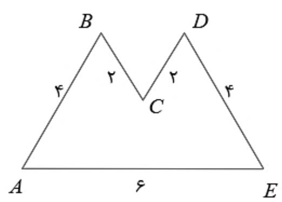
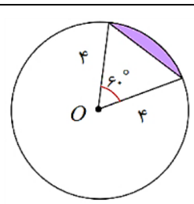
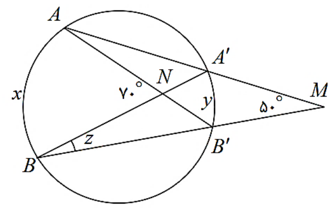
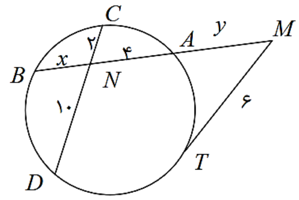
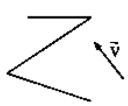
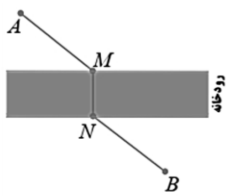
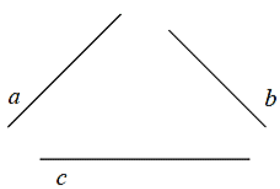
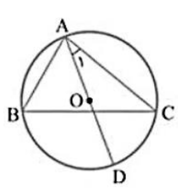
باسمه تعالی

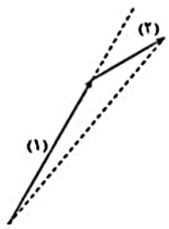
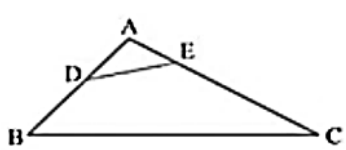
نام و نام خانوادگی:	اداره کل آموزش و پرورش استان همدان	تاریخ امتحان:
نام پدر:	مدیریت آموزش و پرورش ناحیه یک	مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه
سوالات امتحانی درس: هندسه ۲	سوالات امتحانات خرداد ماه ۱۴۰۲	ساعت شروع امتحان:
	دبیرستان حضرت آمنه(س)	
پایه و رشته :یازدهم ریاضی(۲۰۱)	نام دبیر:مریم کردلو	تعداد صفحه: ٤

نمره به عدد:	نمره به حروف:	نمره تجدید نظر:	امضای دبیر:

ردیف	(تمام پاسخ ها در برگه سوال نوشته شود)	بارم
۱	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) یک چند ضلعی محاطی است اگر و فقط اگر... ب) تبدیلی که طول پاره خط را حفظ کند ،تبدیل .... نامیده میشود.در هر تبدیل نقطه ای که تبدیل یافته آن منطبق بر خودش باشد،.................... می نامند.	 ۰/۵ ۰/۵
۲	در هر سوال گزینه درست را با ذکر دلیل انتخاب کنید. الف) درشکل زیر بدون تغییر دادن محیط،بیشترین مساحت ممکن برای چندضلعی کدام است؟ ۱) $۱۸\sqrt{۳}$ ۲) $۴\sqrt{۳}$ ۳) $۹\sqrt{۳}$ ۴) $۶\sqrt{۳}$  ب) ضلع $a=۶$ از مثلث ABC به ارتفاع $h_a=۴$ داده شده است. کمترین محیط این مثلث کدام است؟ ۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) $۴\sqrt{۳}$ ۴) ۴	۱ ۱
۳	مطابق شکل دایره ای به شعاع ۴ داریم.مساحت ناحیه رنگی را بیابید. 	۱
۴	ثابت کنید در یک دایره ، از دو وتر نابرابر ،آنکه بزرگتر است به مرکز دایره نزدیک تراست و برعکس.	۱

