 - 3x^2 + 5x - 4 = x^2 + 12x + 1$$

۱۲۸. اگر $x + y + z = 1$ و $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ ، $x^2 + y^2 + z^2$ برابر است با:

- ۱ ۰ ۲ ۱ ۳ ۲ ۴ ۳

پاسخ: گزینه ۲ از $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ نتیجه می‌شود $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 0$ پس:

$$x^2 + y^2 + z^2 = (x + y + z)^2 - 2(xy + yz + zx) = 1 - 2 \times 0 = 1$$

۱۲۹. اگر $5x^2 + 7xy = 26$ و $15x + 21y = 13$ باشد، مقدار x برابر چند است؟

- ۱ ۴ ۲ ۵ ۳ ۶ ۴ ۷

پاسخ: گزینه ۳

$$\left. \begin{array}{l} 5x^2 + 7xy = 26 \xrightarrow{\text{فاکتور}} x(5x + 7y) = 26 \\ 15x + 21y = 13 \xrightarrow{\text{فاکتور}} 3(5x + 7y) = 13 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تقسیم می‌کنیم}} \frac{x(5x + 7y)}{3(5x + 7y)} = \frac{26}{13} \rightarrow \frac{x}{3} = \frac{2}{1} \rightarrow x = 6$$

۱۳۰. عبارت جبری $(x^3 + bx^2) + (4xy + 4by)$ به صورت ضرب دو عبارت جبری کدام است؟

- ۱ $x + b(x^2 + 4y)$ ۲ $(x + b)x^2 + 4y$ ۳ $x(bx^2 + 4y)$ ۴ $(x + b)(x^2 + 4y)$

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا در هر پراتنز از عبارت یکسان فاکتور گرفته و در مرحله‌ی بعد از دو جمله‌ای $x + b$ در عبارات فاکتور می‌گیریم:

$$(x^2 + bx^2) + (4xy + 4by) = x^2(x+b) + 4y(x+b) = (x+b)(x^2 + 4y)$$

از x^2 فاکتور
از $4y$ فاکتور
مشترک
مشترک
فاکتور

۱۳۱. اگر $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a} = 5$ و $\frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a} = 6$ باشد، حاصل $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2}$ چند است؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$\left(\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{a}\right)^2 = 5^2 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} + 2 \times \frac{a}{b} \cdot \frac{b}{c} + 2 \times \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{a} + 2 \times \frac{b}{c} \cdot \frac{c}{a} = 25$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} + 2\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a}\right) = 25 \Rightarrow \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} = 13$$

۱۳۲. اگر $x^2 + x = 1$ ، $x^3 + x^2 + x = 1$ کدام است؟ (روبوکاپ - پنجمین دوره)

- ۸x - 13 (۱) 8x + 13 (۲) 13x - 8 (۳) 13x + 8 (۴)

پاسخ: گزینه ۳

$$x^2 = 1 - x \rightarrow x^3 = (1 - x)^2 = 1 - 2x + x^2 \rightarrow (1 - 2x) + (1 - x) \rightarrow 2 - 3x$$

$$x^3 + x^2 + x = (2 - 3x)(1 - x) + (1 - x) + x$$

$$= (2 - 2x - 3x + 3x^2)x \rightarrow (2 - 5x + 3x^2)x$$

$$= (2 - 5x + 3(1 - x))x \rightarrow (5 - 8x)x = 5x - 8x^2$$

$$= 5x - 8(1 - x) = 13x - 8$$

۱۳۳. a و b و c عددهایی اول هستند و $a > b > c$ اگر $a + b + c = 78$ و $a - b - c = 40$ برابر است با:

- ۵۹۰ (۱) ۱۰۶۳ (۲) ۱۲۳۹ (۳) ۲۰۰۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۴. a و b حتماً فرد هستند و $a + b + c$ زوج است پس c زوج است و در نتیجه $c = 2$. (عدد ۲ تنها عدد اول زوج است) از طرفی

$$2a = (a + b + c) + (a - b - c) = 78 + 40$$

پس $a = 59$ و در نتیجه $b = 17$. بنابراین:

$$abc = 59 \times 17 \times 2 = 2006$$

۱۳۴. تفاضل ۳۹ از مجذور عددی با مجذور تفاضل ۳ از آن عدد، برابر است. آن عدد چند است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$x^2 - 39 = (x - 3)^2$$

مجزور عدد
مجزور عدد

↑
↑

↓

تفاضل آن عدد از ۳

$$\text{اتحاد } (a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$x^2 - 39 = x^2 - 6x + 9 \rightarrow 6x = 9 + 39 = 48 \rightarrow x = \frac{48}{6} = 8$$

۱۳۵. اگر $x^3 - y^3 = 7$ و $x - y = 1$ حاصل $x^2 + y^2$ کدام است؟

- ۵ (۱) -۵ (۲) ۲۵ (۳) -۲۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۱

$$x - y = 1 \Rightarrow \text{طرفین به توان ۳} \Rightarrow \underbrace{(x - y)^3}_{\text{اتحاد مکعب دو جمله}} = 1^3 \Rightarrow x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 = 1^3 \xrightarrow{x^3 - y^3 = 7} \underbrace{-3x^2y + 3xy^2}_{\text{فاکتورگیری از } -3xy} + 7 = 1 \Rightarrow -3xy(x - y) = -6$$

$$\Rightarrow -3xy = -6 \xrightarrow{\div(-3)} xy = 2 \quad (1)$$



$$x - y = 1 \Rightarrow \underbrace{(x - y)^2}_{\text{اتحاد مربع دو جمله}} = 1^2 \Rightarrow x^2 - 2xy + y^2 = 1 \Rightarrow x^2 + y^2 \stackrel{(1)}{=} 1 + 2xy \Rightarrow x^2 + y^2 = 1 + 4 \Rightarrow x^2 + y^2 = 5$$

۱۳۶. کدام یک از عامل‌های زیر در تجزیه عبارت $(x^2 - 5x + 6) + (x^2 - x - 2)$ وجود دارد؟

۱ $x - 1$
 ۲ $2x + 2$
 ۳ $x + 2$
 ۴ $x - 3$

پاسخ: گزینه ۱

$$(x^2 - 5x + 6) + (x^2 - x - 2) = (x - 2)(x - 3) + (x - 2)(x + 1) = (x - 2)((x - 3) + (x + 1)) = (x - 2)(2x - 2) = 2(x - 2)(x - 1)$$

۱۳۷. چند جمله‌ای زیر متحد با صفر است، مقدار d برابر با کدام گزینه است؟

$$(a - 4)x^3 - (a - 3b + 5)x^2 + (4b - 2c)x + c - 3d$$

۱
 ۲
 ۳
 ۴

پاسخ: گزینه ۳ هرگاه همه ضرایب یک چندجمله‌ای صفر باشد آن را متحد با صفر می‌نامند.

