

به نام خدا

**سازمان آموزش و پرورش استان اصفهان**  
**مدیریت آموزش و پرورش شهرستان کاشان**

**دیرستان حاج عباس کریم**

**فیزیک (۱) پایه ی دهم دوره ی دوم متوسطه**

**فصل دوم (کاروانرژی)**

تهیه کننده: محمد انصاری تبار

# فهرست

انرژی جنبشی

رابطه کار و انرژی پتانسیل

فرمول کار

اصل پایستگی انرژی مکانیکی

معرفی چند نیرو و کار آنها

قانون پایستگی انرژی

رابطه کار و انرژی جنبشی

توان و بازده



# موضوع : انرژی جنبشی



برگشت

قبلی

بعدی

خروج

## انرژى جنبشى :

به انرژى که یک جسم صرفاً (فقط) به علت حرکت دارد انرژى جنبشى گویند.



## پرسش

دوتوپ باجرم های متفاوت با تندی های یکسان پرتاب می شوند، انرژی جنبشی کدام در لحظه ی پرتاب بیشتر است؟

پاسخ:

هر کدام از توپ ها که جرم بیشتری داشته باشد انرژی جنبشی آن نیز بیشتر خواهد بود.



پرسش:

با شرط مساوی بودن جرم اتمیها انرژی جنبشی کدام اتمییل بیشتر است؟

پاسخ:

هر کدام اتمییلی که تندی بیشتری داشته باشد انرژی جنبشی آن نیز بیشتر خواهد بود.



پرسش

# انرژی جنبشی به چه عواملی بستگی دارد ؟

پاسخ :

$$k \propto m$$

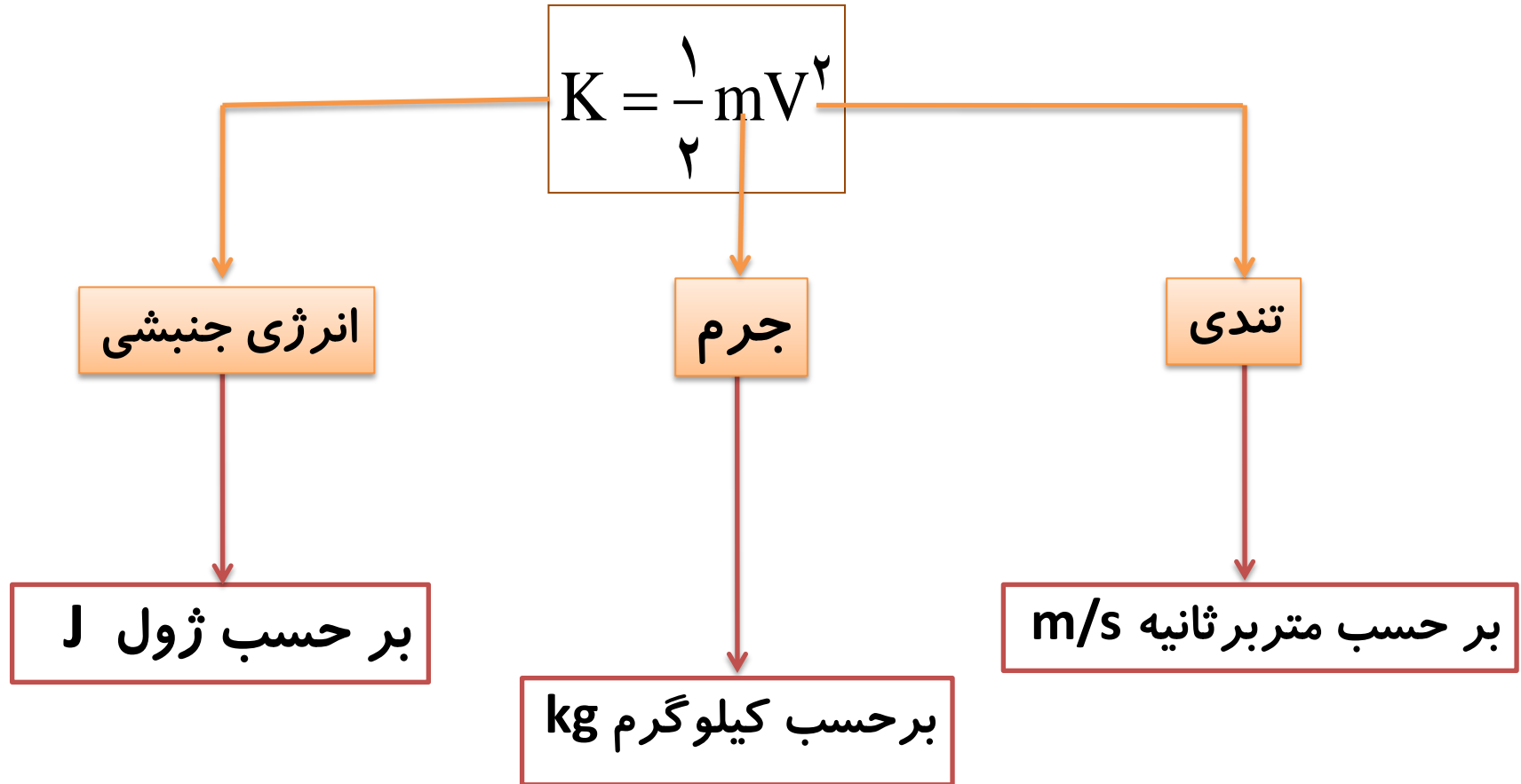
۱- با جرم جسم  $m$  رابطه مستقیم دارد

$$k \propto v^2$$

۲- با مجذور تندی  $v$  رابطه مستقیم دارد

اگر تندی جسمی ۳ برابر شود ، انرژی جنبشی آن ۹ برابر می شود.

# انرژی جنبشی از رابطه زیر بدست می آید :





تمرین:

گلوله ای به جرم  $200 \text{ g}$  با تندی  $108 \text{ km/h}$  در حرکت است  
انرژی جنبشی آن چند ژول می باشد؟



پاسخ

$$m = 200 \text{ g} \div 1000 = \frac{2}{10} \text{ kg}$$

$$V = 108 \text{ km/h} \div \frac{3600}{60} = 3 \text{ m/s}$$

$$k = ?$$

$$K = \frac{1}{2} m V^2$$

$$k = 90 \text{ J}$$

$$K = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times 3^2$$

$$K = \frac{1}{10} \times 90$$

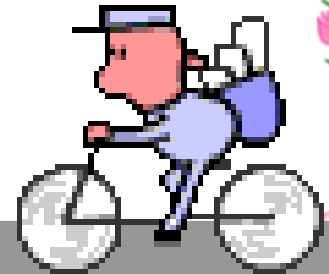
$$K = 90 \text{ J}$$

تمرین:

دوچرخه سواری به جرم  $50 \text{ kg}$  بر روی دوچرخه‌ای به جرم  $30 \text{ kg}$  با تندی  $36 \text{ km/h}$  در حال حرکت است. انرژی جنبشی (شخص و دوچرخه) را حساب کنید

پاسخ

$$k = 4000 \text{ J}$$



تمرین:

گلوله ای به جرم  $100\text{g}$  و انرژی جنبشی  $20\text{J}$  با تندی ثابت در حال حرکت است. تندی این گلوله چقدر است؟

پاسخ

$$m = 100\text{g} \div 1000 = 0.1\text{kg}$$

$$K = 20\text{J}$$

$$V = ?$$

$$K = \frac{1}{2}mV^2$$

$$20 = \frac{1}{2} \times 0.1 \times V^2$$

$$20 = \frac{0.1 \times V^2}{2}$$

$$V^2 = \frac{40}{0.1}$$

$$V^2 = 400$$

$$V = \sqrt{400} = 20\text{m/s}$$

$$V = 20\text{m/s}$$

نکته:

## تغییرات انرژی جنبشی



$$K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 \quad \text{انرژی جنبشی جسم در نقطه ی اول}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 \quad \text{انرژی جنبشی جسم در نقطه ی دوم}$$

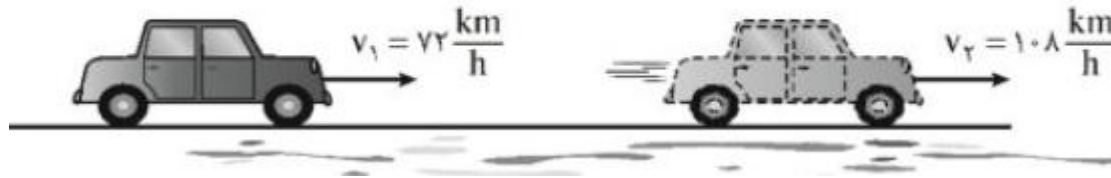
$$\Delta K = K_2 - K_1$$

تغییر انرژی جنبشی:

تمرین:

جرم خودرویی به همراه راننده اش  $800 \text{ kg}$  است. مطابق شکل تندی خودرو در نقطه از مسیری که روی آن در حال حرکت است نشان داده شده است. تغییرات انرژی جنبشی خودرو را بدست آورید

پاسخ:



نکته:

رابطه مقایسه انرژی جنبشی دو جسم با جرمها و تندی های متفاوت :

$$K = \frac{1}{2} m V^2 \quad \rightarrow \quad \frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2$$

نکته:

در تمرینات انرژی جنبشی اگر خواسته شود:

انرژی جنبشی چقدر می شود.  $K = \frac{1}{2} mV^2 = ?$

انرژی جنبشی چقدر تغییر می کند.  $\Delta K = K_2 - K_1 = ?$

انرژی جنبشی چند برابر می شود.  $\frac{K_2}{K_1} = ?$

انرژی جنبشی چند درصد تغییر می کند  $\frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100\% = ?$

تمرین:

پرنده ای به جرم  $800\text{g}$  دارای  $40\text{ J}$  انرژی جنبشی است تندی پرنده را بر حسب  $\text{m/s}$  تعیین کنید.



پاسخ

$$v = 10 \text{ m/s}$$



تمرین:

اتومبیلی باتندی  $5 \text{ m/s}$  حرکت می کند و انرژی جنبشی آن  $10 \text{ kJ}$  است. جرم اتومبیل را بر حسب کیلوگرم تعیین کنید.

پاسخ

$$m = 80 \cdot \text{kg}$$

$$K = \frac{1}{2} mV^2$$

$$10000 = \frac{1}{2} \times m \times 5^2$$

$$10000 = \frac{25m}{2}$$

$$m = \frac{2 \times 10000}{25}$$

$$m = 80 \cdot \text{kg}$$

$$V = 5 \text{ m/s}$$

$$K = 10 \cdot \text{kJ} \times 1000 = 10000 \text{ J}$$

$$m = ?$$

تمرین:

انرژی جنبشی جسمی به جرم  $400\text{ g}$  برابر  $2\text{ kJ}$  می باشد، تندی جسم چند  $\text{m/s}$  است؟

پاسخ

$$m = 400\text{ g} \div 1000 = 0.4\text{ kg}$$

$$K = 2\text{ kJ} \times 1000 = 2000\text{ J}$$

$$V = ?$$

$$K = \frac{1}{2} m V^2$$

$$2000 = \frac{1}{2} \times 0.4 \times V^2$$

$$2000 = 0.2 \times V^2$$

$$V^2 = \frac{2000}{0.2}$$

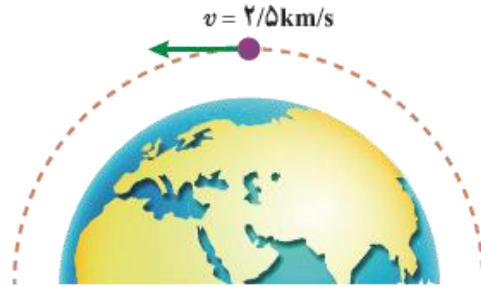
$$V^2 = 10000$$

$$V = \sqrt{10000} = 100\text{ m/s}$$

$$V = 100\text{ m/s}$$

تمرین ۱-۲

ماهواره ای به جرم  $۲۲۰ \text{ kg}$ ، با تندی ثابت  $۲/۵ \text{ km/s}$  دور زمین می چرخد.  
انرژی جنبشی ماهواره را بر حسب ژول و مگاژول حساب کنید.



پاسخ

$$m = ۲۲۰ \text{ kg}$$

$$V = ۲/۵ \text{ km/s} = ۲۵۰ \text{ m/s}$$

$$K = ?$$

$$K = \frac{1}{2} mV^2$$

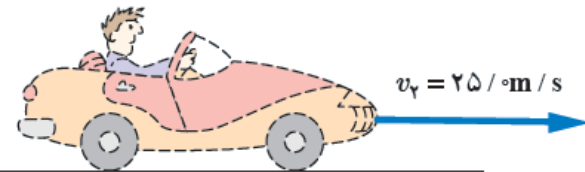
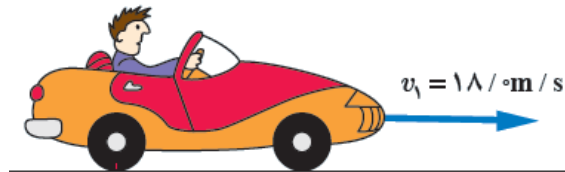
$$K = \frac{1}{2} \times ۲۲۰ \times ۲۵۰^2$$

$$K = ۱۱۰ \times ۶۲۵۰۰۰ \approx ۶/۹ \times ۱۰^8 \text{ J}$$

$$K \approx ۶/۹ \times ۱۰^8 \text{ J} \times \frac{1 \text{ MJ}}{۱۰^6 \text{ J}} \approx ۶۹ \text{ MJ}$$

## تمرین ۲-۲

جرم خودرویی به همراه راننده اش  $840 \text{ kg}$  است. تندی خودرو در دو نقطه از مسیرش روی شکل زیر داده شده است. تغییرات انرژی جنبشی خودرو را بین این دو نقطه حساب کنید.



پاسخ

$$m = 840 \text{ kg}$$

$$v_1 = 18 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad K_1 = \frac{1}{2} \times 840 \times 18^2 \quad \rightarrow \quad K_1 \approx 136 \times 10^3 \text{ J} \approx 136 \text{ kJ}$$

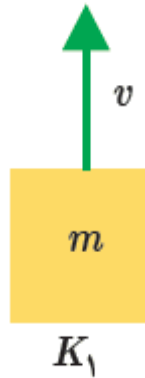
$$v_2 = 25 \text{ m/s} \quad \rightarrow \quad K_2 = \frac{1}{2} \times 840 \times 25^2 \quad \rightarrow \quad K_2 \approx 262 \times 10^3 \text{ J} \approx 262 \text{ kJ}$$

$$\Delta K = ? \quad \Delta K = K_2 - K_1 \quad \rightarrow \quad \Delta K = 262 - 136 = 126 \text{ kJ}$$

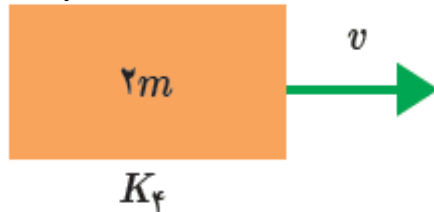
پرسش ۱-۲

انرژی جنبشی هر یک از اجسام زیر را با هم مقایسه کنید و مقدار آن را به ترتیب از کمترین تا بیشترین بنویسید.

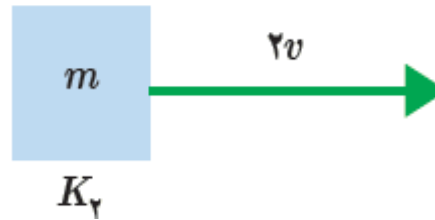
$$\left\{ \begin{array}{l} k \propto m \\ k \propto v^2 \end{array} \right.$$



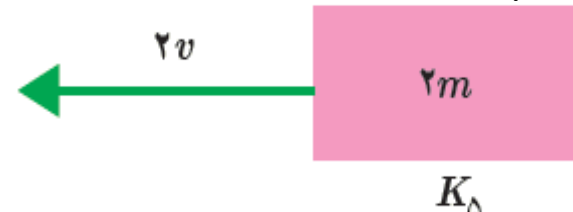
$$k_1 = \frac{1}{2} m v^2 = k$$



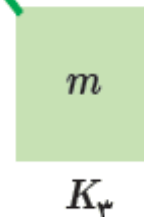
$$k_4 = \frac{1}{2} \times 2m v^2 = 2k$$



$$k_2 = \frac{1}{2} m (2v)^2 = 4k$$



$$k_5 = \frac{1}{2} \times 2m \times (2v)^2 = 8k$$



$$k_3 = \frac{1}{2} m v^2 = k$$

پاسخ

$$k < 2k < 4k < 8k \quad \rightarrow \quad k_3 = k_1 < k_4 < k_2 < k_5$$

پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۱- تقریباً بیشتر شهاب سنگ هایی که وارد جو زمین می شوند به دلیل اصطکاک زیاد با ذرات تشکیل دهنده جو، به دمای بالایی می رسند و می سوزند. شکل روبه رو شهاب سنگی به جرم  $1/4 \times 10^5 \text{ kg}$  را نشان می دهد که با تندی  $4 \text{ km/s}$  وارد جو زمین شده است. انرژی جنبشی این شهاب سنگ را به دست آورید. این انرژی را با انرژی جنبشی یک هواپیمای مسافربری به جرم  $7/2 \times 10^4 \text{ kg}$  که با تندی  $250 \text{ m/s}$  در حرکت است مقایسه کنید.

$$m_1 = 1/4 \times 10^5 \text{ kg}$$

$$V_1 = 4 \text{ km/s} = 4000 \text{ m/s}$$

$$K_1 = ? \rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times 1/4 \times 10^5 \times 4000^2 = 1/12 \times 10^{12} \text{ J}$$

$$m_2 = 7/2 \times 10^4 \text{ kg}$$

$$V_2 = 250 \text{ m/s}$$

$$K_2 = ? \rightarrow K_2 = \frac{1}{2} \times 7/2 \times 10^4 \times 250^2 = 2/25 \times 10^9 \text{ J}$$

پاسخ

$$\text{مقایسه بزرگی} \quad = \frac{K_1}{K_2} = \frac{1/12 \times 10^{12} \text{ J}}{2/25 \times 10^9 \text{ J}} \approx 498$$

انرژی جنبشی

پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۲- حدود ۵۰۰۰۰ سال پیش شهاب سنگی در نزدیکی آریزونا ای آمریکا به زمین برخورد کرده و چاله ای بزرگ از خود به جای گذاشته است با اندازه گیری های جدید برآورد شده است که جرم این شهاب سنگ حدود  $1/4 \times 10^8 \text{ kg}$  بوده و باتندی  $12 \text{ km/s}$  به زمین برخورد کرده است. انرژی جنبشی این شهاب سنگ هنگام برخورد به زمین چقدر بوده است؟ (خوب است بدانید انرژی آزاد شده توسط هر تن TNT برابر  $10^9 \times 4/2$  است.)

پاسخ



$$m = 1/4 \times 10^8 \text{ kg}$$

$$V = 12 \text{ km/s} = 12000 \text{ m/s}$$

$$K = ?$$

$$K = \frac{1}{2} m V^2$$

$$K = \frac{1}{2} \times 1/4 \times 10^8 \times 12000^2$$

$$K \approx 1.01 \times 10^{14} \text{ J}$$

مقایسه بزرگی انرژی شهاب  
سنگ نسبت به هر تن TNT

$$= \frac{1.01 \times 10^{14} \text{ J}}{4/18 \times 10^9 \text{ J}} = \frac{1.01}{4/18} \times 10^5 \approx 2/4 \times 10^6$$

تمرین:

اگر تندی جسمی ۲ برابر و جرم آن نصف شود، انرژی جنبشی آن چند برابر می شود؟

پاسخ:

$$K_2 = 2K_1$$

$$\left\{ \begin{array}{l} V_2 = 2V_1 \\ m_2 = \frac{1}{2} m_1 \\ \frac{K_2}{K_1} = ? \end{array} \right.$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{\cancel{\frac{1}{2}} m_1}{\cancel{m_1}} \times \left( \frac{\cancel{2} V_1}{\cancel{V_1}} \right)^2$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{1}{2} \times (2)^2 = 2$$



تمرین:

انرژی جنبشی جسم A و جسم B یکسان است. اگر جرم جسم A،  $\frac{1}{4}$  جرم جسم B باشد، تندی جسم A چند برابر تندی جسم B است؟

پاسخ:

$$V_A = 2V_B$$

$$\begin{cases} K_A = K_B \\ m_A = \frac{1}{4} m_B \\ \frac{V_A}{V_B} = ? \end{cases}$$

$$\frac{K_A}{K_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \left( \frac{V_A}{V_B} \right)^2$$

$$\frac{\cancel{K_B}}{\cancel{K_B}} = \frac{\frac{1}{4} \cancel{m_B}}{\cancel{m_B}} \times \left( \frac{V_A}{V_B} \right)^2$$

$$1 = \frac{1}{4} \times \left( \frac{V_A}{V_B} \right)^2 \rightarrow \left( \frac{V_A}{V_B} \right)^2 = 4 \xrightarrow{\text{از طرفین جذر}} \frac{V_A}{V_B} = 2$$

تمرین:

جسمی در مسیر مستقیم با تندی  $V$  در حال حرکت است. اگر تندی این جسم  $5 \text{ m/s}$  افزایش یابد، انرژی جنبشی آن در صد ۴۴ افزایش می یابد  $V$  چند  $\text{m/s}$  است؟

پاسخ:

$$V_1 = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2$$

$$V_2 = V_1 + 5$$

$$K_2 = K_1 + . / 44 K_1 = 1 / 44 K_1$$

$$V_1 = ?$$

$$m_2 = m_1$$

$$\frac{1 / 44 K_1}{K_1} = \frac{m_1}{m_1} \times \left( \frac{V_1 + 5}{V_1} \right)^2$$

$$1 / 44 = \left( \frac{V_1 + 5}{V_1} \right)^2 \xrightarrow{\text{از طرفین جذر}} 1 / 2 = \left( \frac{V_1 + 5}{V_1} \right)$$

$$1 / 2 V_1 = V_1 + 5 \rightarrow . / 2 V_1 = 5 \rightarrow V_1 = \frac{5}{. / 2} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تمرین:

اگر تندی اتمی ۲۰ درصد افزایش یابد، انرژی جنبشی آن چند درصد افزایش می یابد؟

پاسخ:

$$V_2 = V_1 + .2V_1$$

$$\frac{K_2 - K_1}{K_1} \times 100\% = ?$$

$$m_2 = m_1$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^2$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_1}{m_1} \times \left( \frac{1.2V_1}{V_1} \right)^2 \rightarrow \frac{K_2}{K_1} = 1.44$$

$$\frac{K_2 - K_1}{K_1} = \frac{1.44K_1 - K_1}{K_1} = \frac{.44K_1}{K_1} = 44\%$$

تمرین:

جرم کامیونی ۳ برابر جرم یک سواری و سرعت سواری ۲ برابر سرعت کامیون است، انرژی جنبشی سواری چند برابر انرژی جنبشی کامیون است؟

پاسخ:

۴  
|  
۳

تمرین:

از جرم جسمی ۲۰ درصد کم می کنیم، برای اینکه انرژی جنبشی جسم ۲۵ درصد افزایش یابد، باید تندی جسم چند درصد تغییر کند؟

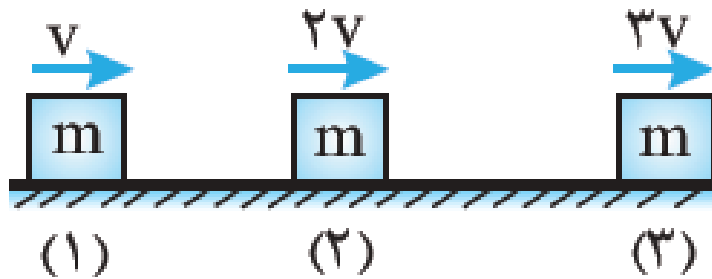
پاسخ:

۲۵%

تمرین:

مطابق شکل زیر جسمی به جرم  $m$  در حال حرکت است و تندی آن در مرحله اول از  $v$  به  $2v$  و در مرحله دوم از  $2v$  به  $3v$  رسیده است. تغییر انرژی جنبشی جسم در مرحله دوم چند برابر مرحله اول است؟

پاسخ:



$$\frac{\Delta K_2}{\Delta K_1} = \frac{5}{3}$$



## موضوع : فرمول کار



برگشت

قبلی

بعدی

خروج

پرسش:

این شخص اتومبیل را چگونه هل دهد تا بیشتر جابجا شود؟

پاسخ

نیروی شخص، افقی (موازی سطح زمین) وارد شود.





پرسش:

# کدام از این دو نفر کاری بیشتری انجام می دهند. چرا؟

پاسخ

۱- نیروی برآیندی که بزرگتر باشد

۲- جابه جایی جسمی که بیشتر باشد. شکل B



شکل A



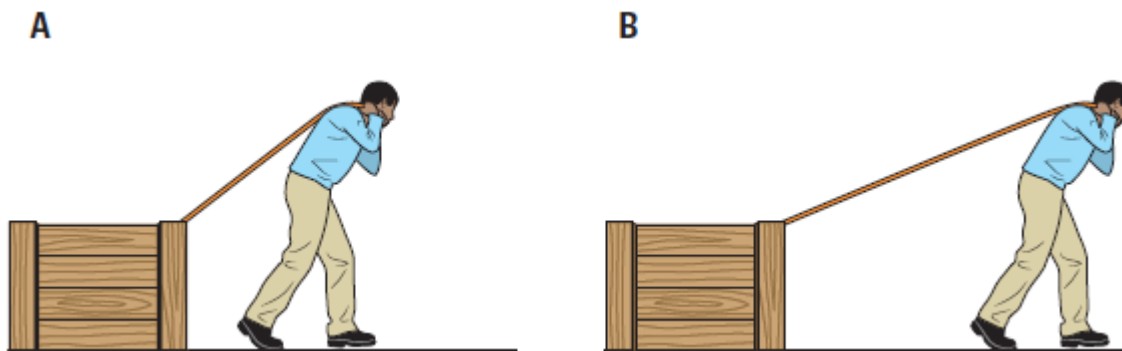
شکل B

پرسش:

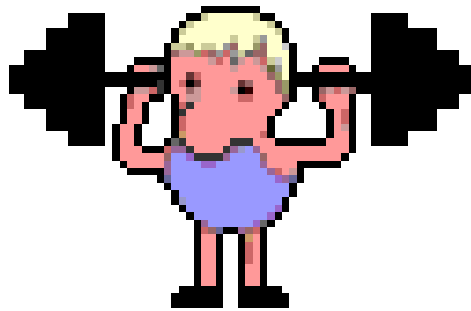
# این مرد صندوق را چگونه بکشد تا بیشتر جابجا شود؟

پاسخ

در شکلی که زاویه نیرو ، با راستای جابجایی به صفر نزدیکتر باشد. (شکل B)

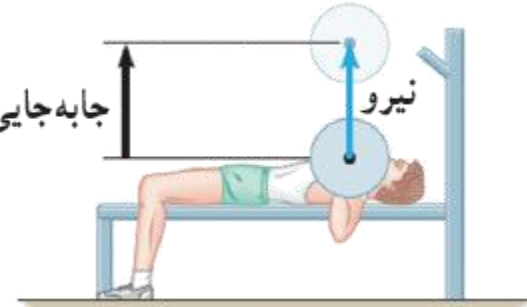


# مفهوم کار



جابجایی نقطه اثر نیرو

جابده جایی



نیرو

جابجایی نقطه اثر نیرو

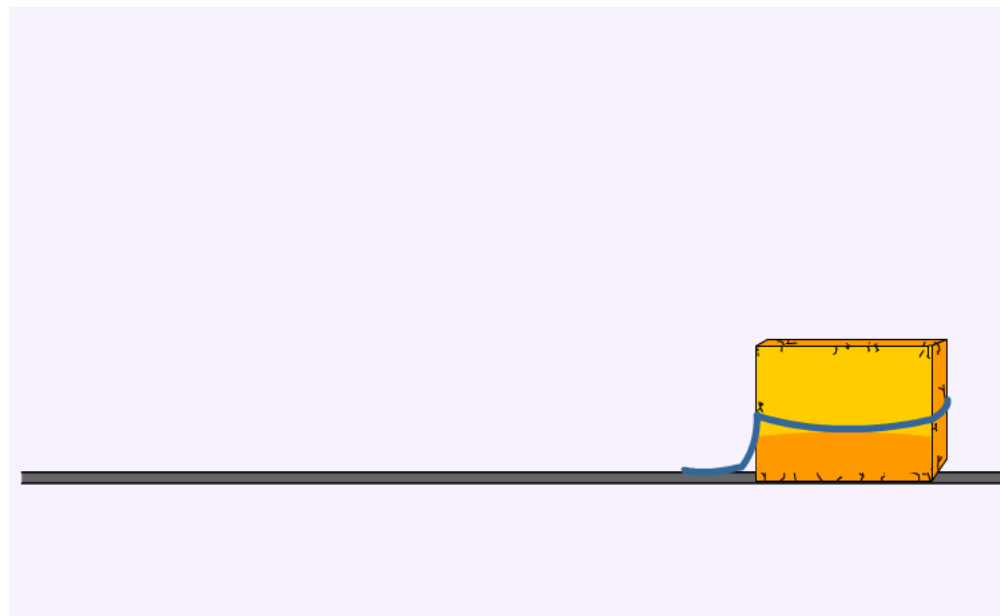


پرسش:

## مفهوم جابجایی نقطه اثر نیرو چیست؟

پاسخ

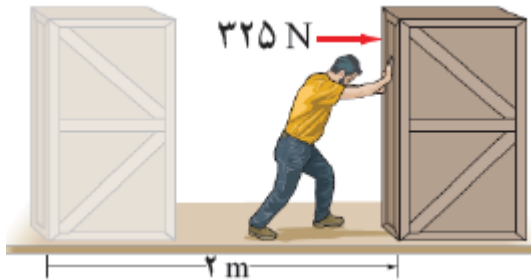
یعنی با جابجایی نقطه اثر نیرو، هم جسم جابه جا شده، هم نیروی متصل به جسم جابه جا می شود



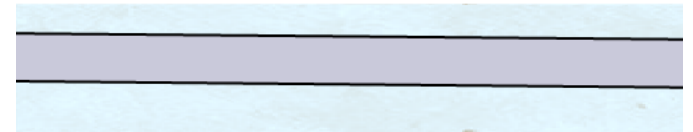
## تعریف کار از دید فیزیک

جابجایی نقطه اثر نیرو که برابرست با :

کار = حاصلضرب نیرو در راستای جابجایی در جابجایی



$$W = F_x \cdot d$$



Work →



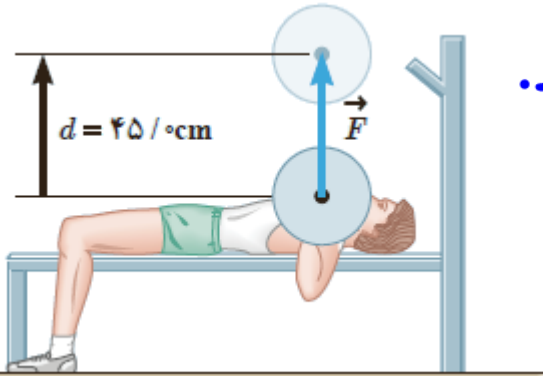
تمرین ۲-۳

ورزشکاری وزنه ای به جرم  $65\text{kg}$  را به طوریکنواخت،  $45\text{cm}$  بالای سر خود می برد کاری که این ورزشکار روی وزنه انجام داده است را محاسبه کنید.