۵	با استفاده از هرشکل x,y,z را بیابید. الف)  ب) 	۱/۲۵
۶	یک ذوزنقه هم محیطی است و هم محاطی.ثابت کنید مساحت این ذوزنقه برابر میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آن ها.	۱/۲۵
۷	دونقطه ی (3,5)Aو (1, 7)B در صفحه مفروض اند.در یک بازتاب تصویر A برB منطبق می شود.معادله محور بازتاب را بنویسید.	۰,۵
۸	الف)انتقال یافته شکل زیر را تحت بردار v رسم کنید.  ب)ثابت کنید هر انتقال را میتوان به صورت دو بازتاب با محورهای موازی نوشت.	۰/۲۵ ۰/۷۵

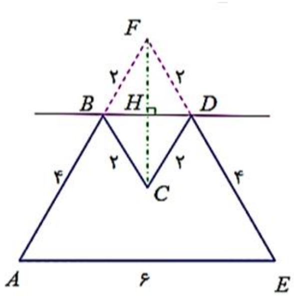
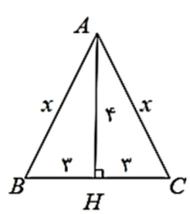
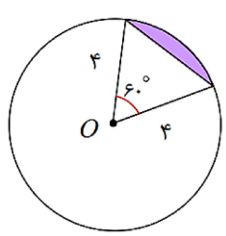
<table>
<tr><td>۱</td><td>نشان دهید که برای هر تجانس به نسبت k، اندازه‌ی تصویر هر پاره خط، $|k|$ برابر، اندازه‌ی آن پاره خط است. به عبارتی دیگر
$A'B'=|k|\times AB$</td><td>۹</td></tr>
<tr><td>۱</td><td>مطابق شکل دو شهر A,B در دو طرف رودخانه قرار دارند.میخواهیم از شهر Aبه شهرBبرسیم به شرط اینکه حتما از پل MNعمود بر راستای رودخانه عبور کنیم.تعیین کنید محل پل کجا باشد تا مسیرAMNBکوتاه ترین مسیرممکن شود؟

</td><td>۱۰</td></tr>
<tr><td>۱</td><td>سه خط دو به دو نا موازی a,b,c در صفحه مفروض اند.پاره خطی به طول ۵ واحد رسم کنید که دو سر آن روی a,b قرار گیرد و موازی cباشد.

</td><td>۱۱</td></tr>
<tr><td>۱</td><td>الف) نشان دهید بین اندازه ارتفاع های مثلث دلخواه ABC وزوایای درونی آن،رابطه زیر برقرار است.
$h_a \sin \hat{A} = h_b \sin \hat{B} = h_c \sin \hat{C}$</td><td>۱۲</td></tr>
<tr><td>۱</td><td>ب)در دایره زیر ،قطر گذرنده از راس A رسم شده است.اگر شعاع دایره ۸ و $\hat{A}_۱ = ۳۰^\circ$ باشد،زاویه B وضلع AC را بیابید.

</td><td></td></tr>
</table>

۱۳	الف) متحرکی به مدت ۱۶ ثانیه با سرعت ۵ متر بر ثانیه حرکت می کند وسپس مسیر خود را به اندازه ۳۰درجه منحرف می کند وبه مدت ۱۰ ثانیه با سرعت ۴ متر بر ثانیه ادامه مسیر می دهد.جا به جایی متحرک را در این مدت محاسبه کنید.  ب) اندازه دو ضلع مثلثی ۶و۹ و میانه وارد بر ضلع سوم ۶ واحد می باشد.با استفاده از قضیه میانه ها ضلع سوم را محاسبه کنید.	۱ ۱
۱۴	الف) ثابت کنید در هر مثلث نیمساز هر زاویه داخلی ، ضلع روبرو به آن زاویه را به نسبت اضلاع آن زاویه تقسیم می کند. ب) در مثلثی به اضلاع ۸ و ۱۰ و ۱۲ طول نیمساز داخلی متوسط مثلث را بیابید.	۱/۲۵ ۰/۷۵
۱۵	الف) مساحت مثلثی به اضلاع ۶ و ۸ و ۱۰ را از دستور هرون بدست آورید. ب) در شکل زیر $\frac{AD}{DB}=\frac{3}{4}$ و $\frac{AE}{EC}=\frac{1}{3}$ است. نسبت مساحت مثلث ADE را به مساحت چهار ضلعی BDEC بیابید. 	۰/۷۵ ۱/۲۵
جمع	خدایا چنان کن سرانجام کار تو خشنود باشی، ما رستگار	۲۰