$$\rightarrow \begin{cases} a - 4 = 0 \rightarrow a = 4 \\ a - 3b + 5 = 0 \rightarrow 4 - 3b + 5 = 0 \rightarrow 3b = 9 \rightarrow b = 3 \\ 4b - 2c = 0 \rightarrow 12 - 2c = 0 \rightarrow 2c = 12 \rightarrow c = 6 \\ c - 3d = 0 \rightarrow 6 - 3d = 0 \rightarrow 3d = 6 \rightarrow d = 2 \end{cases}$$

۱۳۸. در تجزیه $4a^4 - 4^3$ کدام عامل وجود ندارد؟

۱ $a^2 + 4$
 ۲ $a + 2$
 ۳ $a - 2$
 ۴ $a^2 - a$

پاسخ: گزینه ۴

$$4(a^4 - 16) = 4(a^2 - 4)(a^2 + 4) = 4(a - 2)(a + 2)(a^2 + 4)$$

۱۳۹. حاصل عبارت $(x - a)(x - b)(x - c) \cdots (x - y)(x - z)$ برابر کدام است؟

۱ صفر
 ۲ $x^{26} - (a + b + \cdots + y + z)$
 ۳ $x^{26} - 1 \times 2 \times 3 \times \cdots \times 26$
 ۴ $x^{26} + (a + b + x + z) - 1 \times 2 \times \cdots \times 26$

پاسخ: گزینه ۱

$$(x - a)(x - b)(x - c) \cdots (x - x)(x - y)(x - z)$$

توالی ضرب به حروف انگلیسی است و جمله $(x - x)$ وقتی در عبارت ظاهر می‌شود مقدارش صفر است و صفر ضربدر هر عددی صفر می‌شود.

۱۴۰. عددهای طبیعی x و y در $2x = 5y$ صدق می‌کنند و یکی از عددهای زیر $x + y$ است. این عدد کدام است؟

۱ ۲۰۱۱
 ۲ ۲۰۱۰
 ۳ ۲۰۰۹
 ۴ ۲۰۰۸

پاسخ: گزینه ۳ چون $2x = 5y$ باید بر ۲ بخش پذیر باشد، می‌توانیم بنویسیم:

$$x + y = 5 \left(\frac{y}{2} \right) + y = 7 \times \left(\frac{y}{2} \right)$$

پس $x + y$ حتماً باید بر ۷ بخش پذیر باشد.

۱۴۱. در وسط زمین مستطیل شکلی به ابعاد $2x$ و $x + 3$ حوض دایره‌ای شکل به شعاع $\frac{x}{3}$ ساخته شده است و بقیه زمین چمن کاری شده است. مساحت ناحیه چمن کاری بر حسب x به صورت $ax^2 + 6x$ می‌باشد. مقدار a برابر کدام گزینه است؟

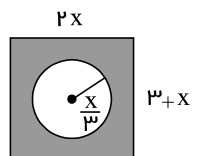
۱ $2 - \frac{\pi}{9}$
 ۲ $2 + \frac{\pi}{9}$
 ۳ $2 - \frac{\pi}{3}$
 ۴ $2 + \frac{\pi}{3}$

پاسخ: گزینه ۱

$$S = \text{طول} \times \text{عرض} = 2x(x + 3) = 2x^2 + 6x$$

$$S_{\text{دایره}} = \pi r^2 = \pi \times \left(\frac{x}{3} \right)^2 = \frac{\pi x^2}{9}$$

$$S_{\square} - S_{\circ} = 2x^2 + 6x - \frac{\pi x^2}{9} = \left(2 - \frac{\pi}{9} \right) x^2 + 6x$$



مشاهده می‌شود که به جای a عدد $2 - \frac{\pi}{9}$ آمده است.

۱۴۲. حاصل عبارت مقابل برابر است با: $20^2 - 18^2 + 16^2 - 14^2 + \dots + 4^2 - 2^2$

۴۴۰ (۴)

۲۲۰ (۳)

۱۱۰ (۲)

۵۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ نکته: اتحاد مزدوج $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

$$(20^2 - 18^2) + (16^2 - 14^2) + \dots + (4^2 - 2^2) = [(20 - 18)(20 + 18)] + [(16 - 14)(16 + 14)] + \dots$$

$$+ [(4 - 2)(4 + 2)] = [2(20 + 18)] + [2(16 + 14)] + \dots + [2(4 + 2)]$$

$$\xrightarrow[\text{می‌گیریم}]{\text{از } 2 \text{ فاکتور}} 2[20 + 18 + 16 + 14 + \dots + 4 + 2] \xrightarrow[\text{کروشه فاکتور می‌گیریم}]{\text{دوباره از } 2 \text{ داخل}} 2 \times 2(10 + 9 + 8 + 7 + \dots + 2 + 1)$$

$$4 \times (10 + 9 + 8 + 7 + \dots + 2 + 1) = 4 \times 55 = 220$$

نکته‌ی ۲: $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$

طبق نکته‌ی ۲: $\frac{10 \times (10 + 1)}{2} = \frac{10 \times 11}{2} = 55$

۱۴۳. همی عددهای حقیقی نامنفی مانند x و y را در نظر بگیرید که حاصل جمعشان ۲ است. اختلاف بیش‌ترین مقدار و کم‌ترین مقدار $x^3 + y^3$ کدام است؟

۱ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ چون $x + y = 2$ می‌توانیم بنویسیم:

$$x^3 + y^3 = x^3 + (2 - x)^3 = 8 - 12x + 6x^2$$

و چون $x \geq 0$ و $y \geq 0$ باید حداقل و حداکثر $8 - 12x + 6x^2$ را روی $[0, 2]$ به دست بیاوریم. می‌دانیم که x هایی که به ازای آن‌ها این عبارت مقادیر حداقل و حداکثرش را می‌گیرد، بین مقادیرهای ۰، ۲ و $-\frac{-12}{2 \times 6} = 1$ هستند و مقدار عبارت به ازای آن‌ها برابر است با ۸، ۲ و ۸. پس حداکثر مقدار عبارت ۸ است و حداقل آن ۲ است. تفاضل این

مقادیرها برابر است با: $8 - 2 = 6$

۱۴۴. با فرض طبیعی بودن x و y حاصل $x^2 y^2 + x^2 + y^2 + 1$ کدامیک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

۸۳ (۴)

۱۱۹ (۳)

۸۵ (۲)

۴۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$(x^2 y^2 + x^2) + y^2 + 1$$

$$= x^2(y^2 + 1) + (y^2 + 1) = (y^2 + 1)(x^2 + 1)$$

حالا باید دید کدام گزینه را به این شکل می‌توان نوشت:

اعداد ۴۳ و ۸۳ که اعدادی اولند را کنار می‌گذاریم:

$$85 = 17 \times 5 = (4^2 + 1)(2^2 + 1)$$

۱۴۵. اگر $A = a^2 - b^2$ و $B = a^2 + b^2$ و $C = ab \neq 0$ ، حاصل عبارت $\frac{A^2 - B^2}{C^2}$ کدام گزینه است؟