اندازه شتاب گرانش زمین را  $g = 9.8\text{N/kg}$  بگیرید.

پاسخ:

$$W \approx 287\text{J}$$



$$m = 65\text{kg}$$

$$d = 0.45\text{m}$$

$$W = ?$$

$$g = 9.8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

چون وزنه به طوریکنواخت جابه جا می شود  $F = mg$

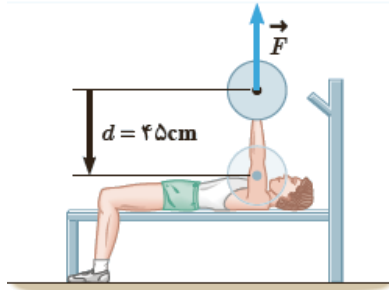
$$F = 65 \times 9.8 = 637\text{N}$$

$$W_F = Fd \cos \theta$$

$$W_F = 637 \times 0.45 \times 1 \approx 287\text{J}$$

## تمرین ۲-۴

تمرین ۲-۳ را دوباره ببینید. کار انجام شده توسط ورزشکار را روی وزنه برای حالتی حساب کنید که ورزشکار با وارد کردن همان نیروی  $F$ ، وزنه را به آرامی پایین می آورد. (شکل زیر) توضیح دهید که در این دو حالت، چه تفاوتی بین مقادیر به دست آمده برای کار انجام شده توسط ورزشکار وجود دارد.



پاسخ:

$$W \approx -287J$$

$$m = 65 \text{ kg}$$

$$d = 0.45 \text{ m}$$

$$W = ?$$

$$g = 9.8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

چون وزنه به آرامی پائین می آورد  $F = mg$

$$F = 65 \times 9.8 = 637 \text{ N}$$

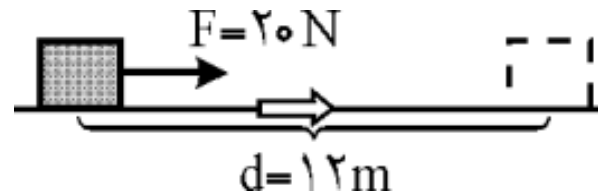
$$W_F = Fd \cos 180^\circ$$

$$W_F = 637 \times 0.45 \times (-1) \approx -287J$$

کار ورزشکار هنگام بالا بردن وزنه، مثبت است یعنی ورزشکار به وزنه انرژی می دهد، ولی زمانی که ورزشکار وزنه را پایین می آورد، این کار منفی است، یعنی انرژی وزنه توسط ورزشکار گرفته شده است.

تمرین:

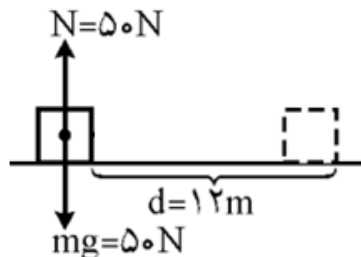
جسم نشان داده شده در شکل زیر، روی سطح افقی در جهت نیروی  $F$  حرکت می کند اگر جابه جایی جسم  $۱۲$  متر باشد، کار هر یک از نیروهای وارد بر جسم را محاسبه کنید



پاسخ:

$$\left\{ \begin{array}{l} F_x = 20 \cdot N \\ d = 12 \text{ m} \\ W = ? \end{array} \right. \rightarrow W_F = F_x \cdot d \rightarrow W = 20 \times 12 = \boxed{240 \text{ J}}$$

چون جسم در راستای افقی جابه جا می شود، نیروی وزن  $mg$  و عمودی تکیه گاه  $F_N$  باعث انجام جابه جایی جسم نشده پس کار این دو نیرو صفر است.

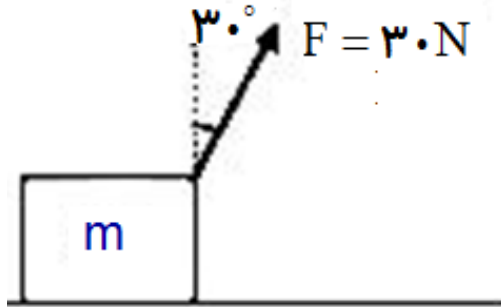




تمرین:

مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $m = 4 \text{ kg}$  تحت تاثیر نیروی  $F = 30 \text{ N}$  قرار دارد کار انجام شده روی جسم توسط این نیرو در جابه جایی افقی به اندازه  $m$  چقدر است؟

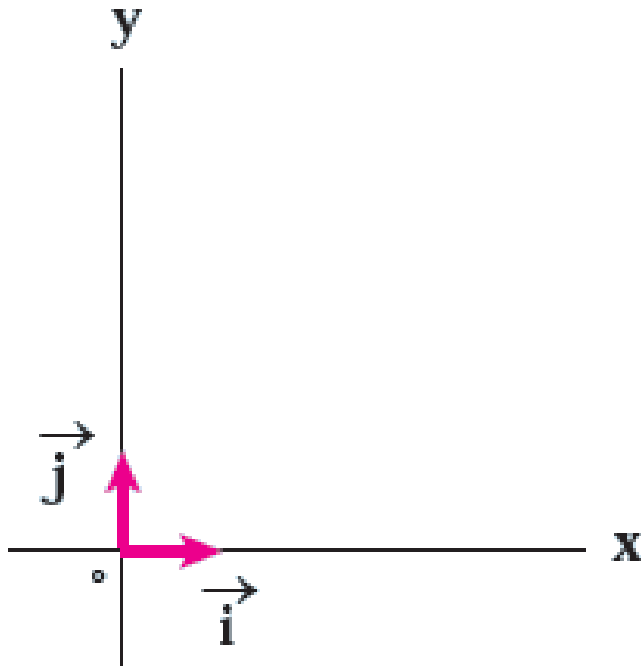
پاسخ:



## برداریکه :

$\vec{i}$  برداری است به طول واحد و در جهت محور X ها

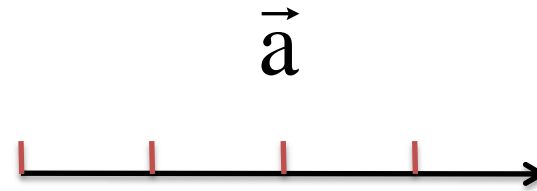
$\vec{j}$  برداری است به طول واحد و در جهت محور Y ها



$$|\vec{i}| = |\vec{j}| = 1 \text{ واحد}$$

نمایش بردار:  $\vec{a}$ 

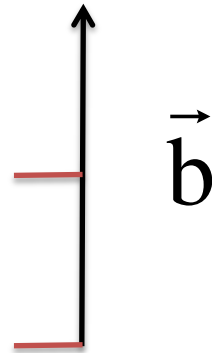
$$\vec{a} \left\{ \begin{array}{l} |\vec{a}| = a = 4 \\ \text{به طرف راست} \end{array} \right.$$



$$\vec{a} = 4\vec{i}$$

# نمایش بردار: $\vec{b}$

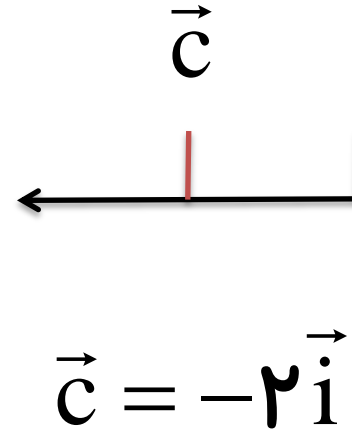
$$\vec{b} \left\{ \begin{array}{l} |\vec{b}| = b = 2 \\ \text{به طرف بالا} \end{array} \right.$$



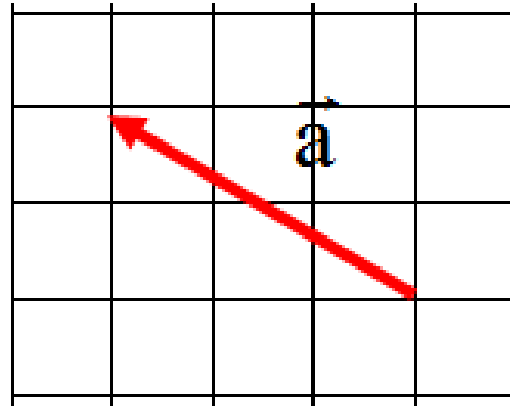
$$\vec{b} = 2\vec{j}$$

نمایش بردار:  $\vec{c}$ 

$$c \left\{ \begin{array}{l} |\vec{c}| = c = 2 \\ \text{به طرف چپ} \end{array} \right.$$

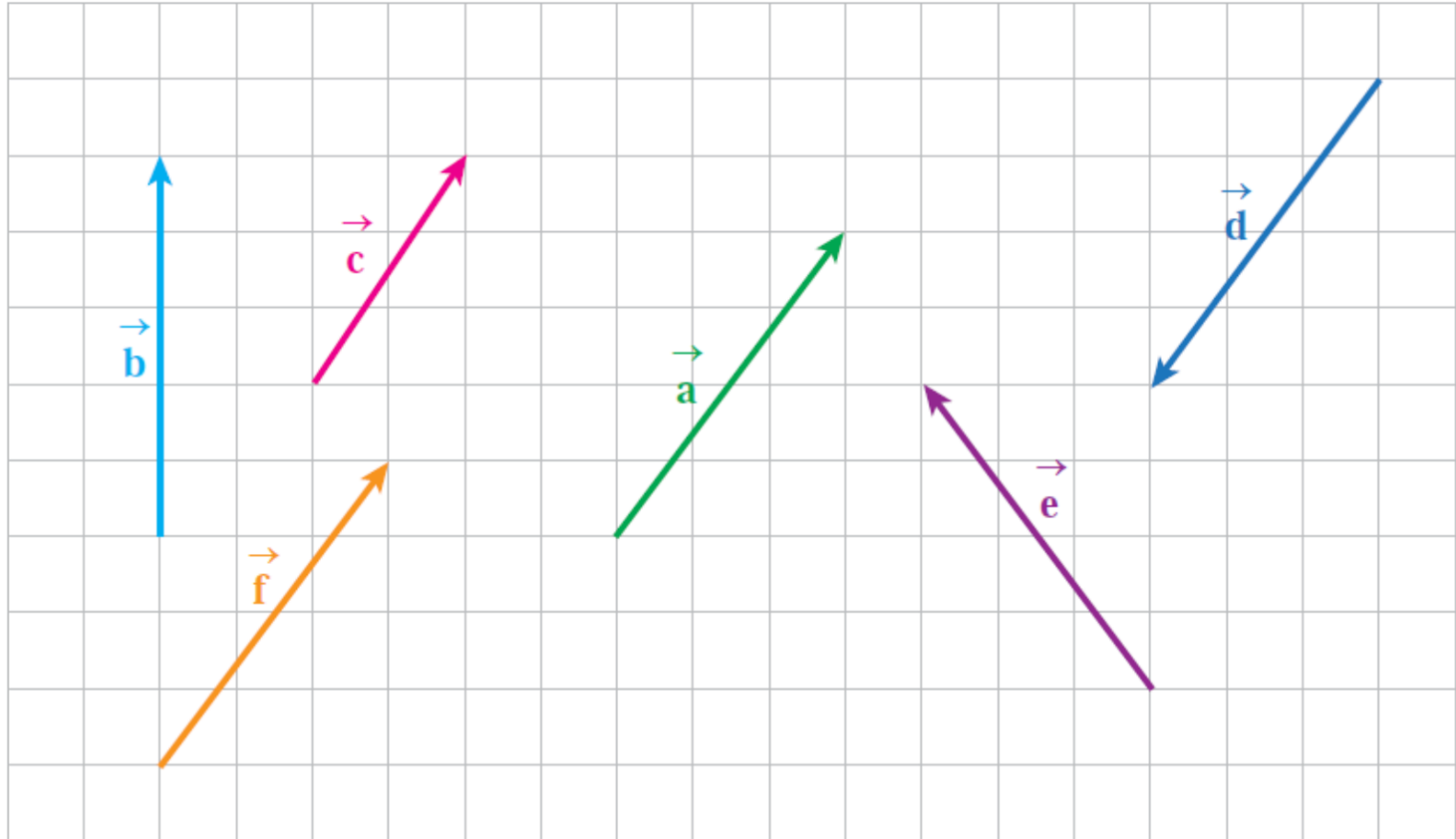


$$\vec{c} = -2\vec{i}$$

نمایش بردار:  $\vec{a}$ 

$$\vec{a} = -3\vec{i} + 2\vec{j}$$

# بردارها را به صورت برداریکه بنویسید

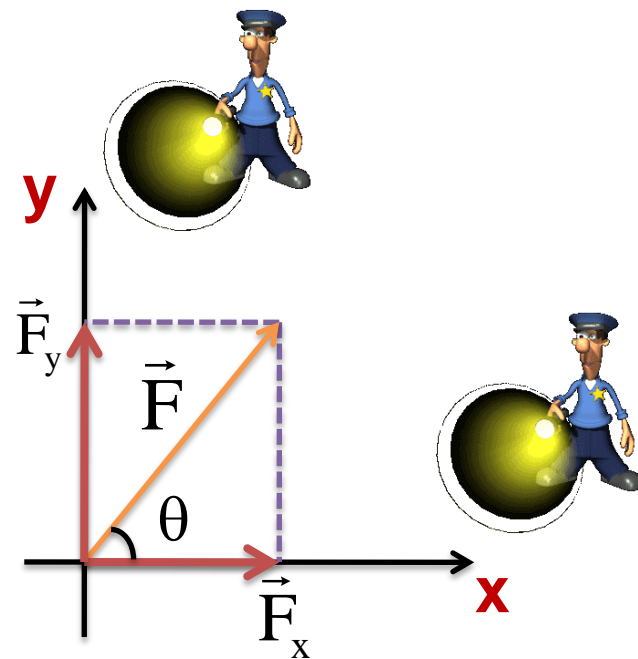


## تجزیہ ی بردار :

یک بردار را به دو مؤلفه ی افقی  $F_x$  و عمودی  $F_y$  تجزیہ می کنیم و به جای آن، این دو مؤلفه را درمسأله به کار می بریم

$$\begin{cases} \cos \theta = \frac{F_x}{F} \rightarrow F_x = F \cos \theta \\ \sin \theta = \frac{F_y}{F} \rightarrow F_y = F \sin \theta \end{cases}$$

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$$





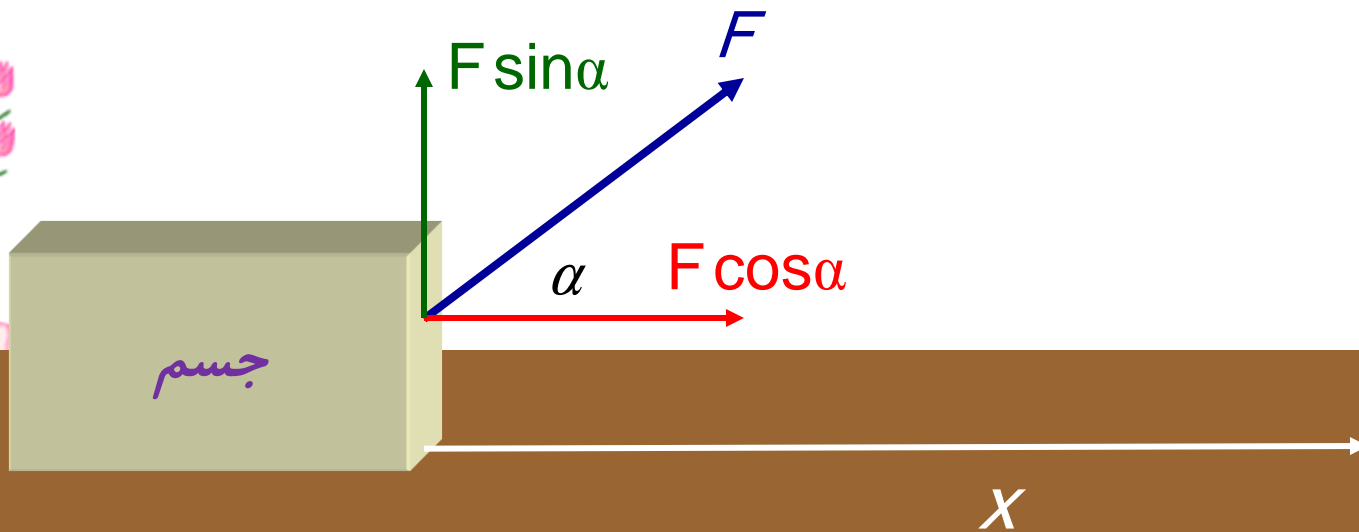
پرسش:

به نظر شما کدام مولفه ی نیروی  $F$  کار انجام می دهد؟

پاسخ

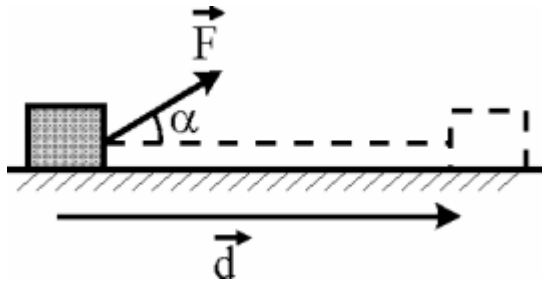
مولفه ای از نیرو که بر جابه جایی عمود است کاری روی جسم انجام نمی دهد کار انجام شده روی جسم تنها ناشی از مولفه ای از نیروست که در راستای جابه جایی  $(F \cos \alpha)$  قرار دارد.

$$W = F d \cos \alpha$$



# فرمول کار نیروی $F$ :

نیرو



$$W_F = F \cdot d \cdot \cos \alpha$$

کار نیروی  $F$

جابه جایی جسم

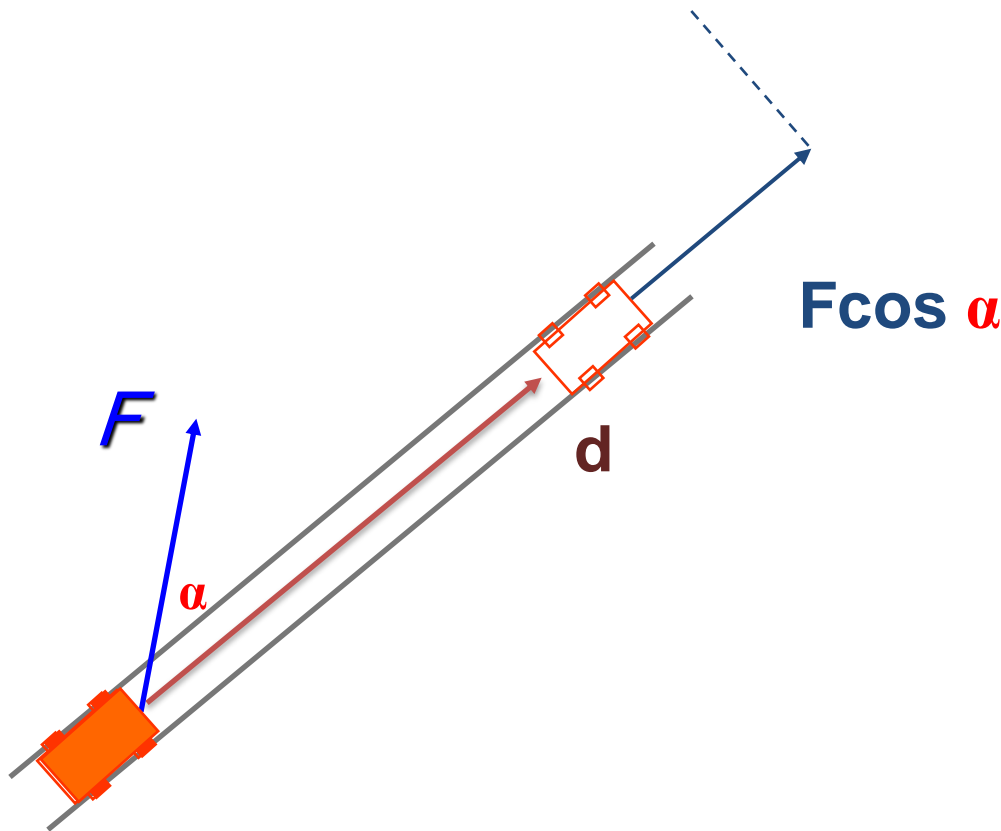
زاویه بین نیرو و جابه جایی

پرسش:

قطار روی ریل با نیروی کشیده  $F$  می شود چه مولفه ای از نیرو کار انجام می دهد؟

پاسخ

فقط مولفه ای از  $F$  که در راستای جابه جایی است، روی جسم کار انجام می دهد.



پرسش:

## کار چه کمیتی است چرا؟

پاسخ

چون کار جهت و راستا ندارد بنابراین کمیتی نردهای است.

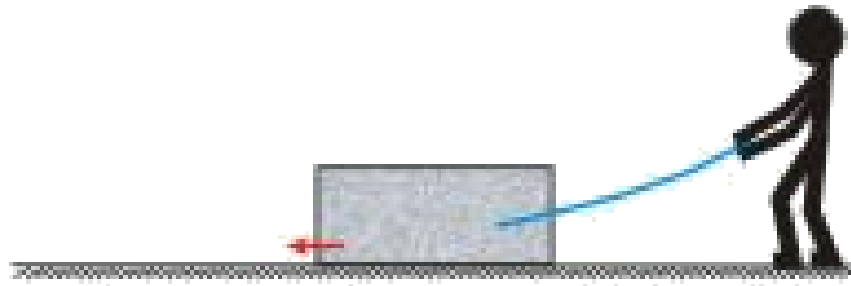


نکته:

## برای استفاده از رابطه ی کار باید به این دو نکته توجه کرد

(۱) نیروی ثابت  $F$  در طول جابه جایی جسم بر آن اثر کند.

(۲) باید جسم را مانند یک ذره مدل سازی کرد.

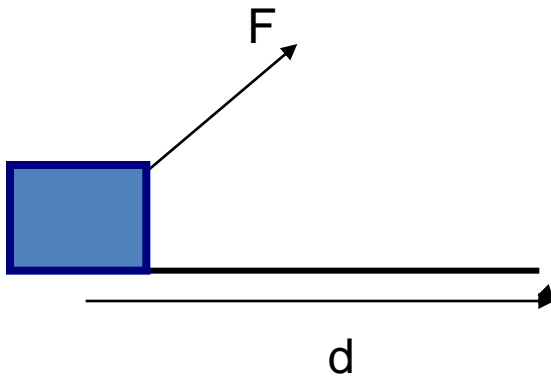


تمرین:

نیروی  $100\text{ N}$  که با سطح افق زاویه  $60^\circ$  درجه می سازد، جسمی را به اندازه  $20\text{ m}$  در سطح افقی جابجا می کند. کار انجام شده چقدر است؟  $\cos 60^\circ = .5$

پاسخ:

$$W = 100\text{ J}$$



$$F = 100\text{ N}$$

$$d = 20\text{ m}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$\cos 60^\circ = .5$$

$$W_F = F \cdot d \cos \alpha$$

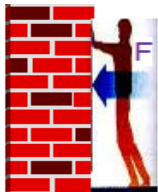
$$W_F = 100 \times 20 \times \cos 60^\circ$$

$$W_F = 100 \times 20 \times .5 = 1000\text{ J}$$

پرسش:

در فیزیک کار وارد بر یک جسم چه هنگامی صفر می باشد؟  $W_F = Fd \cos \alpha$

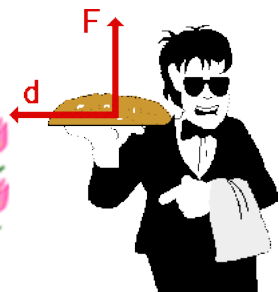
پاسخ



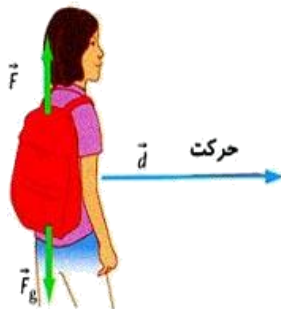
۱- نیرو وارد شود ولی جسم جابه جا نشود، مانند: هل دادن دیوار  $d = 0$



۲- بر یک جسم نیرو وارد نشود  $F = 0$



۳- راستای نیرو و جابه جایی بر هم عمود باشند  $\cos 90 = 0$



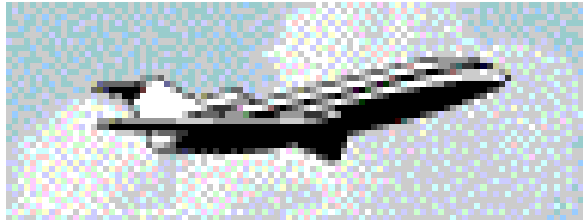
پرسش:

کار چه نیروهایی، منفی است؟

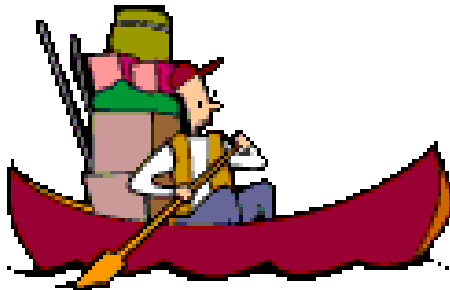
پاسخ



کار نیروی اصطکاک



کار نیروی مقاومت هوا



کار نیروی مقاومت شاره



پرسش:

هر گاه به جسمی بیش از یک نیرو اثر نماید؛ کل کار چگونه بدست می آید؟

پاسخ

برابر جمع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر جسم است:

$$W_t = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$$

همچنین برابر با کار نیروی برآیند وارد بر جسم است

$$W_t = F_t d \cos \alpha$$

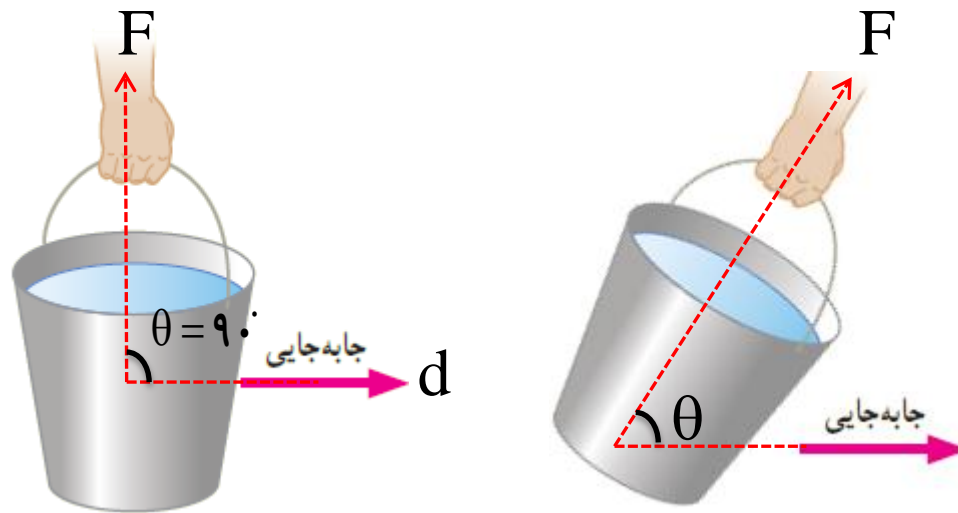
کار برآیند نیروها



پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۷- اگر مطابق شکل روبه رو سطلی را در دست نگه دارید، آیا نیروی دست شما هنگامی که باتندی ثابت در مسیر افقی قدم می زنید روی سطل کاری انجام می دهد؟ اگر تندی حرکت شما در طول مسیر کم و زیاد شود چطور؟ پاسخ خود را در هر مورد توضیح دهید.

