

«هر عبارت را، که به صورت حاصل ضرب یک عدد حقیقی در توان صحیح و نامنفی یک یا چند متغیر باشد،

تک جمله ای (یک جمله ای) می نامیم.»

عبارت های زیر همگی تک جمله ای هستند. به آنها دقت کنید و سعی کنید با تعریف تک جمله ای که در بالا بیان شده است مطابقت دهید.

$$\frac{4}{5} \quad \text{و} \quad 5xy^3z^5 \quad \text{و} \quad -\sqrt{2}p \quad \text{و} \quad \frac{5}{6}a^2b^3 \quad \text{و} \quad 3x^5 \quad \text{و} \quad x \quad \text{و} \quad 5$$

ممکن است در مورد ۵ و $-\frac{4}{5}$ سوالی در ذهن تان ایجاد شود که این عبارت ها متغیر ندارند، پس چگونه می توان آنها را تک

جمله ای فرض کرد. دقت داشته باشید که در تعریف برای توان متغیر عدد صحیح نامنفی شرط شده است. پس اگر توان صفر باشد مشکلی نیست. همچنین می دانید هر عدد به توان صفر برابر یک است. پس در این دو مورد، متغیرشان توان صفر دارد که

چون برابر یک است و چون در ضرب، یک تاثیری ندارد نمی نویسیم. $-\frac{4}{5}a^0 = -\frac{4}{5} \times 1 = -\frac{4}{5}$ و $5x^0 = 5 \times 1 = 5$

عبارت های زیر تک جمله ای نیستند. در هر بخش علت بیان شده است. دقت داشته باشید که همه چیز با تعریف بالا سنجیده می شود.

$\frac{1}{x}$	5^a	$3\sqrt{x}$	$ x $	$2a^2 + 3b$
شرط $\frac{1}{x} = x^{-1}$ که شرط نامنفی بود توان متغیر را ندارد.	شرط به صورت حاصل ضرب بودن متغیر و عدد حقیقی را ندارد.	شرط صحیح بودن توان متغیر را ندارد. (رادیکال برای متغیر موجب این اتفاق شده است).	شرط یک عدد حقیقی که در متغیر ضرب می شود را ندارد. (چون اطلاع نداریم ۱ است یا -۱)	دوجمله ای است.

تمرین (۱):

مشخص کنید کدام یک از عبارت های زیر تک جمله ای است؟ در صورت تک جمله ای نبودن، علت را بیان کنید.

$$\frac{1}{5}x \quad \frac{1}{5x} \quad \sqrt{3}b \quad \sqrt{3}b \quad 2|a| \quad 5x^2y^5 \quad 5x^2 + y^5 \quad \pi$$

تمرین (۲):

از بین عبارت های $3a$ و 3^a و a^3 و $a + 3$ و $\frac{a}{3}$ و $\frac{3}{a}$ کدام یک، تک جمله ای هستند؟ آنها را بنویسید.

فعالیت :

در سال های قبل ساده کردن عبارت های جبری را آموختید. هرگاه قسمت های حرفی دو یا چند تک جمله ای یکسان باشد. به آنها تک جمله ای های متشابه گفته می شود. برای ساده کردن یک عبارت جبری جملات متشابه را جمع می کنیم.

$$\underline{5x^2} - \underline{3xy} + 4x - \underline{3x^2} - \underline{4xy} = 2x^2 - 7xy + 4x$$

ضرب را هم در سال های قبل در عبارت های جبری یاد گرفته اید. برای یادآوری به مثال های زیر توجه کنید.

$$3(2x - 5y^2) = 6x - 15y^2 \quad 2a(3a^2 + 5b) = 6a^3 + 10ab \quad (3x^3y^2)^2 = 3^2(x^3)^2(y^2)^2 = 9x^6y^4$$

$$(5a + 2b)(3a - 4b) = 15a^2 - 20ab + 6ab - 8b^2 = 15a^2 - 14ab - 8b^2$$

تمرین (۲):

عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$5(2x - 3y) + 2(3x + y) =$$

$$5a^2(2a^3 - 5b^2 + 3) =$$

$$(2x^2y^3)^3 - (3x)^2 =$$

$$(3x - 2y)(5x + y) =$$

$$(2a^2b)(3a^2b^3) + ab^3(-5a^3b) =$$

فعالیت :

در تک جمله ای $3a^3x^2y$ ، توان متغیر a برابر ۳ است. بنابراین درجه این تک جمله ای نسبت به متغیر a ، برابر ۳ است.

درجه این تک جمله ای نسبت به متغیر x ، برابر ۲ است. درجه این تک جمله ای نسبت به متغیر y ، برابر ۱ است.

درجه این تک جمله ای نسبت به دو متغیر x و y را برابر $3 = 2 + 1$ تعریف می کنیم.

درجه این تک جمله ای نسبت به دو متغیر a و x را برابر $5 = 3 + 2$ تعریف می کنیم.

در نتیجه: «درجه یک تک جمله ای نسبت به یک متغیر، برابر با توان آن متغیر است. و همچنین درجه یک تک جمله ای

نسبت به چند متغیر مجموع توان های آن متغیرها می باشد.»

تک جمله ای هایی مانند $2x^3y^2$ و $3x^2y^3$ را که متشابه نیستند، تک جمله ای های غیر متشابه می گوئیم. جمع جبری چند تک جمله ای که متشابه نیستند، چندجمله ای تشکیل می دهد. در هر چندجمله ای، درجه نسبت به یک متغیر را برابر با بزرگ ترین درجه نسبت به آن متغیر تعریف می کنیم.

در چندجمله ای $3a^2b^3 - 2ab^5 + a^4 - 4b$ درجه نسبت به متغیر a برابر ۴ و درجه نسبت به متغیر b برابر ۵ است.

همچنین درجه نسبت به چند متغیر را، بزرگ ترین درجه تک جمله ای های آن نسبت به متغیرهای مورد نظر تعریف می کنیم. در چند جمله ای بالا درجه نسبت به متغیرهای a و b برابر ۶ است. زیرا درجه در جمله اول $5 = 3 + 2$ و در جمله

$$2+3=5 \quad 1+5=6$$

$$3a^2b^3 - 2ab^5 + a^4 - 4b \quad \text{دوم } 6 = 5 + 1 \text{ است، که بزرگترین } 6 \text{ است.}$$

تمرین (۳):

با توجه به تک جمله ای $c\sqrt{5}a^5b^3$ به سوالات زیر پاسخ دهید.

(الف) درجه نسبت به متغیر a چند است؟

(ب) درجه نسبت به متغیر c چند است؟

(ج) درجه نسبت به متغیرهای a و b چند است؟

(د) درجه نسبت به متغیرهای b و c چند است؟

تمرین (۴):

با توجه به چند جمله ای $a^3 - 5x^2y^5 + 4ax^3y^2 + 3b^2x^2y^2$ به سوالات زیر پاسخ دهید.

