

فعالیت

۱- در کلاس درس، علی و رضا عضو هر دو تیم والیبال و فوتبال هستند. سامان، احسان، فرشید و حسین فقط در تیم والیبال و محمد، حسن، کیوان و سبحان فقط در تیم فوتبال بازی می‌کنند. الف) اگر مجموعه دانش‌آموزان عضو تیم والیبال را با V و فوتبال را با F نشان دهیم، این مجموعه‌ها را با نمودار ون نمایش و سپس با عضوهایشان بنویسید.

مهر ۱۱/۱

ب) مجموعه دانش‌آموزانی را که در هر دو تیم عضویت دارند، بنویسید.

ج) مجموعه دانش‌آموزانی را که حداقل در یکی از این دو تیم عضویت دارند، بنویسید.

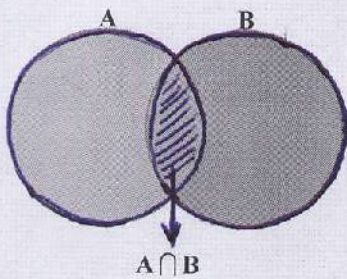
۲- دو مجموعه $A = \{x \in \mathbb{N} | x \leq 6\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} | -2 \leq x \leq 3\}$ را در نظر بگیرید و مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان تشکیل دهید:

الف) $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ب) $B = \{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

ج) $\{1, 2, 3\} =$ مجموعه عددهایی که در هر دو مجموعه A و B هست (این مجموعه را اشتراک A و B می‌نامیم و با نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم).

د) $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\} =$ مجموعه عددهایی که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B هست (این مجموعه را اجتماع A و B می‌نامیم و با نماد $A \cup B$ نشان می‌دهیم).

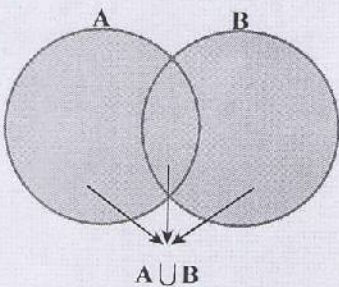
اشتراک دو مجموعه: اشتراک دو مجموعه A و B ، مجموعه‌ای شامل



همه عضوهایی است که هم عضو مجموعه A و هم عضو مجموعه B است. این مجموعه را با نماد $A \cap B$ نشان می‌دهیم. در نمودار روبه‌رو قسمت هاشور خورده اشتراک دو مجموعه را نشان می‌دهد.

$$A \cap B = \{x | x \in A, x \in B\}$$

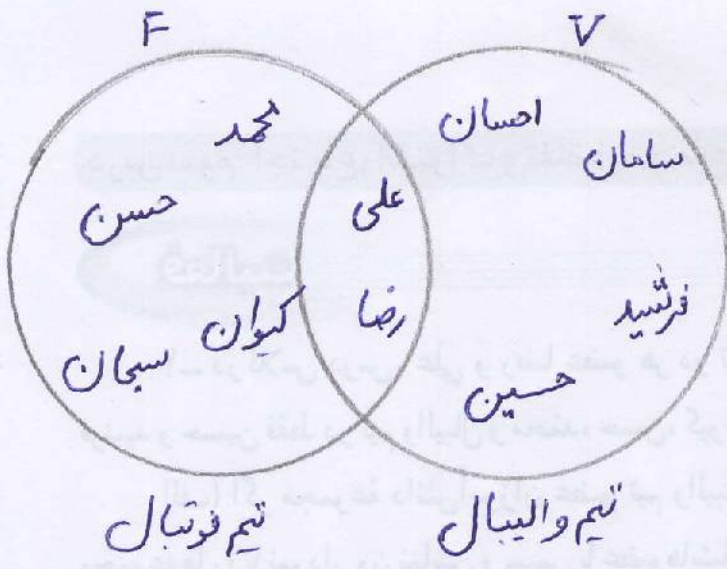
اجتماع دو مجموعه: اجتماع دو مجموعه A و B ،



مجموعه‌ای است شامل همه عضوهایی که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B باشد. این مجموعه را با نماد $A \cup B$ نشان می‌دهیم. در نمودار، قسمت هاشور خورده، اجتماع دو مجموعه را نشان می‌دهد:

$$A \cup B = \{x | x \in A \text{ یا } x \in B\}$$

فعالیت ① الف



$$F = \{ \text{رضا، علی، کیوان، سیمان، حسن، محمد} \}$$

$$V = \{ \text{رضا، علی، حسین، فرسید، سامان، احسان} \}$$

$$A = \{ \text{رضا، علی} \}$$

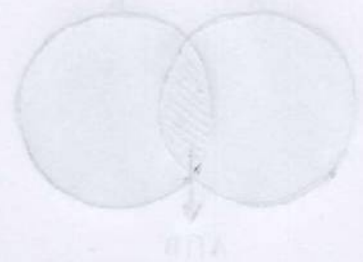
$$B = \{ \text{رضا، علی، کیوان، سیمان، حسن، محمد، حسین، فرسید، سامان، احسان} \}$$

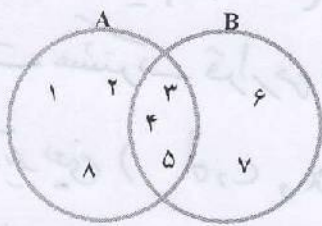
$$n(B) = 10, \quad n(A) = 2, \quad n(V) = 6, \quad n(F) = 6$$

$$A = \{ x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4 \} = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

$$B = \{ x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x \leq 3 \} = \{ -2, -1, 0, 1, 2, 3 \}$$

$$A \cap B = \{ 1, 2, 3 \}, \quad A \cup B = \{ -2, -1, 0, \dots, 4 \}$$





مثال: با توجه به نمودار زیر ابتدا مجموعه‌های A و B را با

عضوهایشان می‌نویسیم و سپس $A \cap B$ و $A \cup B$ را تشکیل می‌دهیم:

$$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 8\} \text{ و } B = \{3, 4, 5, 6, 7\}$$

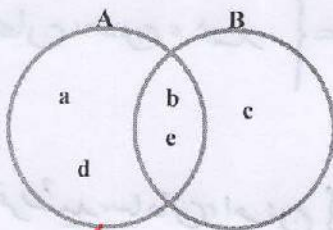
$$A \cap B = \{3, 4, 5\} \text{ , } A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

فعالیت

۱- دو مجموعه $A \cup B = \{a, b, c, d, e\}$ و $A \cap B = \{b, e\}$ را در نظر بگیرید. از دانش‌آموزان

یک کلاس خواسته شده است که با توجه به این دو مجموعه، مجموعه‌های A و B را با نمودار وین نمایش

دهند. پاسخ چهار دانش‌آموز این کلاس را در زیر می‌بینید:



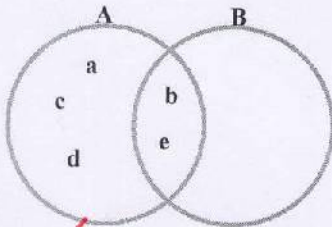
پاسخ حمید: ✓

الف) درباره درستی یا نادرستی پاسخ این دانش‌آموز بحث

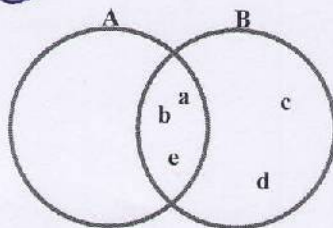
کنید و برای درستی یا نادرستی آنها دلیل بیاورید.

پاسخ زهرا نادرست است زیرا $A \cap B = \{a, b, e\}$

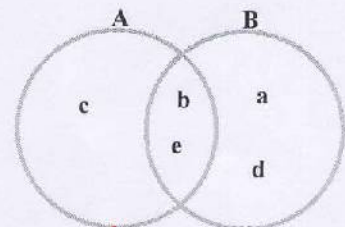
در صورتیکه $A \cap B = \{b, e\}$ می‌باشد و بقیه جواب‌ها صحیح می‌باشند



پاسخ ریحانه: ✓



پاسخ زهرا: ✗



پاسخ حنانه: ✓

ب) آیا شما هم می‌توانید جواب درست دیگری به این سؤال بدهید؟ پاسخ خود را با پاسخ

هم کلاسی‌های خود مقایسه کنید. **۱۲۱**

۲- با توجه به اولین فعالیت این درس و ورزشکاران دو تیم والیبال و فوتبال مجموعه‌ای تشکیل

دهید که هر عضو آن عضو تیم والیبال باشد، ولی عضو تیم فوتبال نباشد (فقط در تیم والیبال بازی

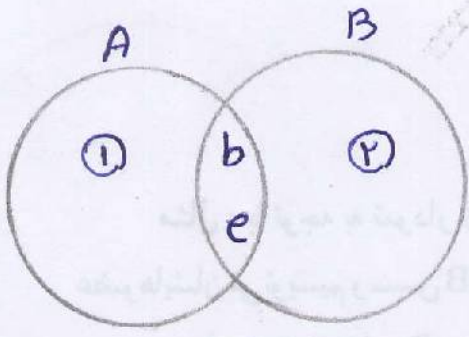
کند). این مجموعه را «V منهای F» می‌نامیم و با نماد $V - F$ نمایش می‌دهیم: **۱۲۱**

$$V - F = \{ \quad \quad \quad \} \quad F - V = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$F - V = \{ \text{سپان , کیوان , حسن , محمد} \}$$

$$V - F = \{ \text{حسین , فرشید , سامان , احسان} \}$$

① فعالیت



با توجه به اینکه داریم $A \cap B = \{b, e\}$ است، این دو عضو را در قسمت مشترک قرار می دهیم

۳ عضو دیگر یعنی (a, c, d) داریم که هر کدام می توانند در ناحیه ۱ یا ۲ قرار بگیرند پس برای هر کدام (۲ حالت) داریم بنابراین در مجموع $(2 \times 2 \times 2 = 8)$ حالت داریم

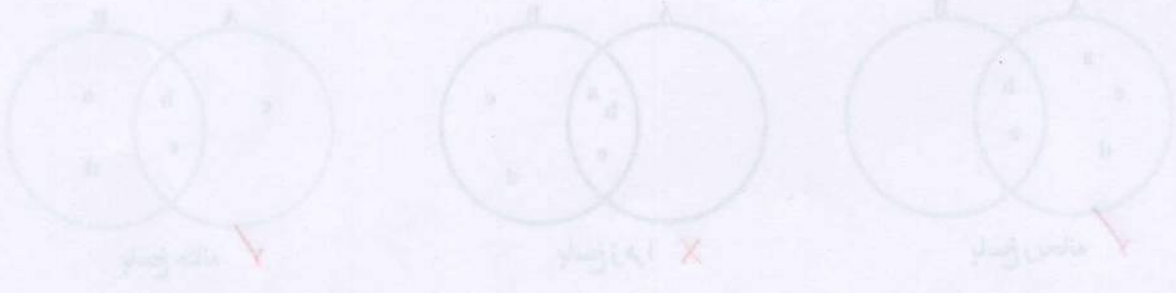
②

برای نوشتن اعضای مجموعه $F - V$ ، ابتدا نام اعضای مجموعه F را می نویسیم پس اعضای مشترک یعنی $(V \cap F)$ را حذف می کنیم

$$F - V = \{ \text{کیوان، سجان، حسن، محمد، علی، رضا، کیوان، سجان، حسن، محمد} \} = \{ \text{محمد، حسن، سجان، علی، رضا} \}$$

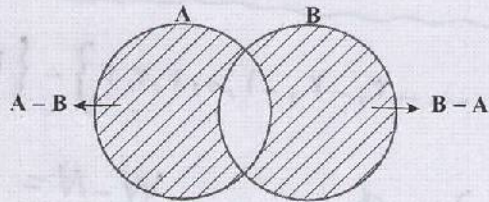
مشترکها

$$V - F = \{ \text{حسین، فریید، سامان، اعان، حسین، فریید، سامان، اعان، علی، رضا} \} = \{ \text{حسین، فریید، سامان، اعان} \}$$



تفاضل دو مجموعه: مجموعه $A - B$ (منهای B) مجموعه‌ای است شامل همه عضوهایی که عضو مجموعه A هستند ولی عضو مجموعه B نیستند. در شکل زیر مجموعه‌های $A - B$ و $B - A$ هاشور خورده است:

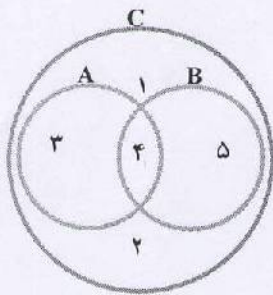
$$A - B = \{x | x \in A, x \notin B\}$$



مثال: اگر $A = \{a, b, c, d, e, k\}$ و $B = \{c, d, k, f, s, t\}$ در این صورت:

$$A - B = \{a, b, e\} \quad \text{و} \quad B - A = \{f, s, t\}$$

کار در کلاس



۱- با توجه به نمودار زیر کدام عبارت، درست و کدام نادرست است؟

- الف) $A \subseteq C$ ✓ ب) $B \subseteq C$ ✓ ج) $C \subseteq (A \cup B)$ ✗
 د) $(A \cup B) \subseteq C$ ✓ ه) $2 \in (A \cup B)$ ✗ و $4 \notin (A \cap B)$ ✗
 ز) $A \cup B = A$ ✗ ح) $5 \in (A \cup B)$ ✓ ط) $4 \in (A \cup B)$ ✓

۲- مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۲ را A و مجموعه شمارنده‌های طبیعی عدد ۱۸ را B

صفحه ۱۳/۱

بنامید. ابتدا A و B را تشکیل و سپس به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) مجموعه‌ای تشکیل دهید که هر عضو آن، شمارنده ۱۸ باشد ولی شمارنده ۱۲ نباشد.

ب) مجموعه‌ای تشکیل دهید که عضوهای آن، هم شمارنده ۱۲ و هم شمارنده ۱۸ باشد.

صفحه ۱۳/۱

۳- مجموعه‌های $(\mathbb{Z} - \mathbb{N})$ ، $(\mathbb{N} - \mathbb{Z})$ و $(\mathbb{W} - \mathbb{N})$ را تشکیل دهید.

قرار داد: تعداد عضوهای هر مجموعه مانند A را با $n(A)$ نمایش می‌دهیم؛ به

عنوان مثال، اگر A مجموعه‌ای k عضوی باشد، می‌نویسیم $n(A) = k$.

مثلاً اگر $A = \{2, 4, 6, 7\}$ در این صورت $n(A) = 4$.

س ۲
 کار، در کلاس

$$A = \{1, 2, 3, 4, 9, 12\}$$

$$B = \{1, 2, 3, 4, 9, 18\}$$

الف) $B - A = \{9, 18\}$

ب) $A \cap B = \{1, 2, 3, 4\}$

س ۳
 $Z - N = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\} - \{1, 2, 3, \dots\} = \{\dots, -3, -2, -1, 0\}$

$N - Z = \{\} = \emptyset$, $W - N = \{0\}$

تمرینات

- الف) $A \subseteq C$ ✓
- ب) $B \subseteq C$ ✓
- ج) $C \subseteq (A \cup B)$ ✓
- د) $(A \cup B) \subseteq C$ ✓
- ه) $(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$ ✓
- و) $A \cup B = A \cup (A \cap B)$ ✓



ب) اگر A و B دو مجموعه باشند که $A \cap B = \emptyset$ و $A \cup B = U$ باشد، آنگاه A و B مکمل یکدیگرند.

الف) اگر A و B دو مجموعه باشند که $A \cap B = \emptyset$ و $A \cup B = U$ باشد، آنگاه A و B مکمل یکدیگرند.

ب) اگر A و B دو مجموعه باشند که $A \cap B = \emptyset$ و $A \cup B = U$ باشد، آنگاه A و B مکمل یکدیگرند.

ج) اگر A و B دو مجموعه باشند که $A \cap B = \emptyset$ و $A \cup B = U$ باشد، آنگاه A و B مکمل یکدیگرند.

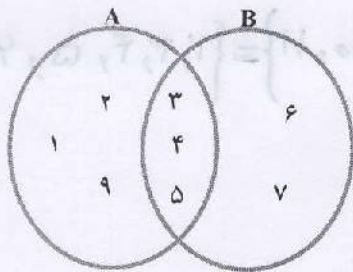
د) اگر A و B دو مجموعه باشند که $A \cap B = \emptyset$ و $A \cup B = U$ باشد، آنگاه A و B مکمل یکدیگرند.

تمرین

۱- مجموعه‌های $A = \{2, 4, 6, 8, 9\}$ و $B = \{1, 5, 7, 3, 9\}$ و $C = \{1, 7, 8, 10, 11\}$ را در نظر بگیرید؛ سپس هر یک از مجموعه‌های زیر را با عضوهایشان مشخص کنید:

- | | | | |
|-----------------|-----------------------|---------------------------|-----------------------|
| الف) $A \cup B$ | ب) $B \cup C$ | ج) $A \cup C$ | د) $A \cap B$ |
| هـ) $A - B$ | و) $C - B$ | ز) $(A - C) \cup (B - C)$ | ح) $(A \cup B) - C$ |
| ط) $A \cap A$ | ی) $A \cap \emptyset$ | ک) $B \cup B$ | ل) $C \cup \emptyset$ |

۲- با توجه به نمودار زیر، عبارت‌های درست را با \checkmark و گزاره‌های نادرست را با \times مشخص کنید:



- الف) \checkmark (الف) $B - A = \{6, 7\}$ (ب) \checkmark $(A - B) \cup (A \cap B) = A$
- ج) \times (ج) $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 6\}$
- د) \checkmark (د) $n(A \cup B) = 8$
- هـ) \times (هـ) $A - B = B - A$ (و) \times $n(A - B) = n(B - A)$

۳- کلمات و مجموعه‌های داده شده زیر را در جاهای خالی قرار دهید:

- (۱) B (۲) A (۳) اجتماع
 (۴) زیرمجموعه (۵) $(A \cup B)$

الف) اشتراک دو مجموعه، زیرمجموعه اجتماع همان دو مجموعه است.

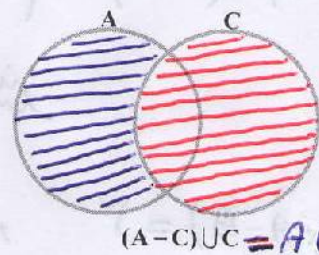
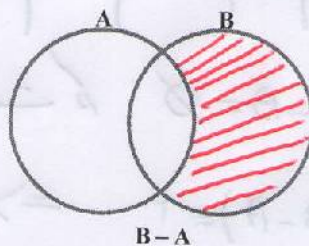
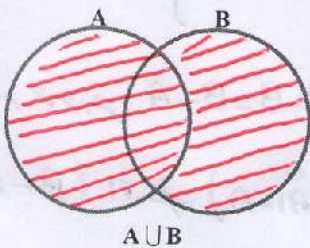
ب) هر یک از دو مجموعه A و B زیرمجموعه $A \cup B$ است.

ج) اشتراک دو مجموعه A و B زیرمجموعه هر یک از دو مجموعه A و B است.

د) مجموعه $A - B$ زیرمجموعه مجموعه A است.

هـ) اجتماع دو مجموعه $(B - A)$ و $(A \cap B)$ با مجموعه B مساوی است.

۴- در هر یک از شکل‌های زیر مجموعه مورد نظر را هاشور بزنید.



حل تمرين

سؤال 1

الف) $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} \Rightarrow n(A \cup B) = 9$

ب) $B \cup C = \{1, 3, 5, 7, 8, 9, 10, 11\} \Rightarrow n(B \cup C) = 8$

ج) $A \cup C = \{1, 2, 4, 6, 7, 8, 9, 10, 11\} \Rightarrow n(A \cup C) = 9$

د) $A \cap B = \{9\} \Rightarrow n(A \cap B) = 1$

هـ) $A - B = \{2, 4, 6, 8\} \Rightarrow n(A - B) = 4$

و) $C - B = \{8, 10, 11\} \Rightarrow n(C - B) = 3$

ز) $(A - C) \cup (B - C) = \{2, 4, 6, 9\} \cup \{3, 5, 9\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 9\}$

ح) $(A \cup B) - C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} - \{1, 7, 8, 10, 11\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 9\}$

ب) $A \cap A = \{2, 4, 6, 8, 9\} \Rightarrow A \cap A = A$

ج) $A \cap \emptyset = \{ \} \Rightarrow A \cap \emptyset = \emptyset$

د) $B \cup B = \{1, 5, 7, 9\} \Rightarrow B \cup B = B$

هـ) $C \cup \emptyset = \{1, 7, 8, 10, 11\} \Rightarrow C \cup \emptyset = C$

ب) $(A - B) \cup (A \cap B) = \{1, 2, 9\} \cup \{3, 4, 5\} = \{1, 2, 9, 3, 4, 5\} = A$

$(A - B) \cup (A \cap B) = A$

نتيجة 3

ج) $(A - B) \cup (B - A) = \{1, 2, 9\} \cup \{4, 7\} = \{1, 2, 9, 4, 7\}$

ب) $A = B = \emptyset$ $\Rightarrow A - B = B - A$ (بما ان $A = B = \emptyset$)

و) $n(A - B) = 3$, $n(B - A) = 2 \Rightarrow n(A - B) \neq n(B - A)$