۴ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

-۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{A^2 - B^2}{C^2} = \frac{(A - B)(A + B)}{C^2} = \frac{(\cancel{a^2} - b^2 - \cancel{a^2} - b^2)(\cancel{a^2} - \cancel{b^2} + a^2 + \cancel{b^2})}{(ab)^2} = \frac{(-2b^2)(2a^2)}{a^2 b^2} = \frac{-4a^2 b^2}{a^2 b^2} = -4$$

۱۴۶. از رابطه $a^2 + 10b^2 - 6ab - 2b + 1 = 0$ مقدار a برابر است با:

۳ (۴)

+۱ (۳)

-۱ (۲)

-۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

$$a^2 + 10b^2 - 6ab - 2b + 1 = 0$$

$$\rightarrow a^2 + b^2 + (3b)^2 - 6ab - 2b + 1 = 0$$

$$\rightarrow a^2 + (3b)^2 - 6ab + b^2 - 2b + 1 = 0$$

$$\rightarrow (a - 3b)^2 + (b - 1)^2 = 0$$

هر دو پرانتز به توان دو رسید و در نتیجه هر دو نامنفی است و تنها زمانی جمع دو عبارت نامنفی صفر می شود که هر دو صفر باشند.

$$(a - 3b)^2 + (b - 1)^2 = 0 \rightarrow b = 1 \text{ و } a = 3b \xrightarrow{b=1} a = 3$$

۱۴۷. حاصل عبارت $\sqrt{4 + 94\sqrt{4 + 96\sqrt{4 + 98 \times 102}}}$ کدام است؟

۹۶ (۴)

۹۸ (۳)

۱۰۰ (۲)

۹۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ از داخلی ترین رادیکال شروع به حل سؤال می کنیم:

98×102 با استفاده از اتحاد مزدوج برابر $(100 + 2)(100 - 2)$ است، پس:

$$\sqrt{4 + (100 - 2)(100 + 2)} = \sqrt{4 + 100^2 - 4} = \sqrt{100^2} = 100$$

حال داریم:

100×96 برابر است با $(98 + 2)(98 - 2)$ پس:

$$\sqrt{4 + (98 - 2)(98 + 2)} = \sqrt{4 + 98^2 - 4} = \sqrt{98^2} = 98$$

داریم:

98×94 نیز برابر $(96 + 2)(96 - 2)$ است، پس:

$$\sqrt{4 + (96 - 2)(96 + 2)} = \sqrt{4 + 96^2 - 4} = \sqrt{96^2} = 96$$

۱۴۸. چند جمله ای $25x^2 + 35x + 12$ را به صورت ضرب دو عبارت جبری نوشته ایم. یکی از این عبارت ها کدام است؟

$5x + 2$ (۴)

$5x + 6$ (۳)

$5x - 3$ (۲)

$5x + 4$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ با توجه به اتحاد جمله مشترک این عبارت را تجزیه می کنیم.

$$25x^2 + 35x + 12 = (5x + 3)(5x + 4)$$

۱۴۹. به ازای چند عدد طبیعی، نامعادله $(x - 2) + 2(x - 2)^2 \geq 2x(x - 3) + 2$ جواب دارد؟

بی شمار (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ نامعادله را حل می کنیم:

$$(x - 2) + 2(x - 2)^2 \geq 2x(x - 3) + 2$$

$$x - 2 + 2(x^2 - 4x + 4) \geq 2x^2 - 6x + 2$$

$$x - 2 + 2x^2 - 8x + 8 \geq 2x^2 - 6x + 2$$

$$-7x + 6 \geq -6x + 2$$

$$\Rightarrow -7x + 6x \geq 2 - 6$$

$$\Rightarrow -x \geq -4$$

$$\Rightarrow x \leq 4$$

اعداد طبیعی که به جای x می توان قرار داد، اعداد ۱ و ۲ و ۳ و ۴ هستند.

۱۵۰. اگر $a^2 + b^2 = ab$ ، در این صورت کدام گزینه صحیح است؟

$a = b = 0$ (۴)

$a = \frac{1}{2}b$ (۳)

$a - b = 0$ (۲)

$a + b = 0$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ بررسی گزینه ها:

گزینه ۱:

$$a + b = 0 \Rightarrow a = -b$$

با جایگذاری $a = -b$ داریم:

$$a^2 + b^2 = ab$$

$$\Rightarrow (-b)^2 + b^2 = (-b)(b) \Rightarrow 2b^2 \neq -b^2$$

گزینه ۲:

$$a - b = 0 \Rightarrow a = b$$

با جایگذاری $a = b$ داریم:

$$a^2 + b^2 = ab \Rightarrow b^2 + b^2 = (b)(b) \Rightarrow 2b^2 \neq b^2$$

$$a = \frac{1}{2}b$$

گزینه ۳:

با جایگذاری $a = \frac{1}{2}b$ داریم:

$$a^2 + b^2 = ab \Rightarrow \left(\frac{1}{2}b\right)^2 + b^2 = b\left(\frac{1}{2}b\right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{4}b^2 + b^2 = \frac{1}{2}b^2 \Rightarrow \frac{5}{4}b^2 \neq \frac{1}{2}b^2$$

گزینه ۴:

با جایگذاری $b = a = 0$ داریم:

$$a^2 + b^2 = ab \Rightarrow 0^2 + 0^2 + 0^2 = 0 \times 0 \Rightarrow 0 = 0$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۵۱. اگر عبارت گویای $\frac{4x+3}{x^2+ax+b}$ به ازای مقادیر $x=1$ و $x=-3$ تعریف نشده باشد، حاصل $a-b$ کدام گزینه است؟

۱ (۴)

۳ (۵)

۲ (۵)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ چون کسر به ازای $x=1$ و $x=-3$ تعریف نشده است، پس این دو ریشه‌های مخرج هستند و به ازای آن‌ها مخرج صفر می‌شود.

$$x=1 \rightarrow (1)^2 + a(1) + b = 0 \rightarrow a + b = -1 \quad (I)$$

$$x=-3 \rightarrow (-3)^2 + (-3)a + b = 0 \rightarrow -3a + b = -9 \quad (II)$$

دو عبارت (I) و (II) را در دستگاه معادله خط قرار داده و a و b را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} a + b = -1 \\ -3a + b = -9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cancel{a} + 3b = -3 \\ -\cancel{a} + b = -9 \end{cases}$$

$$4b = -12 \rightarrow b = -3$$

$$a + b = -1 \xrightarrow{b=-3} a - 3 = -1 \Rightarrow a = 2$$

$$a - b = 2 - (-3) = 2 + 3 = 5$$

۱۵۲. کدام گزینه مجموعه جواب نامعادله $\frac{x-1}{2} \leq \frac{x+1}{3}$ را نشان می‌دهد؟

$\{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x\}$ (۴)

$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1\}$ (۳)

$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -\frac{11}{5}\}$ (۲)

