

دنباله حسابی:

- ۱- در یک دنباله داریم:  $a_1 = 3$  و  $a_{n+1} = a_n + 5$ . مجموع صد جمله ی اول این دنباله را حساب کنید.
- ۲- مجموع اعداد سه رقمی مضرب ۷ را حساب کنید.
- ۳- مجموع تمام اعداد سه رقمی را بیابید که فقط بر ۲ یا ۳ نه بر هر دو بخشپذیر باشند.
- ۴- مجموع ۲۰ جمله ی اول یک دنباله حسابی ۵۹۰ و مجموع ۲۰ جمله ی بعدی آن ۱۷۹۰ می باشد. مجموع جملات دهم تا سی ام را حساب کنید.

۵- در دو دنباله حسابی زیر، مجموع صد جمله ی اول مشترک آنها را حساب کنید

$$1, 4, 7, \dots$$

$$-7, -2, 3, \dots$$

۶- در یک دنباله حسابی با جمله اول  $a = 8$  اگر  $\frac{S_5}{S_3} = \frac{25}{9}$  باشد. حاصل  $S_8$  را حساب کنید.

۷- در یک دنباله حسابی  $S_{10} - S_5 = 30$  است. جمله ی هشتم را بیابید.

۸- در یک دنباله حسابی با صد جمله، مجموع سه جمله ی اول برابر با ۲ و مجموع سه جمله ی آخر برابر ۱۰ می باشد. مجموع تمام جملات این دنباله را حساب کنید.

۹- مقدار  $x$  را از رابطه ی  $x + (x+2) + (x+4) + \dots + (x+50) = 26$  را به دست آورید.

۱۰- در یک دنباله حسابی با قدر نسبت ۵ داریم  $a_{11}^2 - a_{17}^2 = 900$ ، جمله ی چهاردهم را حساب کنید.

۱۱- تساوی های را اثبات کنید.

$$\text{الف) } 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\text{ب) } 1 + 3 + 5 + \dots + (2n-1) = n^2$$

۱۲- اعداد طبیعی را به طریقی دسته بندی می کنیم که تعداد جملات هر دسته برابر شماره ی آن دسته باشد. مجموع جملات در دسته بیستم را بیابید.

۱۳- در یک دنباله حسابی نزولی، مجموع سه جمله ی اول برابر ۱۵ و حاصلضرب آنها برابر با ۸۰ می باشد. مجموع سی جمله ی اول این دنباله را حساب کنید.

۱۴- اگر در یک دنباله حسابی به ازای هر عدد طبیعی  $n$  داشته باشیم:  $a_n + a_{n+2} + a_{n+4} = \frac{8n+6}{5}$  قدر نسبت این دنباله

را حساب کنید

۱۵- در یک دنباله حسابی با جمله ی اول ۳، مجموع ۲۵ جمله ی اول برابر با ۱۲۷۵ می باشد. قدر نسبت را بیابید.

۱۶- در دنباله حسابی  $1, 3, 7, \dots$  مجموع جملات بیست و یکم تا سی ام را حساب کنید.

۱۷- در یک تصاعد عددی با جمله ی اول  $a$  اگر یک واحد به قدر نسبت اضافه کنیم. به مجموع ۲۰ جمله ی اول چقدر اضافه می شود؟

۱۸- مجموع  $n$  جمله ی اول یک دنباله عددی از رابطه ی  $S_n = \frac{n(15-n)}{12}$  به دست می آید.

الف) جمله ی اول و قدر نسبت این دنباله را به دست آورید .

ب) جمله ی دهم دنباله را محاسبه کنید .

ج) مجموع جملات این دنباله با شروع از جمله ی هفتم و ختم به جمله هجدهم را حساب کنید .

### دنباله هندسی

۱- تعداد جملات یک دنباله هندسی عددی زوج است . اگر مجموع تمام جملات ۳ برابر مجموع جملات با ردیف های فرد باشد . قدرنسبت را حساب کنید .

۲- به ازای یک مقدار  $x$  ، اعداد  $x^2 - 2, 2x, 4, x^2 + 4$  به ترتیب سه جمله ی اول از یک دنباله هندسی نزولی اند . مجموع ۷ جمله ی اول این دنباله را حساب کنید .