پاسخ



خیر، زیرا زاویه نیروی دست ما با جابه جایی عمود می باشد

در حالتی که سطل آب تغییر تندی پیدا می کند زاویه بین نیروی دست و راستای جابه جایی دیگر ۹۰ درجه نخواهد بود در این صورت دست ما روی سطل کار انجام می دهد.

نکته:

فرض کنید که نیروی  $\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j}$  در جابه جایی  $\vec{d} = d_x \vec{i} + d_y \vec{j}$  بر جسمی اثر کند، در این صورت  $F_x$  با  $d_x$  و همچنین  $F_y$  با  $d_y$  هم راستا خواهند شد، پس می توانیم بگوییم کاری که  $F$  در این جابه جایی انجام داده است، برابر است با:

$$W_F = W_{F_x} + W_{F_y} = F_x d_x + F_y d_y$$

تمرین:

کار نیروی  $\vec{F} = 2\vec{i} - 2\sqrt{2}\vec{j}$  در جابه جایی  $\vec{d} = 5\sqrt{2}\vec{i} - 5\vec{j}$ ، چند ژول است؟

پاسخ:

$$W_F = F_x d_x + F_y d_y$$

$$W_F = 5\sqrt{2} \times 2 + 5 \times 2\sqrt{2}$$

$$W_F = 10\sqrt{2} + 10\sqrt{2}$$

$$W_F = 20\sqrt{2} \text{ J}$$

تمرین:

نیروی  $\vec{F} = 8\vec{i} - 6\vec{j}$  جسمی را ۲ متر در جهت محور X هاجابه جا کرده است. کار نیروی F، چند ژول است؟

پاسخ:

$$W = 16J$$

$$\vec{F} = 8\vec{i} - 6\vec{j}$$

$$W_F = F_x d_x + F_y d_y$$

$$\vec{d} = 2\vec{i}$$

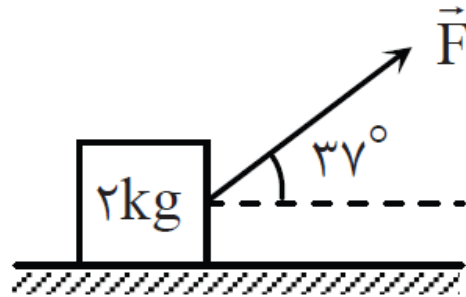
$$W_F = 8 \times 2 - 6 \times 0$$

$$W_F = ?$$

$$W_F = 16J$$

آزمون پیشرفت تحصیلی دهم ریاضی سال ۹۵

باتوجه به شکل، اگر اندازه نیروی اصطکاک ۱/. نیروی اعمال شده  $F$  و کار کل در جابجایی ۰ متر معادل ۱۴۰ ژول باشد، اندازه نیروی  $F$  چند نیوتن است؟



$$\sin 37^\circ = .6, \cos 37^\circ = .8$$

۱۹/۴ (۴)

۱۵/۵ (۳)

۲۸ (۲)

۲۰ (۱)

پاسخ:

گزینه ۱

# موضوع: معرفی چند نیرو و کار آنها

حل چند مسأله

برگشت

قبلی

بعدی

خروج

## انواع نیروها

۱- نیروی محرک:  $F$

۲- نیروی وزن:  $W$

۳- نیروی عمودی تکیه گاه:  $F_N$

اصطکاک ایستایی  $f_s$

اصطکاک جنبشی  $f_k$

۴- نیروی اصطکاک:



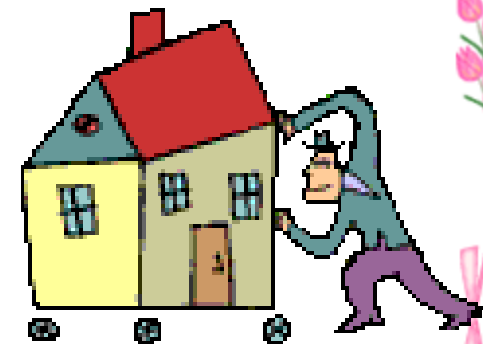
## ۱- نیروی محرک:

نیروهایی که باعث حرکت یک جسم می شوند. **نیروی محرک** نام دارد

نکته:

تمام نیروهایی که در جهت حرکت محرک محسوب می شوند.

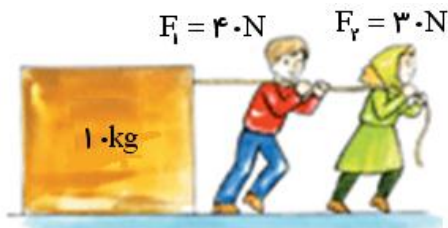
و تمام نیروهایی که **در خلاف جهت حرکت مقاوم** محسوب می شوند.



تمرین:

در شکل های زیر صندوق ۱۰ Kg تحت تاثیر چند نیرو قرار می گیرد، شتاب حرکت این صندوق چقدر است؟

$$\Sigma F = F_1 + F_2$$

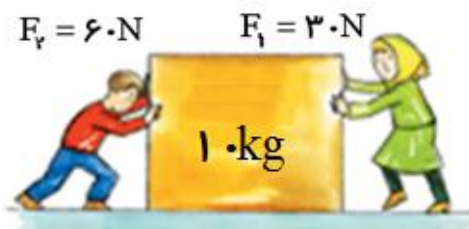


$$\Sigma F = 40 + 30 = 70 \text{ N} \Rightarrow a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{70}{10} = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

پاسخ

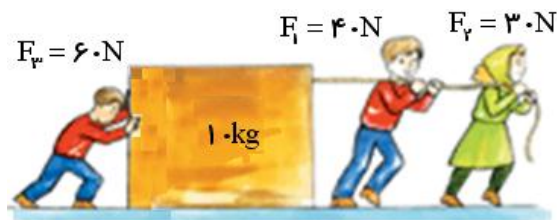
$$a = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



$$\Sigma F = 60 - 30 = 30 \text{ N} \Rightarrow a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{30}{10} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$a = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$



$$\Sigma F = 60 + 40 - 30 = 70 \text{ N} \Rightarrow a = \frac{\Sigma F}{m} = \frac{70}{10} = 7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

۲- نیروی وزن:  $W$ 

نیروی گرانشی که زمین به جسم وارد می‌کند **نیروی وزن** جسم نام دارد



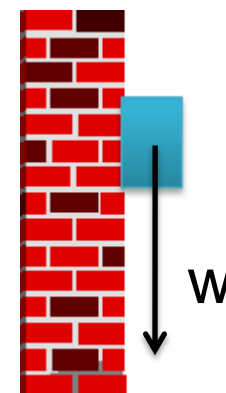
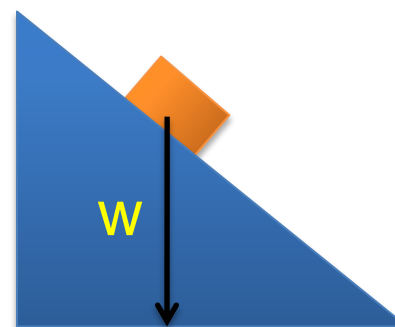
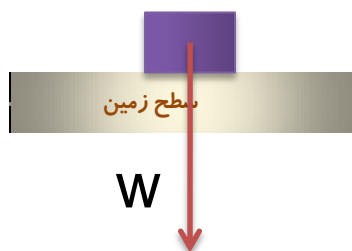
نکته:

جهت نیروی وزن همیشه به سمت مرکز زمین است



پرسش:

## جهت نیروی وزن رادرشکلهای زیر مشخص کنید؟



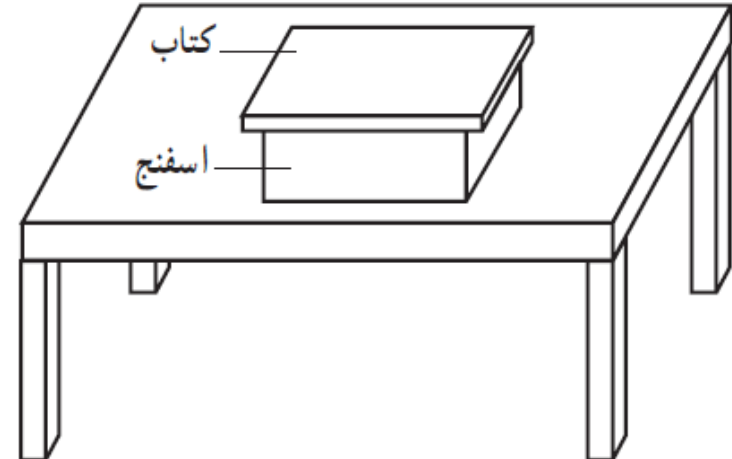
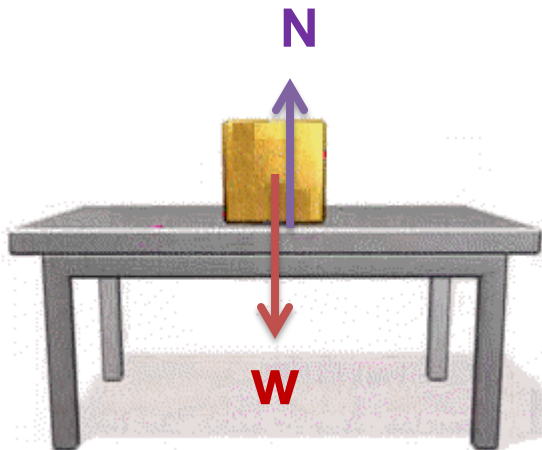
پاسخ

نکته:

جهت نیروی وزن بستگی به طرز قرار گرفتن جسم روی سطح جسم دیگر ندارد.

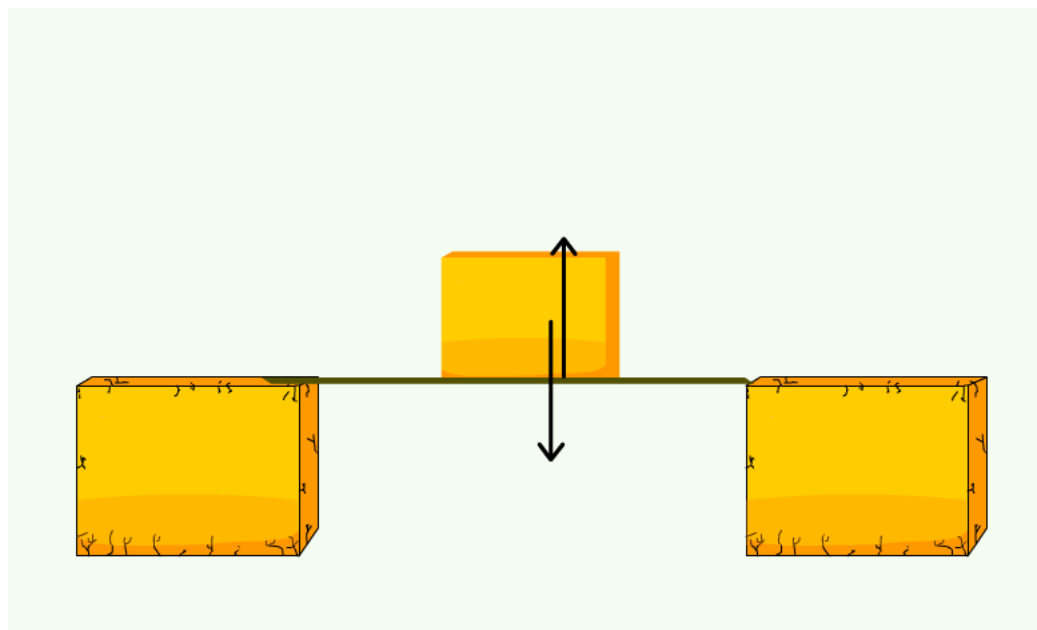
## ۴- نیروی عمودی تکیه گاه: N

نیروی قائمی که از طرف تکیه گاه بر جسم اثر می کند.



نکته:

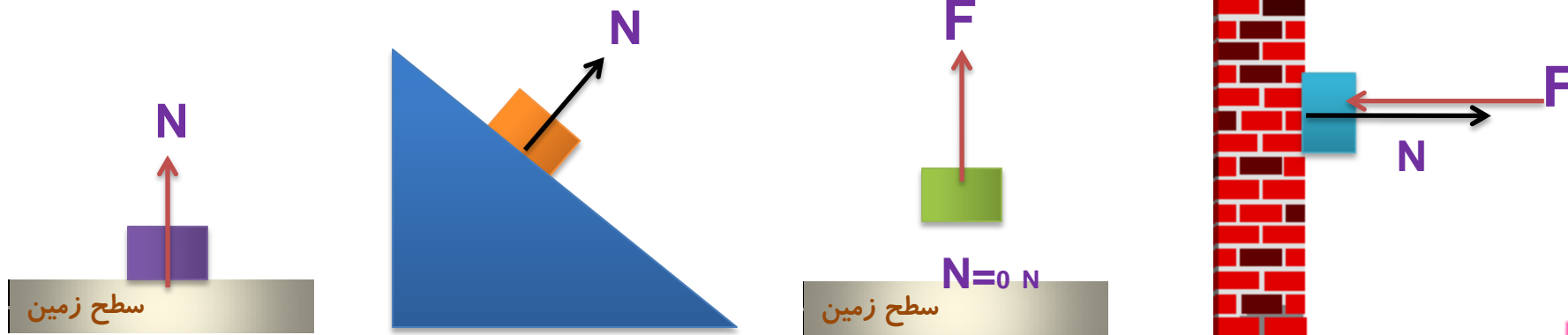
این نیرو ناشی از تغییر شکل سطح تماس دو جسم است.



پرسش:

جهت نیروی عمودی تکیه گاه رادرشکلهای مشخص کنید؟

پاسخ



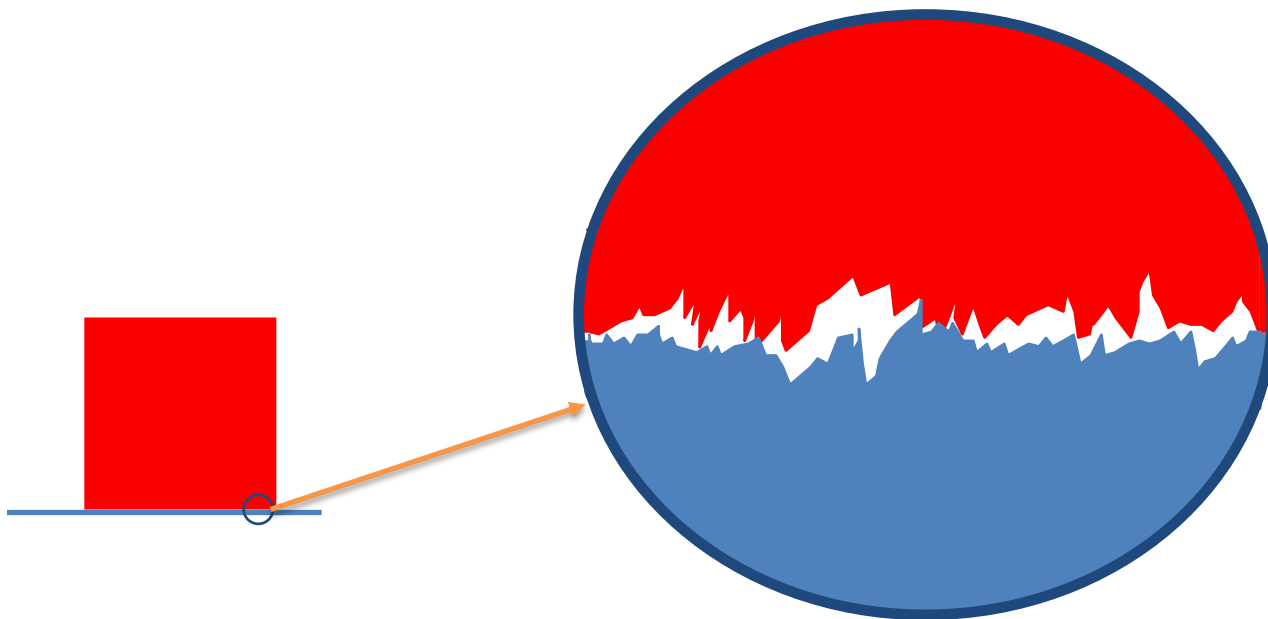
نکته:

جهت نیروی عمودی تکیه گاه بستگی به طرز قرار گرفتن جسم روی سطح جسم دیگر دارد.



## ۴- نیروی اصطکاک:

نیروی در سطح تماس دو جسم، که با حرکت جسم نسبت به جسم دیگر مخالفت می‌کند که به آن نیروی اصطکاک می‌گوییم

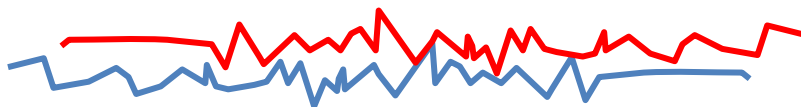


موازی با سطح

نیروی اصطکاک در خلاف جهت حرکت نسبی اثر می‌کند که: عمود بر نیروی قائم  $N$  است

## انواع نیروی اصطکاک:

الف- نیروی اصطکاک ایستایی: به اصطکاک جسم در حال **سکون** می گویند.



ب- نیروی اصطکاک جنبشی: به اصطکاک جسم در حال **حرکت** می گویند.



## کار نیروهای مختلف

۱- کار نیروی محرک (نیروی موتوری)

درجابه جایی افقی :

به سمت بالا :

به سمت پایین :

درجابه جایی قائم :

۲- کار نیروی وزن

درجابه جایی افقی :

به سمت بالا :

به سمت پایین :

درجابه جایی قائم (آسانسور):

۳- کار نیروی عمودی تکیه گاه

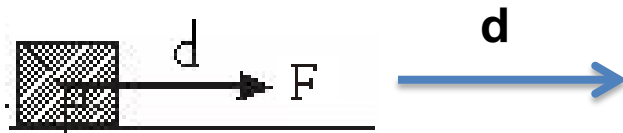
ایستایی

جنبشی

۴- کار نیروی اصطکاک

# ۱- کار نیروی محرک (نیروی موتور) $W_F$

اگر نیروی پیش دان با راستای جابه جایی موازی باشد کار نیروی جلوران ماکزیمم است.



$$W_F = F \times d \times \cos \cdot$$

$$W_F = F \times d \times 1$$

$$W_F = Fd$$

## ۲) کار نیروی وزن $W_{mg}$

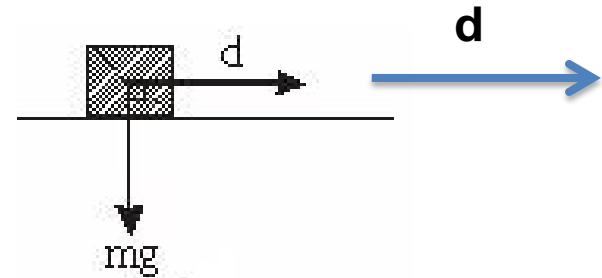
الف- در جابه جایی افقی:

چون نیروی وزن بر راستای جابه جایی عمود می باشد کار نیروی وزن صفر است.

$$W_{mg} = mg \cdot d \cdot \cos \alpha$$

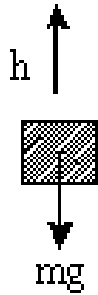
$$W_{mg} = mg \cdot d \cdot \cos 90^\circ$$

$$W_{mg} = 0 \cdot J$$



## ب- در جابه جایی قائم بسمت بالا :

چون راستای نیروی وزن با جابه جایی **درخلاف جهت** هم هستند پس  $\alpha = 180^\circ$  می باشد و کار نیروی وزن در این جابه جایی از رابطه زیر محاسبه می شود:



$$W_{mg} = mg \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$W_{mg} = mg \cdot h \cdot \cos 180^\circ$$

$$W_{mg} = -mg \cdot h$$



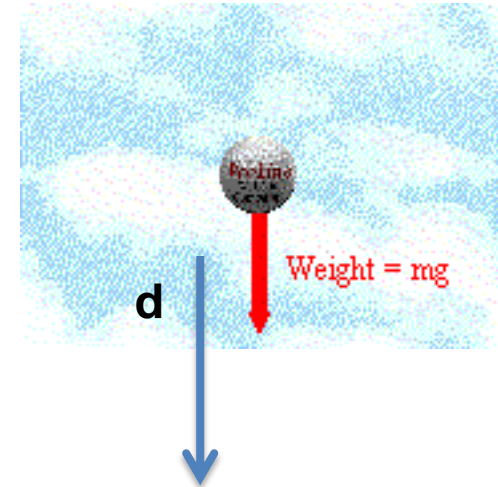
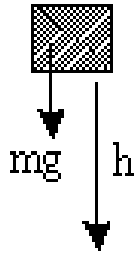
## ج- در جابه جایی قائم به سمت پایین:

در این حالت نیروی وزن با جابه جایی هم جهت است. در نتیجه  $\alpha = 0$  می باشد و کار نیروی وزن نیز از رابطه زیر محاسبه می شود:

$$W_{mg} = mg \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$W_{mg} = mg \cdot h \cdot \cos 0$$

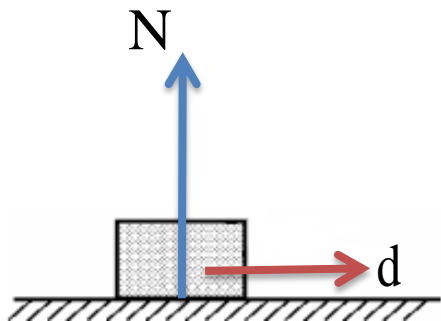
$$W_{mg} = mg \cdot h$$



### ۳) کار نیروی عمودی تکیه گاه: $W_N$

#### الف) در جابه جایی افقی:

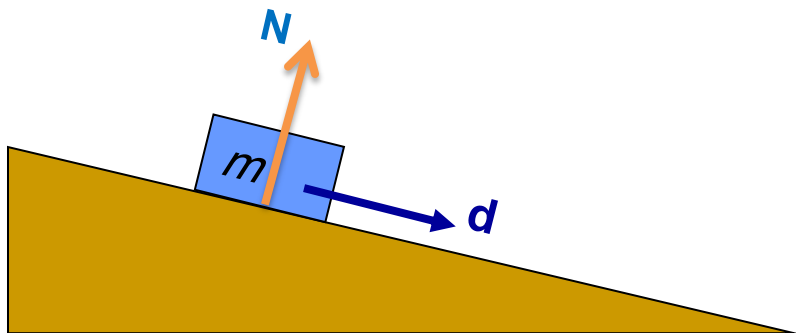
چون نیروی عمودی تکیه گاه  $N$  همیشه عمود بر سطح است بنابراین زاویه آن با جابه جایی روی هر سطحی برابر  $90^\circ$  است، در نتیجه کار نیروی عمودی تکیه گاه  $W_N$  برابر صفر می باشد



$$W_N = F_N \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$W_N = F_N \cdot d \cdot \cos 90^\circ$$

$$W_N = 0$$

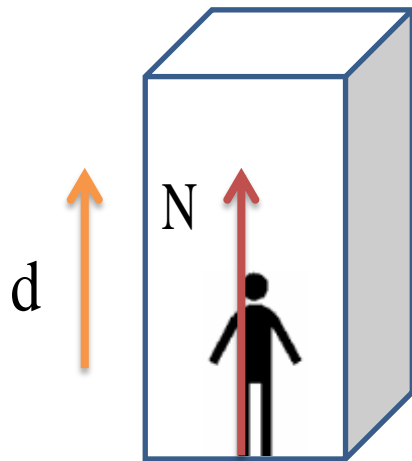




## (ب) در جابه جایی قائم به سمت بالا:

چون زاویه‌ی نیروی عمودی تکیه‌گاه با جابه جایی  $\theta$  است، در نتیجه کار نیروی عمودی تکیه‌گاه  $W_N$  مثبت می‌باشد

مانند: حرکت آسانسور یا حرکت بالون



$$W_N = F_N \cdot d \cdot \cos \alpha$$

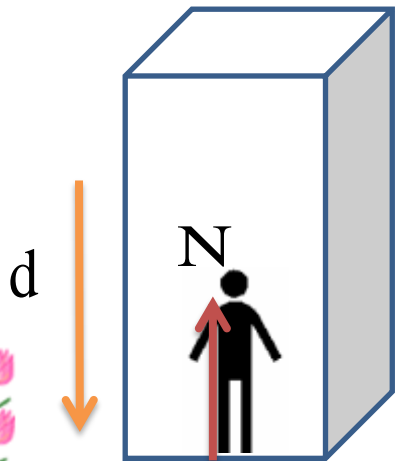
$$W_N = F_N \cdot d \cdot \cos \theta$$

$$W_N = F_N \cdot d$$



## ج) در جابه جایی قائم به سمت پایین:

چون زاویه نیروی عمودی تکیه گاه با جابه جایی  $180^\circ$  است، در نتیجه کار نیروی عمودی تکیه گاه  $W_N$  منفی می باشد



$$W_N = F_N \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$W_N = F_N \cdot d \cdot \cos 180^\circ$$

$$W_N = -F_N \cdot d$$

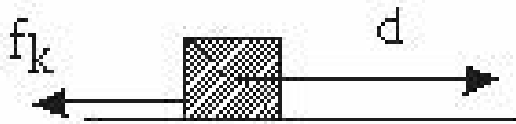
## (۴) کار نیروی اصطکاک جنبشی: $W_{f_k}$

چون نیروی اصطکاک جنبشی همیشه در خلاف جهت حرکت است پس زاویه  $\alpha$  برای هر سطحی برابر  $180^\circ$  می باشد در نتیجه کار آن همیشه منفی است.