(الف) درجه چند جمله ای نسبت به متغیر x چند است؟

(ب) درجه چند جمله ای نسبت به متغیر y چند است؟

(ج) درجه چند جمله ای نسبت به متغیر a چند است؟

(د) درجه چند جمله ای نسبت به متغیرهای x و y چند است؟

فعالیت :

معمولاً در چند جمله ای ها، جملات را نسبت به توان های نزولی (از بزرگ به کوچک) یک متغیر مرتب می کنند. به عنوان مثال چند جمله ای های زیر بعد از ساده شدن، بر اساس متغیر x مرتب شده اند.

$$3x^2 + 5 - 2x + 2x^3 = 2x^3 + 3x^2 - 2x + 5$$

$$-5a^2 - 3ax + x^2 - [4a^2 + 5ax - (3a^2 - 8ax)] = -5a^2 - 3ax + x^2 - [4a^2 + 5ax - 3a^2 + 8ax] =$$

$$-5a^2 - 3ax + x^2 - 4a^2 - 5ax + 3a^2 - 8ax = -6a^2 - 16ax + x^2 = x^2 - 16ax - 6a^2$$

$$(x + x^2)(x^2 + 2x^2 + 1) = x(x^2 + 2x^2 + 1) + x^2(x^2 + 2x^2 + 1) = x^5 + 2x^3 + x + x^6 + 2x^4 + x^2 = x^6 + x^5 + 2x^4 + 2x^3 + x^2 + x$$

تمرین (۵):

عبارت های جبری زیر را ساده کنید و سپس آنها را نسبت به توان های نزولی x مرتب کنید.

$$-5x + 3x^5 + 4x^2 - 1 + 3x - 9x^5 + x^2 - 5 =$$

$$-5a^2 - 3ax + x^2 - (4x^2 + 5ax - 3a^2) =$$

$$(4x^3 + 5x^2)(x + 1) =$$

فعالیت :

در عبارت $3x - 5 = 7$ به جای x چه عددی می توان قرار داد که تساوی برقرار شود؟ اگر عدد ۴ را به جای x قرار دهیم، تساوی درست می شود. $3 \times 4 - 5 = 12 - 5 = 7$ آیا عدد دیگری هم می توان به جای x قرار داد؟

به این عبارت معادله می گوئیم. معادله به صورت بالا فقط یک جواب دارد. یعنی به ازای فقط یک عدد تساوی برقرار می شود.

در عبارت $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ به ازای چه مقادیری برای x تساوی همواره برقرار است. در زیر چند عدد را بررسی می کنیم.

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 \quad x=1 \Rightarrow (1+1)^2 = 1^2 + 2 \times 1 + 1 \Rightarrow 2^2 = 1 + 2 + 1 \Rightarrow 4 = 4$$

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 \quad x=5 \Rightarrow (5+1)^2 = 5^2 + 2 \times 5 + 1 \Rightarrow 6^2 = 25 + 10 + 1 \Rightarrow 36 = 36$$

$$(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1 \quad x=-4 \Rightarrow (1+(-4))^2 = (-4)^2 + 2 \times (-4) + 1 \Rightarrow$$

$$(-3)^2 = 16 - 8 + 1 \Rightarrow 9 = 9$$

همانطور که مشاهده می کنید. به ازای عددهای مثال بالا برای x تساوی برقرار بود. شما اگر هر عدد را انتخاب کنید و به جای x قرار دهید، باز هم تساوی برقرار می شود. می توانید آزمایش کنید.

« اگر دو عبارت جبری به گونه ای باشند که به ازای هر مقدار برای متغیر هایشان حاصل یکسانی داشته باشند، برابری

جبری حاصل از آنها را اتحاد جبری می نامیم.»

تمرین (۶):

مشخص کنید کدام یک از عبارت های زیر اتحاد است.

$$3(x+1) = 2x + 5$$

$$5(x-2) = 5x - 10$$

تمرین (۷):

$$a + b = 0$$

عبارت جبری مقابل برای چه مقادیری از a و b درست است؟

آیا این عبارت یک اتحاد است؟

تمرین (۱):

مشخص کنید کدام یک از عبارت های زیر تک جمله ای است؟ در صورت تک جمله ای بودن، علت را بیان کنید.

$$\frac{1}{5}x \quad \frac{1}{5x} \quad \sqrt{3b} \quad \sqrt[3]{b} \quad 2|a| \quad 5x^2y^5 \quad 5x^2 + y^5 \quad \pi$$

تک جمله ای نیست، زیرا متغیر در مخرج است. $\frac{1}{5x}$

تک جمله ای نیست، زیرا متغیر زیر رادیکال است. $\sqrt[3]{b}$

تک جمله ای نیست، زیرا متغیر داخل قدرمطلق است. $2|a|$

تک جمله ای نیست، زیرا دو جمله ای است. $5x^2 + y^5$

تمرین (۲):

از بین عبارت های $3a$ و 3^a و a^3 و $a + 3$ و $\frac{a}{3}$ و $\frac{3}{a}$ کدام یک، تک جمله ای هستند؟ آنها را بنویسید.

$$3a, a^3, \frac{a}{3}$$

تمرین (۲):

عبارت های جبری زیر را ساده کنید.

$$5(2x - 3y) + 2(3x + y) = \underline{10x} - \underline{15y} + \underline{6x} + \underline{2y} = 16x - 13y$$

$$5a^2(2a^3 - 5b^2 + 3) = 10a^5 - 25a^2b^2 + 15a^2$$

$$(2x^2y^3)^3 - (3x)^2 = 8x^6y^9 - 9x^2$$

$$(3x - 2y)(5x + y) = 15x^2 + \underline{3xy} - \underline{10xy} - 2y^2 = 15x^2 - 7xy - 2y^2$$

$$(2a^2b)(3a^2b^3) + ab^3(-5a^3b) = 6a^4b^4 - 5a^4b^4 = a^4b^4$$

تمرین (۳):

با توجه به تک جمله ای $-\sqrt{5}a^5b^3c$ به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) درجه نسبت به متغیر a چند است؟ **۵** ب) درجه نسبت به متغیر c چند است؟ **۱**

ج) درجه نسبت به متغیرهای a و b چند است؟ **۸** د) درجه نسبت به متغیرهای b و c چند است؟ **۴** **۳ + ۱ = ۴**

تمرین (۴):

با توجه به چند جمله ای $a^3 - 5x^2y^5 + 4ax^3y^2 - 3b^2x^2y^2$ به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) درجه چندجمله ای نسبت به متغیر x چند است؟ **۳** ب) درجه چندجمله ای نسبت به متغیر y چند است؟ **۵**

ج) درجه چندجمله ای نسبت به متغیر a چند است؟ **۳**

د) درجه چندجمله ای نسبت به متغیرهای x و y چند است؟ **$2+5=7$**

تمرین (۵):

عبارت های جبری زیر را ساده کنید و سپس آنها را نسبت به توان های نزولی x مرتب کنید.

$$-\underline{5x} + \underline{3x^5} + \underline{4x^2} - 1 + \underline{3x} - \underline{9x^5} + \underline{x^2} - 5 = -2x - 6x^5 + 5x^2 - 6 = -6x^5 + 5x^2 - 2x - 6$$

$$-5a^2 - 3ax + x^2 - (4x^2 + 5ax - 3a^2) = -5a^2 - 3ax + x^2 - 4x^2 - 5ax + 3a^2 = -2a^2 - 8ax - 3x^2 = -3x^2 - 8ax - 2a^2$$

$$(4x^3 + 5x^2)(x+1) = 4x^4 + 4x^3 + 5x^3 + 5x^2 = 4x^4 + 9x^3 + 5x^2$$

تمرین (۶):

مشخص کدام یک از عبارت های زیر اتحاد است.

$$3(x+1) = 2x+5$$

$$5(x-2) = 5x-10$$

فقط برای $x=2$ درست است. اتحاد نیست.

