

تابع نمایی

تمرین:

۱- به ازای چه مقدار  $a$  تابع  $y = a^x \left(\frac{1}{3}\right)^{3x-1}$  یک تابع نمایی کاهشی (نزولی) است؟

۲- نمودار توابع زیر را رسم کرده و دامنه و برد آن‌ها را بنویسید.

الف)  $y = -3^x + 2$

ب)  $y = |3^x - 3| - 1$

ج)  $y = |1 - e^{-x}|$

د)  $y = 2^x + 2^{x+1}$

هـ)  $y = \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} - 2$

و)  $y = (\sqrt{5} - \sqrt{3})^{-3x+3}$

ح)  $y = \sqrt{4^x - 2^{x+1}} + 1$

ط)  $y = \frac{3^{x+2} - 3^x}{2^{x+2} - 2^{x+3}}$

۳- معادله‌های زیر را حل کنید.

الف)  $9^x - 4^{x+1} = -3 \times 6^x$

ب)  $2^{x+2} + 2^{2-x} = 10$

ج)  $4^x + 2^{x+2} = 5$

د)  $(2 - \sqrt{3})^x + (2 + \sqrt{3})^x = 2$

هـ)  $2^x = x + 1$

و)  $\left(\frac{4^{\sqrt{32}}}{2^{\sqrt{8}}}\right)^2 = 2^a$

۴- نامعادلات زیر را حل کنید.

الف)  $3^{2x-1} > \frac{1}{243}$

ب)  $3(5^{2x-1}) > 9^x$

ج)  $(0.027)^{\frac{-x^2}{3}+1} \leq 0.09$

د)  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x+3} < \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^{6-x}$

هـ)  $4^x \geq 3 \times 2^x - 2$

و)  $(3 + 2\sqrt{2})^{2x+1} \leq (3 - 2\sqrt{2})^{x+2}$

ز)  $\left(\frac{1}{27}\right)^{2[x]} \leq 81^{2-[x]}$

ح)  $(x^2 - 4)(2^x + 1) \leq 0$

۵- دامنه توابع زیر را بیابید.

الف)  $y = \frac{x+1}{2^x - 8}$

ب)  $y = 3^{\sqrt{2x-x^2}}$

ج)  $y = \sqrt{e^{x^2+x}}$

د)  $y = \sqrt{x(2^x - 1)}$

هـ)  $y = \sqrt{2^{\frac{x}{2}} - 2^x}$

۶- برد توابع زیر را بنویسید.

الف)  $y = 3^{x-[x]}$

ب)  $y = \frac{2^{x+1}}{5^{x-1}}$

ج)  $y = 3^{\sqrt{x}} + 1$

پ)  $y = 5^{1-x^2}$

د)  $y = 2^{\sqrt{x}}$

۷- اگر نمودارهای تابع  $f(x) = a(2)^{bx}$  و خط  $y = 5x$  در دو نقطه به طول های ۲ و ۴ متقاطع باشند. مقدار  $f^{-1}(10)$  را حساب کنید.

۸- فاصله نقطه تلاقی دو منحنی به معادله های  $y = 2^x$  و  $y = (\sqrt{2})^{x+1}$  از نقطه ی  $A(0, 4)$  را بیابید.

۹- اگر نمودار تابع  $f(x) = a(b)^x - 1$  از دو نقطه  $A(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$  و  $B(1, 1)$  بگذرد. حاصل  $f(-1)$  را حساب کنید.

۱۰- نمودار تابع  $y = \frac{1}{5} - 2 \circ (\sqrt{5})^{x+\frac{2}{3}} - 2^{\frac{3x+6}{2}}$  محور طول ها را با کدام طول قطع می کند؟

۱۱- خط  $y = 9$  نمودار تابع  $y = (0/01)^x - 1$  را در چه نقطه ای قطع می کند؟

۱۲- نمودارهای دو تابع  $f(x) = 4^x$  و  $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} + \frac{3}{2}$  در نقطه  $A$  متقاطع هستند. فاصله نقطه  $A$  تا نقطه  $\left(-\frac{1}{2}, 1\right)$  به دست آورید.

۱۳- نمودار تابع  $f(x) = \frac{a}{2^{bx+1}}$  نمودار تابع  $g(x) = \frac{17x+14}{4x}$  را در نقاطی به طولهای ۱- و ۲ قطع می کند حاصل  $f^{-1}(3)$  را حساب کنید

۱۴- نیم عمر یک ماده هسته ۲۵ سال می باشد. اگر جرم اولیه آن ۲۴ میلی گرم باشد.