۳- در یک دنباله هندسی ، مجموع شش جمله ی اول ،  $\frac{19}{27}$  مجموع سه جمله ی اول آن است . قدر نسبت را بیابید .

۴- حاصل عبارت  $A = -\sqrt{6} + \sqrt{2} - \frac{\sqrt{6}}{3} + \dots + \frac{\sqrt{2}}{81}$  را بیابید .

۵- برای محافظت از تابش مضر مواد رایواکتیو لایه های محافظتی ساخته شده است که شدت تابش س از عبور از آن ها نصف می شود . حداقل چند لایه باید استفاده کرد تا شدت تابش مواد مضر حداقل ۹۷ درصد کاهش یابد؟

۶- مجموع ۷ جمله ی اول دنباله  $a_n = \frac{5}{4^{n-1}}$  را بیابید .

۷- در یک دنباله هندسی با قدر نسبت  $\frac{1}{3}$  و جمله ی اول  $\frac{4}{3}$  ، مجموع چند جمله ی اول آن برابر با  $\frac{4372}{2187}$  می باشد؟

۸- اگر مجموع  $n$  جمله ی اول یک دنباله هندسی از رابطه ی  $S_n = 2^{n+3} - 8$  به دست آید . جمله ی پنجم این دنباله را حساب کنید .

۹- در بیست جمله ی اول دنباله ی  $a_n = 2 \times 3^{1-n}$  ؛ مجموع جملات ردیف های فرد چند برابر مجموع جملات با ردیف های زوج است؟

۱۰- اگر  $a, b, c$  هم تشکیل دنباله حسابی و هم دنباله هندسی دهند . چه رابطه ای بین آنها برقرار است؟

۱۱- حاصل هر عبارت زیر را به ازای مقدار داده شده حساب کنید .

الف)  $A = \frac{t^8 - t^7 + t^6 - \dots - t + 1}{t^6 - t^3 + 1}$  ؛  $t = \frac{1 + \sqrt{17}}{2}$  به ازای

ب)  $B = \frac{t^{11} + t^{10} + t^9 + \dots + t + 1}{t^9 + t^6 + t^3 + 1}$  ؛  $t = \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$  به ازای

ج)  $C = \frac{1 - x + x^2 - \dots - x^{13}}{1 - \sqrt{2}}$  ؛  $x = \sqrt{2}$  به ازای

معادله درجه دوم:

۱- اگر  $\beta, \alpha$  ریشه های حقیقی معادله  $(m^2 - 1)x^2 - 4x + m = 0$  باشند، به ازای چه مقدار  $m$  عدد  $\frac{1}{4}$  واسطه حسابی بین

$\beta, \alpha$  است؟

۲- اگر  $\beta, \alpha$  ریشه های حقیقی معادله  $2x^2 + (m-2)x - 1 = 0$  باشند، اگر  $\beta, \alpha$  سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند. واسطه حسابی بین  $\beta, \alpha$  را بیابید.

۳- اگر ریشه های معادله درجه دوم  $x^2 + ax + b = 0$  یک واحد از ریشه های معادله  $3x^2 + 7x + 1 = 0$  بیشتر باشد، مقدار  $a$  و  $b$  را بیابید.

۴- به ازای کدام مقدار  $m$ ، معادله درجه دوم  $mx^2 + 5x + m^2 = 6$  دو ریشه ی حقیقی و معکوس هم دارد؟

۵- به ازای کدام مقدار  $m$ ، مجموع مربعات ریشه های حقیقی معادله  $mx^2 - (m+3)x + 5 = 0$  برابر با ۶ است؟

۶- به ازای کدام مقدار  $m$  رابطه ی  $2\alpha + 3\beta = 2$  بین ریشه های معادله  $3x^2 - 6x + 5m - 1 = 0$  برقرار است؟

۷- اگر دو معادله درجه دوم  $x^2 - 3x + m = 0$  و  $x^2 + x - 3m = 0$  دارای یک جواب مشترک باشند. این جواب مشترک را بیابید.