اتحاد است ، به ازای همه مقادیر x تساوی برقرار است.

تمرین (۷):

$$a+b=0$$

عبارت جبری مقابل برای چه مقادیری از a و b درست است؟

برای بسیاری از عددها درست است مانند:

$$5+(-5)=0, \quad (-6)+6=0, \quad \left(-\frac{3}{5}\right)+\left(+\frac{3}{5}\right)=0, \quad \sqrt{3}+(-\sqrt{3})=0$$

آیا این عبارت یک اتحاد است؟

خیر ، زیرا برای هر عدد دلخواه پاسخ درست به دست نمی آید. **$5+3=8$**

فعالیت:

a	$(a+3)^2$	a^2+6a+9
۲	$(2+3)^2=5^2=25$	$2^2+6\times 2+9=4+12+9=25$
۵	$(5+3)^2=8^2=64$	$5^2+6\times 5+9=25+30+9=64$

به جدول مقابل دقت کنید.

همانطور که مشاهده می کنید مقادیر برای ستون های $(a+3)^2$ و a^2+6a+9 با هم برابر است.

در درس قبل یاد گرفتید، اگر دو عبارت جبری به گونه ای باشند که به ازای هر مقدار برای متغیرهایشان حاصل یکسانی داشته باشند، برابری جبری حاصل از آنها را اتحاد جبری می نامیم.

$$(a+3)^2 = a^2 + 6a + 9$$

تمرین (۱):

x	$(x-4)^2$	$x^2-8x+16$
۴		
۵		
۱۰		

جدول را مانند نمونه کامل کنید.

آیا عبارت $x^2-8x+16 = (x-4)^2$ یک اتحاد است؟ چرا؟

فعالیت:

در پایه هشتم ضرب دو پرانتز را یاد گرفته اید.

$$(a+b)(c+d) = ac + ad + bc + bd$$

حال به ضرب های زیر دقت کنید.

$$(a+3)^2 = (a+3)(a+3) = a^2 + \underline{3a} + \underline{3a} + 9 = a^2 + 6a + 9 \rightarrow (a+3)^2 = a^2 + 6a + 9$$

$$(x-4)^2 = (x-4)(x-4) = x^2 - \underline{4x} - \underline{4x} + 16 = x^2 - 8x + 16 \rightarrow (x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$$

همانطور که مشاهده می کنید در اینجا نیز همانند فعالیت های قبل تساوی هایی بدست می آید که همواره درست است.

به طور کلی:

$$(a+b)^2 = (a+b)(a+b) = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2 \rightarrow (a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

تمرین (۲):

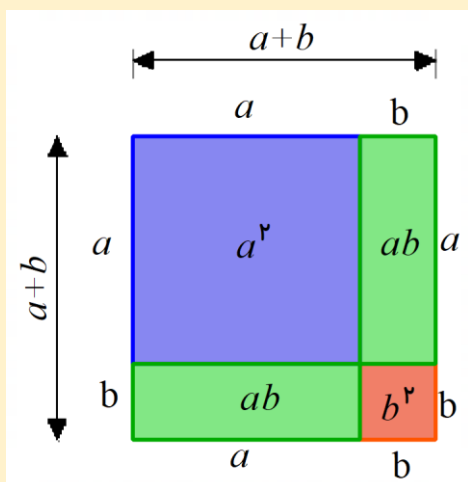
ضرب های زیر را انجام دهید.

$$(a-b)^2 =$$

$$(2x+5)^2 =$$

فعالیت:

برای هر دو عدد مثبت a, b به کمک مساحت های مشخص شده در شکل زیر ، درستی اتحاد را می توان نشان داد.



مساحت مربع بزرگ که ضلع آن $(a+b)$ برابر است با:

$$(a+b)(a+b) = (a+b)^2$$

مجموع مساحت های داخلی شکل برابر است با:

$$a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

و چون مساحت مربع بزرگ با مجموع مساحت های داخلی برابر است در نتیجه:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

فعالیت:

برای هر دو عدد حقیقی a و b اتحاد مربع دو جمله ای به صورت زیر است.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

اگر a را جمله اول و b را جمله دوم در نظر بگیریم. طرف راست این اتحاد را به صورت کلامی می توان به صورت زیر بیان کرد.

« مربع جمله دوم + دو برابر حاصل ضرب دو جمله + مربع جمله اول »

برای این اتحاد شکل دومی نیز وجود دارد که به صورت زیر است.

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

همانطور که مشاهده می کنید در اینجا فقط علامت قسمت دو برابر حاصل ضرب دو جمله منفی است.

مهم ترین کاربرد اتحاد خلاصه کردن عملیات است. یعنی به جای ضرب های طولانی کافی است طبق قانون اتحاد عمل شود. به مثال زیر دقت کنید.

$$(\color{blue}{3x} + \color{blue}{5})^2 = (\color{blue}{3x})^2 + \color{blue}{2 \times 3x \times 5} + \color{blue}{5^2} = 9x^2 + 30x + 25$$

↑ جمله اول
 ↑ جمله دوم
 ↑ مربع جمله اول
 ↑ دو برابر حاصل ضرب دو جمله
 ↑ مربع جمله دوم

$$(\color{green}{4a} - \color{green}{1})^2 = (\color{green}{4a})^2 - \color{green}{2 \times 4a \times 1} + \color{green}{1^2} = 16a^2 - 8a + 1$$

تمرین (۳):

حاصل را با استفاده از اتحاد مربع دو جمله ای به دست آورید.

$$(2x + 3)^2 =$$

$$(3x - 4)^2 =$$

$$(x + 5)^2 =$$

$$(2a + 3b)^2 =$$

$$(5a - 1)^2 =$$

$$(a - 4b)^2 =$$

فعالیت:

در سال گذشته با تجزیه در عبارت های جبری آشنا شدید. در آنجا یاد گرفتید که عبارت های جبری را به صورت ضرب بنویسید.

$$ab + ac = a(b + c)$$

در این روش اولین و مهم ترین کار یافتن (ب.م.م) است. یعنی عبارتی که در همه عبارت ها تکرار شده باشد. مرحله دوم در داخل پرانتز این مقادیر (ب.م.م) را که تکراری هستند برداشته و مابقی را می نویسیم. به مثال های زیر توجه کنید.

$$10a^2 + 15ab = 5a(2a + 3b)$$

$$5 \times 2 \ a \times a \quad 5 \times 3$$

$$5x^2y - 10xy^2 + 15xy = 5xy(x - 2y + 3)$$

$$x \times x \quad 5 \times 2 \quad y \times y \quad 5 \times 3$$

$$6x^5 - 12x^3 + 18x^2 = 6x^2(x^3 - 2x + 3)$$

$$x^3 \times x^2 \quad 6 \times 2 \ x \times x^2 \quad 6 \times 3$$

مشاهده می کنید که در مواردی که یک متغیر با توان های مختلف وجود دارد (ب.م.م) همان متغیر با کمترین توان است.

تمرین (۴):

عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$12ab - 15b^2 =$$

$$9xy^2 + 12x^2y - 15x^2y^2 =$$

$$10a^4 - 8a^6 - 12a^5 =$$

فعالیت:

اگر سه جمله ای $a^2 + 2ab + b^2$ را به کمک اتحاد مربع دو جمله ای به صورت $(a + b)^2$ بنویسیم. در واقع عبارت را به صورت ضرب تجزیه کرده ایم.