الف) پس از ۵ سال چه مقدار از این ماده باقی می ماند؟

ب) پس از چند سال جرم باقی مانده آن ۳ میلی گرم است؟

تابع لگاریتم

تمرین:

۱- نمودار توابع زیر را رسم کرده و دامنه و برد آن‌ها را بنویسید.

الف)  $y = \log_{\sqrt{x}}^x$

ب)  $y = \begin{cases} \log_r^x & , x \geq 1 \\ x^r - 1 & , x < 1 \end{cases}$

ج)  $y = |1 - \log_r^{|x|}|$

د)  $y = |1 - \log_r^x|$

ه)  $y = 4^{\frac{1}{r} \log_r^x}$

و)  $y = \begin{cases} r^x & , x < 0 \\ 1 - x & , 0 \leq x < 1 \\ \log_r^x & , x \geq 1 \end{cases}$

۲- اگر  $\log^r = 0/301$  و  $\log^m = 0/477$  و  $\log^v = 0/845$  باشد. حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.

الف)  $\log\left(\frac{12\sqrt{v}}{25}\right)$

ب)  $\log_r^{125} =$

ج)  $\log_m^{\wedge\sqrt{m^2}} =$

۳- حاصل عبارت‌های زیر را بنویسید.

الف)  $A = 4 \log\left(\frac{25\sqrt{5}}{1}\right) - 6 \log_{\sqrt{0/1}}^{10000} + \log_{\wedge\sqrt{3}}^{9\sqrt{27}} =$

ب)  $B = 5^{-1 + \log_r^{\sqrt{5}}} + 6 \log_{\wedge\log_r^{\sqrt{r}}}^{(3 + 8 \log_r^{\sqrt{r}})} =$

ج)  $C = \log_{\wedge 1}^{5\sqrt{5}} \times \log_{\wedge 25}^{27} \times \log_{125}^{49} \times \log_{\sqrt{v}}^{\wedge} =$

د)  $D = v^{2 \log_{r_1}^{\sqrt{r_1}} + 3 \log_{r_1}^{\sqrt{r_1}}} + \sqrt{10}^{(\log^5)} =$

ه)  $E = (\log 2)^r + (\log 5)(\log 20)$

۴- اگر  $\log^r = a$  باشد. حاصل  $\log^{\sqrt[3]{1/6}}$  و  $\log(6 - 2\sqrt{5}) + 2 \log(1 + \sqrt{5})$  را بر حسب  $a$  بنویسید.

۵- اگر  $3^a = A$  باشد. حاصل  $\log_{\wedge 3}^{9A^2}$  را بر حسب  $a$  بنویسید.

۶- اگر  $A = \log_{\wedge}^{2(\sqrt[3]{5/25})}$  باشد. حاصل  $\log_{r_1}^{\left(\frac{1}{A}-1\right)}$  را حساب کنید.

۷- اگر لگاریتم  $a$  در پایه  $\sqrt{3}$  برابر  $\frac{4}{3}$  باشد. لگاریتم  $7 + a^3$  در پایه ۸ را حساب کنید.

۸- اگر  $\log_{15}^5 = a$  باشد. حاصل  $\log_9^{25}$  را بر حسب  $a$  بنویسید.

۹- اگر  $\log^r = a$  باشد. حاصل  $\log_{r_1}^{1/6}$  را بر حسب  $a$  بنویسید.

۱۰- حاصل  $\frac{\log_5^9}{\log_{5/7}^2} + \frac{2}{\log_{1/7}^2}$  را بنویسید.

۱۱- ضابطه تابع معکوس، توابع زیر را بنویسید.

الف)  $f(x) = \frac{3^x - 1}{3^x + 1}$

ب)  $g(x) = \sqrt{e^{6x+2}}$

ج)  $h(x) = \frac{2^x - 2^{-x}}{2^x + 2^{-x}}$

د)  $f(x) = \log^{(\log^{(x-1)})}$

ه)  $g(x) = 3 \log_{\frac{1}{3}}^{(x-2)} - 1$

۱۲- معادله های زیر را حل کنید.

الف)  $\log^{(x-1)} + \log^{(x-2)} = \log^{(x^2+1)}$

ب)  $\log_2^x - 2 \log_2^2 = 1$

ج)  $(\log_2^x)^2 - 9 \log_2^x = 4$

د)  $\log_3^{(x^2 - \sqrt{x+1})} = 1 + \log_3^{(2-x)}$

ه)  $\log_2^{2x} \times \log_{\frac{1}{2}}^{\left(\frac{x}{2}\right)} = 5$

و)  $\log(3x - 2) = (\log 5)^2 - (\log 2)^2$

ز)  $25^{\log x} - 4 \times x^{\log 5} = 5$

ح)  $\frac{1}{5 - 4 \log x} + \frac{4}{1 + \log x} = 3$

ط)  $\log(x+1) - \frac{1}{2} \log(x-1) = \log 3$

ی)  $\log_x^{(2x^2 - 4x + 3)} = 2$

۱۳- دستگاه های زیر را حل کنید.