$\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{11}{5} \leq x\}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ نامعادله را حل می‌کنیم و مجموعه جواب آن را به دست می‌آوریم:

$$\frac{-2-x+1}{2} \leq \frac{x+1}{3} \rightarrow \frac{-x-1}{2} \leq \frac{x+1}{3}$$

$$+3(-x-1) \leq 2(x+1)$$

$$-3x-3 \leq 2x+2$$

دو طرف نامعادله را در عدد ۶ ضرب می‌کنیم:

$$-5 \leq 5x$$

$$-\frac{5}{5} \leq x \rightarrow -1 \leq x$$

مجموعه جواب $= \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x\}$

۱۵۳. کدام یک از دو جمله‌ی زیر را از عبارت $3x^2 - 15x + 25$ کم کنیم تا عبارت حاصل مربع یک دو جمله‌ای باشد؟

- ۱ $2x^2 - 5x$
 ۲ $2x^2 + 5x$
 ۳ $-2x^2 - 5x$
 ۴ $-2x^2 + 5x$

پاسخ: گزینه ۱

$$3x^2 - 15x + 25 - (2x^2 - 5x) = 3x^2 - 15x + 25 - 2x^2 + 5x = x^2 - 10x + 25 = (x - 5)^2$$

۱۵۴. اگر $x^2 + y = 2$, $x^2 + z^2 = 4$ و $z^2 + x^2 = 8$ باشد مقدار عددی $\sqrt{\frac{x^2 + y + z^2}{y}}$ کدام است؟

- ۱
 ۲
 ۳
 ۴
 ۷

پاسخ: گزینه ۴

$$(x^2 + y) + (y + z^2) + (x^2 + z^2) = 2x^2 + 2y + 2z^2 = 2 + 4 + 8 = 14 \rightarrow x^2 + y + z^2 = 7$$

$$\sqrt{\frac{x^2 + y + z^2}{y}} = \sqrt{\frac{7}{y}} = 1$$

۱۵۵. اگر x و y عددهای حقیقی مثبت باشند، کدام یک از مقادیر زیر بزرگ‌ترین است؟

- ۱ xy
 ۲ $x^2 + y^2$
 ۳ $(x + y)^2$
 ۴ با اطمینان نمی‌توان پاسخ داد.

پاسخ: گزینه ۳

طبق اتحاد مربع دو جمله‌ای داریم:

$$(x + y)^2 = x^2 + y^2 + 2xy \Rightarrow \begin{cases} (x + y)^2 > x^2 + y^2 \\ (x + y)^2 > xy \end{cases}$$

۱۵۶. مجموع دو عدد طبیعی متوالی ۷۱ می‌باشد. حاصل ضرب آن‌ها کدام است؟

- ۱ ۹۳۰
 ۲ ۱۱۹۰
 ۳ ۱۲۶۰
 ۴ ۱۲۹۶

پاسخ: گزینه ۳

$$x + (x + 1) = 71 \Rightarrow 2x = 70 \Rightarrow x = 35 \rightarrow 35 \times 36 = 1260$$

۱۵۷. مستطیلی به اضلاع a و $\frac{1}{4}a$ داریم. از طول مستطیل b واحد کم کرده‌ایم و به عرض مستطیل b واحد اضافه کرده‌ایم. مساحت مستطیل حاصل به صورت یک عبارت جبری برابر است با:

- ۱ $\frac{1}{4}a^2 + \frac{1}{4}ab - b^2$
 ۲ $a^2 + \frac{1}{4}ab - b^2$
 ۳ $\frac{1}{4}a^2 - \frac{1}{4}ab + b^2$
 ۴ $a^2 - \frac{1}{4}ab + b^2$

پاسخ: گزینه ۱

$$(a - b)\left(\frac{1}{4}a + b\right) = \frac{1}{4}a^2 + ab - \frac{1}{4}ab - b^2 = \frac{1}{4}a^2 + \frac{3}{4}ab - b^2$$

$\frac{1}{4}a$

$a - b$

۱۵۸. a و b و c و d و e اعدادی هستند که: $a - 1 = b + 2 = c - 3 = d + 4 = e - 5$ کدام یک از اعداد a و b و c و d و e بزرگ‌تر از بقیه است؟

- ۱ a
 ۲ b
 ۳ d
 ۴ e

پاسخ: گزینه ۴ $a - 1 = e - 5$ پس وقتی ۵ واحد از e کم می‌کنیم حاصل برابر با کم کردن یک واحد از a است. بنابراین e از a بیش‌تر است. به همین ترتیب می‌توان نشان داد که e از تمام اعداد دیگر یعنی b و c و d نیز بزرگ‌تر است.

پاسخ: گزینه ۴

$$\text{اتحاد مزدوج} = (a-b)(a+b) = a^2 - b^2 \rightarrow m - n = k \rightarrow m = k + n$$

$$m^2 - n^2 = 10k^2 \rightarrow (m-n)(m+n) = 10k^2$$

$$k(m+n) = 10k^2 \xrightarrow[\text{تقسیم می‌کنیم}]{\text{دو طرف را بر } k} \frac{k(m+n)}{k} = \frac{10k^2}{k}$$

$$m+n = 10k \xrightarrow{m=k+n} k+n+n = 10k \rightarrow 2n = 10k - k \rightarrow 2n = 9k$$

۱۶۶. مقدار عددی عبارت جبری $(x+y)(x^2 - xy + y^2)$ به ازای $x = \frac{1}{2}$ و $y = \frac{1}{4}$ برابر است با:

۱ $\frac{1}{16}$

۲ $\frac{9}{64}$

۳ $\frac{3}{16}$

۴ $\frac{7}{64}$

پاسخ: گزینه ۲ روش اول:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2) = x^3 + y^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

$$= \frac{1}{8} + \frac{1}{64} = \frac{8+1}{64} = \frac{9}{64}$$

روش دوم:

$$(x+y)(x^2 - xy + y^2)$$

$$x^3 - x^2y + xy^2 + yx^2 - xy^2 + y^3 = x^3 + y^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 + \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{4}\right)$$

$$\rightarrow \frac{1}{8} + \frac{1}{64} = \frac{8+1}{64} = \frac{9}{64}$$

۱۶۷. مجموع ریشه‌های معادله‌های $a^2 = (2x + 3a)^2$ کدام است؟

۱ $-4a$

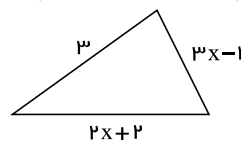
۲ $-\frac{2}{3}a$

۳ $-\frac{1}{3}a$

۴ $-3a$

پاسخ: گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} 2x_1 + 3a = a &\Rightarrow 2x_1 = -2a \Rightarrow x_1 = -a \\ 2x_2 + 3a = -a &\Rightarrow 2x_2 = -4a \Rightarrow x_2 = -2a \end{aligned} \right\} \Rightarrow x_1 + x_2 = -3a$$



۱۶۸. با توجه به این که در هر مثلث، همواره مجموع دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر است، حدود x در مثلث زیر کدام است؟