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2 = (a + b)(a + b)$$

همانطور که مشاهده می کنید. هرگاه اتحاد را به صورت برعکس بنویسیم، حاصل جمع را به حاصل ضرب تبدیل کرده ایم، و این همان تجزیه است. به مثال های زیر توجه کنید.

$$x^2 + 6x + 9 = (x + 3)^2 = (x + 3)(x + 3)$$

$$(x)^2 \quad 2 \times (x) \times 3 \quad (3)^2$$

$$4a^2 - 20a + 25 = (2a - 5)^2 = (2a - 5)(2a - 5)$$

$$(2a)^2 \quad 2 \times (2a) \times 5 \quad (5)^2$$

همانطور که مشاهده می کنید. در تجزیه به کمک اتحاد، دو جمله ای که مربع کامل دارند بسیار در تجزیه به شما کمک می کنند. ضمناً جمله سوم نیز باید دوبرابر حاصل ضرب جذر این دو جمله باشد.

تمرین (۵):

عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$x^2 + 12x + 36 =$$

$$a^2 - 18a + 81 =$$

$$9x^2 - 24x + 16 =$$

$$25x^2 + 60x + 36 =$$

فعالیت:

می خواهیم عبارت $2a^3 + 20a^2 + 50a$ را تجزیه کنیم. در نگاه اول آیا می توان از اتحاد کمک گرفت؟ توان سوم در اتحاد مربع دو جمله ای نبود. پس چه کاری باید انجام داد. با کمی دقت می توانید متوجه شوید که عبارت $2a$ در همه جمله ها مشترک است. یا همان (ب.م.م) است. پس ابتدا با کمک همین (ب.م.م) تجزیه می کنیم.

$$2a^3 + 20a^2 + 50a = 2a(a^2 + 10a + 25)$$

حالا وقتی به عبارت داخل پرانتز توجه کنید می توانید از اتحاد مربع دو جمله ای کمک بگیرید. پس در نهایت :

$$2a^3 + 20a^2 + 50a = 2a(a^2 + 10a + 25) = 2a(a + 5)^2 = 2a(a + 5)(a + 5)$$

دقت داشته باشید که در تجزیه همیشه اول بررسی کنید که (ب.م.م) وجود دارد یا نه بعد به سراغ اتحاد بروید.

تمرین (۶):

عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$x^3 - 2x^2 + 10x =$$

$$50a^4 + 60a^3 + 18a^2 =$$

فعالیت:

یکی دیگر از کاربردهای اتحاد در محاسبات است. به عنوان مثال می خواهیم حاصل $(102)^2$ را بدون ماشین حساب به دست آوریم. به روش زیر دقت کنید.

$$(102)^2 = (100 + 2)^2 = 100^2 + 2 \times 100 \times 2 + 2^2 = 10000 + 400 + 4 = 10404$$

$$(99)^2 = (100 - 1)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 1 + 1^2 = 10000 - 200 + 1 = 9801$$

ممکن است به نظر طولانی برسد ولی روش جذابی است .

تمرین (۷):

حاصل را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$1001^2 =$$

$$95^2 =$$

تمرین (۱):

x	$(x-4)^2$	$x^2 - 8x + 16$
۴	$(4-4)^2 = 0^2 = 0$	$4^2 - 8 \times 4 + 16 = 16 - 32 + 16 = 0$
۵	$(5-4)^2 = 1^2 = 1$	$5^2 - 8 \times 5 + 16 = 25 - 40 + 16 = 1$
۱۰	$(10-4)^2 = 6^2 = 36$	$10^2 - 8 \times 10 + 16 = 100 - 80 + 16 = 36$

جدول را مانند نمونه کامل کنید.

آیا عبارت $(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$ یک اتحاد است؟ چرا؟ بله زیرا مقادیر دو ستون با هم برابرند.

تمرین (۲): ضرب های زیر را انجام دهید.

$$(a-b)^2 = (a-b)(a-b) = a^2 - ab - ab + b^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(2x+5)^2 = (2x+5)(2x+5) = 4x^2 + 10x + 10x + 25 = 4x^2 + 20x + 25$$

تمرین (۳): حاصل را با استفاده از اتحاد مربع دو جمله ای به دست آورید.

$$(2x+3)^2 = 4x^2 + 12x + 9 \quad (3x-4)^2 = 9x^2 - 24x + 16 \quad (x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$$

$$(2a+3b)^2 = 4a^2 + 12ab + 9b^2 \quad (5a-1)^2 = 25a^2 - 10a + 1 \quad (a-4b)^2 = a^2 - 8ab + 16b^2$$

تمرین (۴): عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$12ab - 15b^2 = 3b(4a - 5b) \quad 9xy^2 + 12x^2y - 15x^2y^2 = 3xy(3y + 4x - 5xy)$$

$$10a^6 - 8a^6 - 12a^5 = 2a^5(5a - 4a - 6)$$

تمرین (۵): عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$x^2 + 12x + 36 = (x+6)^2 = (x+6)(x+6) \quad a^2 - 18a + 81 = (a-9)^2 = (a-9)(a-9)$$

$$9x^2 - 24x + 16 = (3x-4)^2 = (3x-4)(3x-4) \quad 25x^2 + 60x + 36 = (5x+6)^2 = (5x+6)(5x+6)$$

تمرین (۶): عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$x^3 - 20x^2 + 100x = x(x^2 - 20x + 100) = x(x-10)^2 = x(x-10)(x-10)$$

$$50a^2 + 60a^3 + 18a^2 = 2a^2(25a^2 + 30a + 9) = 2a^2(5a+3)^2 = 2a^2(5a+3)(5a+3)$$

تمرین (۷): حاصل را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$1001^2 = (1000+1)^2 = 1000^2 + 2 \times 1000 \times 1 + 1^2 = 1000000 + 2000 + 1 = 1002001$$

$$95^2 = (100-5)^2 = 100^2 - 2 \times 100 \times 5 + 5^2 = 10000 - 1000 + 25 = 9025$$

فعالیت :

$$(a+b)(a-b) = a^2 - \underline{ab} + \underline{ab} - b^2 = a^2 - b^2$$

به ضرب مقابل دقت کنید.

مشاهده می کنید که دو جمله وسط متشابه و قرینه اند و در نتیجه حذف می شوند.

تمرین (۱):

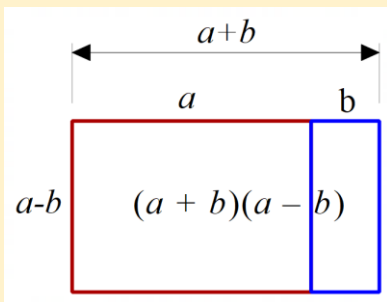
ضرب های زیر را انجام دهید.

$$(a-3)(a+3) =$$

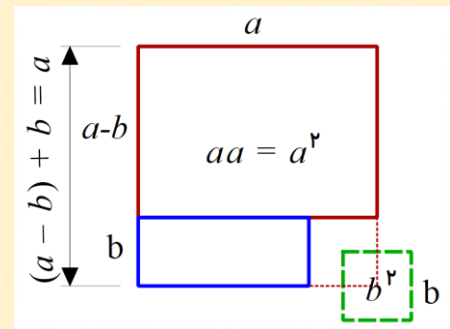
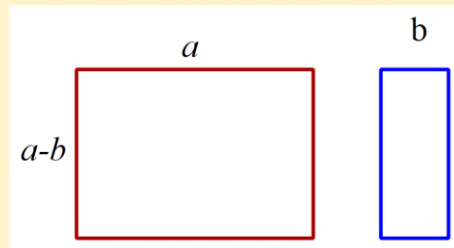
$$(2x-5y)(2x+5y) =$$

فعالیت:

در شکل های زیر مقادیر a و b مثبت هستند و $b < a$ ، با توجه به برابر بودن مساحت به نتیجه به دست آمده توجه کنید.



$$S = (a+b)(a-b)$$



$$S = a^2 - b^2$$

در نتیجه : $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$ نام این اتحاد « اتحاد مزدوج » است.