$$W_{f_k} = f_k \cdot d \cdot \cos \alpha$$

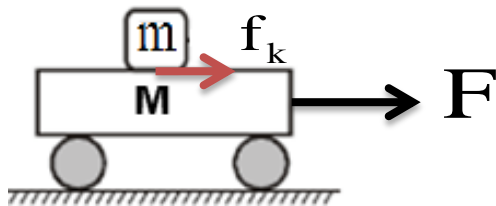
$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ$$

$$W_{f_k} = -f_k d$$



نکته:

هنگامی که یک جسم روی جسم دیگر قرار گیرد نیروی اصطکاک جنبشی روی جسم بالایی می تواند کار مثبت انجام دهد



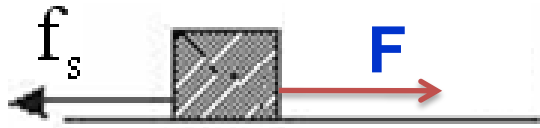
## (۵) کار نیروی اصطکاک ایستایی: $W_{f_s}$

در این حالت جسم ساکن می باشد بنابراین کار نیروی اصطکاک ایستایی صفر است.

$$W_{f_s} = f_s \cdot d \cdot \cos \alpha$$

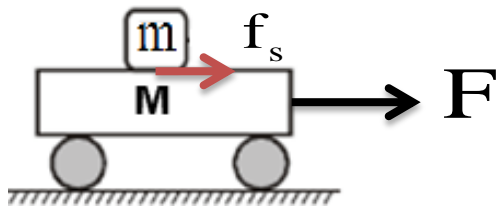
$$W_{f_s} = f_s \cdot d \cdot \cos 180^\circ$$

$$W_{f_s} = -J$$



نکته:

هنگامی که یک جسم روی جسم دیگر قرار گیرد نیروی اصطکاک ایستایی روی جسم بالایی می تواند کار مثبت انجام دهد



## انواع کار نیروها

۱- کار نیروی محرک (نیروی موتوری)  $W_F = Fd$

درجابه جایی افقی:  $W_{mg} = \bullet J$

به سمت بالا:  $W_{mg} = -mg.h$

به سمت پایین:  $W_{mg} = mg.h$

۲- کار نیروی وزن

درجابه جایی افقی:  $W_N = \bullet$

به سمت بالا:  $W_N = F_N.d$

به سمت پایین:  $W_N = -F_N.d$

۳- کار نیروی عمودی تکیه گاه

ایستایی  $W_{f_s} = \bullet J$

جنبشی  $W_{f_k} = -f_k d$

۴- کار نیروی اصطکاک

تمرین:

جسمی به جرم  $1.0 \text{ kg}$  توسط نیروی  $F$  از روی سطح زمین به اندازه  $5 \text{ m}$  بالا برده می شود، کار نیروی وزن در این جابه جایی چند ژول است؟

پاسخ:

$$W_{mg} = -50.0 \text{ J}$$

تمرین:

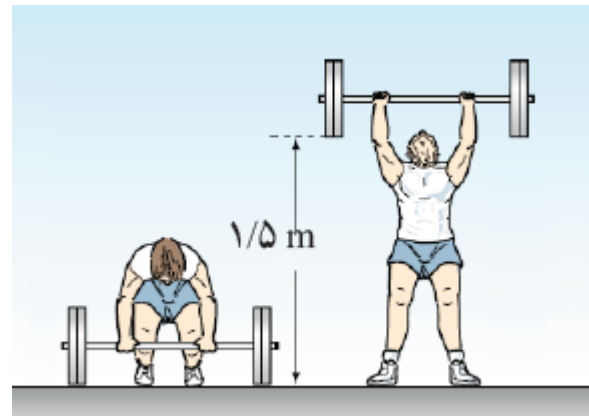
جسمی به جرم  $5\text{kg}$  به اندازه  $2\text{ m}$  روی سطح افقی جابه جا می شود. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت  $10\text{ N}$  نیوتن باشد، کار نیروی اصطکاک را بدست آورید؟

پاسخ:

$$W_{f_k} = -20\text{ J}$$

تمرین:

ورزشکاری وزنه ای به جرم  $40 \text{ kg}$  را به طور یکنواخت  $1/5 \text{ m}$  بالای سر خود می برد. کاری که این ورزشکار روی وزنه انجام می دهد چند ژول است؟



پاسخ:

$$W_F = 196 \text{ J}$$



تمرین:

شخصی چمدانی به جرم  $5\text{kg}$  را یک متر در امتداد افق و سپس یک متر در امتداد قائم حمل می کند. کاری که این شخص در غلبه بر وزن چمدان انجام می دهد چند ژول است

پاسخ:

$$W_F = 50\text{J}$$

## تمرین ۲-۵

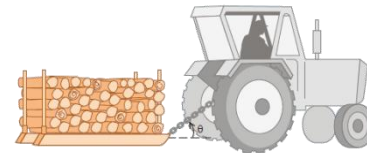
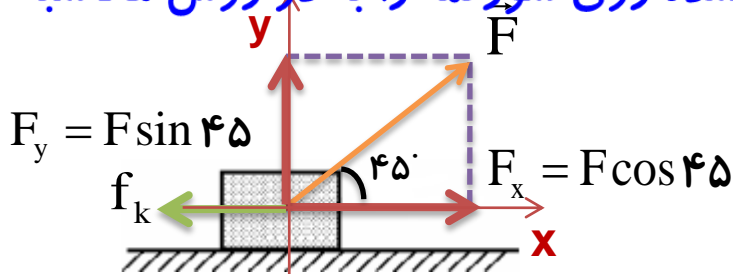
کشاورزی توسط تراکتور، سورتمه ای پر از هیزم را در راستای یک زمین هموار به اندازه  $200\text{ m}$  جابه جا می کند، وزن کل سورتمه و بار آن  $mg = 15000\text{ N}$  است. تراکتور نیروی ثابت  $F_1 = 5500\text{ N}$  را در زاویه  $\theta = 45^\circ$  بالای افق به سورتمه وارد می کند. نیروی اصطکاک جنبشی  $f_k = 3500\text{ N}$  است که برخلاف جهت حرکت به سورتمه وارد می شود. کار کل انجام شده روی سورتمه را به دو روش محاسبه کنید.

$$d = 200\text{ m}$$

$$mg = 15000\text{ N}$$

$$F_1 = 5500\text{ N}$$

$$\theta = 45^\circ$$



پاسخ:

چون نیروی عمودی تکیه گاه و نیروی وزن بر جابه جایی عمود هستند **کار آنها صفر است**

$$W_F = ? \rightarrow W_F = F \times d \times \cos 45 \rightarrow W_F = 5500 \times 200 \times \frac{\sqrt{2}}{2} \approx 7/8 \times 10^5\text{ J}$$

$$f_k = 3500\text{ N} \rightarrow W_{f_k} = f_k \cdot d \cdot \cos 180^\circ \rightarrow W_{f_k} = 3500 \times 200 \times (-1) = -7 \times 10^5\text{ J}$$

$$W_T = ? \rightarrow W_T = W_F + W_{f_k} + W_{mg} + W_N \rightarrow W_T = 7/8 \times 10^5 + (-7 \times 10^5) \approx 0\text{ J}$$

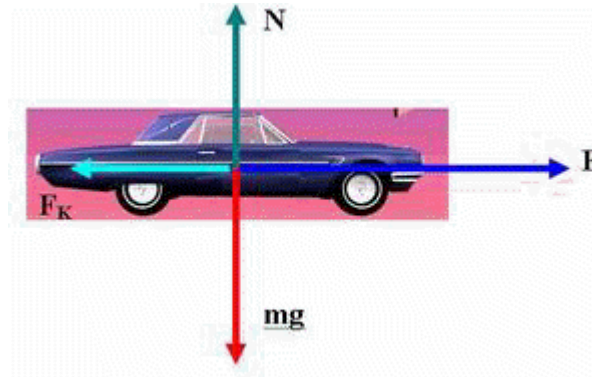
$$W_T = ? \rightarrow F_T = F \cos 45 - f_k \rightarrow F_T = 5500 \times \frac{\sqrt{2}}{2} - 3500 \approx 389\text{ N}$$

$$W_T = F_T d \cos \cdot \rightarrow W_T = 389 \times 200 \approx 8 \times 10^4\text{ J}$$

تمرین:

نیروی موتوری به اتومبیل یک تنی  $20000\text{ N}$  و نیروی اصطکاک جنبشی  $4000\text{ N}$  است. کار نیروی وزن، کار نیروی اصطکاک جنبشی، کار نیروی عمود تکیه گاه و کار نیروی موتور در جابجایی  $500\text{ m}$  را حساب کنید.

پاسخ:



$$W_F = 10^6 \text{ J}$$

$$W_{mg} = 0 \text{ J}$$

$$W_N = 0 \text{ J}$$

$$W_{f_k} = -2 \times 10^6 \text{ J}$$

تمرین:

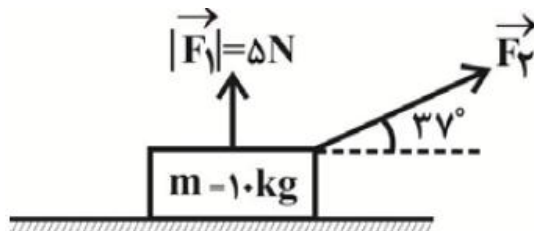
شخصی به جرم  $60 \text{ kg}$  داخل آسانسور قرار دارد. آسانسور با شتاب  $2 \text{ m/s}^2$  به طرف بالا شروع به حرکت می کند، کار نیروی وزن در صورتی که آسانسور  $10$  متر بالا بود چقدر است؟

پاسخ:

$$W_{mg} = -6000 \text{ J}$$

تمرین:

مطابق شکل زیر به جسمی که روی سطح افقی قرار دارد دو نیروی  $F_1$  و  $F_2$  وارد می شود اگر نیروی اصطکاک جنبشی بین جسم و سطح افقی  $10$  نیوتون و پس از  $5$  متر جابه جایی افقی، کل کار نیروها بر جسم معادل  $10$  ژول باشد، بزرگی نیروی  $F_2$  چند نیوتون است؟  $\cos 53^\circ = .6$



پاسخ:

$$F_2 = 40 \text{ N}$$



# موضوع : رابطه کار و انرژی جنبشی



برگشت

قبلی

بعدی

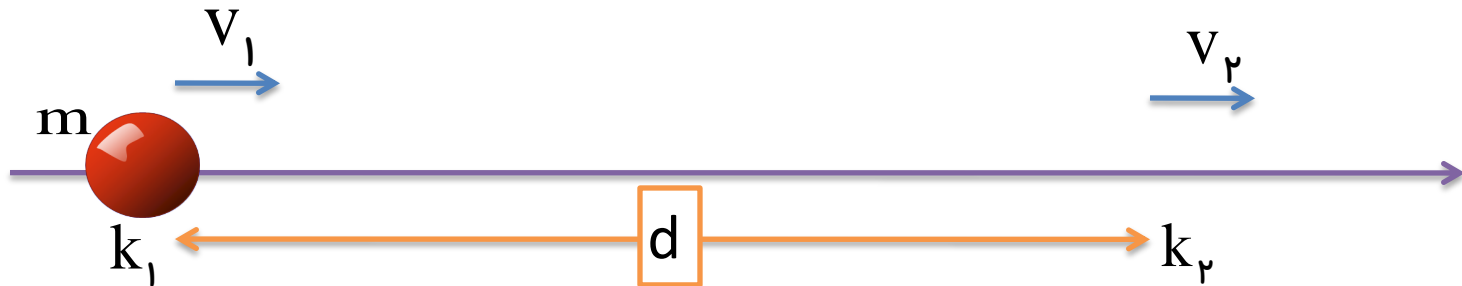
خروج

## قضیه‌ی کار و انرژی جنبشی

مجموع کارهای نیروهای وارد بر جسم در یک جابه جایی معین، برابر تغییر انرژی جنبشی جسم در همان جابه جایی است

به عبارت دیگر کار کل انجام شده روی یک جسم با تغییر انرژی جنبشی آن برابر است.

$$W_t = K_2 - K_1 \rightarrow W_F + W_N + W_{mg} + W_{f_k} = K_2 - K_1$$



نکته:

قضیه‌ی کار-انرژی جنبشی نه تنها برای حرکت یک جسم روی مسیر مستقیم معتبر است بلکه اگر جسم روی مسیر خمیده نیز حرکت کند می‌توان از آن استفاده کرد.

نکته:

هنگامی که  $W_t > 0$  است، انرژی جنبشی آن افزایش می یابد  $K_2 > K_1$  بنابراین تندی جسم در پایان جابه جایی بیشتر از تندی آن در ابتدای حرکت است  $V_2 > V_1$

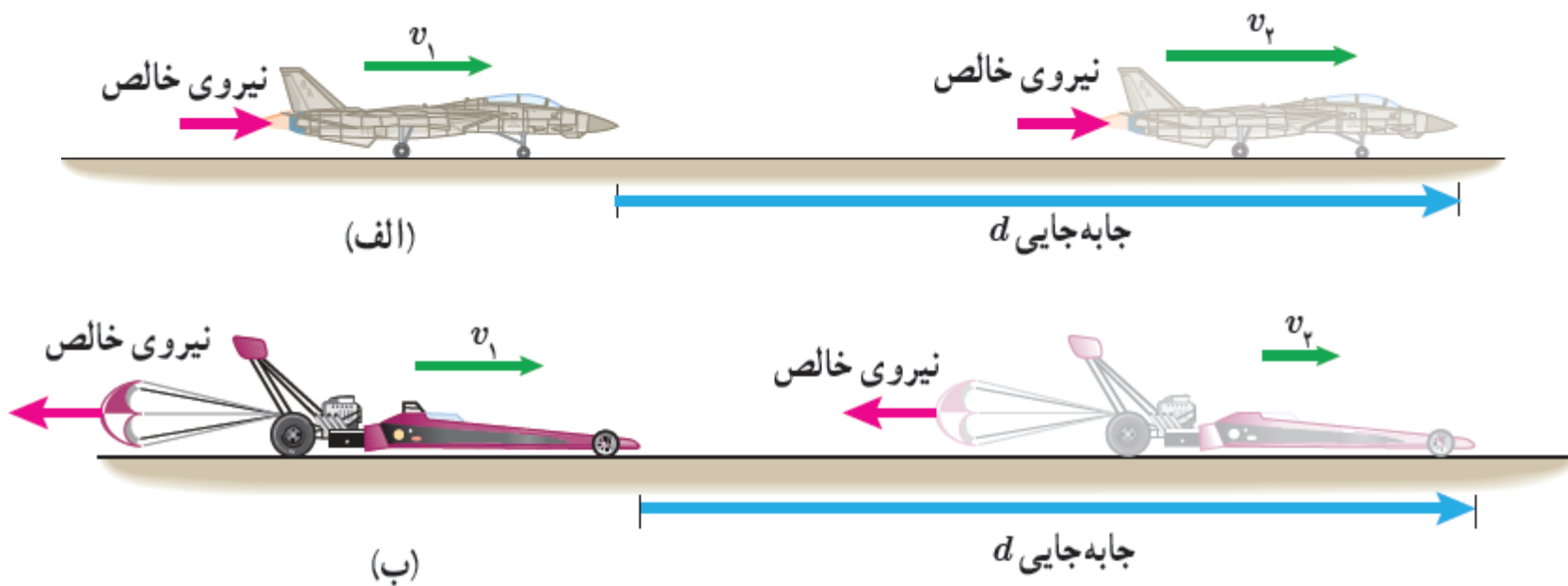
هنگامی که  $W_t < 0$  است، انرژی جنبشی آن کاهش می یابد  $K_2 < K_1$  بنابراین تندی جسم در انتهای جابه جایی کمتر از تندی آن در آغاز حرکت است  $V_2 < V_1$

هنگامی که  $W_t = 0$  است، انرژی جنبشی جسم در آغاز و پایان جابه جایی یکسان است  $K_2 = K_1$  بنابراین تندی جسم در این دو نقطه یکسان است  $V_2 = V_1$



تمرین:

## فرق این دو شکل زیر چیست؟



پاسخ:

الف) کار کل انجام شده روی هواپیما مثبت بوده و انرژی جنبشی آن افزایش یافته است.  
ب) کار کل انجام شده روی خودرو منفی بوده و انرژی جنبشی آن کاهش یافته است.

تمرین:

تندی جسمی به جرم  $1.0 \text{ kg}$  تحت تاثیر نیروی  $F$  از  $4 \text{ m/s}$  به  $6 \text{ m/s}$  می رسد، کار این نیرو چند ژول است؟

پاسخ:

$$W_F = 10.0 \text{ J}$$

$$m = 1.0 \text{ kg}$$

$$V_1 = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 \rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times 1.0 \times 4^2 = 8.0 \text{ J}$$

$$V_2 = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

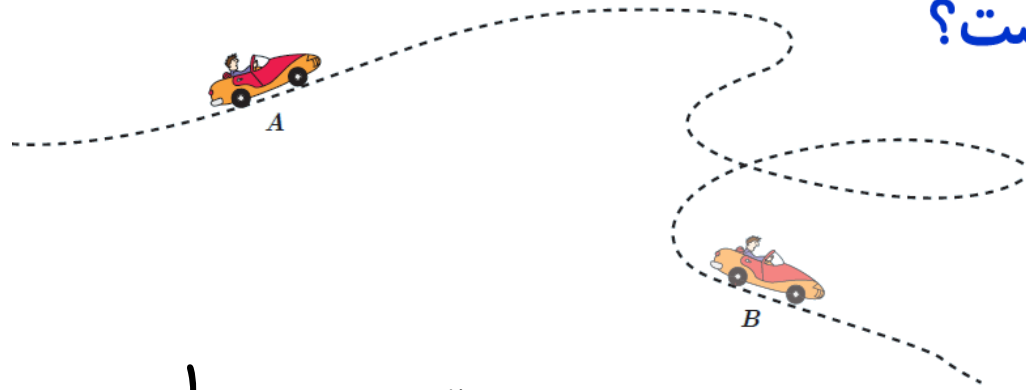
$$K_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 \rightarrow K_2 = \frac{1}{2} \times 1.0 \times 6^2 = 18.0 \text{ J}$$

---

$$W_t = K_2 - K_1 = 18.0 - 8.0 = 10.0 \text{ J}$$

تمرین ۲-۷:

جرم یک خودروی الکتریکی به همراه راننده اش  $840 \text{ kg}$  است. وقتی این خودرو از موقعیت A به موقعیت B می رود، کار کل انجام شده روی خودرو  $73500 \text{ J}$  است. اگر تندی خودرو در موقعیت A برابر  $15 \text{ km/h}$  باشد، تندی آن در موقعیت B چند متر بر ثانیه است؟



پاسخ:

$$m = 840 \text{ kg}$$

$$W_t = 73500 \text{ J}$$

$$V_1 = 15 \text{ m/s}$$

$$V_2 = ?$$

$$K_1 = \frac{1}{2} \times 840 \times 15^2 = 94500 \text{ J}$$

$$W_t = K_2 - K_1 \Rightarrow 73500 = K_2 - 94500$$

$$K_2 = 168000 \Rightarrow \frac{1}{2} \times 840 \times V_2^2 = 168000 \Rightarrow V_2 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تمرین:

اتومبیلی به جرم  $1200 \text{ kg}$  با تندی  $108 \text{ km/h}$  در حرکت است. اگر راننده ترمز کند، اتومبیل بعد از طی مسافت  $20 \text{ m}$  می ایستد. کار نیروی اصطکاک را بدست آورید.



پاسخ:

$$W_{f_k} = -54000 \text{ J}$$

$$m = 1200 \text{ kg}$$

$$V_1 = 108 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{108}{3.6} = 30 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$d = 20 \text{ m}$$

$$V_2 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$W_{f_k} = ?$$

$$K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 \rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times 1200 \times 30^2 = 540000 \text{ J}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 \rightarrow K_2 = \frac{1}{2} \times 1200 \times 0^2 = 0 \text{ J}$$

$$W_t = K_2 - K_1$$

$$W_t = \cancel{W_F} + \cancel{W_N} + \cancel{W_{mg}} + W_{f_k}$$

$$W_{f_k} = 0 - 540000 = -540000 \text{ J}$$

پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۳- در شکل های (الف) و (ب) جرم ارابه ها یکسان است. برای اینکه تندی ارابه ها از صفر به مقدار معین  $V$  برسد، کار انجام شده در هر دو حالت را با هم مقایسه کنید.



پاسخ

(الف)

(ب)

در شکل الف

$$W_{1t} = K_p - K_1 \quad \begin{matrix} m_p = m \\ V_p = V \end{matrix} \quad W_{1T} = \frac{1}{2} m V^2$$

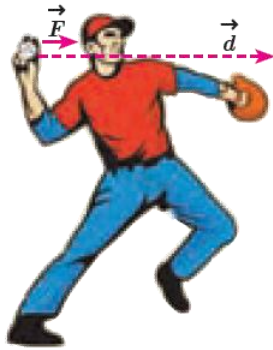
در شکل ب

$$W_{2t} = K_p - K_1 \quad \begin{matrix} m_p = 2m \\ V_p = V \end{matrix} \quad W_{2T} = \frac{1}{2} (2m) V^2$$

$$\frac{W_{2t}}{W_{1t}} = \frac{\frac{1}{2} 2m V^2}{\frac{1}{2} m V^2} = 2$$

پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۴- ورزشکاری سعی می کند توپ بیسبالی به جرم  $150\text{g}$  را با بیشترین تندی ممکن پرتاب کند به این منظور، ورزشکار نیرویی به بزرگی  $F=75\text{N}$  تا لحظه پرتاب توپ و در امتداد جابه جایی  $d=1/5\text{m}$  بر آن وارد می کند. تندی توپ هنگام جدا شدن از دست ورزشکار چقدر است؟



پاسخ:

$$V = 38/7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$m = 0.15 \text{ kg}$$

$$F = 75 \text{ N}$$

$$W_t = K_f - K_i \quad \rightarrow \quad F_T d \cos \theta = K_f - K_i$$

$$d = 1/5 \text{ m}$$

$$75 \times 1/5 = \frac{1}{2} \times 0.15 \times V_f^2 \quad \rightarrow \quad 112/5 = 0.075 \times V_f^2$$

$$V_i = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$V_f = ?$$

$$V_f^2 = \frac{112/5}{0.075} = 1500 \quad \rightarrow \quad V_f = 38/7 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۵- آیا کار کل انجام شده بر یک جسم در یک جابه جایی می تواند منفی باشد؟ توضیح دهید.

پاسخ

با توجه به  $W_t = K_2 - K_1$  اگر  $W_t < 0$  باشد به این معنی است که  $K_2 < K_1$  یعنی تندی جسم کاهش پیدا کرده است و این موقعی است که خودرو ترمز می گیرد.

پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۶- برای آنکه نیروی خالصی، بتواند تندی جسم را از **صفر** به  $V$  برساند باید مقدار کار  $W$  را روی آن انجام دهد. اگر قرار باشد تندی این جسم از **صفر** به  $3V$  برسد کاری که روی جسم باید انجام شود چند برابر  $W$  است؟

پاسخ:

$$W_2 = 9W_1$$

در مرحله اول  $W_{1t} = K_2 - K_1 \xrightarrow{V_2 = V} W_{1t} = \frac{1}{2} m V^2$

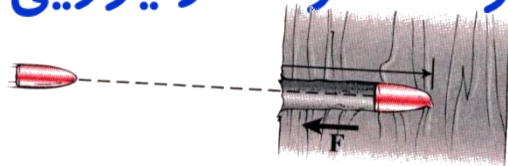
در مرحله دوم  $W_{2t} = K_2 - K_1 \xrightarrow{V_2 = 3V} W_{2t} = \frac{1}{2} m (3V)^2$

$$\frac{W_{2t}}{W_{1t}} = \frac{\frac{1}{2} m (3V)^2}{\frac{1}{2} m V^2} = \frac{9V^2}{V^2} = 9$$



تمرین:

گلوله ای به جرم  $24\text{ g}$  با تندی  $500\text{ m/s}$  به طور افقی وارد تنه درختی می شود. اگر گلوله به اندازه  $12\text{ cm}$  در تنه درخت فرو رود و متوقف شود، کار نیرویی که



تنه به آن وارد می کند چقدر است؟  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

پاسخ:

$$W_{f_R} = -3000\text{ J}$$

$$m = 0.024\text{ kg}$$

$$V_1 = 500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$d = 0.12\text{ m}$$

$$V_2 = 0$$

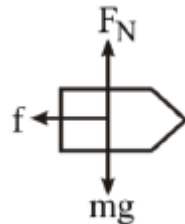
$$W_{f_R} = ?$$

$$\cancel{W_F} + \cancel{W_N} + \cancel{W_{mg}} + W_{f_R} = \cancel{K_2} - K_1$$

$$W_{f_R} = -\frac{1}{2}mv_1^2$$

$$W_{f_R} = -\frac{1}{2} \times 0.024 \times 500^2$$

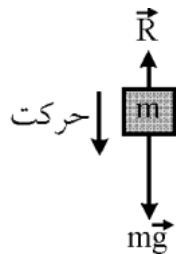
$$W_{f_R} = -3000\text{ J}$$



تمرین:

جسمی به جرم  $2\text{kg}$ ، از ارتفاع  $10\text{m}$  سطح زمین رها می شود و با تندی  $12\text{ m/s}$  به زمین می رسد. در این حرکت، کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

پاسخ:

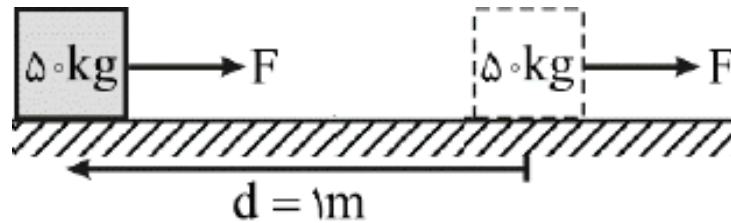


$$W_{f_R} = -56\text{J}$$

$m = 2\text{kg}$	$K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 \rightarrow K_1 = \frac{1}{2} \times 2 \times 0^2 = 0\text{J}$	} $W_t = K_2 - K_1$
$h_1 = 10\text{m}$	$K_2 = \frac{1}{2} m V_2^2 \rightarrow K_2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 12^2 = 144\text{J}$	
$V_1 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$		} $W_t = 144\text{J}$
$V_2 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$	$W_t = \cancel{W_F} + \cancel{W_N} + W_{mg} + W_{f_R}$	} $144 = 20 + W_{f_R}$
$W_{f_R} = ?$	$W_{mg} = mg\Delta h \rightarrow W_{mg} = 2 \times 10 \times 10 = 200\text{J}$	
		} $W_{f_R} = -56\text{J}$

تمرین:

صندوقی به جرم  $50 \text{ kg}$  با تندی ثابت  $1 \text{ m/s}$  توسط یک نیروی افقی روی کف اتاق کشیده می شود. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت  $200$  نیوتن باشد، مقدار گرمایی که در هر متر جابه جایی جسم در اثر اصطکاک تولید می شود چند ژول است؟



پاسخ:

$$W_f = -200 \text{ J}$$



## موضوع : رابطه کاروانرزی پتانسیل

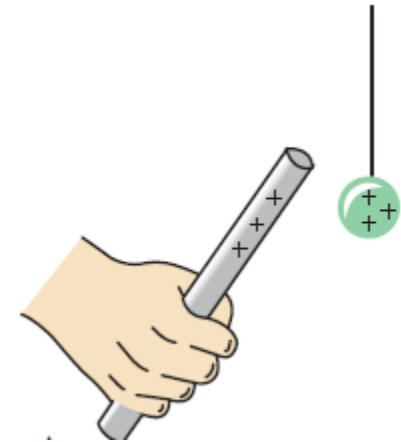
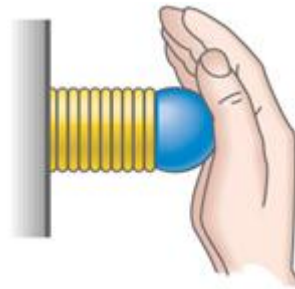
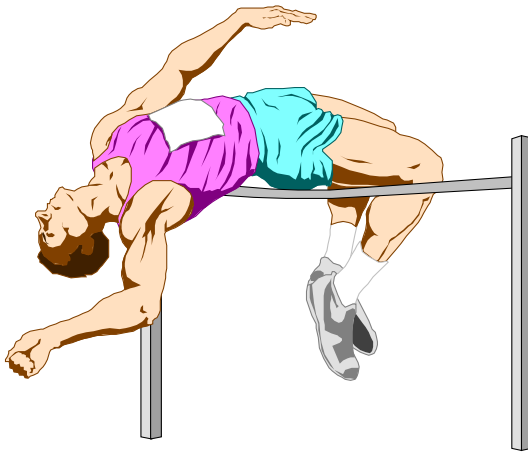


# انرژی پتانسیل

به معنی انرژی ذخیره شده در سامانه (دستگاه یا سیستم) است

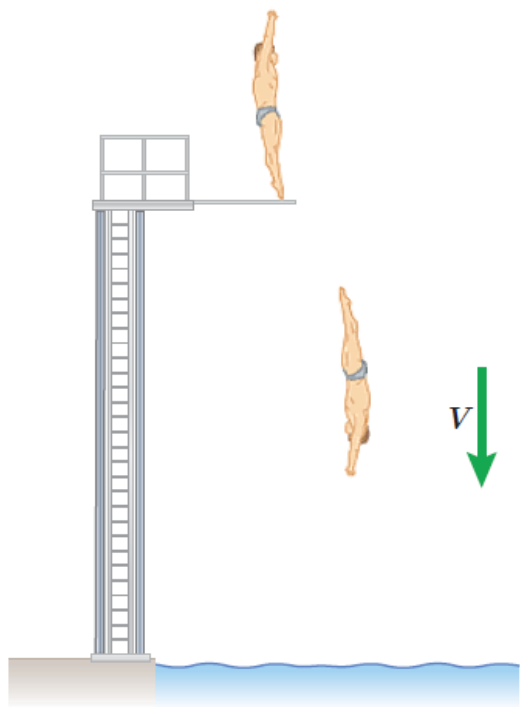
نکته:

وقتی دو یا چند جسم به یکدیگر نیرو وارد می کنند به دلیل موقعیت مکانی شان در سامانه، انرژی پتانسیل دارند.