۸- معادله های زیر را حل کنید

الف)  $x^6 - 10x^3 + 9 = 0$

ب)  $x^6 - 5x^3 = 24$

ج)  $(x-1)^2 - 4|x-1| - 5 = 0$

د)  $(x^2 + x)^2 - 8(x^2 + x) + 12 = 0$

هـ)  $(x^2 - 1)^6 + (x^2 - 1)^2 - 2 = 0$

و)  $(\frac{x^2}{3} - 2)^2 - 11(\frac{x^2}{3} - 2) + 10 = 0$

ز)  $x^6 - 9x^3 + 8 = 0$

ح)  $x - \sqrt{x} = 12$

۹- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن از نصف معکوس ریشه های معادله  $x^2 - 4x + 1 = 0$  سه واحد کمتر باشند.

۱۰- اگر  $\beta, \alpha$  ریشه های معادله  $x^2 - 4x + 1 = 0$  باشند حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف)  $\frac{1}{\alpha^3} + \frac{1}{\beta^3}$

ب)  $\sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} + \sqrt{\frac{\beta}{\alpha}}$

ج)  $\alpha\beta^3 + \beta\alpha^3$

۱۱- بدون حل معادله و با استفاده از  $S$  و  $P$  و  $\Delta$  در وجود و علامت ریشه های معادله  $x^2 + x - 5 = 0$  بحث کنید.

۱۲- معادله درجه دومی بنویسید که ریشه های آن مربع ریشه های معادله  $x^2 - 3\sqrt{2}x + 4 = 0$  باشند.

۱۳- دو برابر عدد مثبتی از ثلث مربع آن، ۹ واحد کمتر است. این عدد را بیابید.

۱۴- حدود  $m$  را طوری بیابید که معادله  $x^2 - (m+2)x^2 + m + 5 = 0$  دارای ۴ ریشه حقیقی متمایز باشد.

تابع درجه دوم

۱- نمودار تابع  $f(x) = x^2 - x^2 + (m+1)x + 4$  محور  $x$  ها را در نقطه ای به طول ۱ قطع می کند سایر صفرهای تابع را بیابید.

۲- اگر  $x = -1$  و  $x = \frac{1}{3}$  ریشه های معادله  $6x^3 - 5x^2 + ax + b = 0$  باشد. مقادیر  $a, b$  و ریشه ی دیگر معادله را بیابید.

۳- بیشترین مقدار تابع  $f(x) = (k+3)x^2 - 4x + k$  برابر صفر باشد. مقدار  $k$  را بیابید.

۴- رأس سهمی  $y = x^2 + mx + m - 1$  بر روی خط  $y = x + 1$  قرار دارد. مقدار  $m$  را بیابید.

۵- بیشترین مقدار تابع  $f(x) = mx^2 + mx + 5x$  برابر ۴ باشد مقدار  $m$  را بیابید.

۶- به ازای کدام مقدار  $m$  منحنی به معادله ی  $y = (m-2)x^2 - 2(m+1)x + 12$  محور  $x$  ها را در دو نقطه به طول منفی قطع می کند؟

۷- به ازای کدام مقدار  $m$  منحنی به معادله ی  $y = (m+2)x^2 + 3x + 1 - m$  محور  $x$  ها را در دو طرف مبدأ قطع می کند؟

۸- به ازای کدام مقدار  $m$  منحنی به معادله ی  $y = (m-2)x^2 - 3x + m + 2$  از بالا بر محور  $x$  ها مماس است؟

۹- حدود  $m$  را طوری بیابید که نمودار تابع  $y = mx^2 - 4x + m - 3$  بالای محور  $x$  ها باشد.