برای اینکه اتحاد مزدوج را به خاطر بسپارید می توانید آن را برای خودتان به صورت کلامی بیان کنید. عبارت زیر می تواند تا حدی به شما کمک کند.

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$$

جمله اول جمله دوم مربع جمله اول مربع جمله دوم

برای اینکه این اتحاد را بهتر یاد بگیرید، به مثال های زیر توجه کنید.

$$(x+5)(x-5) = x^2 - 5^2 = x^2 - 25$$

$$(a-7)(a+7) = a^2 - 7^2 = a^2 - 49$$

دقت داشته باشید که در اتحادها a و b به طور کلی جمله یا عبارت جبری هستند. ضمناً اگر پرانتزها هم جابه جا شوند، حاصل همان هست. برای درک بهتر این مفهوم به مثال های زیر دقت کنید.

$$(3a-4b)(3a+4b) = (3a)^2 - (4b)^2 = 9a^2 - 16b^2$$

$$(-y-2z)(-2z+y) = (-2z-y)(-2z+y) = (-2z)^2 - y^2 = 4z^2 - y^2$$

$$(x-2y+5)(x+2y-5) = [x-(2y-5)][x+(2y-5)] = x^2 - (2y-5)^2$$

تمرین (۲): حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(a+6)(a-6) = \quad (7x-3)(7x+3) = \quad (1-2a)(1+2a) = \quad (t+9)(t-9) =$$

فعالیت:

در تجزیه عبارت جبری وقتی با یک تفاضل دو جمله ای سروکار داریم به شرط اینکه هر دو جمله مربع باشند، می توانیم از اتحاد مزدوج استفاده کنیم. به مثال های زیر دقت کنید.

$$a^2 - 9 = (a+3)(a-3) \qquad 25x^2 - 4y^2 = (5x-2y)(5x+2y)$$

$$x^3 - 49x = x(x^2 - 49) = x(x+7)(x-7)$$

تمرین (۳): عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$x^2 - 25 = \quad 16 - a^2 = \quad 49a^2 - 36b^2 = \quad 4xy^2 - x =$$

فعالیت:

استفاده از اتحادها، می تواند بعضی از محاسبات به ظاهر مشکل را ساده کند. به مثال زیر دقت کنید.

$$98 \times 102 = (100-2)(100+2) = 100^2 - 2^2 = 10000 - 4 = 9996$$

تمرین (۴): حاصل ضرب های زیر را به دست آورید.

$$499 \times 501 = \quad 297 \times 303 =$$

فعالیت:

به ضرب زیر دقت کنید.

$$(x+3)(x+5) = x^2 + \underline{5x} + \underline{3x} + 15 = x^2 + 8x + 15$$

$\swarrow \quad \searrow$
 $3+5 \qquad 3 \times 5$

بین عبارت سمت راست و عبارت سمت چپ چه رابطه ای مشاهده می کنید؟ می بینید جمله های اول هر دو پرانتز سمت چپ یکسان هستند و ما به اینها جمله های مشترک می گوئیم. می بینید که در اینجا هم الگوی خاصی رعایت شده است. به مثال های زیر دقت کنید و روش آنها را برای خودتان توضیح دهید.

$$(a+5)(a+1) = a^2 + (\underline{5+1})a + (\underline{5 \times 1}) = a^2 + 6a + 5$$

$$(x-6)(x+4) = x^2 + (\underline{-6+4})x + (\underline{-6 \times 4}) = x^2 - 2x - 24$$

اتحاد یک جمله مشترک به صورت کلی: $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

جمله مشترک مربع جمله مشترک حاصل جمع در مشترک حاصل ضرب

تمرین (۵):

حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(x+5)(x+2) = \quad (x+5)(x-3) = \quad (x-6)(x+2) = \quad (a-2)(a-3) =$$

فعالیت:

در تجزیه به کمک اتحاد یک جمله مشترک یافتن دو عدد صحیح که حاصل جمع و حاصل ضرب آنها در عبارت داده شده باشد بسیار مهم است. به عنوان مثال می خواهیم عبارت مقابل را تجزیه کنیم.

$$x^2 + 7x + 12$$

پس باید به دنبال دو عدد صحیح بگردیم که حاصل جمع آنها ۷ و حاصل ضرب شان ۱۲ باشد. اگر بررسی را از ضرب شروع کنید بهتر است، به چند حالت ضرب دو عدد ۱۲ می شود؟ بعد جمع آن دو عدد را بررسی کنید.

$$1 \times 12 = 12, \quad 1 + 12 = 13 \quad \quad 2 \times 6 = 12, \quad 2 + 6 = 8 \quad \quad 3 \times 4 = 12, \quad 3 + 4 = 7$$

حاصل جمع درست نیست.

حاصل جمع درست نیست.

حاصل جمع درست است.

پس آن دو عدد ۳ و ۴ هستند. در نتیجه تجزیه به صورت مقابل می شود.

$$x^2 + 7x + 12 = (x+3)(x+4)$$

$$y^2 + 2y - 15$$

در مثالی دیگر می خواهیم عبارت جبری مقابل را تجزیه کنیم.

چون حاصل ضرب دو عدد مورد نظر برابر ۱۵- است پس دو عدد باید علامت های متفاوت داشته باشند. (حاصل جمع باید ۲+ باشد).

$$(+1) \times (-15) = -15, \quad (+1) + (-15) = -14$$

حاصل جمع درست نیست.

$$(-1) \times (+15) = -15, \quad (-1) + (+15) = +14$$

حاصل جمع درست نیست.

$$(+3) \times (-5) = -15, \quad (+3) + (-5) = -2$$

حاصل جمع درست نیست.

$$(-3) \times (+5) = -15, \quad (-3) + (+5) = +2$$

✓ حاصل جمع درست است.

$$y^2 + 2y - 15 = (y-3)(y+5)$$

پس عددها ۳- و ۵+ است. در نتیجه:

$$a^3 - 7a^2 + 10a = a(a^2 - 7a + 10)$$

به تجزیه عبارت مقابل دقت کنید.

در داخل پرانتز چون حاصل ضرب دو عدد مورد نظر برابر ۱۰+ است پس دو عدد باید دارای علامت یکسان باشند.

$$(-2) \times (-5) = +10, \quad (-2) + (-5) = -7 \quad \quad (+2) \times (+5) = +10, \quad (+2) + (+5) = +7$$

حاصل جمع درست است.

حاصل جمع درست نیست.

$$a^3 - 7a^2 + 10a = a(a^2 - 7a + 10) = a(a-2)(a-5)$$

در نتیجه تجزیه به صورت مقابل می شود.