پرسش:

شخصی از یک تخته پرش به درون استخری پر از آب شیرجه می زند، چه تبدیل انرژی صورت می گیرد

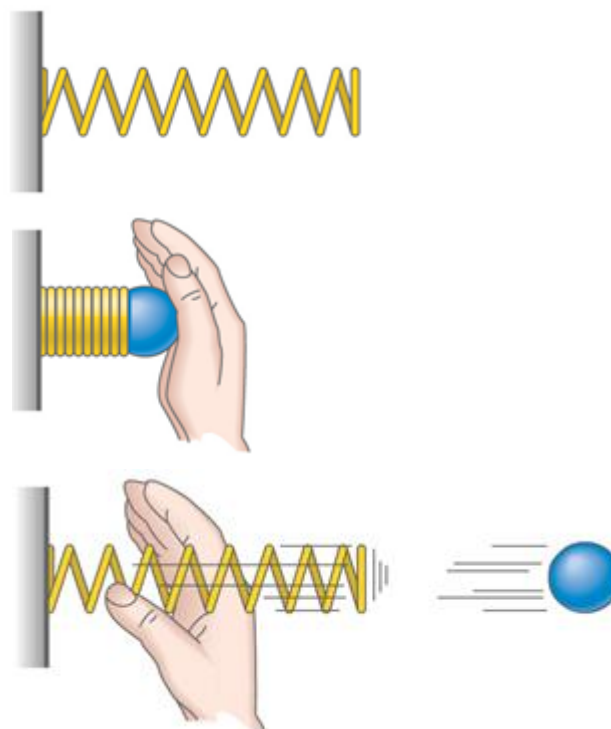


پاسخ

انرژی پتانسیل گرانشی سامانه شخص-زمین به تدریج به انرژی جنبشی شخص تبدیل می شود و شخص با تندی نسبتاً زیادی با سطح آب برخورد می کند.

پرسش:

فنری را توسط توپی فشرده ورها می کنیم، چه تبدیل انرژی صورت می گیرد

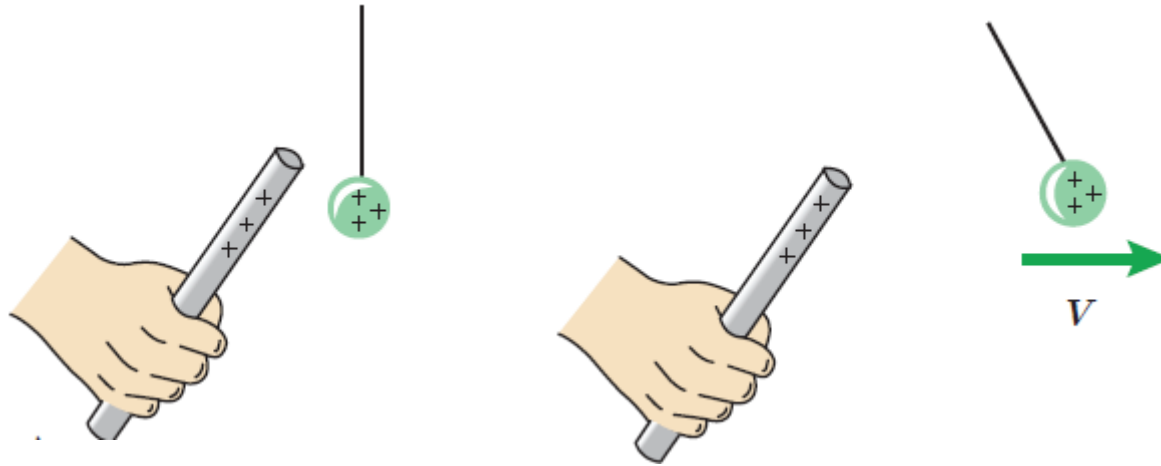


پاسخ

انرژی پتانسیل کشسانی سامانه توپ- فنر به انرژی جنبشی توپ تبدیل می شود و توپ با تندی زیادی پرتاب می شود

پرسش:

یک جسم باردار را به آونگ باردار نزدیک می کنیم، چه تبدیل انرژی صورت می گیرد



پاسخ

انرژی پتانسیل الکتریکی سامانه دو جسم باردار تغییر می کند و تبدیل به انرژی جنبشی جسم می شود



## رابطه کار و انرژی پتانسیل

وقتی جسم از ارتفاع  $h_1$  به ارتفاع  $h_2$  از سطح زمین می رسد کار نیروی وزن در این جابه جایی برابر است با:

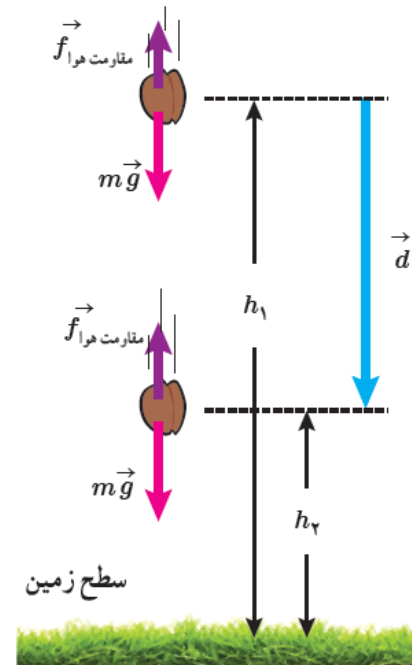
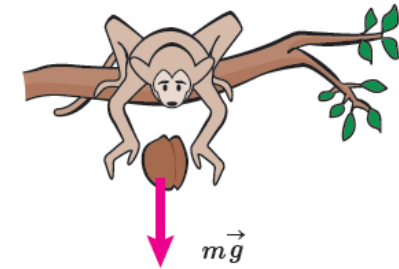
$$W_{\text{وزن}} = mg \cdot d \cdot \cos \theta$$

$$W_{\text{وزن}} = mg(h_1 - h_2)$$

$$W_{\text{وزن}} = -(mgh_2 - mgh_1)$$

$$W_{\text{وزن}} = -(U_2 - U_1)$$

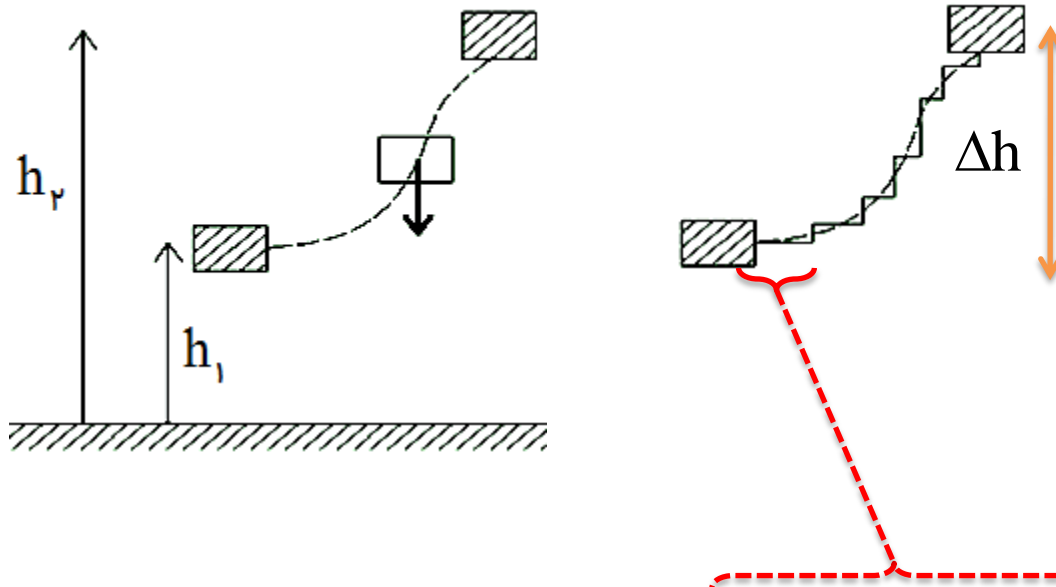
$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U_{\text{گرانشی}}$$



نکته:

کار نیروی وزن برابر با منفی تغییر انرژی پتانسیل گرانشی است.

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U_{\text{گرانشی}}$$

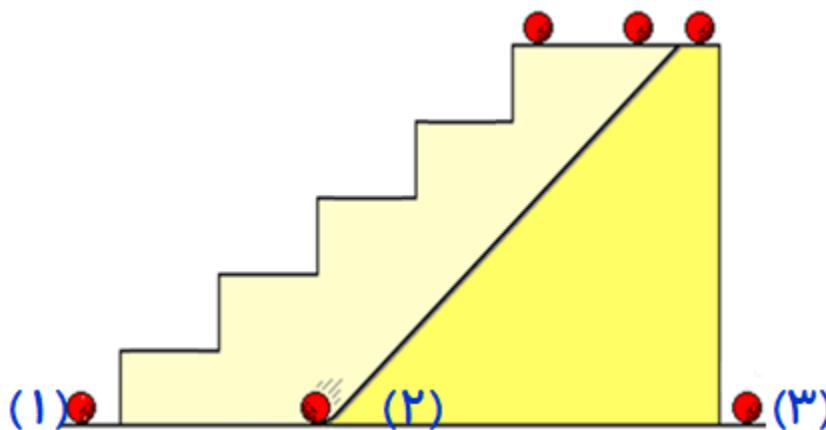


نکته:

چون کار نیروی وزن در مسیرهای افقی صفر است پس به شکل مسیر حرکت بستگی ندارد.

پرسش:

توپی را از مسیر مختلف به بالای تپه ای می رسانیم کار نیروی وزن رادر مسیر های مختلف مقایسه کنید؟

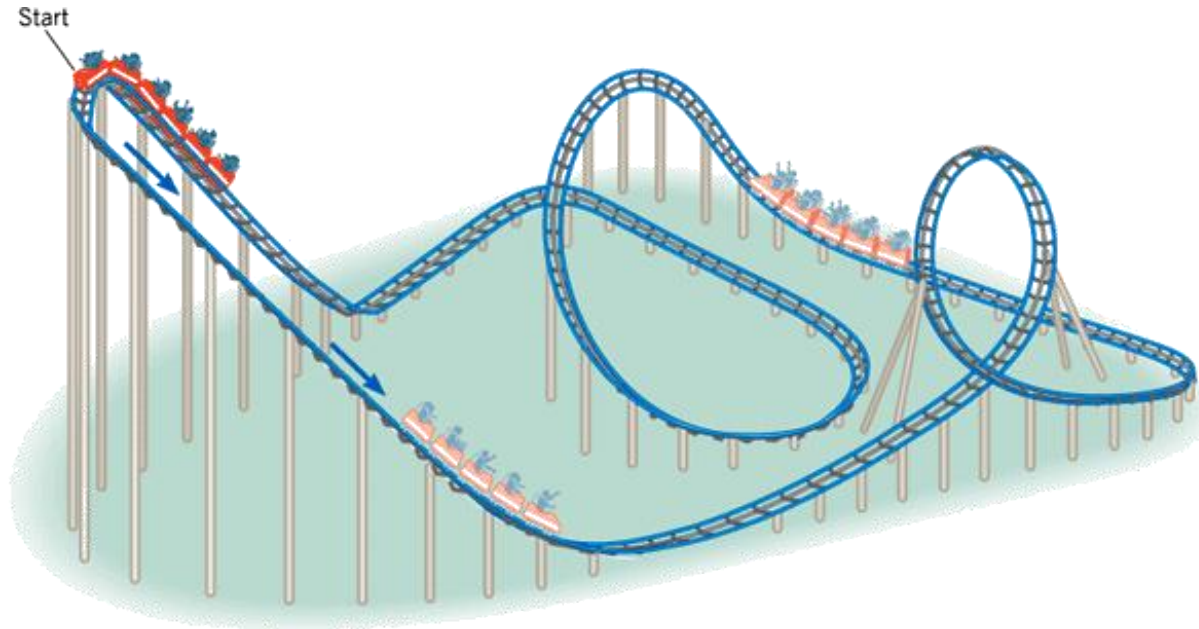


پاسخ

کار نیروی وزن فقط به اندازه جابه جایی جسم در راستای قائم بستگی دارد.

نکته:

کارنیروی وزن در یک مسیر بسته **صفر** است .



$$h_1 = h_2 \rightarrow U_1 = U_2 \rightarrow W_{\text{وزن}} = -\Delta U = 0$$

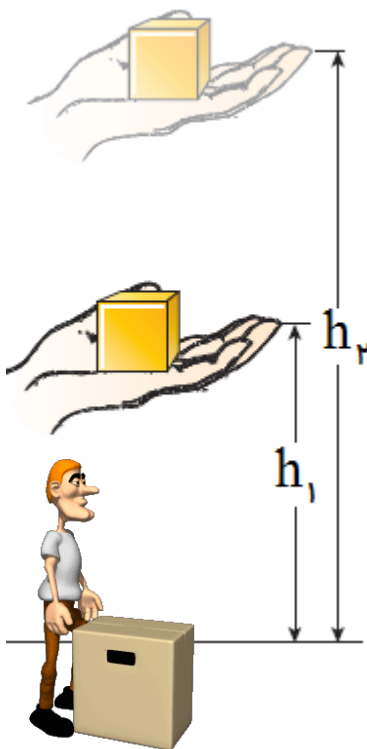
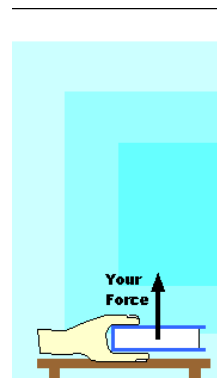
تمرین:

جسمی به جرم  $m$  را مانند شکل بادستمان از ارتفاع  $h_1$  به ارتفاع  $h_2$  می بریم و دوباره به حالت سکون می رسانیم. باچشم پوشی از مقاومت هوا کار نیروی دست در این جابه جایی را بیابید.

پاسخ:

$$W_t = K_2 - K_1$$

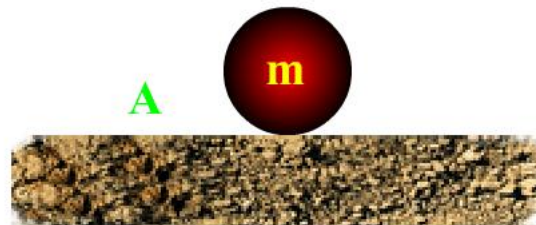
$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{دست}} = \cancel{K_2} - \cancel{K_1}$$



$$\left. \begin{aligned} W_{\text{وزن}} &= -W_{\text{دست}} \\ W_{\text{وزن}} &= -\Delta U \end{aligned} \right\}$$

$$W_{\text{دست}} = \Delta U \quad \rightarrow \quad W_{\text{دست}} = mg(h_2 - h_1)$$

## انيميشن کار دست

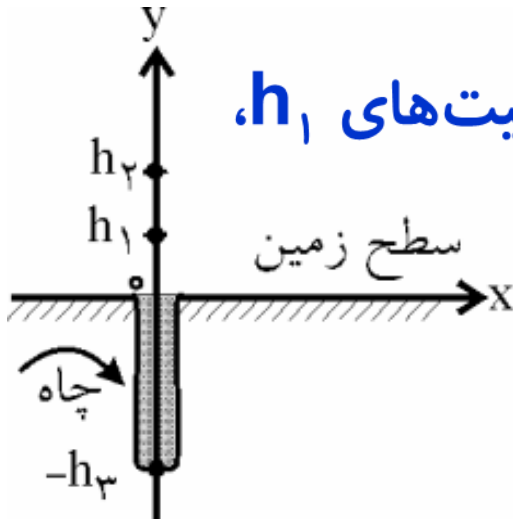


## بادست وزنه رابالای پایین ببری د تغییر کار دست رامشاهده کنید.



تمرین:

انرژی پتانسیل گرانشی جسمی به جرم  $m$  را برای موقعیت‌های  $h_1$ ،  $h_2$  و  $h_3$  از سطح زمین بنویسید.



پاسخ:

هر سطح افقی را می‌توان **مبدأ پتانسیل گرانشی** انتخاب کرد؛ یعنی در آن سطح، پتانسیل گرانشی جسم‌ها را صفر فرض کرد. بنابراین پتانسیل گرانشی بالای آن سطح مثبت و پتانسیل گرانشی زیر آن (زیر مبدأ) منفی است.

$$U_1 = mgh_1$$

$$U_2 = mgh_2$$

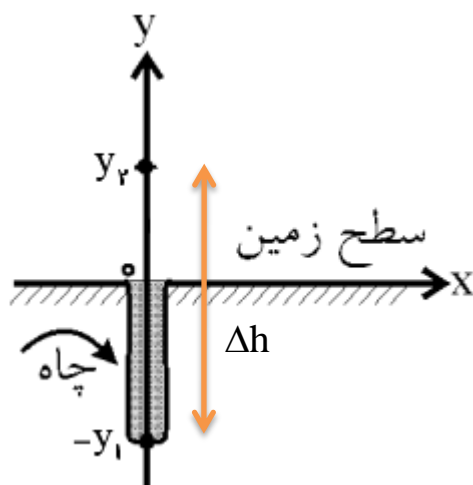
$$U_0 = mg \times (0) = 0$$

$$U_3 = mg(-h_3) = -mgh_3$$



## انرژی پتانسیل گرانش بین دو نقطه:

جسمی را از ارتفاع  $y_1$  پایین سطح زمین تا ارتفاع  $y_2$  بالایی بریم، کار انجام شده در این جابجایی بصورت انرژی پتانسیل گرانشی ظاهر می شود.



$$\Delta U = mg(y_2 - y_1) = mg\Delta h$$



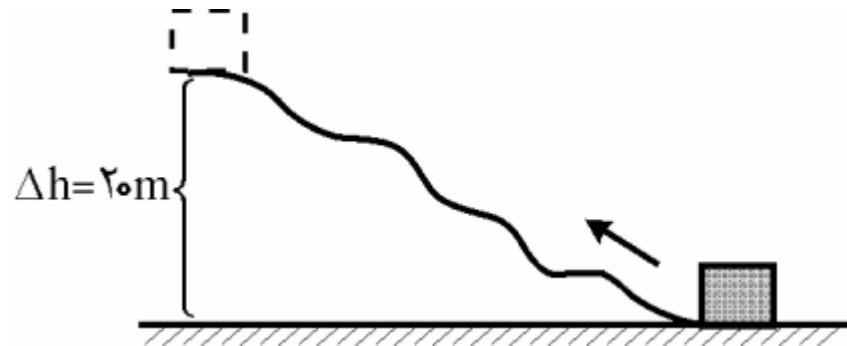
تغییر انرژی پتانسیل گرانش بین دو نقطه بستگی به مسیر افقی ندارد.

تمرین:

جسمی به جرم  $1.0 \text{ kg}$ ، از سطح زمین تا بالای یک تپه به ارتفاع  $20 \text{ m}$  از سطح زمین، بالا برده شده است. کار نیروی وزن در این جابه جایی چند ژول است؟

پاسخ:

$$W_{mg} = -200 \text{ J}$$



تمرین:

چتربازی از ارتفاع ۸۰۰ متری از حال سکون رها می شود. جرم چترباز به همراه چترش ۸۰ kg است. اگر او با تندی ۵ m/s به زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا در مسیر سقوط چند کیلوژول است؟  $g = 10 \frac{N}{kg}$

پاسخ:

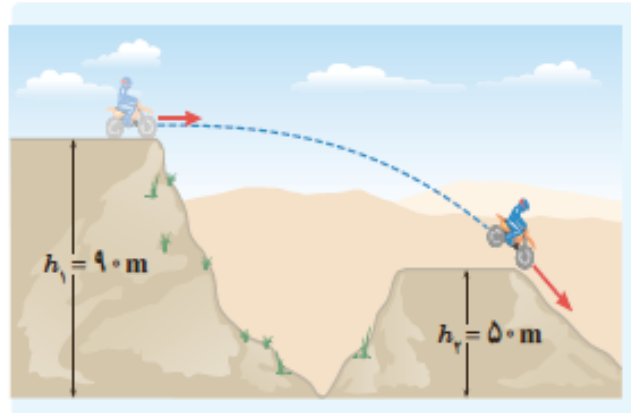
$$W_{f_R} = -639 \text{ KJ}$$



## تمرین ۲-۱۱

جرم موتورسواری با موتورش  $150 \text{ kg}$  است. این موتورسوار، پرشی مطابق شکل زیر انجام می دهد. الف- انرژی پتانسیل گرانشی موتورسوار را روی هر یک از تپه ها حساب کنید

ب- کار نیروی وزن موتورسوار را در این جابه جایی به دست آورید.  $g = 9/8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$



پاسخ:

$$m = 150 \text{ kg}$$

$$h_1 = 9.0 \text{ m}$$

$$h_2 = 5.0 \text{ m}$$

$$U_1 = ? \rightarrow U_1 = mgh_1 \rightarrow U_1 = 150 \times 9/8 \times 9.0 \rightarrow U_1 \approx 1/3 \times 10^5 \text{ J}$$

$$U_2 = ? \rightarrow U_2 = mgh_2 \rightarrow U_2 = 150 \times 9/8 \times 5.0 \rightarrow U_2 \approx .7 \times 10^5 \text{ J}$$

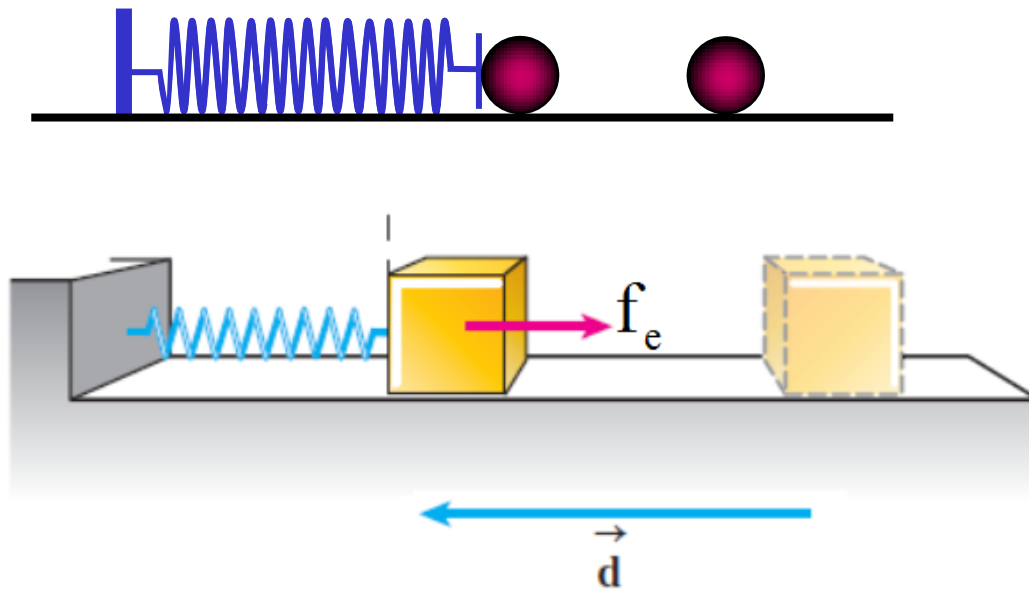
$$W_{\text{وزن}} = ? \rightarrow W_{\text{وزن}} = -\Delta U \rightarrow W_{\text{وزن}} = -(U_2 - U_1) \rightarrow W_{\text{وزن}} = -(.7 \times 10^5 - 1/3 \times 10^5)$$

$$g = 9/8 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$W_{\text{وزن}} = .6 \times 10^5 \text{ J}$$

## انرژی پتانسیل کشسانی فنر:

وقتی جسمی را به سوی فنری پرتاب می کنیم، پس از برخورد، فنر فشرده می شود و انرژی پتانسیل آن افزایش می یابد. در مدت تماس جسم با فنر، فنر نیرویی در خلاف جهت جابه جایی به جسم وارد می کند

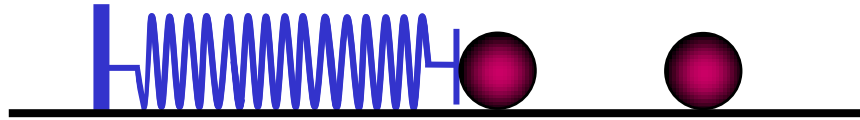




## رابطه کار و انرژی پتانسیل کشسانی فنر:

در مورد تغییر انرژی پتانسیل کشسانی سامانه جسم-فنر نیز مشابه تغییر انرژی پتانسیل گرانشی می توانیم بگوییم:

$$W_{f_e} = -\Delta U_{\text{کشسانی}}$$



تمرین:

در شکل زیر جسم با انرژی جنبشی ۲۰ J با فنر برخورد و آن را فشرده می کند. اگر بدانیم در لحظه توقف جسم، انرژی پتانسیل کشسانی ۱۵ J است،

الف- کار نیروی کشسانی فنر در این جابه جایی چقدر است؟

ب- با استفاده از قضیه کاروانرژی، کار نیروی اصطکاک در این جابه جایی را به دست آورید.