۱ $0 < x < 6$

۲ $0 < x < \frac{2}{5}$

۳ $\frac{2}{5} < x < 6$

۴ $x > 6$

پاسخ: گزینه ۳ در هر مثلث همواره مجموع دو ضلع از ضلع سوم بزرگ‌تر است، پس داریم:

$$\begin{cases} 3 + 2x + 2 > 3x - 1 \Rightarrow 2x - 3x > -1 - 5 \Rightarrow -x > -6 \Rightarrow x < 6 & (1) \\ 3 + 3x - 1 > 2x + 2 \Rightarrow 3x - 2x > 2 - 2 \Rightarrow x > 0 & (2) \\ 2x + 2 + 3x - 1 > 3 \Rightarrow 5x + 1 > 3 \Rightarrow 5x > 2 \Rightarrow x > \frac{2}{5} & (3) \end{cases}$$

با اشتراک‌گیری از (۱) و (۲) و (۳) داریم:

$$\frac{2}{5} < x < 6$$

۱۶۹. حاصل عبارت مقابل برابر است با:

$$(3+1)(3^2+1)(3^4+1)\dots(3^{32}+1)(3^{64}+1)$$

۱ $3^{128} - 1$

۲ $3 \times (3^{128} - 1)$

۳ $3^{128} - 1$

۴ $3^{256} - 1$

پاسخ: گزینه ۴ عبارت صورت سوال را در $(3-1)$ ضرب و تقسیم می‌کنیم و در صورت از اتحاد مزدوج $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$ استفاده می‌کنیم که داریم:

$$\frac{(3-1)(3+1)(3^2+1)(3^4+1)\dots(3^{64}+1)}{(3-1)} = \frac{(3^2-1)(3^2+1)(3^4+1)\dots(3^{64}+1)}{2}$$

$$= \frac{(3^{64}-1)(3^{64}+1)}{2} = \frac{(3^{64})^2 - 1^2}{2} = \frac{3^{128} - 1}{2}$$

۱۷۰. اگر $a - c = 3$ و $b + a = 5$ باشد، مقدار عددی عبارت $bc - ac + c^2 - ab$ برابر چند است؟

- ۱) -۸ ۲) -۶ ۳) -۴ ۴) -۲

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا عبارت $a - c = 3$ را در منفی یک ضرب می‌کنیم سپس دو عبارت را با هم جمع می‌کنیم:

$$\begin{array}{r} -a + c = -3 \\ b + a = 5 \\ \hline b + c = 2 \end{array}$$

$$(bc - ab) + (-ac + c^2) = -b(a - c) - (c)(a - c) = -(a - c)(b + c) = -3 \times 2 = -6$$

۱۷۱. به عدد مثبتی مانند t که در شرط $t^2 = t + 1$ صدق کند «عدد طلایی» می‌گوییم. مقدار t^5 کدام است؟

- ۱) $3t + 1$ ۲) $4t + 2$ ۳) $5t + 3$ ۴) $7t + 5$

پاسخ: گزینه ۳

$$t^5 = t \times t^4 = t \times t^2 \times t^2 \rightarrow t \times (t + 1) \times (t + 1) \rightarrow t \times (t + 1 + 2t + 1) = 3t^2 + 2t \rightarrow 3(t + 1) + 2t = 5t + 3$$

۱۷۲. اگر a و b و c عددهای حقیقی باشند و $a + b + c = 7$ و $\frac{1}{a+b} + \frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} = \frac{7}{10}$ مقدار $\frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b}$ برابر

است با:

- ۱) $\frac{19}{10}$ ۲) $\frac{17}{10}$ ۳) $\frac{9}{7}$ ۴) $\frac{10}{7}$

پاسخ: گزینه ۱ می‌توانیم بنویسیم:

$$\begin{aligned} \frac{a}{b+c} + \frac{b}{c+a} + \frac{c}{a+b} &= \frac{a}{b+c} + 1 + \frac{b}{c+a} + 1 + \frac{c}{a+b} + 1 - 3 \\ &= \frac{a+b+c}{b+c} + \frac{b+c+a}{c+a} + \frac{c+a+b}{a+b} - 3 = (a+b+c) \left(\frac{1}{b+c} + \frac{1}{c+a} + \frac{1}{a+b} \right) - 3 \\ &= 7 \times \frac{7}{10} - 3 = \frac{49}{10} - 3 = \frac{19}{10} \end{aligned}$$

۱۷۳. مقدار b کدام گزینه می‌تواند باشد؟ $(a^2 - 5)^2 + (b^2 - a^2 + 9)^2 = 0$

- ۱) ۴ ۲) ۱۶ ۳) ۵ ۴) -۵

پاسخ: گزینه ۱

نکته: هرگاه مجموع چند عبارت که با توان زوج آمده‌اند صفر باشد، تک تک آن عبارات صفر هستند.

$$(a^2 - 5)^2 + (b^2 - a^2 + 9)^2 = 0 \rightarrow b^2 - (\sqrt{5})^2 + 9 = 0 \rightarrow a^2 - 5 = 0 \rightarrow a = \sqrt{5}$$

$$\rightarrow b^2 - 25 + 9 = 0 \rightarrow b^2 = 16 \rightarrow b = \pm 4$$

۱۷۴. به ازای کدام عدد صحیح، نامساوی $\frac{2}{\sqrt{x-1}} > 1$ برقرار است؟

- ۱) ۲ ۲) ۵ ۳) ۶ ۴) ۷

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا دو طرف نامعادله را معکوس می‌کنیم:

$$\frac{2}{\sqrt{x-1}} > 1 \rightarrow \frac{\sqrt{x-1}}{2} < 1 \xrightarrow{\times 2} \sqrt{x-1} < 2 \rightarrow \sqrt{x-1} < 2 \Rightarrow 5 < x$$

پس $x = 6$ است. اگر گزینه‌ی ۴ که $x = 7$ است را انتخاب کنیم کسر $\frac{2}{\sqrt{x}}$ برابر با یک عبارت نامعین می‌شود چون مخرج کسر صفر است.

۱۷۵. مجموعه جواب نامعادله‌ی $(1 - |x|)(1 + x) > 0$ کدام است؟

- ۱) $(-1, 1)$ ۲) $(-\infty, 1)$ ۳) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ ۴) $(-\infty, -1) \cup (-1, 1)$

پاسخ: گزینه ۴ اگر $x \leq 0$ ، عبارت طرف چپ نامعادله‌ی داده شده به $(1 - (-x))(1 + x) = (1 + x)^2$ تبدیل می‌شود و نامعادله جز به ازای $x = -1$ برقرار است. اگر $x \geq 0$ ، عبارت طرف چپ نامعادله داده شده به $(1 - x)(1 + x) = 1 - x^2$ تبدیل می‌شود، به این ترتیب مجموعه جواب نامعادله‌ی عبارت است از:

$$\begin{aligned} & ((-\infty, 0] - \{-1\}) \cup ([0, +\infty) \cap (-1, 1)) \\ & = (-\infty, -1) \cup (-1, 0) \cup [0, 1) \\ & = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \end{aligned}$$

۱۷۶. اگر $(a + \frac{1}{a})^2 = 6$ و $a > 0$ ، $a^3 + \frac{1}{a^3}$ برابر است با:

۱ $4\sqrt{6}$ ۲ $3\sqrt{6}$ ۳ 6 ۴ $5\sqrt{6}$

پاسخ: گزینه ۲ می‌توانیم بنویسیم:

$$a^3 + \frac{1}{a^3} = (a + \frac{1}{a})^3 - 3 \times a \times \frac{1}{a} \times (a + \frac{1}{a}) = (\sqrt{6})^3 - 3\sqrt{6} = 3\sqrt{6}$$

۱۷۷. رقم‌های a و b و c در شرط $0 < a < b < c$ صدق می‌کنند. حاصل جمع همه‌ی عددهای سه رقمی‌ای که از این سه رقم تشکیل شده‌اند و رقم‌هایشان متمایزاند برابر ۱۵۵۴ است. c کدام است؟

۱ 3 ۲ 4 ۳ 5 ۴ 6

پاسخ: گزینه ۲ در شش جایگشت رقم‌ها، هر رقم دو بار صدگان است، دو بار دهگان و دو بار یکان و در نتیجه حاصل جمع همه این عددها برابر است با:

$$(a + b + c)(2 \times 100 + 2 \times 10 + 2) = 1554$$

پس $c = 4$ و $b = 2$ و $a = 1$ که تنها وقتی ممکن است که $a + b + c = 7$

۱۷۸. اگر $x + \frac{1}{x} = 3$ باشد، حاصل عبارت زیر کدام است؟

۱ 12 ۲ 2 ۳ -2 ۴ -12

$$-\frac{1}{x^2} + 5 - x^2$$

پاسخ: گزینه ۳ دو طرف عبارت $(x + \frac{1}{x}) = 3$ را به توان ۲ می‌رسانیم:

$$\begin{aligned} (x + \frac{1}{x})^2 &= 3^2 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 9 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7 \\ \Rightarrow -\frac{1}{x^2} + 5 - x^2 &= -(x^2 + \frac{1}{x^2}) + 5 = -7 + 5 = -2 \end{aligned}$$

۱۷۹. اگر $(x - 2)^2 + (y + 5)^2 \times \sqrt{x - 7} = 0$ باشد حاصل $x + y$ کدام است؟ (روبوکاپ - اولین دوره)

۱ -3 ۲ 4 ۳ 2 ۴ هیچ مقداری برای x و y یافت نمی‌شود.

پاسخ: گزینه ۴ $(x - 2)^2$ و $(y + 5)^2 \sqrt{x - 7}$ دو عبارت همواره نامنفی هستند و جمع آن‌ها وقتی صفر می‌شود که هر کدام برابر صفر باشند.

$$\begin{cases} (x - 2)^2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ (y + 5)^2 \times \sqrt{x - 7} = (y + 5)^2 \sqrt{2 - 7} = \sqrt{-5} \times (y + 5)^2 = 0 \end{cases}$$

چون زیر رادیکال منفی درآمد این عبارت به ازای هیچ x و y ای برقرار نمی‌باشد.

۱۸۰. حاصل عبارت مقابل کدام گزینه است؟ $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^{50} (\sqrt{5} - \sqrt{3})^{50}$

۱ 4^{25} ۲ 4^{50} ۳ 8^{25} ۴ 8^{50}

پاسخ: گزینه ۱

$$\begin{aligned} (\sqrt{5} + \sqrt{3})^{50} (\sqrt{5} - \sqrt{3})^{50} &= [(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})]^{50} \\ &= [(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2]^{50} = [5 - 3]^{50} = 2^{50} \end{aligned}$$

گزینه‌ی اول $2^{50} = (2^2)^{25} = 4^{25}$

اتحاد مزدوج $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

۱۸۱. جواب معادله پارامتری $x + 3 = 2a + 4x + 9$ بر حسب a کدام گزینه است؟

$x = 6a$ (۴)

$x = -\frac{2}{3}a + 2$ (۳)

$x = -\frac{2}{3}a - 2$ (۲)

$2a = 9x + 6$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$x + 3 = 2a + 4x + 9$

$x - 4x = 2a + 9 - 3$

$-3x = 2a + 6$

$x = -\frac{2}{3}a - \frac{6}{3}$

$x = -\frac{2}{3}a - 2$

۱۸۲. کدام عامل در تجزیه $x^4 + y^4 - 11x^2y^2$ وجود دارد؟

$x^2 + 3xy + y$ (۴)

$x^2 - 3xy - y^2$ (۳)

$x^2 - 3xy + y^2$ (۲)

$x^2 + 3xy + y^2$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$x^4 + y^4 - 11x^2y^2 = x^4 + y^4 - 2x^2y^2 - 9x^2y^2$

$= (x^2 - y^2)^2 - (3xy)^2$

$= (x^2 - y^2 - 3xy)(x^2 - y^2 + 3xy)$

۱۸۳. حاصل عبارت $\sqrt{1 + 1391\sqrt{1 + 1392\sqrt{1 + 1393\sqrt{1 + 1395}}}}$ برابر است با:

۱۳۹۳ (۴)

۱۳۹۲ (۳)

۱۳۹۱ (۲)

۱۳۹۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ این سؤال خیلی خوبی! من دوستش دارم! حل رو ببینید!

$1 + 1393 \times 1395 = 1 + (1394 - 1)(1394 + 1)$

$= 1 + 1394^2 - 1 = 1394^2$

پس مرحله بعد عبارت چنین می شود:

$\sqrt{1 + 1391\sqrt{1 + 1392\sqrt{1394^2}}}$

$= \sqrt{1 + 1391\sqrt{1 + 1392 \times 1394}}$

دوباره زیر رادیکال را ساده می کنیم:

$1 + 1392 \times 1394 = 1 + (1393 - 1)(1393 + 1)$

$= 1 + 1393^2 - 1 = 1393^2$

$\Rightarrow \sqrt{1 + 1391\sqrt{1393^2}} = \sqrt{1 + 1391 \times 1393}$

$= \sqrt{1 + (1392 - 1)(1392 + 1)} = \sqrt{1 + 1392^2 - 1}$

$= 1392$

۱۸۴. اگر $\begin{cases} x^2 + xy = 7 \\ y^2 + xy = 9 \end{cases}$ باشد، حاصل $x + y$ کدام است؟ $(x, y > 0)$

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ دو عبارت جبری را با هم جمع می کنیم:

$x^2 + y^2 + 2xy = 16 \Rightarrow (x + y)^2 = 16 \xrightarrow{\text{از طرفین جذر می گیریم}} x + y = 4$

۱۸۵. اگر $y > 0$ و $xy = 6$ ، کمترین مقدار ممکن $21x + 14y$ کدام است؟

۹۶ (۴)

۸۴ (۳)

۸۳٫۵ (۲)

