

۱- تقسیم یک جمله‌ای بر یک جمله‌ای

- برای تقسیم دو یک جمله‌ای بر یکدیگر از قوانین ساده کردن کسرها و نیز قوانین مربوط به ساده کردن توان‌ها استفاده می‌کنیم.

مثال $\frac{14x^5y}{2x^2y^2} = \frac{7x^3}{y}$ و $\frac{-18a^2xz^2}{27x^6z} = \frac{-2a^2z}{3x^5}$

۲- تقسیم چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای

اگر a و b و c اعدادی صحیح و d عددی صحیح و غیر صفر باشد، داریم:

$$\frac{a+b+c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$$

به طور مشابه برای تقسیم چند جمله‌ای $12x^2 - 18x + 2$ بر 6 به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{12x^2 - 18x + 2}{6} = \frac{12x^2}{6} - \frac{18x}{6} + \frac{2}{6} = 2x^2 - 3x + \frac{1}{3}$$

فعالیت

توضیح دهید که هر یک از تقسیم‌های زیر چگونه انجام شده است؛ جاهای خالی را پر و حل را کامل کنید.

الف) $\frac{2a^2 + 5a^2 - 8a}{4a^2} = \frac{2a^2}{4a^2} + \frac{5a^2}{4a^2} - \frac{8a}{4a^2} = \frac{1}{2}a^2 + \frac{5}{4}a - \frac{2}{a}$

ب) $\frac{14x^2yz - 6xy + 3x^2y^2z^2}{2x^2y^2z} = \frac{14x^2yz}{2x^2y^2z} - \frac{6xy}{2x^2y^2z} + \frac{3x^2y^2z^2}{2x^2y^2z}$
 $= \frac{7x}{y} - \frac{3}{xy^2z} + \frac{3z}{2}$

ج) $(8y^3 - 4y^2 + 12y) \div (-4y^2) = \frac{8y^3 - 4y^2 + 12y}{-4y^2} =$
 $= \frac{8y^3}{-4y^2} - \frac{4y^2}{-4y^2} + \frac{12y}{-4y^2} = -2y + 1 - \frac{3}{y}$

تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

الف) $\frac{-21a^7b^2c}{28ab^6} = -\frac{3a^6c}{2b^4}$

ب) $\frac{24x^6y - 2z + 3xyz}{x^2z} = \frac{24x^4y}{z} - \frac{2}{x^2} + \frac{3y}{x}$

۳- تقسیم چند جمله‌ای بر چند جمله‌ای
 اگر تقسیم مقابل را در نظر بگیریم: $26 \overline{) 8}$ ← مقسوم علیه
 $26 \overline{) 8}$ ← مقسوم
 $26 \overline{) 8}$ ← باقی‌مانده
 $26 \overline{) 8}$ ← خارج قسمت
 $26 \overline{) 8}$ ← باقی‌مانده

عدد ۲۶ را مقسوم، ۸ را مقسوم علیه، ۳ را خارج قسمت و ۲ را باقی مانده می‌نامیم. رابطه‌های تقسیم بالا به صورت زیر است:

$$\begin{cases} 3 \times 8 + 2 = 26 \\ 2 < 8 \end{cases}$$

مثال: چند جمله‌ای $2x^2 - 7x - 15$ را بر چند جمله‌ای $x - 5$ تقسیم کنید.

چند جمله‌ای $2x^2 - 7x - 15$ را مقسوم و $x - 5$ را مقسوم علیه می‌نامیم. در اولین گام باید مقسوم و مقسوم علیه را بر حسب توان‌های نزولی متغیر موجود (در اینجا x) مرتب کرد. در مثال ما چندجمله‌ای‌های مورد نظر مرتب شده هستند.