پاسخ:

$$W_{f_e} = -15J$$

$$W_{f_k} = -5J$$

(الف)

$$k_1 = 20J$$

$$W_{f_e} = -\Delta U = -(U_2 - U_1)$$

$$U_1 = 0J$$

$$W_{f_e} = -15J$$

$$U_2 = 15J$$

$$W_{f_e} + W_N + W_{mg} + W_{f_k} = K_2 - K_1$$

$$W_{f_e} = ?$$

$$-15 + W_{f_k} = -20$$

$$W_{f_k} = ?$$

$$W_{f_k} = -5J$$

(ب)

پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۸- شخصی گلوله ای برفی به جرم  $50\text{g}$  را از روی زمین برمی دارد و تا ارتفاع  $180\text{cm}$  بالا می برد و سپس آن را با تندی  $12\text{m/s}$  پرتاب می کند. کار انجام

شده توسط شخص روی گلوله برف چقدر است؟  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

پاسخ:

$$m = 0.05\text{kg}$$

$$W_t = K_2 - K_1$$

$$W_{\text{دست}} = 13/5\text{J}$$

$$h = 1.8\text{m}$$

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{دست}} = K_2 - K_1$$

$$V_1 = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$mgh \times \cos 180 + W_{\text{دست}} = \frac{1}{2} m V_2^2$$

$$V_2 = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$W_{\text{دست}} = \frac{1}{2} m V_2^2 + mgh$$

$$W_{\text{دست}} = ?$$

$$W_{\text{دست}} = \frac{1}{2} \times 0.05 \times 12^2 + 0.05 \times 10 \times 1.8$$

$$g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$W_{\text{دست}} = 10/8 + 2/7 = 13/5\text{J}$$



تمرین:

جسمی دارای انرژی جنبشی  $0.01$  ژول است. اگر به این جسم نیروی خالصی در جهت جابه جایی وارد شود، در طی  $5$  متر جابه جایی افقی، تندی آن  $20\%$  افزایش می یابد، در این صورت اندازه نیروی خالص چند نیوتون است؟

پاسخ:

$$F_t = 1/1N$$

آزمون پیشرفت تحصیلی دهم ریاضی سال ۹۵

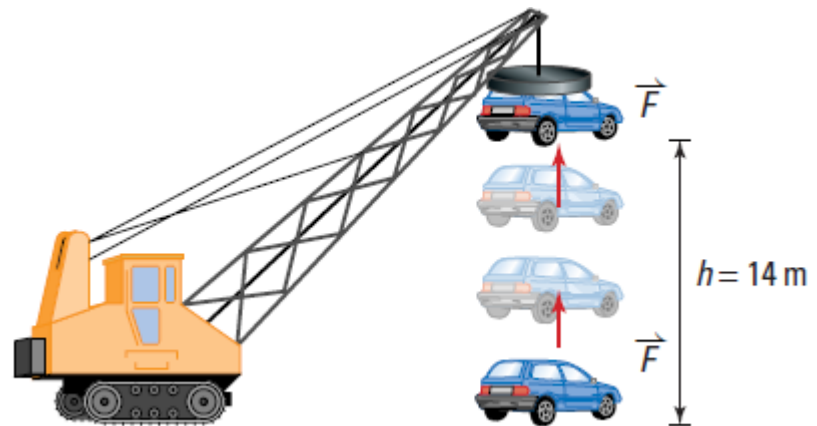
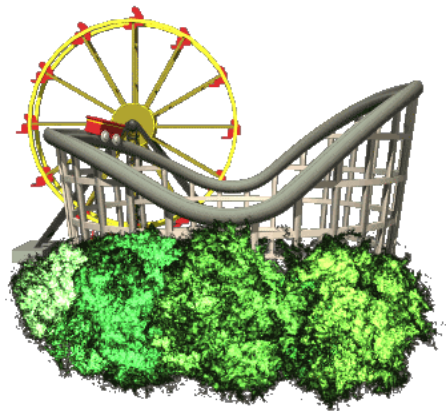
شخصی طبقه اول تا طبقه سوم ساختمانی را یک بار با تند  $\sqrt{}$  و بار دیگر با تند  $\frac{\sqrt{}}{2}$  بالا می رود نسبت تغییر انرژی پتانسیل گرانشی این شخص در حالت اول به حالت دوم چقدر است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲) ۱ (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴) ۲

پاسخ:

گزینه ۲

# موضوع : اصل پایستگی انرژی مکانیکی



## انرژی مکانیکی جسم:

مجموع انرژی های پتانسیل و جنبشی هر جسم را انرژی مکانیکی آن جسم می نامند.

$$E = K + U$$

نکته:

انرژی پتانسیل جسم ممکن است به صورت انرژی پتانسیل گرانشی، انرژی پتانسیل کشسانی، انرژی پتانسیل الکتریکی یا هر سه آنها باشد.

## اثبات اصل پایستگی انرژی مکانیکی

با چشم پوشی از نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک، انرژی مکانیکی جسم ثابت باقی می ماند

$$W_t = K_2 - K_1 \rightarrow \cancel{W_F} + \cancel{W_N} + W_{mg} + \cancel{W_{fk}} = K_2 - K_1 \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \Delta K = -\Delta U$$

$$W_{mg} = -\Delta U$$

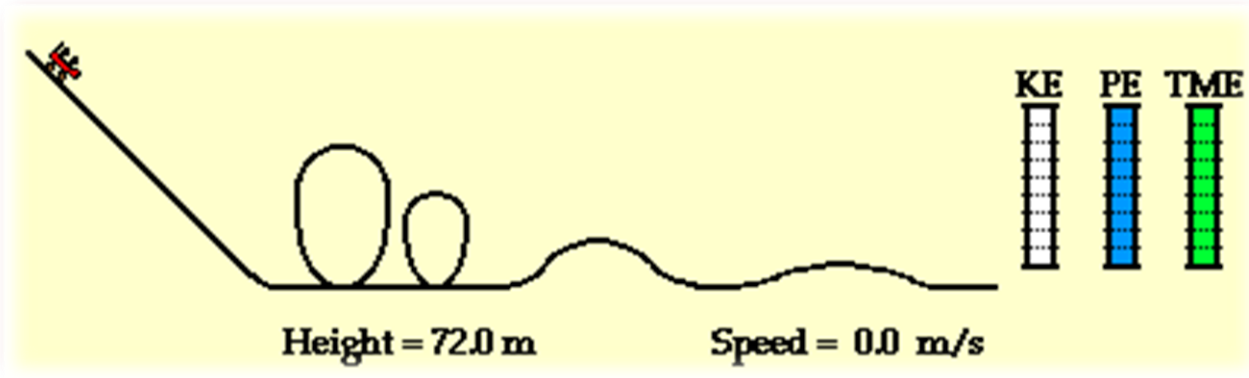
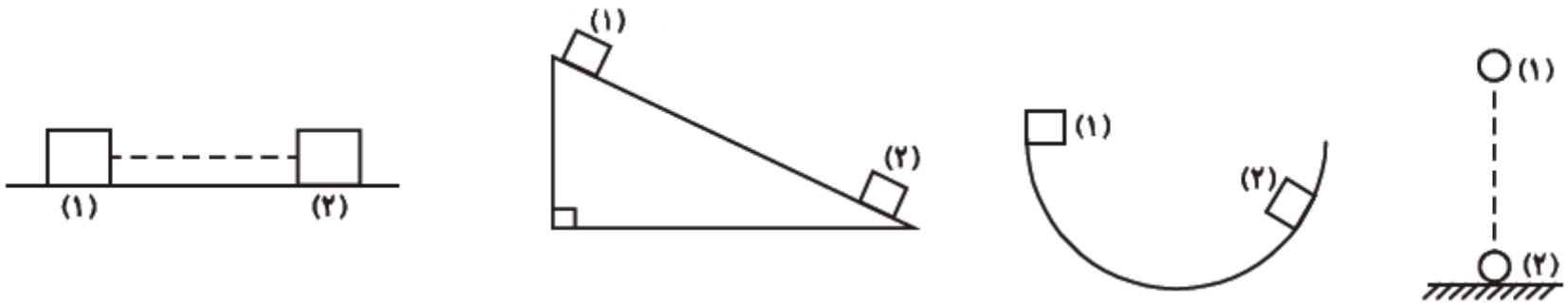
$$K_2 - K_1 = -U_2 + U_1 \rightarrow K_2 + U_2 = K_1 + U_1 \rightarrow E_2 = E_1$$

نکته:

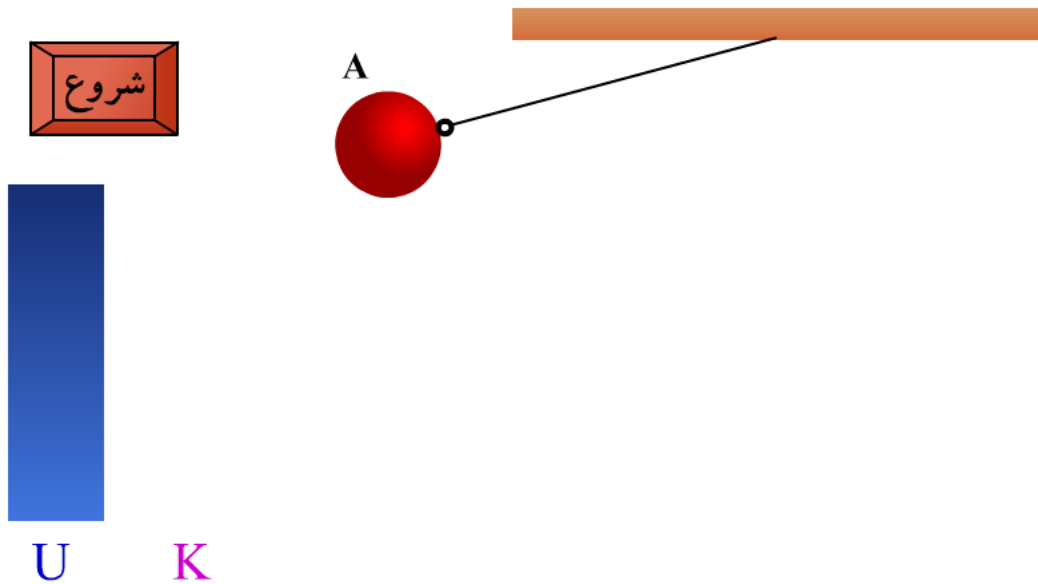
این رابطه نشان می دهد مجموع انرژی پتانسیل و جنبشی جسم در نقطه های مختلف مسیر حرکت با هم برابر است.

نکته:

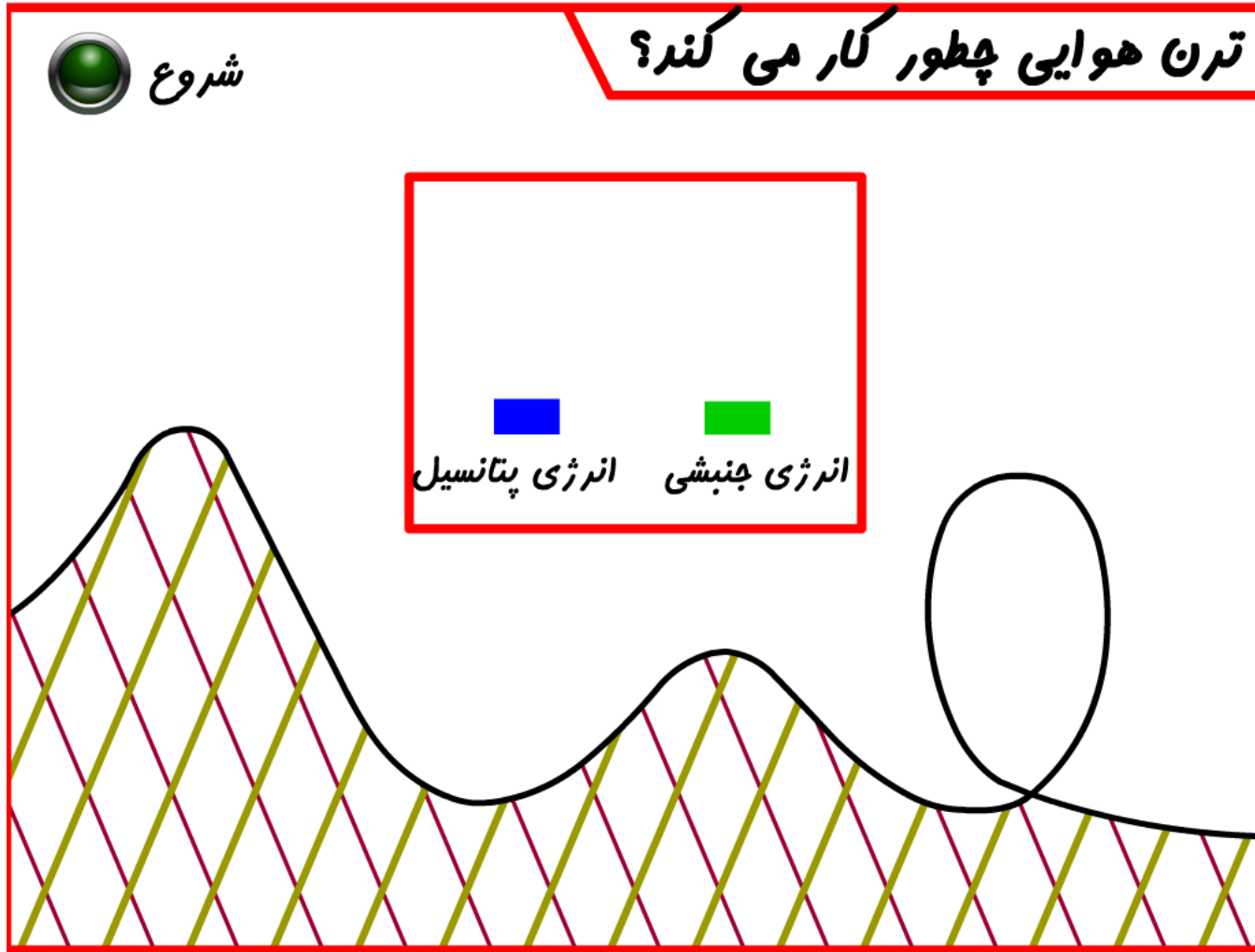
# پایستگی انرژی مکانیکی، به جرم جسم، زاویه پرتاب، شکل مسیر حرکت و نحوه حرکت جسم بستگی ندارد.



# انیمیشن پایستگی انرژی در آونگ



## انیمیشن پایستگی انرژی در ترن هوایی





پرسش:

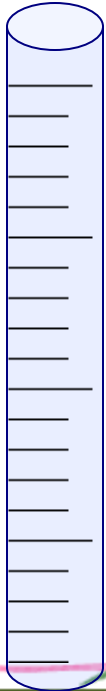
آونگی در نوسان است در قانون پایستگی چه تبدیل انرژی صورت می گیرد؟

پاسخ



انرژی جنبشی

انرژی پتانسیل گرانشی



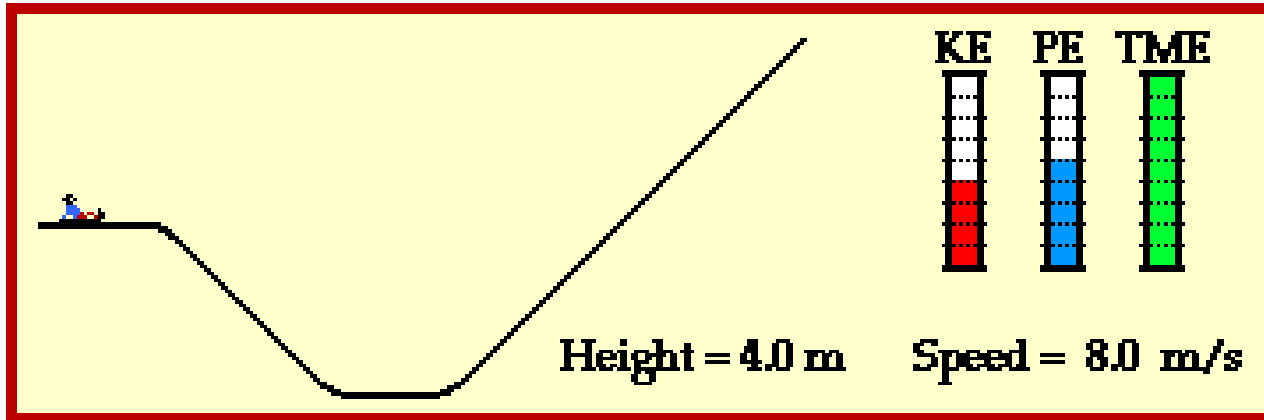
برگشت

خروج

پرسش:

کودکی از یک تپه یخی پایین می آید و از شیب تندی مقابل بالا می رود، انرژی جنبشی و پتانسیل او در کدام نقاط ماکزیمم است؟

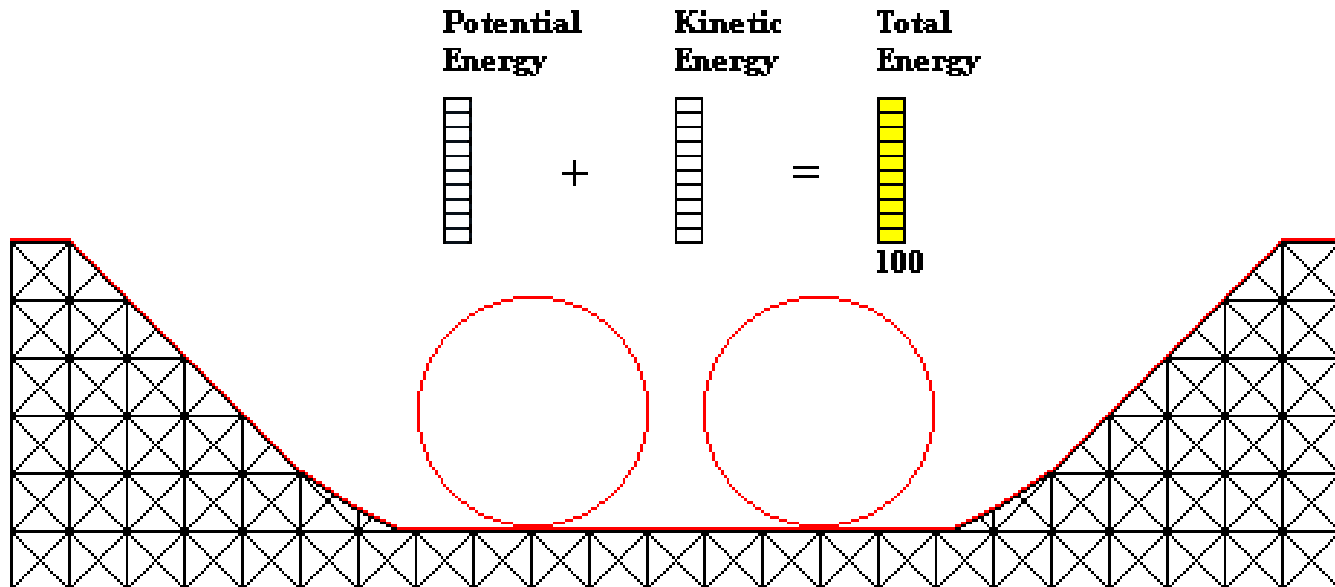
پاسخ



پرسش:

در کدام نقطه هایی از مسیر حرکت، انرژی جنبشی متحرک بیشترین است؟

پاسخ



پرسش:

# در شکل زیر چه تبدیل انرژی صورت می گیرد؟

پاسخ



تمرین:

جسمی به جرم  $1 \text{ kg}$  از ارتفاع  $5 \text{ m}$  سطح زمین با تندی  $3 \text{ m/s}$  عبور

می کند. انرژی مکانیکی جسم را در این نقطه محاسبه کنید.  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

پاسخ:

$$E = 54.5 \text{ J}$$

$$m = 1 \text{ Kg}$$

$$E = U + K$$

$$h = 5 \text{ m}$$

$$E = mgh + \frac{1}{2} mV^2$$

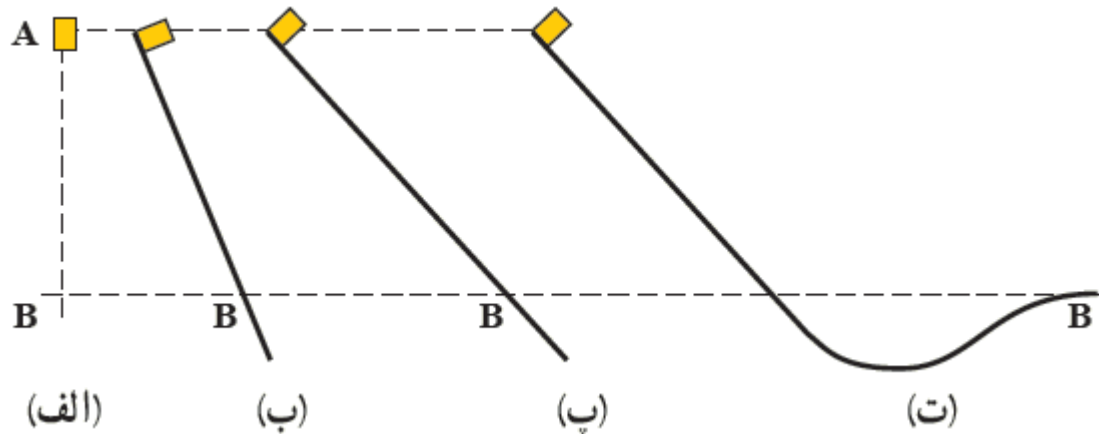
$$V = 3 \text{ m/s}$$

$$E = 1 \times 10 \times 5 + \frac{1}{2} \times 1 \times 3^2 = 54.5 \text{ J}$$

$$E = ?$$

پرسش ۲-۴

شکل روبه رو، چهار وضعیت متفاوت را برای حرکت جسمی نشان می دهد. در وضعیت الف، جسم از حال سکون سقوط می کند و در سه وضعیت دیگر جسم از حال سکون روی مسیری بدون اصطکاک و رو به پایین حرکت می کند. تندی جسم را در نقطه B برای هر چهار وضعیت با هم مقایسه کنید.

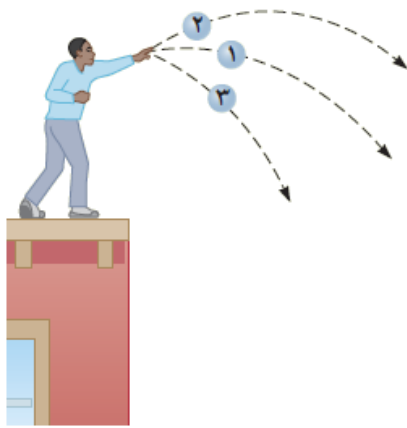


پاسخ

چون ارتفاع جسم در چهار حالت با هم برابر است پس انرژی پتانسیل گرانشی جسم در این نقاط با هم برابرند و چون اصطکاک نداریم بنابراین کل این انرژی پتانسیل گرانشی وقتی که جسم به نقطه B می رسد به انرژی جنبشی تبدیل می شود و در نتیجه تندی جسم در تمام حالتها برابر است

پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۱۵- سه توپ مشابه، از بالای ساختمانی با تندی یکسانی پرتاب می شوند. توپ (۱) در امتداد افق، توپ (۲) با زاویه ای بالاتر از امتداد افق و توپ (۳) با زاویه ای پایین تر از امتداد افق پرتاب می شود. با نادیده گرفتن مقاومت هوا، انرژی جنبشی توپ ها را هنگام برخورد با سطح زمین، با یکدیگر مقایسه کنید.



پاسخ

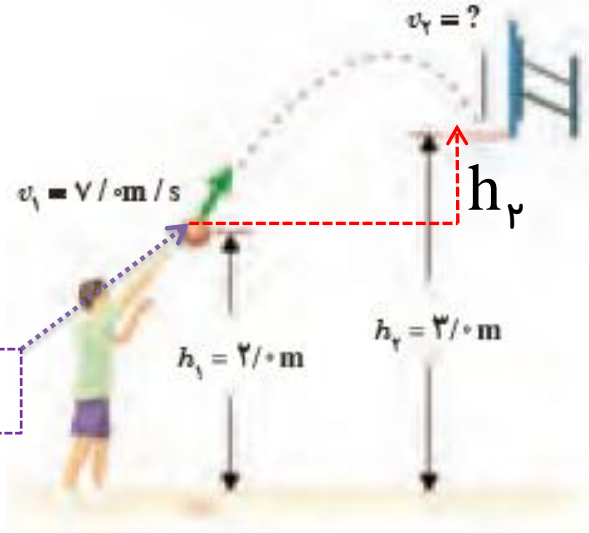
چون مقاومت هوا نداریم با توجه به اصل پایستگی انرژی مکانیکی، چون ارتفاع و تندی همه آنها در ابتدا یکسان است، بنابراین این انرژی جنبشی و تندی آنها در لحظه برخورد با زمین هم یکسان خواهد بود.

تمرین ۲-۱۲

در مثال ۲-۱۲، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را در ارتفاع  $h_1$  بگیرد و برای

اساس تندی توپ را هنگام رسیدن به دهانه سبد حساب کنید.  $g = 10 \frac{N}{kg}$

پاسخ:



$$V_1 = 7 \frac{m}{s}$$

$h_1 = 0$  • مبدأ پتانسیل را نقطه پرتاب در نظر می گیریم

$$h_2 = 3 - 2 = 1m$$

$$V_2 = ?$$

$$E_1 = E_2 \rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2} \times m \times 7^2 + 0 = \frac{1}{2} \times m \times V_2^2 + m \times 10 \times 1 \xrightarrow[\text{جرم در طرفین}]{\text{ساده کردن}} 24.5 = \frac{1}{2} V_2^2 + 10$$

$$14.5 = \frac{1}{2} V_2^2 \rightarrow V_2^2 = 29 \rightarrow V_2 \approx 5.4 \frac{m}{s}$$

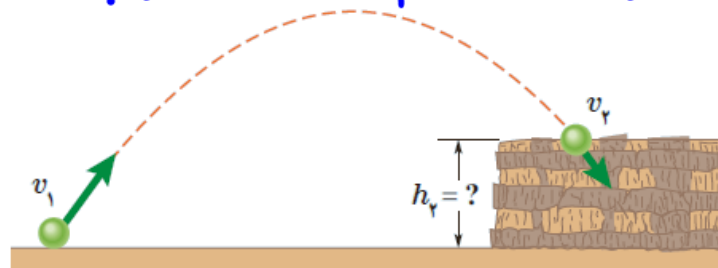


تمرین ۲-۱۳

تویی مطابق شکل از سطح زمین با تندی  $V_1 = 40 \text{ m/s}$  به طرف صخره ای پرتاب می شود. اگر توپ با تندی  $V_2 = 25 \text{ m/s}$  به بالای صخره برخورد کند، ارتفاع  $h_2$  را به دست آورید. مقاومت هوا را هنگام حرکت توپ نادیده بگیرید.  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ .

پاسخ:

$$h_2 = 59/4 \text{ m}$$



$$\begin{cases} U_1 = mgh_1 = 0 \\ K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} \times m \times 40^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} U_2 = mgh_2 \\ K_2 = \frac{1}{2} \times m \times 25^2 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} \times m \times 40^2 + 0 = \frac{1}{2} \times m \times 25^2 + mgh_2 \xrightarrow[\text{جرم در طرفین}]{\text{ساده کردن}} \frac{1}{2} \times 1600 = \frac{1}{2} \times 625 + 10 \cdot h_2$$

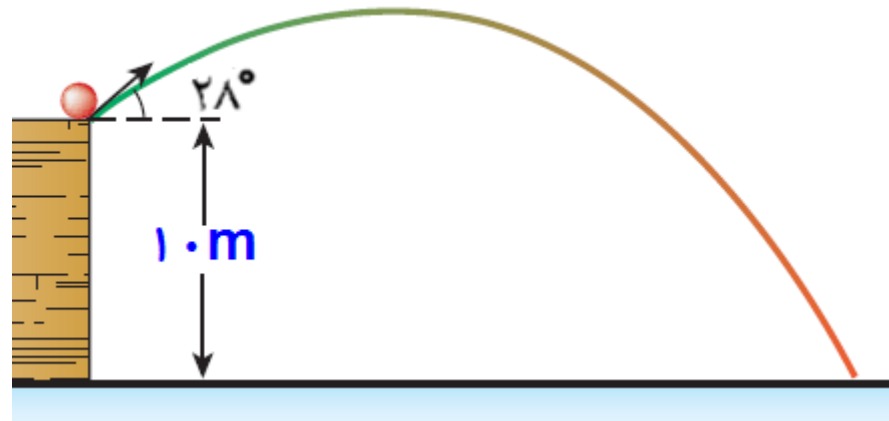
$$800 = 312.5 + 10 \cdot h_2 \rightarrow 800 - 312.5 = 10 \cdot h_2 \rightarrow h_2 = 48.75 \text{ m}$$

تمرین:

در شکل زیر، از ارتفاع  $1.0\text{ m}$  بالای سطح زمین، توپی به جرم  $5\text{ kg}$ ، با تندی  $1.0\text{ m/s}$  تحت زاویه  $28^\circ$  درجه نسبت به افق و به سمت بالا پرتاب می‌شود. تندی توپ را در ارتفاع  $5/2$  متری بالای سطح زمین، محاسبه کنید. مقاومت هوا ناچیز است.  $g = 1.0 \cdot \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

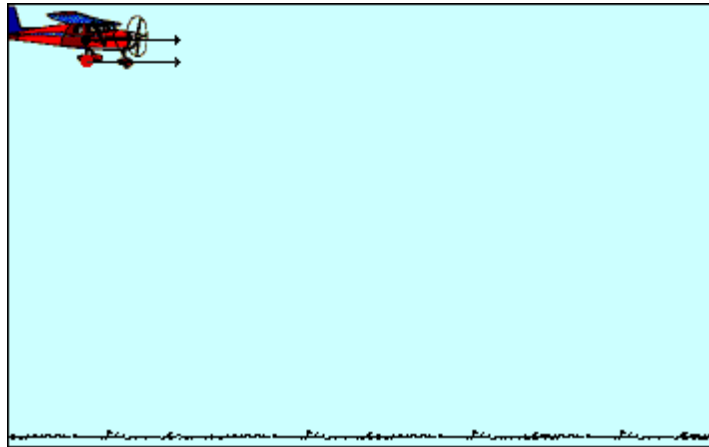
پاسخ:

$$v = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



پرسش:

بسته ای از هواپیمای در حال حرکت رها می شود تندی بسته در لحظه ی رها شدن چقدر است؟



پاسخ

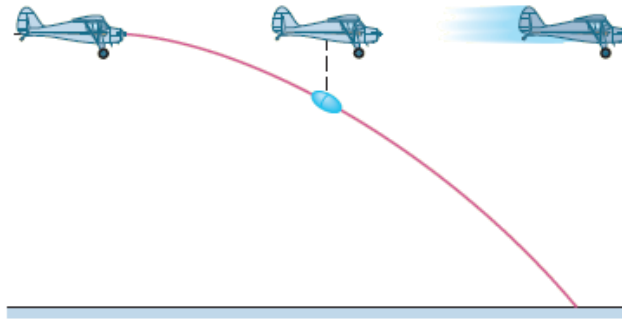
همان تندی حرکت هواپیما در آن لحظه است.

پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۱۳- در شکل روبه رو هواپیمایی که در ارتفاع  $300 \text{ m}$  از سطح زمین و با تندی  $50 \text{ m/s}$  پرواز می کند، بسته ای را برای کمک به آسیب دیدگان زلزله رها می کند. تندی بسته هنگام برخورد به زمین چقدر است؟ (از تأثیر مقاومت هوا روی حرکت بسته چشم پوشی کنید)

پاسخ

$$\begin{cases} U_1 = mgh_1 \\ K_1 = \frac{1}{2} mV_1^2 \end{cases}$$



$$\begin{cases} U_2 = mgh_2 \\ K_2 = \frac{1}{2} m \times V_2^2 \end{cases}$$

$$\frac{1}{2} \times m \times 50^2 + m \times 10 \times 300 = \frac{1}{2} \times m \times V_2^2 \quad \xrightarrow[\text{جرم در طرفین}]{\text{ساده کردن}} \quad \frac{1}{2} \times 50^2 + 10 \times 300 = \frac{1}{2} \times V_2^2$$

$$1250 + 3000 = \frac{1}{2} \times V_2^2 \quad \rightarrow \quad 4250 = \frac{1}{2} \times V_2^2 \quad \rightarrow \quad V_2^2 = 8500 \quad \rightarrow \quad V_2 = 92/1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تمرین:

جسمی به جرم  $4\text{kg}$  را از سطح زمین با تندی  $20\text{ m/s}$  در راستای قائم روبه بالا پرتاب می کنیم. انرژی مکانیکی جسم پس از  $2/5$  ثانیه چند ژول است؟

$$g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$



پاسخ:

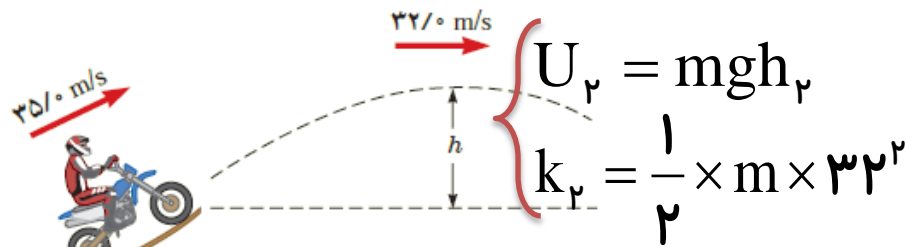
$$E = 80\text{ J}$$

پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۱۴- موتورسواری از انتهای سکویی مطابق شکل روبه رو، پرشی را با تندی  $35 \text{ m/s}$  انجام می دهد. اگر تندی موتورسوار در بالاترین نقطه مسیرش به  $32 \text{ m/s}$  برسد، ارتفاع  $h$  را پیدا کنید. اصطکاک و مقاومت هوا را در طول مسیر حرکت موتورسوار نادیده بگیرید.  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

پاسخ:

$$h_p = 10/05 \text{ m}$$



$$U_p = mgh_p$$

$$K_p = \frac{1}{2} \times m \times 32^2$$

$$\begin{cases} U_1 = mgh_1 = 0 \\ K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} \times m \times 35^2 \end{cases}$$

$$E_1 = E_p \rightarrow \frac{1}{2} \times m \times 35^2 + 0 = \frac{1}{2} \times m \times 32^2 + mgh_p \quad \begin{array}{l} \text{ساده کردن} \\ \text{جرم از طرفین} \end{array}$$

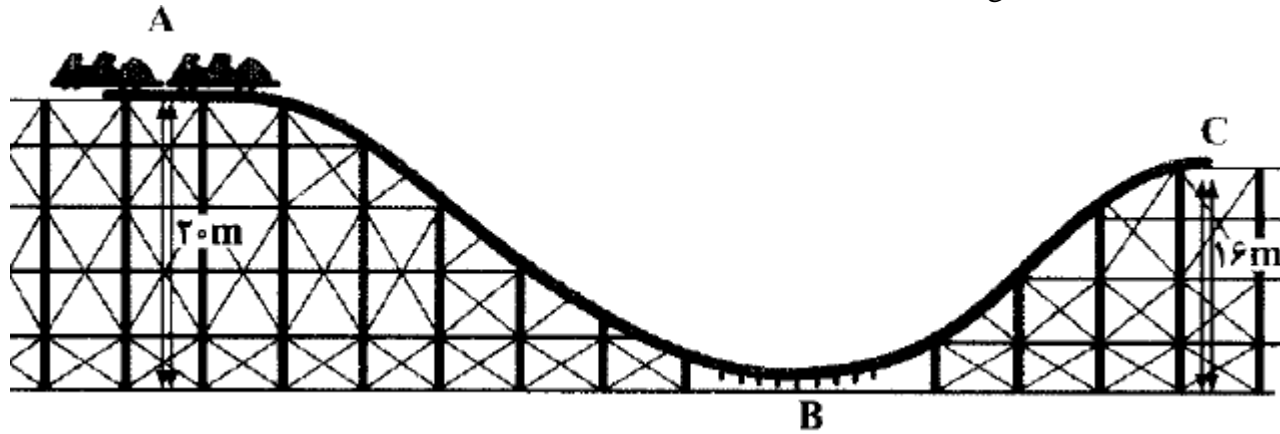
$$\frac{1}{2} \times 1225 = \frac{1}{2} \times 1024 + 10 \cdot h_p \rightarrow 612/5 = 512 + 10 \cdot h_p \rightarrow h_p = 10/05 \text{ m}$$

تمرین:

در شکل روبه رویک واگن تفریحی نشان داده شده است. اگر واگن در A از حال سکون شروع به حرکت کند، تندی آن در B و C چقدر است؟ از اصطکاک قطار

باریل صرف نظر کنید.  $g = 10 \frac{N}{kg}$

پاسخ

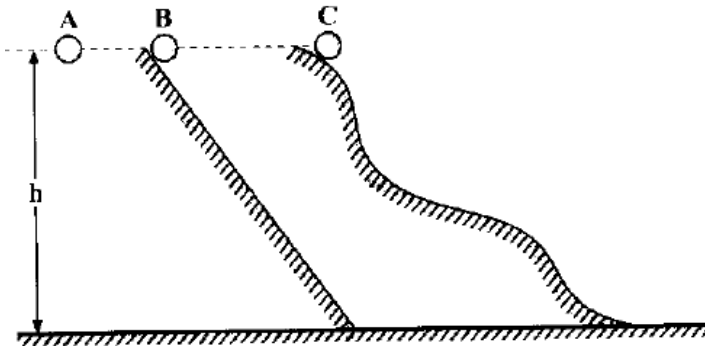


$$V_B = 20 \frac{m}{s}$$

$$V_C \approx 8/9 \frac{m}{s}$$

پرسش:

سه گلوله A، B و C با جرمهای مساوی از ارتفاع معینی رها می شوند. تندی کدام یک به هنگام رسیدن به زمین بیشتر است؟ (پاسخ خود را یک بار با در نظر گرفتن اصطکاک با سطح و بار دیگر با نادیده گرفتن اصطکاک با سطح بیان کنید)



پاسخ

با در نظر گرفتن اصطکاک تندی گلوله A بیشتر از تندی گلوله B و تندی گلوله B بیشتر از تندی گلوله C خواهد بود

با نادیده گرفتن اصطکاک، تندی هر سه گلوله هنگام رسیدن به زمین برابر خواهند بود



پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۱۷- جسمی به جرم  $m = 12 \text{ kg}$  در نقطه A از حالت سکون رها می شود و در مسیری بدون اصطکاک سر می خورد تعیین کنید:

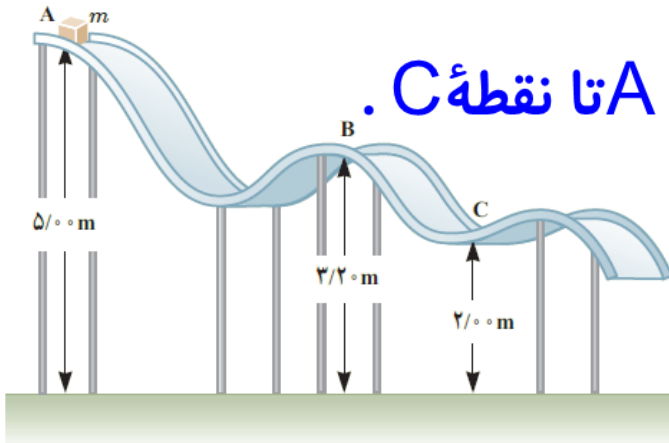
الف) تندی جسم را در نقطه B

ب) کار نیروی گرانشی را در حرکت جسم از نقطه A تا نقطه C.

پاسخ

$$V_B = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(الف)



$$E_A = E_B \rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \rightarrow \frac{1}{2} \times m \times V_A^2 + mgh_A = \frac{1}{2} \times m \times V_B^2 + mgh_B \xrightarrow{\text{ساده کردن جرم در طرفین}}$$

$$10 \times 5 = \frac{1}{2} V_B^2 + 10 \times 3 \rightarrow V_B^2 = 36 \rightarrow V_B = 6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

(ب)

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h = -mg(h_C - h_B) \rightarrow W_{mg} = -12 \times 10 \times (2 - 5) \rightarrow W_{mg} = 360 \text{ J}$$

پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۱۸- شکل روبه رو گلوله ای را نشان می دهد که از سقف کلاسی آویزان شده و دانش آموزی آن را از وضعیت تعادل خارج کرده و در برابر نوک بینی خود گرفته است.

الف) وقتی دانش آموز گلوله را رها می کند هنگام برگشت به او برخورد نمی کند. چرا؟

ب) اگر دانش آموز هنگام رها کردن گلوله، آن را هل دهد، هنگام برگشت آن، چه اتفاقی می افتد؟

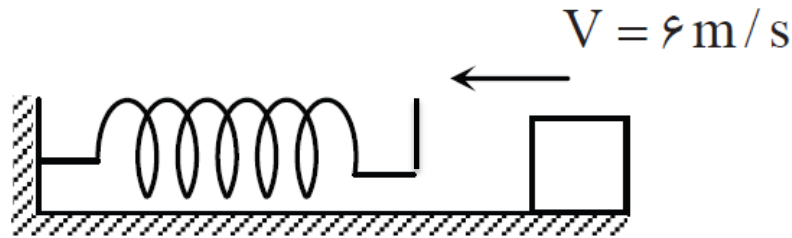


پاسخ

چون مقداری انرژی پتانسیل گرانشی هنگام رها شده در طول مسیر به دلیل وجود مقاومت هوا تلف شده و گلوله در برگشت کمی پایین تر از محل رها شدن بالا خواهد آمد. در این حالت احتمال برخورد با صورت دانش آموز وجود دارد.

آزمون پیشرفت تحصیلی دهم ریاضی سال ۹۵

جسمی به جرم  $400 \text{ gr}$  مطابق شکل زیر با تندی  $6 \text{ m/s}$  به فنری برخورد کرده و آن را فشرده می کند اگر بیش ترین انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در سامانه جسم فنر،  $5 \text{ ژول}$  باشد کار نیروی فنر و کار نیروی اصطکاک به ترتیب چند ژول است؟



(۱)  $2/2,5 -$

(۲)  $12/2, -5$

(۳)  $-2/2, -5$

(۴)  $12/2,5$

پاسخ:

گزینه ۳

# موضوع : قانون پايستگي انرژي



برگشت

قبلي

بعدي

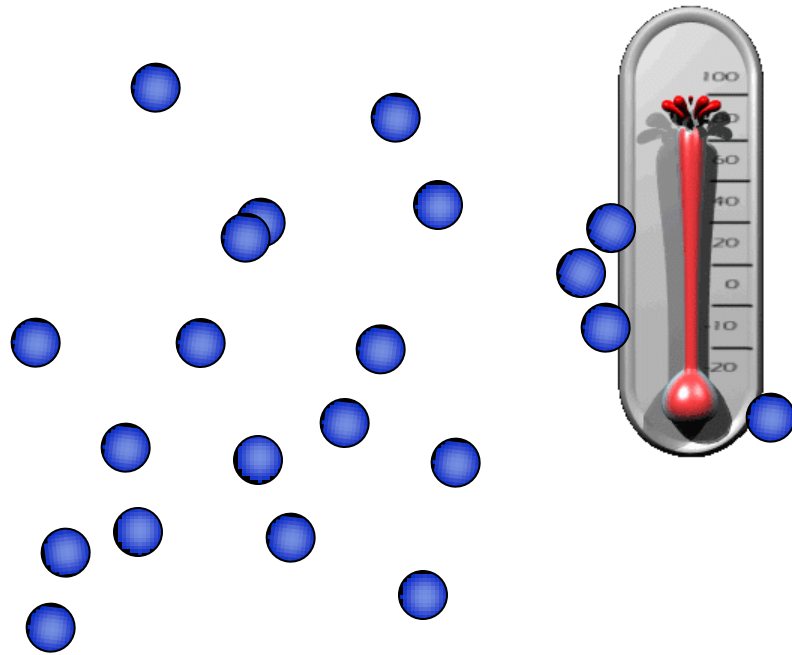


خروج

## انرژی درونی

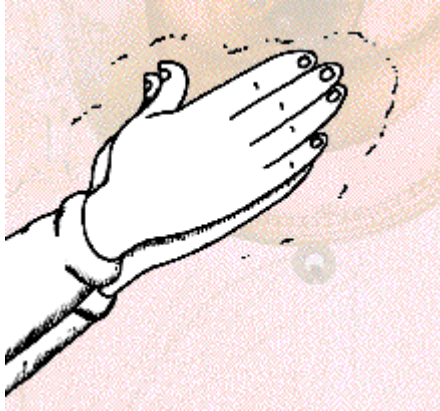
مجموع انرژی های ذره های تشکیل دهنده آن جسم را می گویند

معمولاً با گرم تر شدن یک جسم، انرژی درونی آن بالا می رود.



پرسش:

انرژی درونی یک جسم، به چه عواملی بستگی دارد؟



پاسخ

به تعداد ذرات جسم  
به انرژی هر ذره بستگی دارد

نکته:

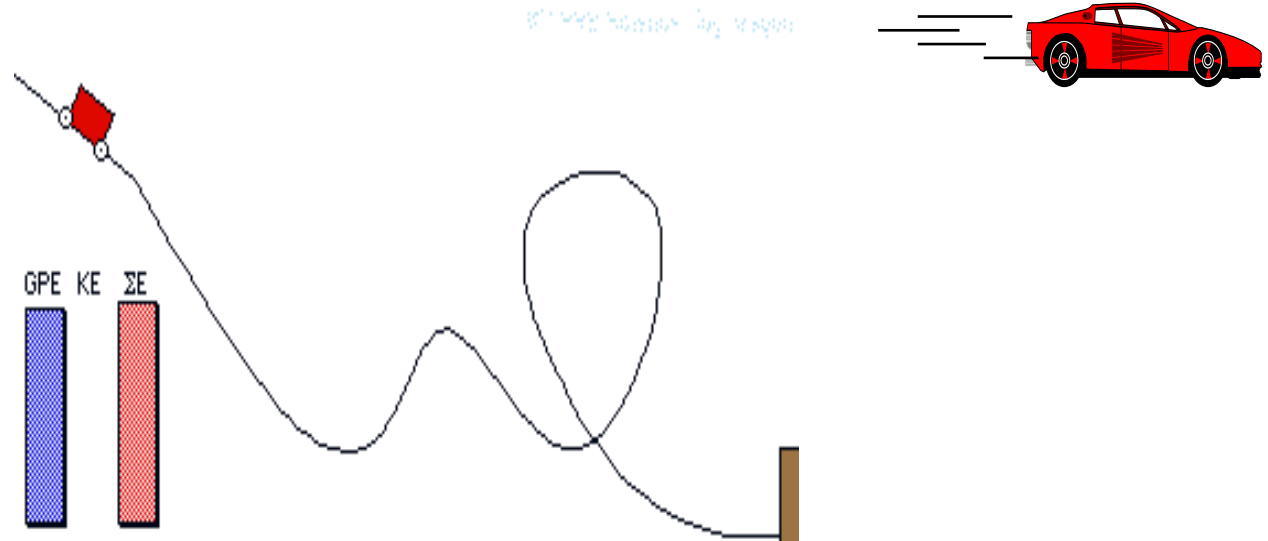
به طوری که هرچه تعداد ذرات سازنده یک جسم و انرژی هر ذره آن بیشتر باشد، انرژی درونی آن نیز بیشتر است.

پرسش:

# چرا در حین ترمز گرفتن خودرو، لاستیک های آن و سطح جاده گرمتر می شوند؟

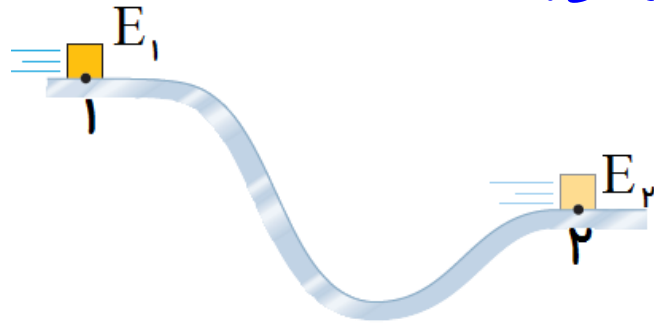
پاسخ

کار نیروی اصطکاک باعث می شود که، انرژی جنبشی خودرو به انرژی درونی لاستیک های آن و سطح جاده تبدیل شده است.



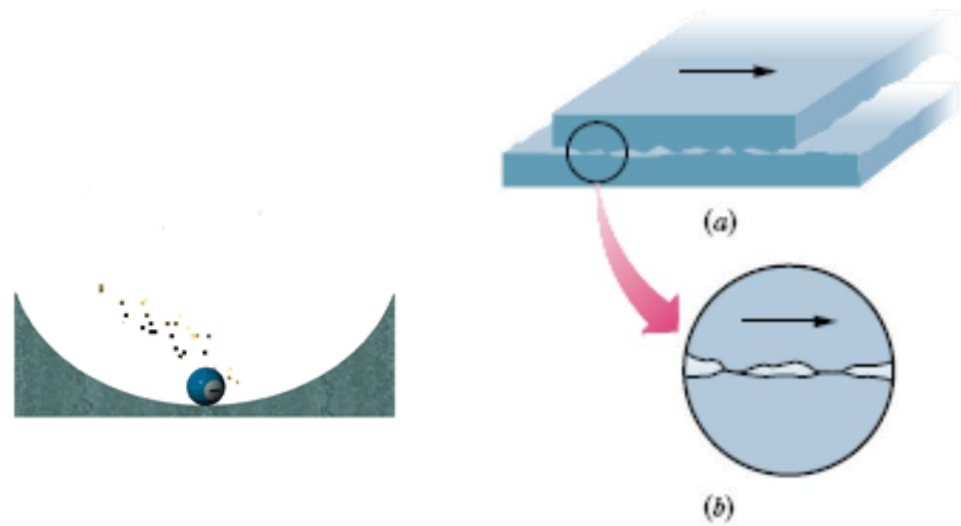
پرسش:

در شکل زیر اگر نیروهایی مانند اصطکاک و مقاومت هوا در حین حرکت بر جسم وارد شود آیا انرژی مکانیکی جسم پایسته می ماند؟



پاسخ

خیر



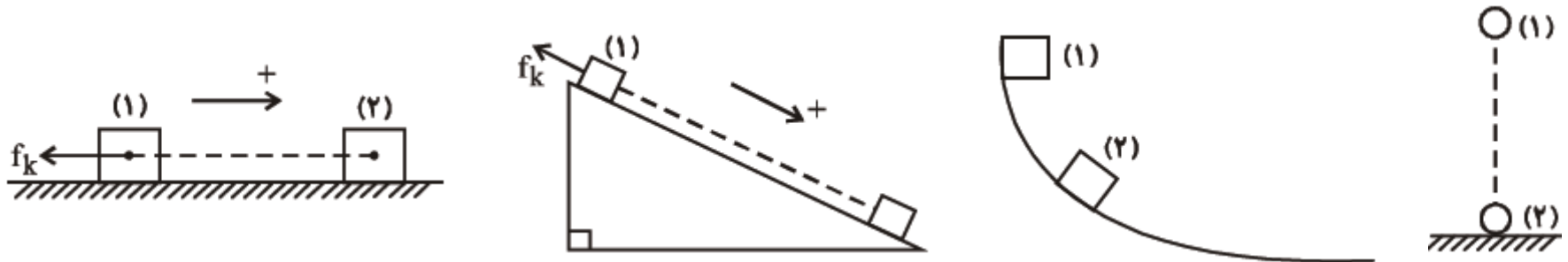


پرسش:

اگر در طول مسیر نیروهای اصطکاک و مقاومت هوا، به جسم وارد شوند کار این نیروهای اتلافی چگونه پیدا خواهد شد؟

پاسخ

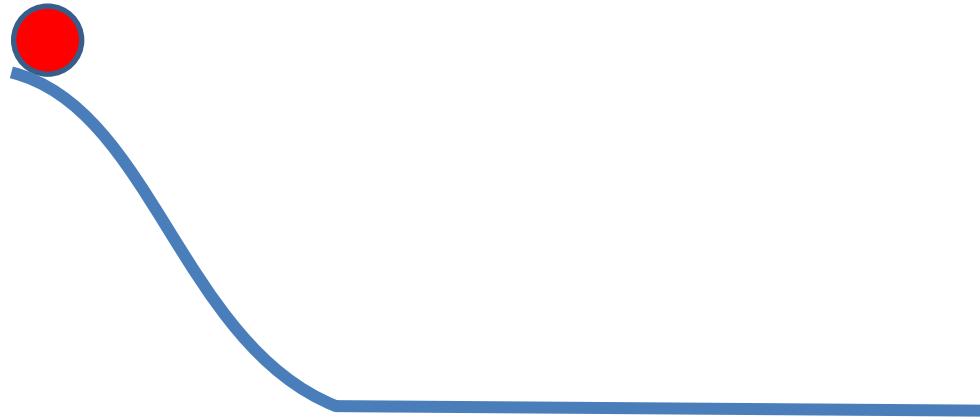
دیگر انرژی مکانیکی جسم یا سامانه پایسته نمی ماند. و تغییر می کند. این تغییر انرژی به صورت افزایش انرژی درونی جسم و محیط اطراف آن درمی آید.  $W_f = E_p - E_1$



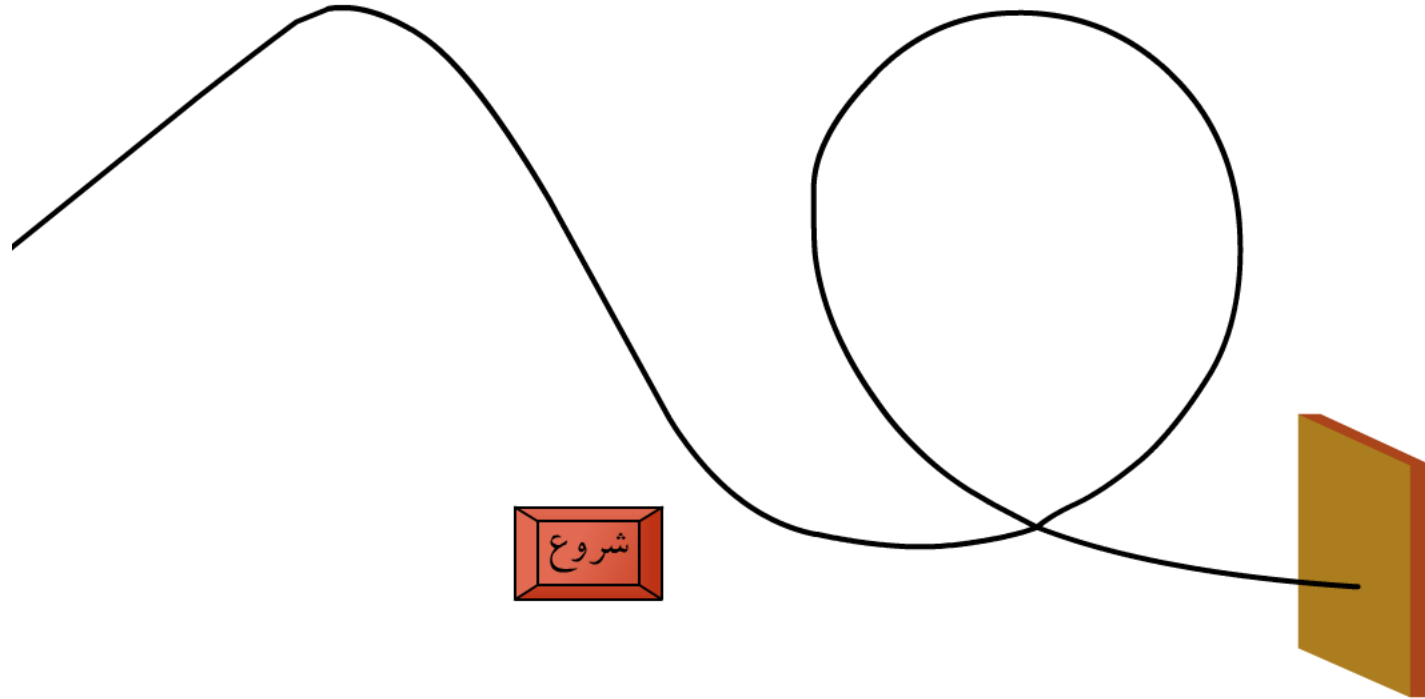
توجه کنید، چون  $E_p < E_1$  است،  $W_f < 0$  می باشد.

## قانون پایستگی انرژی:

در یک سامانهٔ منزوی، مجموع کل انرژی‌ها پایسته می ماند. انرژی را نمی توان خلق یا نابود کرد و تنها می توان آن را از یک شکل به شکل دیگر تبدیل کرد.