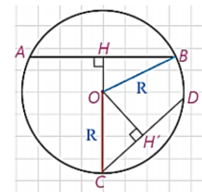
باسمه تعالی

نام و نام خانوادگی: | اداره کل آموزش و پرورش استان همدان | تاریخ امتحان:
نام پدر: | مدیریت آموزش و پرورش ناحیه یک | مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه
پاسخنامه سوالات درس: هندسه ۲ | سوالات امتحانات خرداد ماه ۱۴۰۲ | ساعت شروع امتحان:
دبیرستان حضرت آمنه(س)
پایه و رشته :یاز دهم ریاضی(۲۰۱) | نام دبیر:مریم کردلو | تعداد صفحه:۵

نمره به عدد: | نمره به حروف: | نمره تجدید نظر: | امضای دبیر:

ردیف		بارم
۱	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) یک چند ضلعی محاطی است اگر و فقط اگرعمود منصف های همه اضلاع آن در یک نقطه هم راس باشند. ب) تبدیلی که طول پاره خط را حفظ کند ،تبدیل طولپا نامیده میشود.در هر تبدیل نقطه ای که تبدیل یافته آن منطبق بر خودش باشد،نقطه ثابت تبدیل می نامند.	۰,۵ ۰,۵
۲	در هر سوال گزینه درست را با ذکر دلیل انتخاب کنید. الف) درشکل زیر بدون تغییر دادن محیط،بیشترین مساحت ممکن برای چندضلعی کدام است؟ ۱) $۱۸\sqrt{۳}$ ۲) $۴\sqrt{۳}$ ۳) $۹\sqrt{۳}$ ۴) $۶\sqrt{۳}$  حل : بازتاب رأس C را نسبت به خط گذرا از نقاط B و D را رسم می کنیم. واضح است که مثلث بدست آمده همان محیط چندضلعی $ABCDE$ را دارد. از طرفی این مثلث متساوی الاضلاع است. لذا مساحت آن می شود. $S=\frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲=\frac{\sqrt{۳}}{۴}(۶)^۲=۹\sqrt{۳}$ ب) ضلع $a=۶$ از مثلث ABC به ارتفاع $h_a=۴$ داده شده است. کمترین محیط این مثلث کدام است؟ ۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) $۴\sqrt{۳}$ ۴) ۴ حل : مثلث وقتی که متساوی الاضلاع یا متساوی الساقین باشد، می تواند کمترین محیط را داشته باشد. لذا با توجه به شکل مقابل خواهیم داشت.  $\Delta(ABH): x^۲=۴^۲+۳^۲ \rightarrow x=۵$ پس محیط مثلث می شود. $۶+۵+۵=۱۶$	1 1
۳	مطابق شکل دایره ای به شعاع ۴ داریم.مساحت ناحیه رنگی را بیابید.  مساحت قطاع $A=\frac{\pi r^۲}{۳۶۰}\alpha=\frac{\pi(۴)^۲}{۳۶۰}\times ۶۰=\frac{۸\pi}{۳}$ مساحت مثلث $B=\frac{۱}{۲}ab\sin\alpha=\frac{۱}{۲}(۴)(۴)\sin(۶۰^\circ)=\frac{۱}{۲}(۴)(۴)(\frac{\sqrt{۳}}{۲})=۴\sqrt{۳}$ مساحت قطعه $S=A-B=\frac{۸\pi}{۳}-۴\sqrt{۳}=\frac{۸\pi-۱۲\sqrt{۳}}{۳}$	۱

نمره	سؤال	ردیف
1	ثابت کنید در یک دایره ، از دو وتر نابرابر ،آنکه بزرگتر است به مرکز دایره نزدیک تراست و برعکس.	٤