الف)  $\begin{cases} y^2 = x - 4 \\ \log_2^x = 2 + \log_2^y \end{cases}$

ب)  $\begin{cases} \log(2y - 3x) + \log 2 = 0 \\ \log(2x + 1) + \log(y - 2) = \log 3 \end{cases}$

ج)  $\begin{cases} \log(y+2) = 1 \\ \log(y-x) + \log(4x+y) = 2 \end{cases}$

د)  $\begin{cases} 4^x + 2^x = 72 \\ \log(x+1) + \log(2y+x^2) = 2 \end{cases}$

ه)  $\begin{cases} 4^x = 4\sqrt{2} \\ \log y = 1 + \log \sqrt{x+1} \end{cases}$

۱۴- نامعادله های زیر را حل کنید.

الف)  $\log_{\frac{1}{4}}^{(2x)} \leq \log_{\frac{1}{4}}^{(x^2-3)}$

ب)  $\log\left(\frac{1}{2}\right)^{(x-1)} \geq 2$

ج)  $(\log x)^2 - 4 \geq 0$

د)  $\log_{5/6}^{(x+1)} + \log_{5/6}^{(x-1)} < \log_{5/6}^{(4x-4)}$

ه)  $\log_{5/6}^{(5x-x^2)} \geq -2$

و)  $\log_{3/5}^{(6-x)} < \log_{3/5}^{(x-2)}$

۱۵- دامنه توابع زیر را به دست آورید .

الف)  $y = \log\left(\frac{4x+1}{3x-2}\right)$

ب)  $y = \log_x(2^{-|x|})$

ج)  $y = \sqrt{1 - \log(x-1)}$

د)  $y = \log_p\left(\log_\delta^{(1-x)}\right)$

هـ)  $y = \frac{\ln(5-x)}{1 + \log_p^{(x-1)}}$

و)  $y = \log_{\frac{p}{p-1}}(p-x-x^2)$

۱۶- اگر  $\log 2$  و  $\log(2^x - 2)$  و  $\log(2^x + 2)$  سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند. مقدار  $x$  را بیابید .

۱۷- تابع  $f(x) = \log_p^{(ax+b)}$  فقط برای  $x \in (-\frac{1}{p}, +\infty)$  با معنی است. اگر  $f(4) = 2$  باشد. مقادیر  $a$  و  $b$  را بیابید.

۱۸- جمعیت شهری با نرخ زوال یک درصد در سال کم می شود. با این روند با گذشت چند سال، جمعیت این شهر نصف جمعیت فعلی آن می شود. ( $\log 2 = 0/3$  و  $\log 99 = 1/955$ )

۱۹- نیمه عمر یک ماده رادیواکتیو ۱۰ سال است. پس از گذشت چند سال ۴۰ درصد مقدار اولیه آن باقی می ماند؟

۲۰- میزان انرژی آزاد شده در زلزله ای برابر با  $10^{21/2} \text{ erg}$  بوده است. این زلزله چند ریشتر بوده است؟

۲۱- حاصل  $2^{200}$  چند رقمی است؟ ( $\log 2 = 0/301$ ) (اگر  $10^n \leq a < 10^{n+1}$  باشد. عدد  $a$  دارای  $n+1$  رقم است.)

۲۲- اگر  $\log^2 = a$  باشد. حاصل  $\log_{16}^{125}$  را حساب کنید.

۲۳- حاصل عبارت  $A = \log_{\sqrt{27}}^{32} \times \log_{49}^{81} \times \log_{125}^{\sqrt{7}} \times \log_{8}^{5\sqrt{5}}$  را به دست آورید.

۲۴- نمودار تابع  $y = 9^{\log_3^x}$  را رسم کنید

۲۵- نمودار تابع  $f(x) = \log\left(\frac{ax+b}{3}\right)$  محور  $x$  ها را در نقطه ای به طول ۲ و خط  $2x + y = 1$  را در نقطه ای به عرض ۱- قطع می کند.

حاصل  $f(-2)$  را حساب کنید.

۲۶- میزان تخریب زلزله ای با قدرت ۷ ریشتر چند برابر زلزله ای با قدرت ۵ ریشتر است؟

۲۷- پس از چند سال جمعیت کشوری با آهنگ رشد سالانه ۲ درصد در سال، ۴ برابر می شود؟

( $\log 2 = 0/301$  و  $\log(1/02) = 0/0086$ )