تمرین (۶):

عبارت های زیر را تجزیه کنید.

$$x^2 + 9x + 20 =$$

$$x^2 + 10x + 9 =$$

$$x^2 + 2x - 8 =$$

$$x^2 - 5x - 14 =$$

$$x^2 - 6x + 5 =$$

$$ax^2 - 8ax + 12a =$$

فعالیت:

در پایه نهم سه اتحاد مورد بررسی قرار گرفت که جهت یادآوری در زیر آنها را مشاهده می کنید.

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \quad \text{اتحاد مربع دو جمله ای}$$

$$(a+b)(a-b) = a^2 - b^2 \quad \text{اتحاد مزدوج}$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab \quad \text{اتحاد یک جمله مشترک}$$

تمرین (۷):

حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.

$$(a+3)(a-10) =$$

$$(3x-y)^2 =$$

$$(x-8)(x+8) =$$

تمرین (۸):

عبارت های زیر را به کمک اتحادها، تجزیه کنید.

$$y^2 - 49 =$$

$$4a^2 + 28a + 49 =$$

$$x^2 + 7x - 30 =$$

فعالیت:

نکته جالب در اتحادهایی که تا کنون یاد گرفته اید این است که همه را می توان با اتحاد یک جمله مشترک بیان کرد.

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$b = a$$

مربع دو جمله ای

$$(x+a)(x+a) = x^2 + (a+a)x + aa \rightarrow (x+a)^2 = x^2 + 2ax + a^2$$

$$(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$$

$$b = -a$$

مزدوج

$$(x+a)(x-a) = x^2 + (a-a)x + a(-a) \rightarrow (x+a)(x-a) = x^2 - a^2$$

تمرین (۱):

ضرب های زیر را انجام دهید.

$$(a-3)(a+3) = a^2 + \underline{3a} - \underline{3a} - 9 = a^2 - 9$$

$$(2x-5y)(2x+5y) = \underline{4x^2} + \underline{1 \cdot xy} - \underline{1 \cdot xy} - \underline{25y^2} = 4x^2 - 25y^2$$

تمرین (۲):

حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(a+6)(a-6) = a^2 - 36$$

$$(7x-3)(7x+3) = 49x^2 - 9$$

$$(1-2a)(1+2a) = 1 - 4a^2$$

$$(t+9)(t-9) = t^2 - 81$$

تمرین (۳):

عبارت های جبری زیر را تجزیه کنید.

$$x^2 - 25 = (x-5)(x+5)$$

$$16 - a^2 = (4-a)(4+a)$$

$$49a^2 - 36b^2 = (7a+6b)(7a-6b)$$

$$4xy^2 - x = x(4y^2 - 1) = x(2y-1)(2y+1)$$

تمرین (۴):

حاصل ضرب های زیر را به دست آورید.

$$499 \times 501 = (500-1)(500+1) = 500^2 - 1^2 = 250000 - 1 = 249999$$

$$297 \times 303 = (300-3)(300+3) = 300^2 - 3^2 = 90000 - 9 = 89991$$

تمرین (۵):

حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحاد به دست آورید.

$$(x+5)(x+2) = x^2 + 7x + 10$$

$$(x+5)(x-3) = x^2 + 2x - 15$$

$$(x-6)(x+2) = x^2 - 4x - 12$$

$$(a-2)(a-3) = a^2 - 5a + 6$$

تمرین (۶):

عبارت های زیر را تجزیه کنید.

$$x^2 + 9x + 20 = (x+5)(x+4)$$

$$x^2 + 10x + 9 = (x+1)(x+9)$$

$$x^2 + 2x - 8 = (x+4)(x-2)$$

$$x^2 - 5x - 14 = (x-7)(x+2)$$

$$x^2 - 6x + 5 = (x-1)(x-5)$$

$$ax^2 - 8ax + 12a = a(x^2 - 8x + 12) = a(x-6)(x-2)$$

تمرین (۷):

حاصل عبارت های زیر را به کمک اتحادها به دست آورید.

$$(a + 3)(a - 10) = a^2 - 7a - 30 \quad (3x - y)^2 = 9x^2 - 6xy + y^2 \quad (x - 8)(x + 8) = x^2 - 64$$

تمرین (۸):

عبارت های زیر را به کمک اتحادها، تجزیه کنید.

$$4a^2 + 28a + 49 = (2a + 7)^2 = (2a + 7)(2a + 7) \quad x^2 + 7x - 30 = (x + 10)(x - 3)$$
$$y^2 - 49 = (y - 7)(y + 7)$$

فعالیت :

از همان کلاس اول ابتدایی با مفهوم برابری و نابرابری آشنا شده اید. $۱۵=۱۵$ ، $۷<۱۰$ ، $۵>۳$ ،
 نابرابری همان بزرگتری یا کوچکتری است. برای هر نابرابری، عددی هست که با اضافه کردن به بخش کوچکتر می توان
 نابرابری را به تساوی تبدیل کرد.

$$۵>۳ \Rightarrow ۵=۳+۲$$

$$۷<۱۰ \Rightarrow ۷+۳=۱۰$$

« هر گاه a و b دو عدد حقیقی باشد، به طوری که $a>b$ ، در این صورت عدد حقیقی مثبتی مانند p هست،

به طوری که $a=b+p$ »

به مثال های زیر دقت کنید.

$$x=y+۴ \Rightarrow x>y$$

$$a-۲=b+۳ \Rightarrow a>b$$

تمرین (۱):

با توجه به برابری های زیر، یک نابرابری برای هر کدام بنویسید.

$$x+۵=y$$

$$a=b+۹$$

$$x+۵=y-۱$$

$$m+۲=n+۳$$

فعالیت :

هر گاه a و b دو عدد حقیقی باشند، فقط یکی از حالت های زیر را خواهیم داشت.

« $a=b$ ، b برابر a »

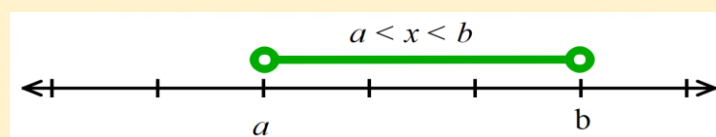
« $a<b$ ، a کوچکتر از b »

« $a>b$ ، a بزرگتر از b »

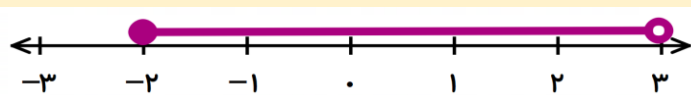
چنانچه عدد حقیقی a منفی نباشد، در این صورت $a>۰$ یا $a=۰$ است. در این حالت می نویسیم $a \geq ۰$ و می خوانیم
 a بزرگتر یا برابر ۰ است.

چنانچه a و b دو عدد حقیقی باشند، به طوری که a از b کمتر نباشد، در این صورت $a>b$ یا $a=b$ است. در این
 حالت می نویسیم $a \geq b$.

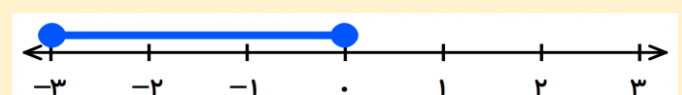
برای سه عدد حقیقی a و b و x به طوری که عدد دلخواه x بین اعداد a و b باشد ($a<b$)، می نویسیم: $a<x<b$



متناظر با هر محور یک نابرابری می بینید. به علامت های $<$ و \leq و انتهای محدوده دقت کنید.



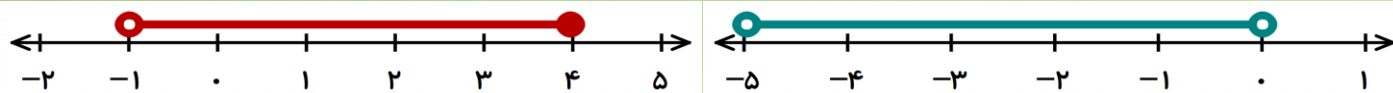
$$-۲ \leq x < ۳$$



$$-۳ \leq x \leq ۰$$

تمرین (۲):

متناظر با هر یک از ناحیه های مشخص شده روی محور، یک نابرابری بنویسید.



فعالیت :

اگر $ab > 0$ باشد، آیا می توان نتیجه گرفت که a و b هر دو هم علامت هستند؟ می دانیم که اگر دو عدد هم علامت را در هم ضرب کنیم، علامت حاصل مثبت است. پس این نتیجه درست است.

اگر $a + b > 0$ باشد، آیا می توان نتیجه گرفت که a و b هر دو هم علامت هستند؟ می توانیم با مثال نقض نادرستی این جمله را مشخص کنیم.
 $a = 10$, $b = -6 \Rightarrow a + b = 10 + (-6) = +4 > 0$.

ضمناً دقت داشته باشید که همواره $a^2 \geq 0$ است. یعنی مربع هر عددی همیشه نامنفی است. کمی فکر کنید تا علت را بیابید.

تمرین (۳):

درستی یا نادرستی هر یک از عبارات های زیر را بررسی کنید.

الف) اگر $ab < 0$ آنگاه a و b هم علامت هستند.

ب) اگر $\frac{ab}{c} < 0$ آنگاه a و b و c منفی هستند.

ج) اگر $a^2 b < 0$ آنگاه b منفی است.

فعالیت :

اگر به دو طرف یک نابرابری یک مقدار با هر علامت اضافه کنیم، باز هم نابرابری برقرار است.

$$-3 < 2 \quad \underline{+6} \quad -3 + 6 < 2 + 6 \quad \rightarrow \quad 3 < 8$$

$$-3 < 2 \quad \underline{+(-4)} \quad -3 + (-4) < 2 + (-4) \quad \rightarrow \quad -7 < -2$$

اگر دو طرف یک نابرابری را در یک عدد مثبت ضرب کنیم، باز هم نابرابری برقرار است.

$$-3 < 2 \quad \underline{\times 6} \quad -3 \times 6 < 2 \times 6 \quad \rightarrow \quad -18 < 12$$

ولی اگر دو طرف یک نابرابری را در یک عدد منفی ضرب کنیم، جهت نابرابری تغییر می کند.

$$-3 < 2 \quad \underline{\times(-5)} \quad -3 \times (-5) < 2 \times (-5) \quad \rightarrow \quad +15 > -10$$

تمرین (۴):

جاهای خالی را با علامت مناسب < یا > کامل کنید.

الف) اگر دو طرف یک نابرابری را با عددی مانند c جمع کنیم، نابرابری همچنان برقرار است،

یعنی اگر $a > b$ باشد، آنگاه $a + c \circ b + c$

ب) اگر دو طرف یک نابرابری را در عدد مثبتی مانند c ضرب کنیم، نابرابری همچنان برقرار خواهد بود،

یعنی اگر $a > b$ باشد، و $c > 0$ آنگاه $ac \circ bc$

ج) اگر دو طرف یک نابرابری $a > b$ را در عدد منفی c ($c < 0$) ضرب کنیم، در این صورت داریم: $ac \circ bc$

فعالیت :

نابرابری $3x + 2 > 8$ را در نظر بگیرید، این نابرابری شامل متغیر x است و درجه نسبت به x با ۱ برابر است. در این صورت به این نابرابری، **نامعادله یک مجهولی** درجه اول می‌گوییم. به جدول زیر دقت کنید تا مقادیری برای x را بیابیم که در آن نابرابری برقرار باشد.

نامعادله	$x = -2$	$x = -1$	$x = 0$	$x = 1$	$x = 2$
$3x + 2 > 8$	$3 \times (-2) + 2$ $-6 + 2 = -4$ $-4 \not> 8$ نادرست	$3 \times (-1) + 2$ $-3 + 2 = -1$ $-1 \not> 8$ نادرست	$3 \times (0) + 2$ $0 + 2 = 2$ $2 \not> 8$ نادرست	$3 \times (1) + 2$ $3 + 2 = 5$ $5 \not> 8$ نادرست	$3 \times (2) + 2$ $6 + 2 = 8$ $8 \not> 8$ نادرست

$x = 3$	$x = 4$	$x = 5$	$x = 6$	$x = 7$
$3 \times (3) + 2$ $9 + 2 = 11$ $11 > 8$ درست	$3 \times (4) + 2$ $12 + 2 = 14$ $14 > 8$ درست	$3 \times (5) + 2$ $15 + 2 = 17$ $17 > 8$ درست	$3 \times (6) + 2$ $18 + 2 = 20$ $20 > 8$ درست	$3 \times (7) + 2$ $21 + 2 = 23$ $23 > 8$ درست

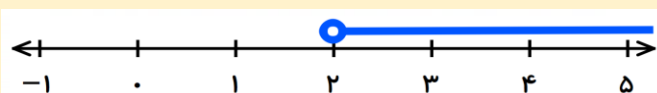
همانطور که مشاهده می‌کنید در این نامعادله، وقتی عددها از ۲ بیشتر می‌شوند، نابرابری برقرار می‌شود و درست است. به نظر شما این نامعادله چند جواب دارد؟ بله همانطور که خودتان به این نتیجه رسیدید، این نامعادله بی‌شمار جواب دارد، به طور کلی عددهای حقیقی بزرگتر از ۲ این نامعادله را به نابرابری درست تبدیل می‌کند.

نامعادله‌ها جواب‌های بسیاری دارند به همین خاطر، از مجموعه جواب برای آنها استفاده می‌کنیم.

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$$

مجموعه جواب نامعادله $3x + 2 > 8$ به صورت مقابل است.

می‌توان این مجموعه جواب را روی محور نیز مشخص کرد.



تمرین (۵):

$$3x + 1 < -5$$

مجموعه جواب نامعادله مقابل را پیدا کنید و آن را روی محور مشخص کنید.

فعالیت :

یافتن مجموعه جواب یک نامعادله روش دیگری نیز دارد .