فرض: $OH < OH'$ حکم: $AB > CD$

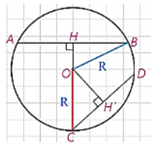
$OB = OC = R \quad , \quad ۲BH = AB \quad , \quad ۲CH = CD \qquad (۱)$

$\overset{\Delta}{OBH} : H = ۹۰^\circ \Rightarrow OH^۲ = R^۲ - BH^۲$

$\overset{\Delta}{OCH'} : H' = ۹۰^\circ \Rightarrow OH'^۲ = R^۲ - CH'^۲$

$OH < OH' \Rightarrow R^۲ - BH^۲ < R^۲ - CH'^۲$

$\Rightarrow -BH^۲ < -CH'^۲ \xrightarrow{\times(-۱)} BH^۲ > CH'^۲ \xrightarrow[CH'>۰]{BH>۰} BH > CH' \xrightarrow{(۱)} AB > CD$



$OB = OC = R \quad , \quad BH = \frac{AB}{۲} \quad , \quad CH = \frac{CD}{۲} \qquad (۱)$

$\overset{\Delta}{OBH} : H = ۹۰^\circ \Rightarrow BH^۲ = R^۲ - OH^۲$

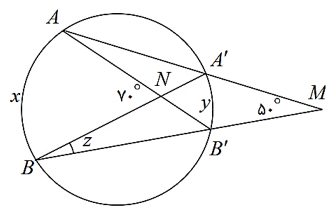
$\overset{\Delta}{OCH'} : H' = ۹۰^\circ \Rightarrow CH'^۲ = R^۲ - OH'^۲$

$AB > CD \Rightarrow \frac{AB}{۲} > \frac{CD}{۲} \xrightarrow{(۱)} BH > CH' \Rightarrow BH^۲ > CH'^۲$

$\Rightarrow R^۲ - OH^۲ > R^۲ - OH'^۲ \Rightarrow -OH^۲ > -OH'^۲ \xrightarrow{\times(-۱)} OH^۲ < OH'^۲ \xrightarrow[OH'>۰]{OH>۰} OH < OH$

نمره	سؤال	ردیف
۱/۲۵	با استفاده از هرشکل x,y,z را بیابید.	۵

الف)



حل:

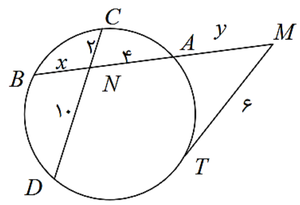
$\angle ANB = \frac{x+y}{۲} = ۷۰ \to x+y = ۱۴۰$

$\angle AMB = \frac{x-y}{۲} = ۵۰ \to x-y = ۱۰۰$

$\to \begin{cases} x+y = ۱۴۰ \\ x-y = ۱۰۰ \end{cases} \to x = ۱۲۰^\circ \ , \ y = ۲۰^\circ$

$z = \frac{\overset{\frown}{A'B'}}{۲} = \frac{۲۰}{۲} = ۱۰^\circ$

ب)



$NA \times NB = NC \times ND$

$\to ۴ \times x = ۲ \times ۱۰ \to x = ۵$

$MT^۲ = MA \times MB$

$\to ۶^۲ = y(y + ۴ + x)$

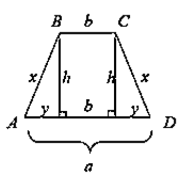
$\xrightarrow{x=۵} ۳۶ = y(y + ۴ + ۵)$

$\to y^۲ + ۹y - ۳۶ = ۰$

$\to (y + ۱۲)(y - ۳) = ۰$

$\to y = -۱۲(\text{غ}) \quad , \quad y = ۳$

نمره	سؤال	ردیف
۱/۲۵	یک ذوزنقه هم محیطی است و هم محاطی.ثابت کنید مساحت این ذوزنقه برابر میانگین حسابی دو قاعده آن ضرب در میانگین هندسی آن ها.	٦



حل : چون ذوزنقه‌ی $ABCD$ محاطی است، پس متساوی الساقین است. پس :

$AB = CD = x$

همچنین

$y + b + y = a \to ۲y = a - b \to y = \frac{a-b}{۲}$

حال چون چهارضلعی $ABCD$ محیطی است، پس :

$AB + CD = AD + BC \to ۲x = a + b \to x = \frac{a+b}{۲}$ برای محاسبه‌ی مساحت ذوزنقه، ابتد ارتفاع آن را به صورت زیر محاسبه می کنیم.