۴۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ فرض کنید $r = 3x$ و $s = 2y$. در این صورت می خواهیم با فرض اینکه $rs = 36$ و $s > 0$ ، $\sqrt{r + s}$ را حداقل کنیم. این حداقل به ازای $r = s = 6$ به دست می آید و برابر است با:



$$7 \times (6 + 6) = 84$$

۱۸۶. اگر $\frac{1}{2}x = 2$ و $3y = 3$ باشد، مقدار عددی عبارت $-2x\sqrt{y} - 3y\sqrt{x} + 4xy$ چند است؟

- ۱) -۱۵ ۲) +۵ ۳) -۱ ۴) +۱۷

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{1}{2}x = \frac{2}{1} \rightarrow x = \frac{2}{\frac{1}{2}} = \frac{4}{1} = 4 \rightarrow x = 4$$

$$3y = 3 \rightarrow y = \frac{3}{3} = 1 \rightarrow y = 1$$

$$-2x\sqrt{y} - 3y\sqrt{x} + 4xy = -2(4)\sqrt{1} - 3(1)\sqrt{4} + 4(4)(1) = -8 - 3 + 16 = -11 + 16 = +5$$

۱۸۷. فرض کنید x, y و z عددهای حقیقی مثبت باشند به طوری که $x \geq y \geq z$ و $x + y + z = 20,1$. کدام یک از گزاره‌های زیر همواره درست است؟

- ۱) $xy < 99$ ۲) $xy > 1$ ۳) $xy \neq 75$ ۴) هیچ یک از گزاره‌ها درست نیست

پاسخ: گزینه ۴ با یافتن مثال نقض ثابت می‌کنیم که هیچ یک از گزاره‌های الف و ب و ج صحیح نیست.

الف) $10 \times 10 > 99, (10 + 10 + 0,1 = 20,1, 10 \geq 10 \geq 0,1)$

ب) $20,05 \times 0,04 < 1, (20,05 + 0,04 + 0,01 = 20,1, 20,05 \geq 0,04 \geq 0,01)$

ج) $15 \times 5 = 75, (15 + 5 + 0,1 = 20,1, 15 \geq 5 \geq 0,1)$

۱۸۸. اگر x و y دو عدد طبیعی باشند عبارت $(x + y)^3 - x^3 - y^3$ همواره: (روبوکاپ - اولین دوره)

۱) بر ۲ بخش پذیر است و لزوماً بر ۳ بخش پذیر نیست. ۲) بر ۳ بخش پذیر است ولی لزوماً بر ۲ بخش پذیر نیست.

۳) بر ۶ بخش پذیر است. ۴) بر ۱۲ بخش پذیر است.

پاسخ: گزینه ۳ طبق اتحاد مکعب سه جمله‌ای، جملات را باز می‌کنیم:

$$(x + y)^3 = x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$$

$$(x + y)^3 - x^3 - y^3 = \cancel{x^3} + 3x^2y + 3xy^2 + \cancel{y^3} - \cancel{x^3} - \cancel{y^3} = 3x^2y + 3xy^2 = 3xy(x + y)$$

سه حالت ممکن:

(۱) x زوج، y فرد $\leftarrow xy(x + y)$ زوج

(۲) x فرد، y زوج $\leftarrow xy(x + y)$ زوج

(۳) x فرد، y فرد
یا $\leftarrow xy(x + y)$ زوج

x زوج، y زوج

\leftarrow عبارت بالا بر ۳ و بر ۲ بخش پذیر است پس بر ۶ بخش پذیر است.

۱۸۹. حاصل عبارت $(a + b)^2 - (a - b)^2$ کدام گزینه است؟

- ۱) $4a^2b^2$ ۲) صفر ۳) $2ab$ ۴) $4ab$

پاسخ: گزینه ۴ به کمک اتحاد $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$ و $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$ داریم:

$$(a + b)^2 - (a - b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab - (a^2 + b^2 - 2ab) = \cancel{a^2} + \cancel{b^2} + 2ab - \cancel{a^2} - \cancel{b^2} + 2ab = 4ab$$

۱۹۰. حاصل عبارت روبه‌رو کدام است؟ $(5 - \sqrt{24})^3 (5 + \sqrt{24})^2$

- ۱) ۱ ۲) ۲۵ ۳) $5 - \sqrt{24}$ ۴) $5 + \sqrt{24}$

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned}
 (5 - \sqrt{24})^3 (5 + \sqrt{24})^2 &= \underbrace{(5 - \sqrt{24})(5 + \sqrt{24})}_{\text{اتحاد مزدوج}} \underbrace{(5 - \sqrt{24})(5 + \sqrt{24})}_{\text{اتحاد مزدوج}} (5 - \sqrt{24}) \\
 &= (25 - 24)(25 - 24)(5 - \sqrt{24}) = (1)(1)(5 - \sqrt{24}) = 5 - \sqrt{24}
 \end{aligned}$$

۱۹۱. اگر $a > b > 0$ و $c < d < 0$ ، کدام نامساوی همواره صحیح است؟

- ۱ $ac > bd$
 ۲ $ac < bd$
 ۳ $ad < bc$
 ۴ $ad > bc$

پاسخ: گزینه ۲ می‌دانیم اگر دو طرف نامساوی را در یک عدد مثبت ضرب کنیم، جهت آن عوض نمی‌شود پس:

$$\left. \begin{array}{l} c < d \\ b > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow bc < bd \quad (1)$$

همچنین می‌دانیم که اگر دو طرف یک نامساوی را در عددی منفی ضرب کنیم جهت نامساوی عوض می‌شود. پس:

$$\left. \begin{array}{l} a > b \\ c < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow ac < bc \quad (2)$$

از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} ac < bc \\ bc < bd \end{cases} \Rightarrow ac < bd$$

۱۹۲. مجموعه جواب دستگاه نامعادلات $\begin{cases} |x| < 2 \\ (2x - 1) < |x| \end{cases}$ کدام است؟

- ۱ $0 < x < 1$
 ۲ $1 < x < 2$
 ۳ $-1 < x < 2$
 ۴ $-2 < x < 1$

پاسخ: گزینه ۴

$$\left. \begin{array}{l} x \geq 0, x < 2, 2x - 1 < x \Rightarrow x < 1 \Rightarrow 0 \leq x < 1 \\ x < 0, -x < 2 \Rightarrow x > -2, 2x - 1 < -x \Rightarrow 3x < 1 \Rightarrow x < \frac{1}{3} \Rightarrow -2 < x < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow -2 < x < 1$$

۱۹۳. علامت عبارت $\frac{x}{4}(x+2)(x-3)$ ، بر روی مجموعه اعداد حقیقی $A = \{x | x > 3\}$ و $B = \{x | x < -4\}$ چگونه است؟

- ۱ روی A منفی و روی B مثبت است.
 ۲ روی A و B منفی است.
 ۳ روی A مثبت و روی B منفی است.
 ۴ روی A و B مثبت است.