همانطور که می دانید اگر دو طرف یک نابرابری را با یک عدد جمع کنیم، نابرابری همچنان برقرار است.

$$3x + 2 > 8 \quad +(-2) \quad 3x + 2 + (-2) > 8 + (-2) \rightarrow 3x > 6$$

همچنین اگر دو طرف یک نابرابری را در یک عدد مثبت ضرب کنیم، باز همچنان نابرابری برقرار است.

$$3x > 6 \quad \times \frac{1}{3} \quad \frac{1}{3} \times 3x > \frac{1}{3} \times 6 \rightarrow x > 2$$

اگر کمی دقت کنید، روش حل نامعادله که در بالا دیدید ، بسیار شبیه به حل معادله است. به صورت خلاصه می توان به صورت زیر نامعادله را حل کرد و مجموعه جواب آن را یافت.

$$3x + 2 > 8$$

$$3x > 8 - 2$$

$$3x > 6$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 2\}$$

$$x > \frac{6}{3} \rightarrow x > 2$$

نکته بسیار مهم: در مرحله آخر حل نامعادله که تقسیم انجام می شود، دقت کنید که اگر بر عددی منفی تقسیم کردید؛ جهت نامساوی تغییر می کند. آیا می توانید علت را بیان کنید؟

برای درک بهتر حل نامعادله، به مثال های زیر دقت کنید.

$$5x - 3 \leq 17$$

$$5x \leq 17 + 3$$

$$5x \leq 20$$

$$x \leq \frac{20}{5} \rightarrow x \leq 4$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 4\}$$

$$4x + 6 > -14$$

$$4x > -14 - 6$$

$$4x > -20$$

$$x > \frac{-20}{4} \rightarrow x > -5$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -5\}$$

$$-2x - 3 \geq 15$$

$$-2x \geq 15 + 3$$

$$-2x \geq 18$$

$$x \leq \frac{18}{-2} \rightarrow x \leq -9$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -9\}$$

تمرین (۶):

مجموعه جواب هر یک از نامعادله های زیر را به دست آورید.

$$4x + 3 < -13$$

$$-5x - 2 \leq 33$$

$$7x - 10 > 11$$

فعالیت :

با توجه به اینکه در پایه هشتم حل انواع معادلات را یاد گرفته اید، می توانید نامعادله های درجه اول را به هر شکلی که باشد را نیز حل کنید. به نمونه زیر دقت کنید.

$$3(2x-1) \leq 3x+9$$

$$6x-3 \leq 3x+9$$

$$6x-3x \leq 9+3$$

$$3x \leq 12$$

$$x \leq \frac{12}{3} \rightarrow x \leq 4$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 4\}$$

$$2 + \frac{y+1}{3} > \frac{3y-1}{2} - 1$$

$$\times 6 \rightarrow 12 + 2(y+1) > 3(3y-1) - 6$$

$$12 + 2y + 2 > 9y - 3 - 6$$

$$2y - 9y > -3 - 6 - 12 - 2$$

$$-7y > -23$$

$$y < \frac{-23}{-7} \rightarrow y < \frac{23}{7}$$

$$D = \left\{ y \in \mathbb{R} \mid y < \frac{23}{7} \right\}$$

تمرین (۷):

$$4x - 3 \leq 2(5x + 1)$$

مجموعه جواب نامعادله مقابل را به دست آورید.

تمرین (۱):

با توجه به برابری های زیر، یک نابرابری برای هر کدام بنویسید.

$$x + 5 = y$$

$$x < y$$

$$a = b + 9$$

$$a > b$$

$$x + 5 = y - 1$$

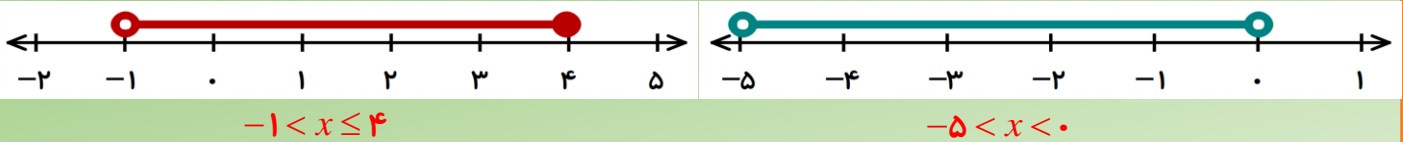
$$x < y$$

$$m + 2 = n + 3$$

$$m > n$$

تمرین (۲):

متناظر با هر یک از ناحیه های مشخص شده روی محور، یک نابرابری بنویسید.



تمرین (۳):

درستی یا نادرستی هر یک از عبارات های زیر را بررسی کنید.

الف) اگر $ab < 0$ آنگاه a و b هم علامت هستند. نادرست، زیرا در ضرب اعداد صحیح حاصل دو عدد با علامت های مختلف منفی می شود..

ب) اگر $\frac{ab}{c} < 0$ آنگاه a و b و c منفی هستند. نادرست، ممکن است a و b مثبت باشد و فقط c منفی باشد. یا a و c مثبت باشند و b منفی باشد. یا b و c مثبت باشند و a منفی باشد. (می تواند دو عدد مثبت و یکی فقط منفی باشد)

ج) اگر $a^2 b < 0$ آنگاه b منفی است. درست، زیرا a^2 همواره مثبت است.

تمرین (۴):

جاهای خالی را با علامت مناسب $<$ یا $>$ کامل کنید.

الف) اگر دو طرف یک نابرابری را با عددی مانند c جمع کنیم، نابرابری همچنان برقرار است،

$$a + c (>) b + c \text{ آنگاه } a > b \text{ باشد،}$$

ب) اگر دو طرف یک نابرابری را در عدد مثبتی مانند c ضرب کنیم، نابرابری همچنان برقرار خواهد بود،

$$ac (>) bc \text{ آنگاه } a > b \text{ باشد، و } c > 0$$

ج) اگر دو طرف یک نابرابری $a > b$ را در عدد منفی c ($c < 0$) ضرب کنیم، در این صورت داریم: $ac (<) bc$

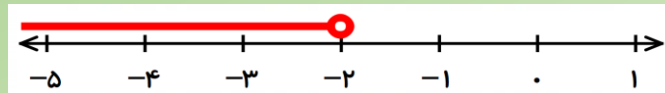
تمرین (۵):

$$3x + 1 < -5$$

مجموعه جواب نامعادله مقابل را پیدا کنید و آن را روی محور مشخص کنید.

نامعادله	$x=0$	$x=-1$	$x=-2$	$x=-3$	$x=-4$
$3x+1 < -5$	$3 \times (0) + 1$	$3 \times (-1) + 1$	$3 \times (-2) + 1$	$3 \times (-3) + 1$	$3 \times (-4) + 1$
	$0 + 1 = 1$	$-3 + 1 = -2$	$-6 + 1 = -5$	$-9 + 1 = -8$	$-12 + 1 = -11$
	$1 \not< -5$	$-2 \not< -5$	$-5 \not< -5$	$-8 < -5$	$-11 < -5$
	نادرست	نادرست	نادرست	درست	درست

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -2\}$$



تمرین (۶):

مجموعه جواب هر یک از نامعادله های زیر را به دست آورید.

$$4x + 3 < -13$$

$$-5x - 2 \leq 33$$

$$7x - 10 > 11$$

$$4x < -13 - 3$$

$$-5x \leq 33 + 2$$

$$7x > 11 + 10$$

$$4x < -16$$

$$-5x \leq 35$$

$$7x > 21$$

$$x < \frac{-16}{4} \rightarrow x < -4$$

$$x \geq \frac{35}{-5} \rightarrow x \geq -7$$

$$x > \frac{21}{7} \rightarrow x > 3$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x < -4\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -7\}$$

$$D = \{x \in \mathbb{R} \mid x > 3\}$$

تمرین (۷):

مجموعه جواب نامعادله مقابل را به دست آورید.

$$4x - 3 \leq 2(5x + 1)$$

$$4x - 3 \leq 10x + 2$$

$$4x - 10x \leq 2 + 3$$

$$-6x \leq 5$$

$$x \geq \frac{5}{-6} \rightarrow x \geq -\frac{5}{6}$$

$$D = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq -\frac{5}{6}\right\}$$