$y^۲ + h^۲ = x^۲ \to h^۲ = x^۲ - y^۲ = (\frac{a+b}{۲})^۲ - (\frac{a-b}{۲})^۲ = \frac{۴ab}{۴} = ab \to h = \sqrt{ab}$

$S = \frac{۱}{۲}(a+b)h = \frac{a+b}{۲} \times \sqrt{ab}$

نمره	سؤال	ردیف
۰,۵	دونقطه ی A(3,5)و B(7 ,1) در صفحه مفروض اند.در یک بازتاب تصویر A برB منطبق می شود.معادله محور بازتاب را بنویسید.	۷

(۱) عمودمنصف پاره‌خط AB از وسط پاره‌خط AB می‌گذرد. مختصات وسط پاره‌خط AB این‌طوری است:

$\left.\begin{array}{l} x_M = \frac{x_A + x_B}{۲} = \frac{۳+۷}{۲} = ۵ \\ y_M = \frac{y_A + y_B}{۲} = \frac{۵+۱}{۲} = ۳ \end{array}\right\} \Rightarrow M(۵,۳)$

(۲) شیب عمودمنصف پاره‌خط AB، قرینه و معکوس شیب پاره‌خط AB است پس:

$\text{شیب پاره‌خط } AB = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{۱-۵}{۷-۳} = -۱$

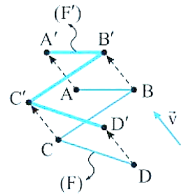
$\Rightarrow \text{شیب عمودمنصف} = ۱$

حالا می‌توانیم معادلهٔ عمودمنصف یا همان محور بازتاب را بنویسیم:

$y - ۳ = ۱ \times (x - ۵) \Rightarrow y - ۳ = x - ۵ \Rightarrow y - x + ۲ = ۰$

۸

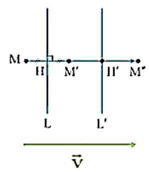
الف)انتقال یافته شکل زیر را تحت بردار v رسم کنید. ۰/۲۵



ب)ثابت کنید هر انتقال را میتوان به صورت دو بازتاب با محورهای موازی نوشت. ۰/۷۵

اثبات: فرض کنیم نقطهٔ M'' تصویر نقطهٔ M در انتقال بردار $\vec{v}$ باشد. دو خط L و L' را عمود بر راستای بردار $\vec{v}$ که فاصله‌شان از یکدیگر نصف طول بردار $\vec{v}$ است را مطابق شکل زیر رسم می‌کنیم.

قرینهٔ M را نسبت به خط L نقطهٔ M' می‌نامیم.

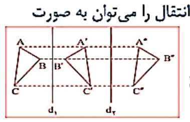


$$MH+\underbrace{HM'+M'H'}_{\frac{x}{2}}+H'M''=x$$

$$\Rightarrow MH+H'M''=x-\frac{x}{2}=\frac{x}{2} \Rightarrow HM'+H'M''=\frac{x}{2}$$

$$HM'+M'H'=HM'+H'M'' \Rightarrow M'H'=H'M''$$

بنابراین M'' قرینهٔ M' نسبت به خط L' است و این یعنی هر انتقال را می‌توان به صورت ترکیب دو بازتاب با محورهای موازی نوشت.



$$S_{d_2}(S_{d_1}(M))=T_{\vec{v}}(M)$$

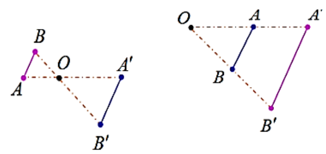
بردار انتقال عمود بر راستای محورهای بازتاب است، جهت آن از خط d_1 به d_2 است و اندازهٔ آن دو برابر فاصلهٔ دو محور بازتاب می‌باشد.