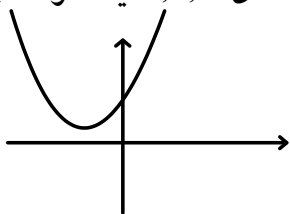
۱۰- به ازای چه مقادیری از  $a$  عبارت  $ax^2 + 2x + 4a$  همواره مثبت است؟

۱۱- به ازای چه مقادیری از  $m$  عبارت  $\frac{(m-1)x^2 + (m-1)x + 1}{-2x^2 - 1}$  همواره منفی است؟

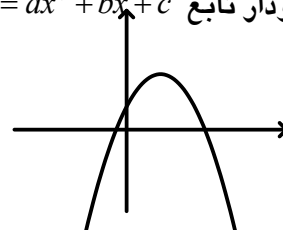
۱۲- به ازای چه مقادیری از  $m$  سهمی به معادله ی  $y = (m-2)x^2 + 2x + 1 - m$  فقط از ناحیه دوم نمی گذرد؟

۱۳- به ازای کدام مقادیر از  $a$  نمودار سهمی  $y = x^2 + ax + 4 - \frac{1}{4}a^2$  فقط از ناحیه چهارم نمی گذرد؟

۱۴- در زیر نمودار تابع  $f(x) = ax^2 + bx + c$  رسم شده است. علامت های  $a, b, c$  یافته و همچنین  $f(x)$  را تعیین علامت کنید.

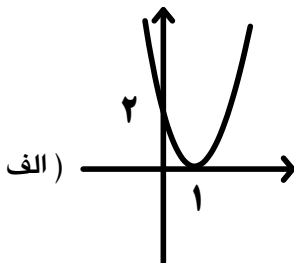


(ب)

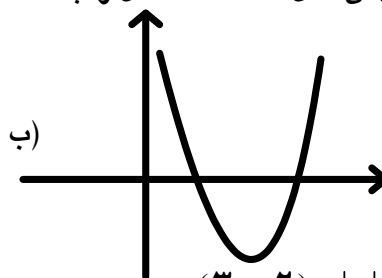


(الف)

۱۵- معادله سهمی های داده شده شکل را به دست آورید.



(الف)



(ب)

$|a| = 1$   $(-3, -2)$

۱۶- به ازای چه مقادیری از  $m$  خط به معادله  $y = mx + 3$  نمودار سهمی به معادله  $f(x) = (m-2)x^2 + 2x$  را در دو نقطه قطع می کند؟

۱۷- اگر  $x = \frac{5}{2}$  یکی از ریشه های معادله  $2x^3 - 3x^2 - 9x + 1 = 0$  باشد. ریشه های دیگر معادله را بیابید.

۱۸- اگر در تقسیم در تقسیم چند جمله ای های  $P(x) = 2x^3 - 6x^2 + mx + 3$  و  $q(x) = -x^3 + 2x + 5$  بر  $2x - 1$  دارای باقی مانده مساوی باشند. مقدار  $m$  را بیابید.

۱۹- اگر  $24 = 3x - 4y$  باشد. مقدار  $x$  و  $y$  را طوری بیابید که حاصل ضرب آنها مینیمم گردد.

۲۰- معادله های زیر را به روش هندسی حل کنید.

الف)  $|x-1| - x^2 + 1 = -x$

ب)  $|x| + 2x - 4 = 0$

ج)  $(x-1)^2 + |x| = 0$

د)  $x^2 - 2x + 1 = 0$

۲۱- منحنی به معادله  $y = (2x+1)(x+8)$  با خطوط  $y = mx$  نقطه ی مشترکی ندارد. مجموعه مقادیر  $m$  را بیابید.

معادلات گویا و کنگ:

۱- معادله های زیر را حل کنید

(الف)  $\frac{x}{x-3} + \frac{3}{x-1} = 5$

(ب)  $\frac{y-3}{y-1} + \frac{y-1}{y-3} = \frac{25}{12}$

(ج)  $\frac{x}{x+1} - \frac{x+1}{x-4} = \frac{5}{x^2-3x-4}$

(د)  $\frac{a}{2a+1} - \frac{2a^2+5}{2a^2-5a-3} = \frac{3}{a-3}$

(هـ)  $\frac{1}{2x^2-x+1} + \frac{3}{2x^2-x+3} = \frac{10}{2x^2-x+7}$

(و)  $3-x-x^2 = \frac{3}{x^2+x+1}$

(ز)  $\frac{1}{x^6} - \frac{13}{x^2} + 36 = 0$

(ح)  $\frac{1}{(x-1)^2} - \frac{3}{1-x} + 2 = 0$

۲- به ازای چه مقدار  $k$  معادله  $\frac{1}{x-1} + \frac{38}{k} = \frac{3x}{x+1}$  دارای جواب  $x = -2$  است؟