اکنون اولین جمله مقسوم را بر اولین جمله مقسوم علیه تقسیم می‌کنیم؛ یعنی: $\frac{2x^2}{x} = 2x$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 7x - 15 \quad | \quad x - 5 \\ + 2x^2 - 10x \quad \quad \quad 2x \\ \hline \end{array}$$

حاصل ضرب $2x$ در $x - 5$ را به دست می‌آوریم و آن را از عبارت مقسوم کم می‌کنیم:

$$2x^2 - 7x - 15 - (2x^2 - 10x) = 2x^2 - 7x - 15 - 2x^2 + 10x = +3x - 15$$

برای آسان‌تر شدن، می‌توانیم پس از محاسبه حاصل ضرب $2x$ در $x - 5$ ، در کادر بالا علامت عبارت حاصل را قرینه کنیم و محاسبه را انجام دهیم؛ یعنی:

$$\begin{array}{r|l} 2x^2 - 7x - 15 & x - 5 \\ + 2x^2 - 10x & 2x \\ \hline & 3x - 15 \end{array}$$

اکنون دوباره $2x - 15$ را بر $x - 5$ تقسیم و مراحل قبل را تکرار می‌کنیم؛ یعنی اولین جمله عبارت $2x - 15$ را بر اولین جمله $x - 5$ تقسیم می‌کنیم. توجه داریم که این چند جمله‌ای‌ها نیز باید بر حسب توان‌های تری مرتب شده باشند؛ داریم: $\frac{2x}{x} = 2$

این تقسیم‌ها را تا زمانی ادامه می‌دهیم که یا باقیمانده صفر شود یا درجه چند جمله‌ای باقیمانده از درجه مقسوم‌علیه کمتر شود.

$$\begin{array}{r|l} 2x^2 - 7x - 15 & x - 5 \\ \pm 2x^2 \pm 10x & 2x + 3 \\ \hline & 3x - 15 \\ & \pm 3x \pm 15 \\ \hline & 0 \end{array}$$

وقتی باقیمانده صفر باشد، می‌گوییم مقسوم بر مقسوم‌علیه بخش‌پذیر است.

فعالیت

۱- تقسیم‌های زیر را انجام دهید و مراحل کار را توضیح دهید. جاهای خالی را پر و حل را کامل کنید.

الف)
$$\begin{array}{r|l} 4x^2 - 3x^2 + x + 7 & x^2 - 2 \\ \pm 4x^2 & 4x - 2 \\ \hline & -3x^2 + 9x + 7 \\ & \pm 3x^2 \pm 6x \\ \hline & 3x + 7 \\ & 9x + 1 \end{array}$$

$$\frac{4x^3}{x^2} = 4x$$

درجه چند جمله‌ای باقی‌مانده از درجه مقسوم‌علیه کمتر شده

باقیمانده این تقسیم چیست؟

$$9x + 1$$

ب)
$$\begin{array}{r|l} x^2 - 5x - 24 & x - 8 \\ + x^2 - 8x & x + 3 \\ \hline & 3x - 24 \\ & \pm 3x - 24 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$\frac{2x^2}{x} = 2x$$

$$\frac{3x}{2} = 1.5x$$

باقیمانده صفر است

کتاب درسی ب

الف
$$\begin{array}{r} 4x^3 - 19x^2 + 14x - 8 \quad | \quad -x + 2 \\ \underline{-4x^3 + 12x^2} \\ -7x^2 + 14x - 8 \\ \underline{+7x^2 + 14x} \\ 2x - 4 \\ \underline{-2x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -x^2 + 8x - 12 \quad | \quad x + 4 \\ \underline{+x^2 - 4x} \\ 4x^2 + 8x - 12 \\ \underline{-4x^2 + 16x} \\ -28x - 12 \\ \underline{+28x + 112} \\ 100 \end{array}$$

۲- تقسیم زیر را انجام دهید و رابطه تقسیم را بنویسید. حل را کامل کنید.

$$\begin{array}{r} 10x^2 - 3x^2 + 2x - 19 \quad | \quad -3 + 2x^2 \\ \underline{+10x^2 - 15x^2} \\ 12x^2 + 2x - 19 \\ \underline{+12x^2 - 18} \\ 2x - 1 \end{array}$$

رابطه های تقسیم:
 $(5x^2 + 9)(2x^2 - 3) + 2x - 1$
 $= 10x^2 - 3x^2 + 2x - 19$
 و درجه چند جمله ای $2x - 1$ از درجه $2x^2 - 3$ کمتر است.

کار در کلاس

تقسیم های زیر را انجام دهید.

الف) $6x^2 - 19x^2 + 16x - 4 \quad | \quad 2 - x$

ب) $-x^2 - 12 + 8x \quad | \quad x + 6$