۹

نشان دهید که برای هر تجانس به نسبت k، اندازه‌ی تصویر هر پاره خط، $|k|$ برابر، اندازه‌ی آن پاره خط است. به عبارتی دیگر 1

$$A'B'=|k|\times AB$$

حل :



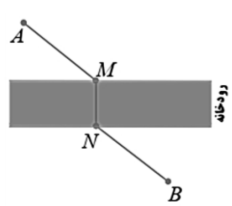
$$\left.\begin{array}{l}OA'=|k|OA\\ OB'=|k|OB\end{array}\right\}\to \left.\begin{array}{l}\frac{OA'}{OA}=|k|\\ \frac{OB'}{OB}=|k|\end{array}\right\}\to \frac{OA'}{OA}=\frac{OB'}{OB}\to \frac{OA}{OA'}=\frac{OB}{OB'}\to AB \parallel A'B'$$

لذا طبق قضیه‌ی کلی تالس داریم:

$$\to \frac{AB}{A'B'}=\frac{OA}{OA'}=\frac{OB}{OB'}\xrightarrow{\frac{OA}{OA'}=\frac{OB}{OB'}=|k|}\frac{AB}{A'B'}=|k|\to A'B'=|k|\times AB$$

۱۰

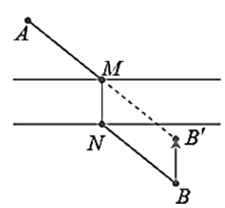
مطابق شکل دو شهر A,B در دو طرف رودخانه قرار دارند.میخواهیم از شهر Aبه شهرBبرسیم به شرط اینکه حتما از پل MNعمود بر راستای رودخانه عبور کنیم.تعیین کنید محل پل کجا باشد تا مسیرAMNBکوتاه ترین مسیرممکن شود؟ 1

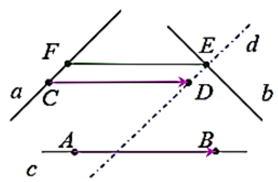
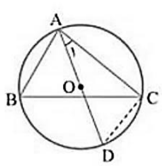
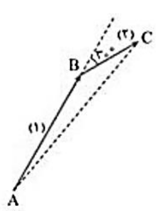
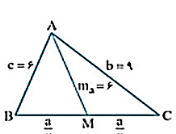


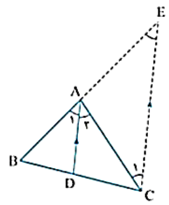
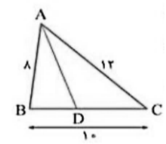
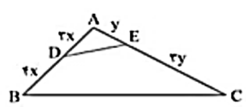
حل : از نقطه‌ی B خطی به اندازه‌ی MN (عرض روخانه) و عمود بر روخانه رسم می کنیم، تا نقطه‌ی B' به دست آید. از B' به A وصل می کنیم. از نقطه‌ی M (محل تقاطع لبه‌ی روخانه با پاره خط AB') می توان پل MN را احداث کرد. مسیر $AMNB$ کوتاه ترین مسیر است. زیرا AB' کوتاه ترین مسیر بین A و B' می باشد. توجه داشته باشیم که چهارضلعی $MNBB'$ متوازی الاضلاع است.

$$AB'=AM+MB'=AM+NB$$

$$\to AB'+MN=AM+MN+NB$$



۱۱	سه خط دو به دو نا موازی a,b,c در صفحه مفروض اند.پاره خطی به طول ۵ واحد رسم کنید که دو سر آن روی a,b قرار گیرد و موازی cباشد. حل : روی خط c برداری به اندازه‌ی۵ سانتی متر (بردار AB) را رسم می کنیم. حال از یک نقطه‌ی دلخواه روی خط a (مانند نقطه‌ی C) برداری هم اندازه، موازی و هم جهت بردار AB رسم کرده و از نقطه‌ی انتهای آن خط d را موازی a رسم می کنیم. تا خط b را در نقطه ای مانند E قطع کند. در آخر از نقطه‌ی Eخطی موازی c رسم می کنیم طوری که a را در نقطه ای مانند F قطع کند. پاره خط EF جواب مسئله است.  	1
۱۲	الف) نشان دهید بین اندازه ارتفاع های مثلث دلخواه ABC وزوایای درونی آن،رابطه زیر برقرار است. $h_a \sin \hat{A} = h_b \sin \hat{B} = h_c \sin \hat{C}$ $S=\frac{۱}{۲}ah_a=\frac{۱}{۲}bh_b=\frac{۱}{۲}ch_c \Rightarrow a=\frac{۲S}{h_a}, b=\frac{۲S}{h_b}, c=\frac{۲S}{h_c}$ با جای‌گذاری عبارت‌های بالا در رابطهٔ سینوس‌ها داریم: $\frac{a}{\sin \hat{A}}=\frac{b}{\sin \hat{B}}=\frac{c}{\sin \hat{C}} \Rightarrow \frac{\frac{۲S}{h_a}}{\sin \hat{A}}=\frac{\frac{۲S}{h_b}}{\sin \hat{B}}=\frac{\frac{۲S}{h_c}}{\sin \hat{C}}$ $\Rightarrow \frac{۲S}{h_a \sin \hat{A}}=\frac{۲S}{h_b \sin \hat{B}}=\frac{۲S}{h_c \sin \hat{C}}$ $\Rightarrow h_a \sin \hat{A} = h_b \sin \hat{B} = h_c \sin \hat{C}$ ب) در دایره زیر ،قطر گذرنده از راس A رسم شده است.اگر شعاع دایره ۸ و $\hat{A}_۱ = ۳۰^\circ$ باشد،زاویه B وضلع AC را بیابید. پاره‌خط DC را رسم می‌کنیم. با توجه به این‌که زاویهٔ محاطی مقابل به قطر، قائمه است، مثلث ACD در رأس C قائم‌الزاویه است، داریم: $\hat{D} = ۹۰^\circ - \hat{A}_۱ = ۹۰^\circ - ۳۰^\circ = ۶۰^\circ$  $\hat{B} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲}, \hat{D} = \frac{\overset{\frown}{AC}}{۲} \Rightarrow \hat{B} = \hat{D} = ۶۰^\circ$ $۲R = \frac{AC}{\sin \hat{B}} \Rightarrow ۲(۸) = \frac{AC}{\frac{\sqrt{۳}}{۲}}$ $\Rightarrow AC = ۸\sqrt{۳}$	۱ ۱
۱۳	الف) متحرکی به مدت ١٦ ثانیه با سرعت ٥ متر بر ثانیه حرکت می کند وسپس مسیر خود را به اندازه ۳۰درجه منحرف می کند وبه مدت ١٠ ثانیه با سرعت ٤ متر بر ثانیه ادامه مسیر می دهد.جا به جایی متحرک را در این مدت محاسبه کنید.  $AB = v_۱t_۱ = ۱۶ \times ۵ = ۸۰\ m$ $BC = v_۲t_۲ = ۴ \times ۱۰ = ۴۰\ m$ $AC^۲ = AB^۲ + BC^۲ - ۲AB \times BC \cos ۱۵۰^\circ$ $= (۸۰)^۲ + (۴۰)^۲ - ۲(۸۰)(۴۰) \times (-\frac{\sqrt{۳}}{۲})$ $= ۱۶۰۰(۵ + ۲\sqrt{۳})$ $AC = ۴۰\sqrt{۵ + ۲\sqrt{۳}}$ ب) اندازه دو ضلع مثلثی ٦و۹ و میانه وارد بر ضلع سوم ٦ واحد می باشد.با استفاده از قضیه میانه ها ضلع سوم را محاسبه کنید.  $m_a = \frac{۱}{۲}\sqrt{۲b^۲ + ۲c^۲ - a^۲}$ $\Rightarrow ۶ = \frac{۱}{۲}\sqrt{۲(۹)^۲ + ۲(۶)^۲ - a^۲}$ $\Rightarrow ۱۲ = \sqrt{۲ \times ۸۱ + ۲ \times ۳۶ - a^۲}$ $\Rightarrow a^۲ = ۲ \times ۸۱ + ۲ \times ۳۶ - ۱۴۴ = ۹۰ \Rightarrow a = ۳\sqrt{۱۰}$	۱ ۱

۱٤	الف) ثابت کنید در هر مثلث نیمساز هر زاویه داخلی ، ضلع روبرو به آن زاویه را به نسبت اضلاع آن زاویه تقسیم می کند. از رأس C خطی موازی AD رسم می‌کنیم تا امتداد AB را در E قطع کند.  $\overset{\Delta}{BCE}: AD \parallel CE \Rightarrow \frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AE}$ (I) $\left.\begin{array}{l}\left.\begin{array}{l} AD\parallel CE \\ \text{مورب } AC\end{array}\right\} \Rightarrow \hat{A}_۲=\hat{C}_۱ \\ \left.\begin{array}{l} AD\parallel CE \\ \text{مورب } AE\end{array}\right\} \Rightarrow \hat{A}_۱=\hat{E}\end{array}\right\} \xrightarrow{\hat{A}_۱=\hat{A}_۲} \hat{C}_۱=\hat{E} \Rightarrow AC=AE$ (II) فرض: $\hat{A}_۱=\hat{A}_۲$ حکم: $\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}$ (I) و (II) نتیجه می‌گیریم: $\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}$.	۱/۲۵
	ب) در مثلثی به اضلاع ۸ و ۱۰ و ۱۲ طول نیمساز داخلی متوسط مثلث را بیابید. $\frac{BD}{DC}=\frac{AB}{AC}=\frac{۸}{۱۲}=\frac{۲}{۳} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{BD}{\underbrace{BC}_{=۱۰}}=\frac{۲}{۵} \Rightarrow BD=۴ \Rightarrow DC=۶$ $AD^۲=۸\times۱۲-۴\times۶=۷۲ \Rightarrow AD=۶\sqrt{۲}$  	۰/۷۵
۱٥	الف) مساحت مثلثی به اضلاع ٦ و ۸ و ۱۰ را از دستور هرون بدست آورید. $p=\frac{۶+۸+۱۰}{۲}=۱۲$ $S=\sqrt{۱۲(۱۲-۱۰)(۱۲-۸)(۱۲-۶)}=\sqrt{۱۲\times۲\times۴\times۶}=۲۴$	۰/۷۵
	ب) در شکل زیر $\frac{AD}{DB}=\frac{۳}{٤}$ و $\frac{AE}{EC}=\frac{۱}{۳}$ است. نسبت مساحت مثلث ADE را به مساحت چهار ضلعی BDEC بیابید. حل اگر رابطهٔ $\frac{AD}{DB}=\frac{۳}{۴}$ را ترکیب نسبت در مخرج کنیم، نتیجه می‌شود $\frac{AD}{AB}=\frac{۳}{۷}$. اینک با توجه به فرض سؤال، اندازهٔ پاره‌خط‌ها را روی شکل برحسب x و y مشخص می‌کنیم: $\frac{S_{ADE}}{S_{ABC}}=\frac{\frac{۱}{۲}AD.AE\sin\hat{A}}{\frac{۱}{۲}AB.AC\sin\hat{A}}=\frac{AD}{AB}\times\frac{AE}{AC}=\frac{۳}{۷}\times\frac{۱}{۴}=\frac{۳}{۲۸}$  $\xrightarrow{\text{تفضیل در مخرج}} \frac{S_{ADE}}{S_{ABC}-S_{ADE}}=\frac{۳}{۲۸-۳} \Rightarrow \frac{S_{ADE}}{S_{BDEC}}=\frac{۳}{۲۵}$	۱/۲۵
جمع	خدایا چنان کن سرانجام کار تو خشنود باشی، ما رستگار	۲۰