۳- به ازای چه مقدار  $a, b$  معادله  $\frac{2-x}{x+1} + \frac{x+1}{x-1} = \frac{ax+b}{x^2-1}$  دارای بیشمار جواب است؟

۴- به ازای چه مقدار  $m$  معادله  $\frac{m-1}{2x} = \frac{x+2}{x^2-2x}$  جواب ندارد؟

۵- به ازای چه مقدار  $m$  معادله  $\frac{3x}{x+2} + 2 = \frac{2}{1+mx}$  فقط یک جواب است؟

۶- یازده کیلوگرم رنگ با غلظت ۴۰ درصد با چهار کیلوگرم رنگ از همان نوع با غلظت ۷۰ درصد مخلوط شده اند. با تبخیر چند کیلوگرم از این محلول، غلظت به ۵۰ درصد می رسد؟

۷- معادله های زیر را حل کنید.

(ب)  $\sqrt{\sqrt{x+3}-x} = 1 + \sqrt{1-x}$

(الف)  $\frac{3}{3+\sqrt{x}} = \frac{5}{x+3\sqrt{x}}$

(د)  $\sqrt{12+x} - \sqrt{2x+7} = 2$

(ج)  $2x+1 = \sqrt{11x-2}$

(هـ)  $x^2 - 4x + 3 = \sqrt{x^2 - 4x + 5}$

۸- حدود  $m$  را طوری بیابید که معادله  $2x^2 - 4x - m - \sqrt{8x^2 - 16x - 4m} = 0$  دو ریشه حقیقی متمایز داشته باشد.

۹- به ازای چه مقدار  $a$  معادله  $\sqrt{3x^2 - 7x + 2} + \sqrt{2x^2 + 4x - ax - 2a} = 0$  ریشه ی حقیقی دارد؟

۱۰- اگر معادله  $\frac{x}{x-2} + \frac{x+a}{x^2-4} = 1$  ریشه نداشته باشد. مقادیر ممکن برای  $a$  را بیابید.

## تابع قدر مطلق

۱- نمودار توابع زیر را رسم کنید

الف)  $y = |x-1| - |2-x| + 2x$

ب)  $y = x|x-2|$

ج)  $y = ||x-2| - 4|$

۲- معادله های زیر را به روش جبری حل کنید .

الف)  $|x^2 - 1| = x + 1$

ب)  $|4 - 2x| = |x + 3|$

ج)  $|x^3 - 9x| + x^3 - 9x = 0$

د)  $2 - 5|x-7| = -13$

ز)  $|x^2 - x + 5| = x - x^2 + 5$

ه)  $||x^2 - 1| - 2| = 1$

۳- نامعادله های زیر را حل کنید .

الف)  $|x^2 - 4x| \geq 4 - x$

ب)  $x^2 - |x| < 12$

ج)  $|4x-1| + |x-1| \leq 8$

د)  $2x - |x+2| < |x| - 3$

ه)  $(x-4)|x| \leq 2x - 5$

ز)  $|x^2 - 2x| < x$

۴- حدود  $m$  را طوری بیابید که معادله  $|x+3| + |x-4| = 3 - m$  جواب نداشته باشد .۵- اگر معادله  $|2x+k| + |2x-3| = 8$  دارای بیشمار جواب باشد . مقادیر  $k$  را بیابید .۶- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع  $y = |x-1| - 5$  و  $y = |x|$  را بیابید.۷- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع  $y = |x| - x$  و  $y = 2 - \frac{3}{4}x$  را بیابید.۸- مساحت ناحیه محدود به نمودارهای دو تابع  $y = x + |x|$  و  $y = 2 - |x|$  را بیابید.

## هندسه تحلیلی

- ۱- نقطه ای روی خط  $x - 3y = 1$  بیابید که فاصله آن از نقطه  $A(2, 7)$  برابر  $2\sqrt{7}$  باشد.
- ۲- نقاط  $A(0, 6)$  و  $B(8, -8)$  دو سرقطر یک دایره اند. مختصات مرکز دایره و مساحت دایره را حساب کنید.
- ۳- دایره به مرکز  $O(-1, 2)$  بر خط به معادله  $y = -\frac{4}{3}x + 5$  مماس است. طول شعاع دایره را محاسبه کنید.
- ۴- اگر فاصله نقطه  $A(1, 2)$  از خط  $ax + 4y = 1$  برابر با ۲ باشد. مقدار  $a$  را حساب کنید.
- ۵- نقطه ای روی خط  $y = 2x$  بیابید که مجموع فاصله های آن از مبدأ مختصات و نقطه  $A(2, 4)$  برابر با ۵ باشد.
- ۶- اگر فاصله ی دو خط موازی  $ax + by = 1$  و  $y = \sqrt{3}x + 1$  برابر با  $\frac{1}{p}$  باشد. مقدار  $a$  و  $b$  را بیابید.
- ۷- نقطه  $A(3, -1)$  وسط قطر مربعی است که یک ضلع آن منطبق بر خط به معادله  $y - x = 5$  است. مساحت مربع را حساب کنید.
- ۸- خط  $3x - 4y = 5$  بر دایره ای به شعاع یک مماس است. اگر مرکز دایره روی نیمساز ناحیه سوم باشد. مختصات مرکز دایره را بیابید.
- ۹- فاصله دو خط موازی  $kx + (2k + 2)y = k - 6$  و  $2x + 5y = 1$  را حساب کنید.
- ۱۰- اگر فاصله ی  $A$  واقع بر نیمساز ربع اول از خط به معادله  $x + 3y = 2$  برابر  $\sqrt{10}$  باشد طول نقطه ی  $A$  را بیابید.
- ۱۱- فاصله نقطه  $A(-2, 6)$  از عمود منصف پاره خطی که از نقاط  $B(-1, 2)$  و  $C(1, -4)$  می گذرد را بیابید.
- ۱۲- به ازای چه مقدار  $k$  سه نقطه  $A(2, 0)$  و  $B(3, k)$  و  $C(6, k^2 + 3)$  روی یک خط راست قرار دارند.
- ۱۳- خط  $L$  از دو خط به معادله های  $x + 2y = 6$  و  $x + ky = k$  به یک فاصله قرار دارد. معادله خط  $L$  را بنویسید.
- ۱۴- قرینه نقطه  $A(-2, 6)$  نسبت به خط  $x + y = 1$  به دست آورید.
- ۱۵- مساحت مربعی را حساب کنید که یک ضلع آن بر روی خط  $4x + 3y = 2$  قرار دارد و  $A(1, -5)$  یک رأس آن است.
- ۱۶- اگر  $A(3, 0)$  و  $B(-4, 6)$  و  $C(-2, -2)$  مختصات رأس های مثلث  $ABC$  باشند. طول ارتفاع  $AH$  وارد بر ضلع  $BC$  را حساب کنید.
- ۱۷- مساحت دایره ای را حساب کنید که بر دو خطوط  $y = \frac{1}{p}x + 4$  و  $x - 2y = 2$  مماس است.
- ۱۸- اگر  $A(3, 2)$  و  $B(-4, 6)$  و  $C(-2, -4)$  مختصات رئوس مثلث  $ABC$  باشند.
- الف) طول میانه  $AM$  وارد بر ضلع  $BC$  را حساب کنید.
- ب) معادله میانه  $AM$  را بنویسید.
- ج) معادله ارتفاع  $AH$  وارد بر ضلع  $BC$  را بنویسید.
- ۱۹- اگر قرینه نقطه  $A(m + 3, -1)$  نسبت به نقطه  $M(-3, 2 - m)$  روی خط  $4x + 6y = 7$  باشد. مقدار  $m$  کدام است؟
- ۲۰- اگر نقطه  $M(2k + 5, t - 2)$  وسط پاره خط  $A(2, k + 2t)$  و  $B(3k, k - t)$  است حاصل  $k + t$  کدام است؟