پاسخ: گزینه ۳ در مجموعه A ، $x > 3$ است، بنابراین داریم:

$$x > 3 \xrightarrow{\substack{+2 \text{ طرفین} \\ 4 > 0}} \frac{x}{4} > \frac{3}{4} \xrightarrow{\substack{+2 \text{ طرفین} \\ 4 > 0}} \frac{x}{4} > \frac{3}{4} + \frac{2}{4} > \frac{5}{4} \xrightarrow{4 > 0} x > 5 > 3 \xrightarrow{-3 \text{ طرفین}} x - 3 > 3 - 3 = 0 \Rightarrow x - 3 > 0$$

بنابراین هر سه عبارت در A مثبت هستند پس حاصل ضرب آن‌ها نیز روی مجموعه A مثبت می‌شود. حال در مجموعه B ، $x < -4$ است، بنابراین:

$$\begin{aligned}
 x < -4 &\xrightarrow{\substack{+2 \text{ طرفین} \\ 4 > 0}} \frac{x}{4} < -\frac{4}{4} \Rightarrow \frac{x}{4} < -1 \xrightarrow{-1 < 0} \frac{x}{4} < 0 \\
 x < -4 &\xrightarrow{+2 \text{ طرفین}} x + 2 < -4 + 2 \Rightarrow x + 2 < -2 \xrightarrow{-2 < 0} x + 2 < 0 \\
 x < -4 &\xrightarrow{-3 \text{ طرفین}} x - 3 < -4 - 3 \Rightarrow x - 3 < -7 \xrightarrow{-7 < 0} x - 3 < 0
 \end{aligned}$$

مشاهده می‌کنیم که این بار عبارت به صورت حاصل ضرب سه عدد منفی می‌شود که حاصل منفی است. بنابراین عبارت روی مجموعه B منفی است.

۱۹۴. عبارت $n^5 - 5n^3 + 4n$ بر کدام یک از اعداد داده شده، همواره بخش پذیر است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

- ۱ ۱۱
 ۲ ۱۲۰
 ۳ ۹
 ۴ ۲۵

پاسخ: گزینه ۲

$$n^5 - 5n^3 + 4n = n(n^4 - 5n^2 + 4) \Rightarrow \underbrace{n(n^2 - 1)(n^2 - 4)}_{\text{اتحاد مزدوج}} = n(n+1)(n-1)(n+2)(n-2)$$

$$= (n-2)(n-1)(n)(n+1)(n+2)$$

عبارت به دست آمده از تجزیه به صورت حاصل ضرب ۵ عدد طبیعی متوالی است و این را می‌دانیم که در ضرب ۵ عدد طبیعی متوالی حتماً یکی از آن‌ها بر ۵ و دیگری بر ۴، دیگری بر ۳ و دیگری بر ۲ بخش پذیر است و چون $2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$ می‌باشد. پس عبارت مورد نظر حتماً بر ۱۲۰ بخش پذیر است.

۱۹۵. مقدار a و b و c به ترتیب چقدر باشد تا تساوی $(x-1)(x+1)(x^2+x^2+a) = bx^6+c$ یک اتحاد باشد؟

$c=2, b=-2, a=2$ (۴)

$c=-2, b=2, a=2$ (۳)

$c=1, b=-1, a=1$ (۲)

$c=-1, b=1, a=1$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ با فرض اینکه x متغیر و a و b عدد هستند، حاصل عبارت سمت چپ را به دست می آوریم:

$$(x-1)(x+1)(x^2+x^2+a) = (x^2-1)(x^2+x^2+a) = x^4 + x^2 + ax^2 - x^4 - x^2 - a = x^4 + (a-1)x^2 - a$$

$$\Rightarrow x^4 + (a-1)x^2 - a = bx^6 + c$$

می دانیم که یک تساوی هنگامی اتحاد است که ضرایب عددی جملات متشابه در دو طرف تساوی با هم برابر باشند، داریم:

$$x^4 + (a-1)x^2 - a = bx^6 + c \Rightarrow \begin{cases} b=1 \\ a-1=0 \Rightarrow a=1 \\ c=-a \Rightarrow c=-1 \end{cases}$$

۱۹۶. اگر $a, b, c \in \mathbb{R}$ و $\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} = \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a}$ ، آن گاه کدام گزینه صحیح است؟

$abc = a + b + c$ (۴)

$abc = 1$ (۳)

$a = b = c = 1$ (۲)

$a = b = c$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{c^2} + \frac{c^2}{a^2} = \frac{a}{c} + \frac{c}{b} + \frac{b}{a}$$

قبلاً این نکته را چند بار دیدیم که اگر داشته باشیم:

$$a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$$

ثابت می شود:

$$a = b = c$$

در این سؤال هم اگر سمت راست را چنین بنویسیم، صورت همان می شود:

$$\frac{a}{c} + \frac{c}{a} + \frac{b}{a} = \frac{a}{b} \times \frac{b}{c} + \frac{c}{a} \times \frac{b}{c} + \frac{a}{b} \times \frac{c}{a}$$

پس $\frac{a}{b} = \frac{b}{c} = \frac{c}{a}$ یعنی $b^2 = ac$ و $c^2 = ab$ و $a^2 = bc$ ، در نتیجه: $a^2 + b^2 + c^2 = ab + ac + bc$ در نتیجه $a = b = c$

۱۹۷. اگر $x^2 - 3x + 1 = 0$ باشد، مقدار عددی عبارت $x^5 + \frac{1}{x^5}$ کدام است؟

۲۴۳ (۴)

۱۳۶ (۳)

۱۲۶ (۲)

۱۲۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

$$x^2 - 3x + 1 = 0 \xrightarrow{\div x} x - 3 + \frac{1}{x} = 0$$

$$\Rightarrow x + \frac{1}{x} = 3 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 = 9 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$$

$$x^3 + \frac{1}{x^3} = (x + \frac{1}{x})(x^2 + \frac{1}{x^2} - 1) = 18$$

$$(x^2 + \frac{1}{x^2})(x^3 + \frac{1}{x^3}) = 7 \times 18$$

$$x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x} = 126 \Rightarrow x^5 + \frac{1}{x^5} = 126 - 3 \Rightarrow x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$$

۱۹۸. اگر $n+1 = 2000^2 + 2001^2$ ، آن گاه مقدار $\sqrt{2n+1}$ برابر است با:

$\sqrt{4000^2+1}$ (۴)

۴۰۰۱ (۳)

۳۹۹۹ (۲)

$3000\sqrt{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$n+1 = 2000^2 + 2001^2$$

$$n = 2000^2 + 2001^2 - 1 = 2000^2 + (2001-1)(2001+1)$$

$$\Rightarrow n = 2000^2 + 2000 \times 2002 = 2000(2000 + 2002)$$

$$n = 2000 \times 4002 = 2 \times 2000 \times 2001$$

از طرفی $2n+1$ را چنین می نویسیم:
خیلی راه حل ابتکاریه! دقت کنید عزیزان!

$$\begin{aligned} 2n + 1 &= n + (n + 1) = 2 \times 2000 \times 2001 + 2000^2 + 2001^2 \\ &= (2000 + 2001)^2 = 4001^2 \end{aligned}$$

$$\sqrt{2n + 1} = \sqrt{4001^2} = 4001$$

پس: