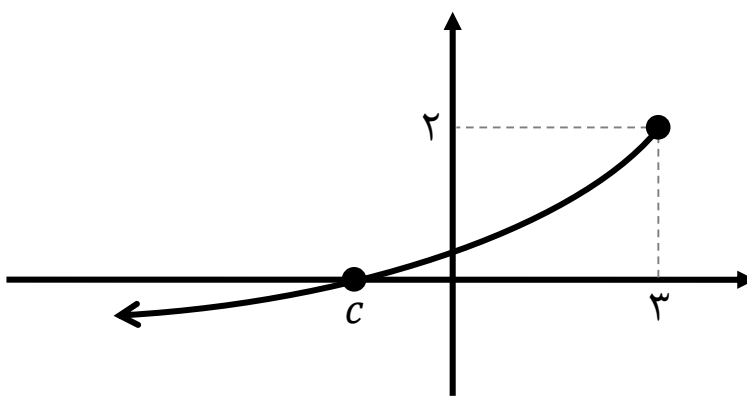


مهر مدرسه	نمره امتحان	 اداره استعدادهای درخشان آموزش و پرورش استان خوزستان «آزمون هماهنگ مدارس استعدادهای درخشان»	زمان امتحان	مشخصات دانش آموز
	نمره با عدد:		تاریخ: ۱۴۰۱/۱۰/۱۰	نام:
	نمره با حروف:		ساعت شروع: ۱۰:۳۰	نام خانوادگی:
	نام دبیر:		مدت: ۱۲۰ دقیقه	کلاس: یازدهم ریاضی
	امضا:		نوبت اول دی ماه ۱۴۰۱	نام درس: حسابان ۱

صفحه اول

بارم	پیش‌ها	ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را تعیین کنید.</p> <p>(۱) حاصل عبارت $۲۰۰ + \dots + ۶ + ۴ + ۲$ برابر ۱۰۱۰۰ است. ()</p> <p>(۲) معادله $\sqrt{x-1} + \sqrt{x^2-1} = 0$ دارای یک ریشه حقیقی است. ()</p> <p>(۳) حاصل عبارت $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + [\sqrt{3}] + \dots + [\sqrt{20}]$ برابر ۱۲ است. ()</p> <p>(۴) دو تابع f و g مساوی اند اگر و تنها اگر $R_f = R_g$ و $D_f = D_g$. ()</p>	۱
۲	<p>جاهای خالی را با عبارت یا کلمه مناسب کامل کنید</p> <p>الف) مجموعه صفرهای تابع با ضابطه $f(x) = x^2 + \frac{1}{x}$ برابر است با</p> <p>ب) دامنه تابع $f(x) = \sqrt{x - x }$ برابر است با:</p> <p>پ) مجموعه جواب معادله $[x] + [2x] + [3x] = 1$ برابر است با:</p> <p>ت) فاصله نقطه ی $A(-2, 1)$ از خط $y = x + 1$ برابر با است.</p>	۲
۱/۵	<p>در یک دنباله حسابی جملات دوم و هشتم قرینه اند و جمله هفتم این دنباله ۴ است. مجموع ۸ جمله اول این دنباله را بدست آورید.</p>	۳
۱/۵	<p>اگر α و β ریشه های معادله $x^2 = x + 3$ باشند معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن $\frac{\alpha}{\beta}$ و $\frac{\beta}{\alpha}$ باشند.</p>	۴
۱/۵	<p>مجموعه جواب معادله زیر را بیابید.</p> $\frac{1}{x^2+x} + \frac{1}{x^2+3x+2} = \frac{1}{4}$	۵
۱	<p>به روش هندسی تعداد جواب های معادله $x^2 - 4 = x + 1$ را بدست آورید.</p>	۶
۱	<p>اگر $a < 0 < -b$ حاصل عبارت $a + b - 2 b + 3a$ را بدون قدرمطلق بیابید.</p>	۷

ردیف	صفحه ی دوم	بارم
۸	نقاط $A(۰, ۳)$ و $B(۳, -۱)$ و $C(۵, ۱)$ سه رأس مثلثی هستند. فاصله رأس B تا میانه وارد بر ضلع BC چقدر است؟	۱/۵
۹	اگر معادله دو ضلع مجاور یک مستطیل $۴x + my = ۲m + ۱$ و $۳x - ۴y = -۱$ باشند و یک رأس آن $A(-۱, ۲)$ باشد، مساحت مستطیل را به دست آورید.	۱/۵
۱۰	اگر دو تابع $f(x) = \frac{۴}{x+۳}$ و $g(x) = \frac{۴bx+c}{x^2+ax+۹}$ مساوی باشند، مقادیر a و b و c را به دست آورید.	۱/۵
۱۱	اگر دامنه تابع $f(x) = \frac{۴x-۲}{mx^2+nx+۱}$ مساوی $D_f = \left(-\infty, \frac{۱}{۲}\right) \cup \left(\frac{۱}{۲}, +\infty\right)$ باشد. مقدار m و n را حساب کنید.	۱/۲۵
۱۲	نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x \left[\frac{x}{۳}\right]$ در بازه $(-۳, ۳)$ رسم کنید.	۱
۱۳	اگر $f^{-1}(x) = x^۳ + x + ۱$ و $g(x) = ۲f(x-۱) + ۱$ باشد. مقدار $g^{-1}(۳)$ را بدست آورید.	۱/۵
۱۴	دو تابع $f = \{(۷, ۴), (۳, ۵), (۵, ۲), (۴, ۷)\}$ و $g(x) = \frac{x}{x+۱}$ مفروض اند. اگر $f^{-1}(g(۴a)) = ۵$ مقدار عددی a را حساب کنید.	۱/۲۵
۱۵	شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = a - \sqrt{b-x}$ است. مقادیر a و b و c را حساب کنید.	۱
		۱
	جمع	۲۰

سؤال (۱) الف) درست (۲) درست (۳) نادرست (۴) درست

سؤال (۲) الف) ۱ - ب) $x > 0$ ج) $\sqrt{2}$ د) $\sqrt{3}$

$$\begin{cases} a_1 + d = -a_1 - 7d \Rightarrow 2a_1 + 8d = 0 \Rightarrow a_1 = -4d \\ a_1 + 4d = 4 \Rightarrow -4d + 4d = 4 \Rightarrow 0 = 4 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_1 = -8$$

$$\Rightarrow S_8 = \frac{8}{2} [2a_1 + 7d] = 4 [2(-8) + 7(2)] = 4 [-16 + 14] = -8$$

$$x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = 1 \\ \alpha\beta = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{\alpha}{\beta} \\ x_2 = \frac{\beta}{\alpha} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_1 + x_2 = \frac{\alpha^2 + \beta^2}{\alpha\beta} \\ \rho = x_1 x_2 = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow S = x_1 + x_2 - \frac{(\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta}{\alpha\beta} = \frac{1^2 - 2(-2)}{-2} = \frac{1+4}{-2} = \frac{-5}{2}$$

$$x^2 - 5x + \rho = 0 \Rightarrow x^2 + \frac{5}{2}x + 1 = 0$$

سؤال (۵)

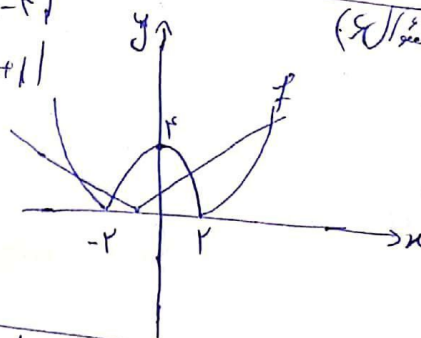
$$\frac{n+2+x}{x(n+1)(n+2)} = \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{2(n+1)}{(n+1)(n)(n+2)} = \frac{1}{x} \xrightarrow{x \neq -1}$$

$$\frac{2}{n(n+2)} = \frac{1}{x} \Rightarrow 1 = n^2 + 2n \Rightarrow n^2 + 2n - 1 = 0 \Rightarrow (n+2)(n-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = -2 \text{ ق ق} \\ n = 2 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} |x^2 - 4| &= |x+1| & f(x) &= |x^2 - 4| \\ f(x) & & g(x) &= |x+1| \end{aligned}$$

طبق نمودارهای f و g، مساوی فوق، ۴ مرتبه (جواب دارد)



$$|a+b| - 2|b| + 3|a| = -a - b + 2b - 3a = -4a + b$$

$$\begin{cases} a < 0 \\ -b < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a < 0 \\ b < 0 \end{cases}$$

سؤال (۷)

$$m \begin{vmatrix} \frac{x_B + x_C}{2} \\ \frac{y_B + y_C}{2} \end{vmatrix} \Rightarrow m \begin{vmatrix} \frac{1+0}{2} \\ \frac{1-1}{2} \end{vmatrix} \rightarrow m \begin{vmatrix} 1/2 \\ 0 \end{vmatrix} \Rightarrow A \begin{vmatrix} 1 \\ 0 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow y = -\frac{m}{2}x + b \xrightarrow{A(0,2)} b = 2 \Rightarrow y = -\frac{m}{2}x + 2, B \begin{vmatrix} 1 \\ -1 \end{vmatrix}$$

$$y + \frac{m}{2}x - 2 = 0 \rightarrow d = \frac{|2x(\frac{m}{2}) + 1x(-1) - 2|}{\sqrt{1^2 + (\frac{m}{2})^2}} = \frac{|\frac{m}{2} - 1 - 2|}{\sqrt{1 + \frac{m^2}{4}}} = \frac{|\frac{m}{2} - 3|}{\sqrt{1 + \frac{m^2}{4}}} = \frac{m}{2}$$

$$\begin{cases} rx - ry = -1 \rightarrow m_1 = \frac{-a}{b} = \frac{-r}{-r} = \frac{r}{r} \\ rx + my = r+1 \rightarrow m_2 = \frac{-a}{b} = \frac{-r}{m} \end{cases} \xrightarrow{\text{نقطه تقاطع}} m_1 m_2 = -1 \quad (9) \text{ سوال}$$

$$A(-1, r) \Rightarrow \frac{r}{r} x + \left(\frac{-r}{m}\right) y = -1 \Rightarrow \frac{r}{m} = -1 \Rightarrow m = -r$$

$$\Rightarrow \begin{cases} rx - ry + 1 = 0 \rightarrow \text{Jab} = \frac{|-r - (-1) + 1|}{\sqrt{r^2 + (-r)^2}} = \frac{1}{\sqrt{20}} = \frac{1}{d} = r \\ rx + my - r = 0 \rightarrow \text{Cosec} = \frac{|-r + r - r|}{\sqrt{r^2 + r^2}} = \frac{d}{\sqrt{20}} = \frac{d}{d} = 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{فاصله بین خطوط} = |x| = r$$

$$f(x) = g(x) \Rightarrow \begin{cases} D_f = D_g \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{r\} \\ R_f = R_g \end{cases} \Rightarrow (x+r)^r = x^r + ax + 9 \quad (10) \text{ سوال}$$

$$x^r + 9x + 9 = x^r + ax + 9$$

$$\Rightarrow \boxed{a = 9}$$

$$\Rightarrow \frac{f}{x+r} = \frac{fbx + c}{(x+r)^r}$$

$$\Rightarrow fx + 1r = fbx + c \Rightarrow \begin{cases} fb = f \Rightarrow b = 1 \\ c = 1r \end{cases}$$

$$D_f = \left(-\infty, \frac{1}{r}\right) \cup \left(\frac{1}{r}, +\infty\right) \rightarrow m\left(x - \frac{1}{r}\right)^r = mx^r + nx + 1 \quad (11) \text{ سوال}$$

$$\Rightarrow m\left(x^r - x + \frac{1}{r}\right) = mx^r + nx + 1$$

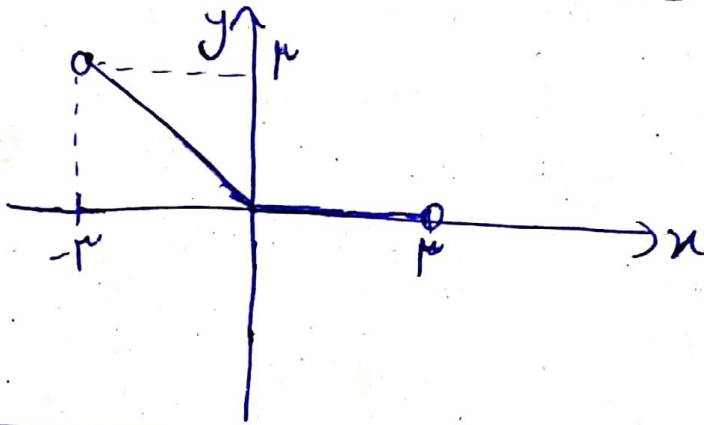
$$\Rightarrow mx^r - mx + \frac{1}{r}m = mx^r + nx + 1 \Rightarrow \begin{cases} n = -m \Rightarrow n = -r \\ \frac{1}{r}m = 1 \Rightarrow m = r \end{cases}$$

$$f(x) = x \left[\frac{x}{\mu} \right]$$

(12) \int_{μ}^{∞}

$$-\mu < x < 0 \rightarrow -1 < \frac{x}{\mu} < 0 \rightarrow \left[\frac{x}{\mu} \right] = -1 \rightarrow y = -x$$

$$0 \leq x < \mu \rightarrow 0 \leq \frac{x}{\mu} < 1 \rightarrow \left[\frac{x}{\mu} \right] = 0 \rightarrow y = 0$$



$$f^{-1}(x) = x^{\mu} + x + 1$$

(14) \int_{μ}^{∞}

$$g(x) = r f(x-1) + 1 \Rightarrow r = r f(a-1) + 1 \Rightarrow \boxed{f(a-1) = 1} \quad (1)$$

$$g^{-1}(r) = ? \rightarrow g^{-1}(r) = a \rightarrow g(a) = r$$

$$(1) \Rightarrow f^{-1}(1) = a-1 \Rightarrow f^{-1}(x) = x^{\mu} + x + 1 \Rightarrow 1 + 1 + 1 = a-1$$

$$\Rightarrow r = a-1 \Rightarrow \boxed{a = r} \Rightarrow g^{-1}(r) = r$$

$$f^{-1} = \{(r, v), (d, \mu), (r, d), (v, f)\} \quad g(x) = \frac{x}{x+1} \quad (15) \int_{\mu}^{\infty}$$

$$f^{-1}(g(fa)) = d \Rightarrow f^{-1}(r) = d \Rightarrow g(fa) = r \Rightarrow \frac{fa}{fa+1} = r$$

$$\Rightarrow ra = ra + 1 \Rightarrow -ra = 1 \Rightarrow a = -\frac{1}{r}$$

$$f(x) = -\sqrt{b-x} + a \rightarrow D = x \leq \mu \Rightarrow b-x \geq 0 \Rightarrow b \geq x \quad (16) \int_{\mu}^{\infty}$$

$$\Rightarrow x \leq b \Rightarrow \boxed{b = \mu} \Rightarrow \boxed{a = r} \Rightarrow f(x) = -\sqrt{\mu-x} + r$$

$$\Rightarrow f(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{\mu-x} = r \Rightarrow \mu-x = r^2 \Rightarrow \boxed{x = -1} \Rightarrow \boxed{c = -1}$$