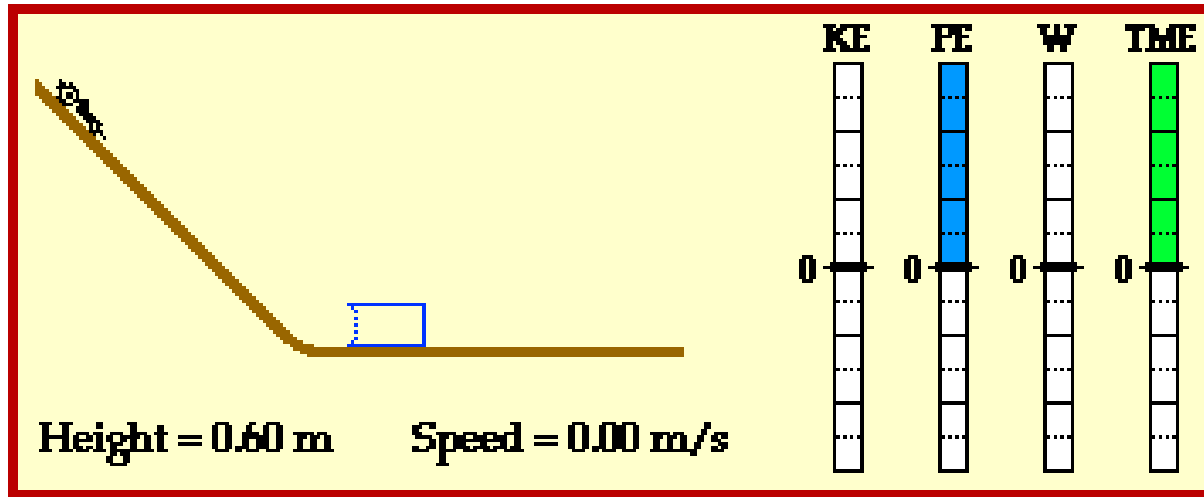
## انیمیشن پایستگی انرژی در سطح شیبدار



پرسش:

اتومبیلی از بالای تپه ای وارد اتاقکی می شود آیا انرژی اودر کل مسیر پایسته است؟

پاسخ



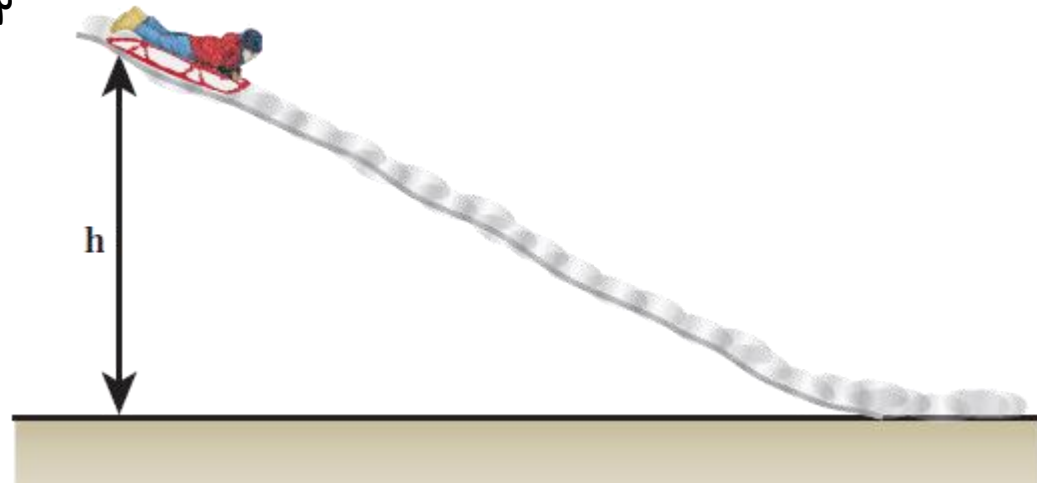
تمرین:

سورتمه ای که جرم آن به همراه سرنشین اش  $50 \text{ kg}$  است، از بالای تپه ای به ارتفاع  $100 \text{ m}$ ، از حال سکون شروع به حرکت می کند. اگر تندی سورتمه در پایین مسیر

$30 \text{ m/s}$  شود. چه مقدار انرژی بر اثر اصطکاک به انرژی درونی تبدیل می شود؟  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

$$\begin{cases} U_1 = mgh_1 = 50 \times 10 \times 100 = 50,000 \text{ J} \\ K_1 = \frac{1}{2} mV_1^2 \end{cases}$$

پاسخ



$$W_f = E_2 - E_1$$

$$W_f = 22500 - 50000$$

$$W_f = -27500 \text{ J}$$

$$\begin{cases} U_2 = mgh_2 \\ K_2 = \frac{1}{2} \times 50 \times 30^2 = 22500 \text{ J} \end{cases}$$

پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۱۶- گلوله ای به جرم  $50\text{ g}$  از دهانه تفنگی با تندی  $1/5\text{ km/s}$  و ارتفاع  $1/6\text{ m}$  از سطح زمین شلیک می شود. اگر گلوله با تندی  $0/45\text{ km/s}$  به زمین برخورد کند،  
الف) در مدت حرکت گلوله کار نیروی مقاومت هوا چقدر است؟

ب) مقدار به دست آمده در قسمت (الف) را با کار نیروی وزن مقایسه کنید.  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

پاسخ:



پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۱۶- گلوله ای به جرم  $50\text{g}$  از دهانه تفنگی با تندی  $150\text{km/s}$  و ارتفاع  $1/6\text{m}$  از سطح زمین شلیک می شود. اگر گلوله با تندی  $45\text{km/s}$  به زمین برخورد کند،  
 الف) در مدت حرکت گلوله کار نیروی مقاومت هوا چقدر است؟



ب) مقدار به دست آمده در قسمت الف) را با کار نیروی وزن مقایسه کنید.  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

$$m = 0.05\text{kg}$$

$$V_1 = 150 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$h_1 = 1/6\text{m}$$

$$V_2 = 45 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$W_f = ?$$

$$W_{mg} = ?$$

$$K_1 = \frac{1}{2} m V_1^2 = \frac{1}{2} \times 0.05 \times 150^2 = 5625\text{J}$$

$$U_1 = mgh_1 = 0.05 \times 10 \times 1/6 = 0.08\text{J}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} \times 0.05 \times 45^2 = 101.25\text{J}$$

$$U_2 = mgh_2 = 0\text{J}$$

$$W_f = E_2 - E_1 = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1)$$

$$W_f = 101.25 - (5625 + 0.08) = -5523.83\text{J}$$

$$W_{mg} = -\Delta U = -mg(h_2 - h_1) = 0.05 \times 10 \times 1/6 \approx 0.08\text{J}$$

پاسخ:

الف)

ب)

کار نیروی وزن در برابر کار نیروی مقاومت هوا ناچیز است

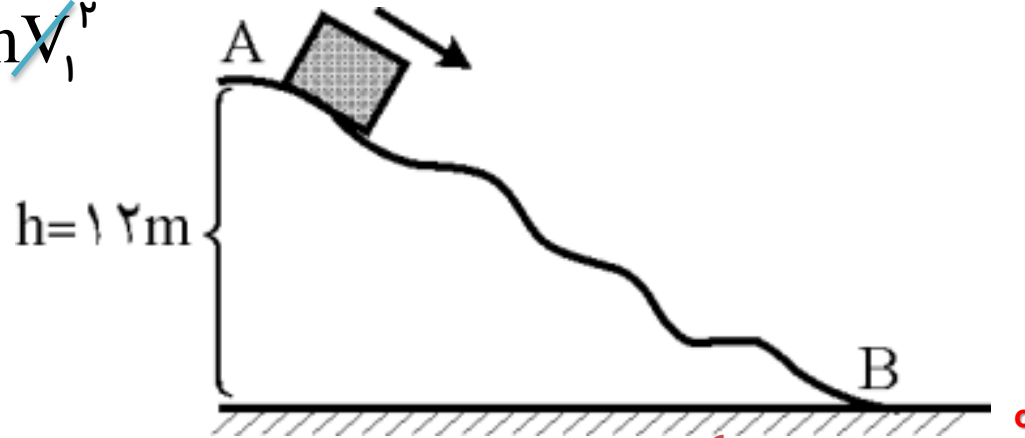
تمرین:

در شکل زیر، جسمی به جرم  $1/5 \text{ kg}$  از نقطه A شروع به حرکت کرده، با تندی  $10 \text{ m/s}$  به نقطه B در پایین سطح می رسد. کار نیروی اصطکاک سطح بر روی جسم را محاسبه کنید

پاسخ:

$$\begin{cases} U_1 = mgh_1 = 1/5 \times 10 \times 12 = 18 \cdot \text{J} \\ K_1 = \frac{1}{2} mV_1^2 \end{cases}$$

$$W_{f_k} = -10.5 \text{ J}$$



$$W_f = E_2 - E_1$$

$$W_f = 75 - 180$$

$$W_f = -105 \text{ J}$$

$$\begin{cases} U_2 = mgh_2 \\ K_2 = \frac{1}{2} \times 1/5 \times 10^2 = 75 \text{ J} \end{cases}$$



تمرین:

توپي به جرم  $500\text{g}$  را با تندی  $6\text{m/s}$  در راستای قائم در هوا به سمت بالا پرتاب می کنیم. توپ با تندی  $4\text{m/s}$  به نقطه پرتاب خود برمی گردد انرژی مکانیکی آن چه قدر و چگونه تغییر کرده است؟

پاسخ:

چون توپ به نقطه‌ی پرتاب برگشته است، انرژی پتانسیل گرانشی آن تغییر نمی کند و مقاومت هوا باعث اتلاف انرژی مکانیکی توپ می شود بنابراین داریم:

$$U_1 = U_2$$

$$\Delta E = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = K_2 - K_1$$

$$\Delta E = \frac{1}{2} m (V_2^2 - V_1^2) = \frac{1}{2} \times 0.5 (16 - 36) = -5\text{J}$$

انرژی مکانیکی توپ، ۵ ژول کاهش یافته است.

تمرین:

گلوله ای به جرم  $2 \text{ kg}$  بدون تندی اولیه از نقطه  $A$  به ارتفاع  $10 \text{ m}$  بالای سطح شیبدار بدون اصطکاک رها می شود و در نقطه  $B$  وارد سطح افقی شده و در نقطه  $C$  متوقف می شود. کار انجام شده روی گلوله در مسیر  $BC$  چند ژول خواهد بود؟

$$\begin{cases} U_1 = mgh_1 = 2 \times 10 \times 5 = 100 \text{ J} \\ K_1 = \frac{1}{2} mV_1^2 \end{cases}$$

پاسخ:

$$W_f = -100 \text{ J}$$



$$W_f = E_3 - E_1$$

$$W_f = 0 - 100$$

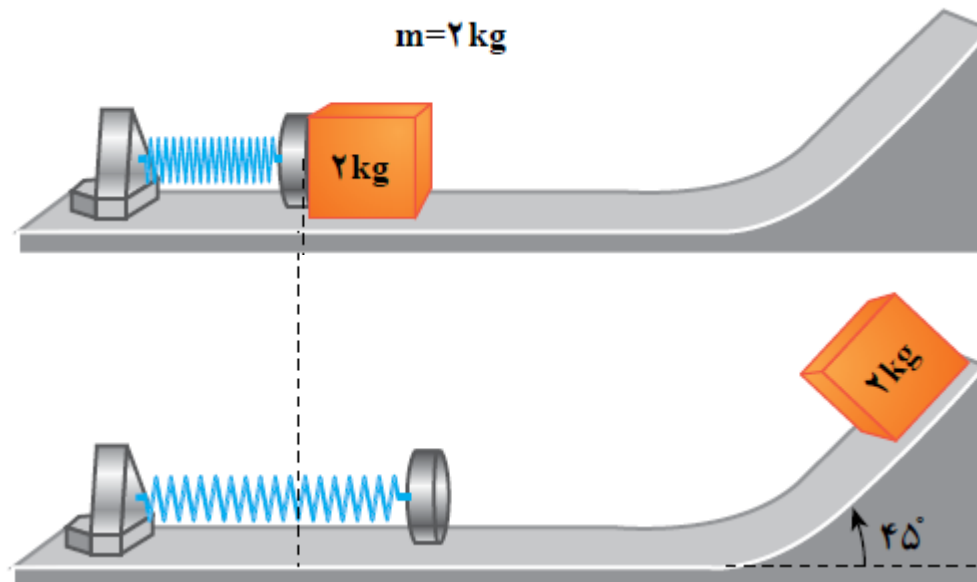
$$W_f = -100 \text{ J}$$

نقطه  $C$  
$$\begin{cases} U_3 = mgh_3 = 0 \\ K_3 = \frac{1}{2} mV_3^2 = 0 \end{cases}$$

تمرین:

در شکل زیر جسمی را به فنر تماس داده به اندازه  $200 \text{ J}$  انرژی در فشردگی ذخیره می شود سپس جسم را رها می کنیم در صورتی که  $100 \text{ J}$  انرژی صرف غلبه بر اصطکاک شود، جسم حداکثر تا چه ارتفاعی بالا می رود  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

پاسخ

 $h = 5 \text{ m}$ 

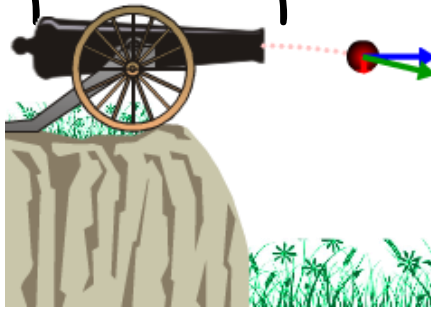
تمرین:

گلوله ای به جرم  $50\text{g}$  از دهانه تفنگی با تندی افقی  $1\text{km/s}$  خارج می شود و با تندی  $4\text{km/s}$  به زمین برخورد می کند. در مدت حرکت گلوله کار نیروی مقاومت هوا چقدر است؟ (ارتفاع شلیک گلوله را  $1/5\text{m}$  از سطح زمین در نظر بگیرید).

پاسخ:

$$\left\{ \begin{array}{l} U_1 = mgh_1 = 0.05 \times 10 \times 1/5 = 0.75\text{J} \\ K_1 = \frac{1}{2} mV_1^2 = \frac{1}{2} \times 0.05 \times 1000^2 = 25000\text{J} \end{array} \right.$$

$$W_R = -21000/75\text{J}$$



$$\left\{ \begin{array}{l} U_2 = mgh_2 \\ K_2 = \frac{1}{2} \times 0.05 \times 4000^2 = 4000\text{J} \end{array} \right.$$

$$W_f = E_2 - E_1$$

$$W_f = 4000 - (25000 + 0.75)$$

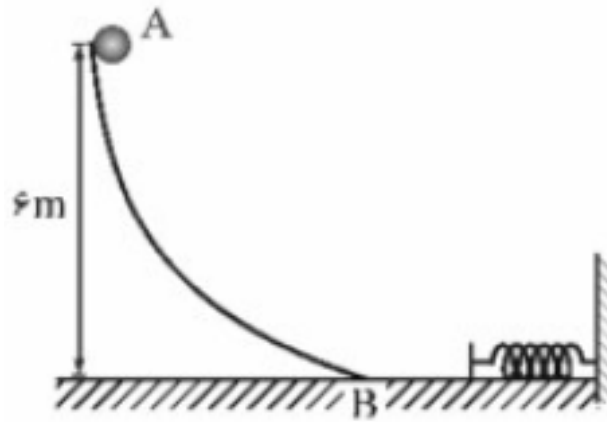
$$W_f = 4000 - (25000 + 0.75) = -21000/75\text{J}$$

تمرین:

گلوله ای به جرم ۲۰۰ گرم از نقطه ی A رها می شود و پس از برخورد به فنری در سطح افقی آن را متراکم می کند. اگر کار نیروی اصطکاک در مسیر AB برابر ۲- J باشد و سطح افقی بدون اصطکاک باشد حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی فنر چند ژول خواهد شد  $g = 10 \frac{N}{kg}$

پاسخ

$$U_{\text{فنر}} = 10 \text{ J}$$



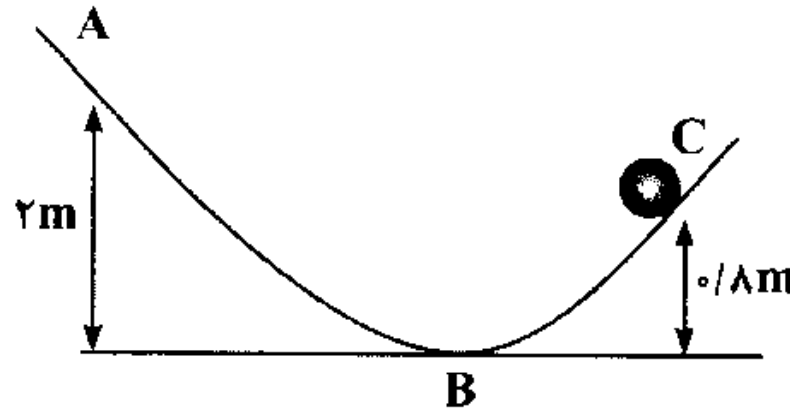
تمرین:

جسمی به جرم  $400\text{g}$  مسیر ABC را طی می کند اگر تندی جسم در نقطه A برابر  $1\text{m/s}$  و اتلاف انرژی در طول مسیر ABC برابر  $1/5\text{J}$  باشد، انرژی جنبشی جسم در نقطه C چند ژول خواهد بود؟

$$\begin{cases} U_1 = mgh_1 = 1/4 \times 10 \times 2 = 8\text{J} \\ K_1 = \frac{1}{2} mV_1^2 = \frac{1}{2} \times 1/4 \times 1^2 = 1/2\text{J} \end{cases}$$

پاسخ:

$$k_2 = 3/5\text{J}$$



$$W_{f_k} = E_2 - E_1$$

$$-1/5 = (k_2 + 3/2) - (1/2 + 8)$$

نقطه C  $\begin{cases} U_2 = mgh_2 = 1/4 \times 10 \times 0.8 = 3/2\text{J} \\ K_2 = ? \end{cases}$

$$k_2 = 3/5\text{J}$$

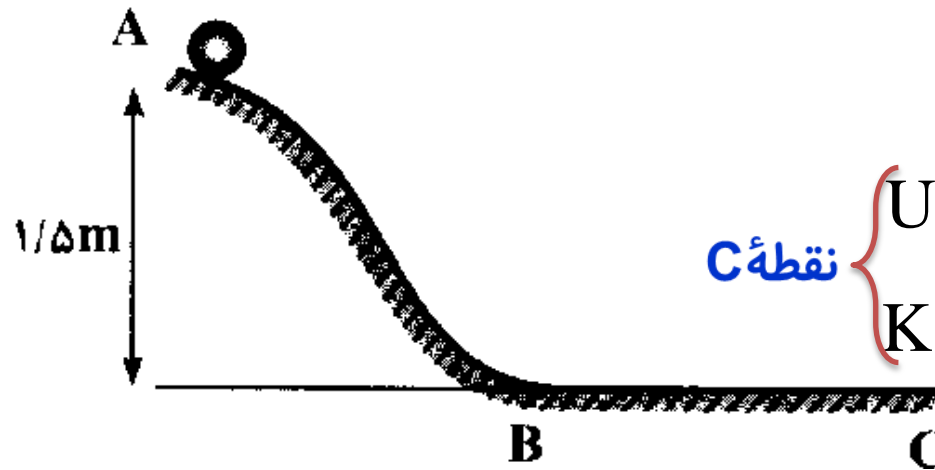
تمرین:

جسمی به جرم  $2\text{kg}$  بدون تندی اولیه از نقطه A به پایین می لغزد و پس از طی مسیر افقی  $BC = 4\text{m}$  در نقطه C متوقف می شود. اگر سطح AB بدون اصطکاک باشد نیروی اصطکاک در مسیر BC چه قدر است؟

$$\begin{cases} U_1 = mgh_1 = 2 \times 10 \times 1/5 = 3.0\text{J} \\ K_1 = \frac{1}{2} mV_1^2 \end{cases}$$

پاسخ:

$$f_k = 7/5\text{N}$$



$$\text{نقطه C} \begin{cases} U_3 = mgh_3 \\ K_3 = \frac{1}{2} mV_3^2 \end{cases}$$

$$W_{f_k} = E_3 - E_1$$

$$W_{f_k} = 0 - 3.0$$

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ$$

$$-3.0 = -f_k \times 4 \rightarrow f_k = 7/5\text{N}$$

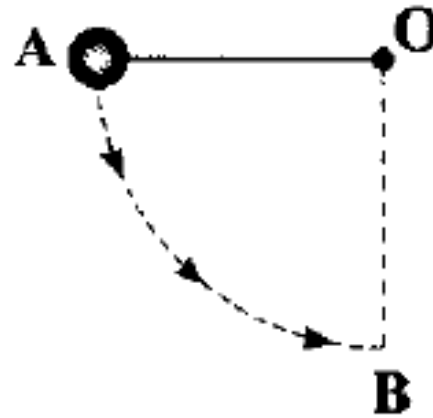
تمرین:

جرم گلوله آونگی  $200\text{ g}$  و طول آونگ  $50\text{ cm}$  است. اگر گلوله از نقطه A رها شود، تندی گلوله در نقطه B (پایین ترین نقطه از مسیر گلوله) چه قدر است؟ (از مقاومت هوا صرف

$$g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \quad (\text{نظر کنید})$$

پاسخ:

$$V = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$





## آزمون پیشرفت تحصیلی دهم ریاضی سال ۹۵

چنان چه کار بر آیند نیروهای وارد بر جسمی در یک مسیر برابر صفر باشد در این صورت، کدام نتیجه گیری درست است؟

(۱) بر آیند نیروهای وارد بر جسم نیز لزوماً در آن مسیر صفر است.

(۲) انرژی مکانیکی جسم در آن جابه جایی ثابت می ماند.

(۳) مجموع کار نیروهای وارد بر جسم نیز در آن جابه جایی برابر صفر است.

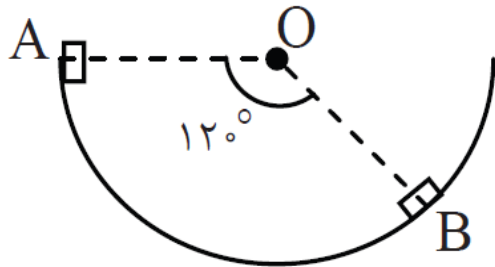
(۴) در آن مسیر، انرژی مکانیکی جسم ثابت است و بر آیند نیروهای وارد بر جسم، لزوماً صفر نیست.

پاسخ:

گزینه ۳

آزمون پیشرفت تحصیلی دهم ریاضی سال ۹۵

در شکل زیر جسمی با سرعت اولیه  $3 \text{ m/s}$  از لبه نیم کره ای به شعاع  $36 \text{ cm}$  مماس بر مسیر به سمت پایین پرتاب می شود اگر انرژی جنبشی جسم در نقاط A و B برابر ۲ ژول باشد چند ژول انرژی در فاصله AB تلف شده است؟



$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

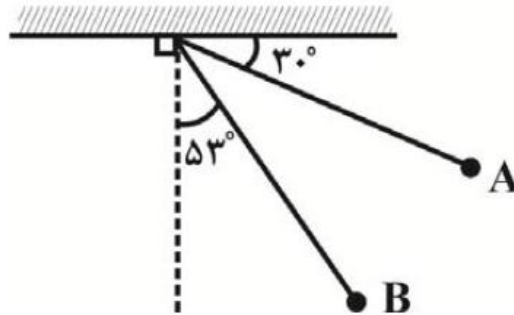
- (۱)  $8\sqrt{3}$  / (۲)  $80\sqrt{3}$  / (۳)  $8$  / (۴)  $80$

پاسخ:

گزینه ۱

تمرین:

مطابق شکل اگر نخ  $10\text{ cm}$  باشد، کارنیروی وزن وارد بر جسم  $2\text{ kg}$  در جابه جایی از A تا B چند ژول است؟ (  $\cos 53^\circ = .6$  و  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$  )



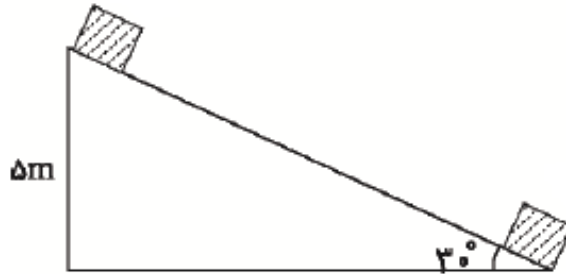
پاسخ:

$$W_{\text{وزن}} = 2\text{J}$$

تمرین:

مطابق شکل، جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  با تندی  $6\text{ m/s}$  روی سطح شیب دار به طرف پایین پرتاب می شود. اگر  $36\text{ ژول}$  انرژی در این جابه جایی تلف شود، جسم با

چه تندی ای به پایین سطح شیب دار می رسد؟  $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$



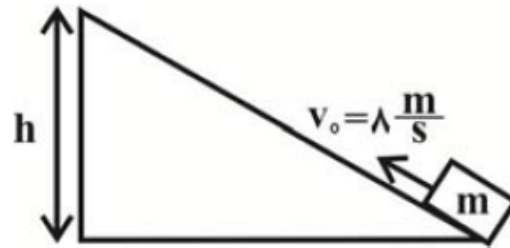
پاسخ:

$$V_p = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تمرین:

مطابق شکل زیر، جسمی به جرم  $m$  را با تندی  $8 \text{ m/s}$  از پایین سطح شیبدار به طرف بالا پرتاب می کنیم. جسم تا انتهای سطح شیبدار بالا می رود و سپس بر می گردد و با تندی  $4 \text{ m/s}$  از نقطه پرتاب عبور می کند. ارتفاع  $h$  چند متر است؟

$$g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

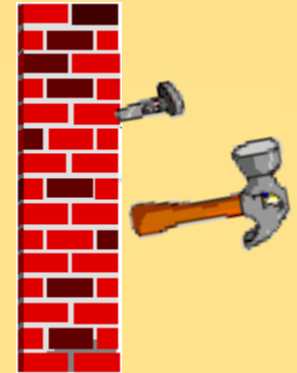


پاسخ:

$$h = 2 \text{ m}$$



# موضوع : توان



## توان متوسط:



کار انجام شده ، در واحد زمان (۱s) را **توان متوسط** گویند. (

یکای توان  $\frac{J}{S}$  است که آن را «**وات**» می نامیم :  $1 \frac{J}{S} = 1W$

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t}$$



power

چند نکته:

یکای رایج و متداول برای توان خودرو **اسب بخار** است

هر اسب بخار برابر با ۷۴۶ وات است. (**horse power = hp**)

در فیزیک، سریع انجام گرفتن کار بر حسب توان توصیف می شود

بنابراین توان یک ماشین **معیاری برای توصیف کندتر یا سریعتر انجام گرفتن** یک کار است.

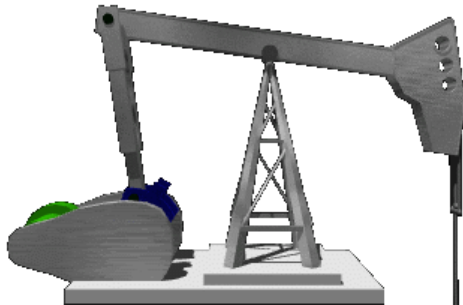
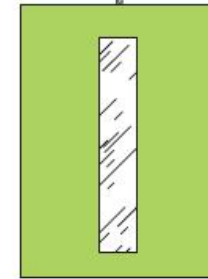
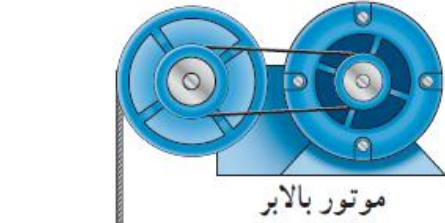


## کار موتور (بالابر، جرثقیل، پمپ و...):

$$W_t = K_2 - K_1$$

$$W_{\text{وزن}} + W_{\text{موتور}} = \cancel{K_2} - \cancel{K_1}$$

$$\left. \begin{array}{l} W_{\text{وزن}} = -W_{\text{موتور}} \\ W_{\text{وزن}} = -mgh \end{array} \right\} W_{\text{موتور}} = mgh$$



## حالات توان دستگاه : یاتوان خروجی مفید دستگاه :

$$\left\{ \begin{array}{l} W = mgh \\ \bar{P} = \frac{W}{\Delta t} \end{array} \right. \rightarrow$$

$$\bar{P} = \frac{mgh}{\Delta t}$$

برای جابجایی جسم در راستای قائم:

$$\left\{ \begin{array}{l} W_t = K_2 - K_1 \\ \bar{P} = \frac{W}{\Delta t} \end{array} \right. \rightarrow$$

$$\bar{P} = \frac{K_2 - K_1}{\Delta t}$$

برای جابجایی جسم در راستای افقی:

نکته:

هر وسیله ای مانند اتومبیل، آسانسور، تلمبه و... که کاری را انجام می دهد، انرژی مصرف می کند.

آسانسور، پمپ: انرژی الکتریکی

انرژی ورودی

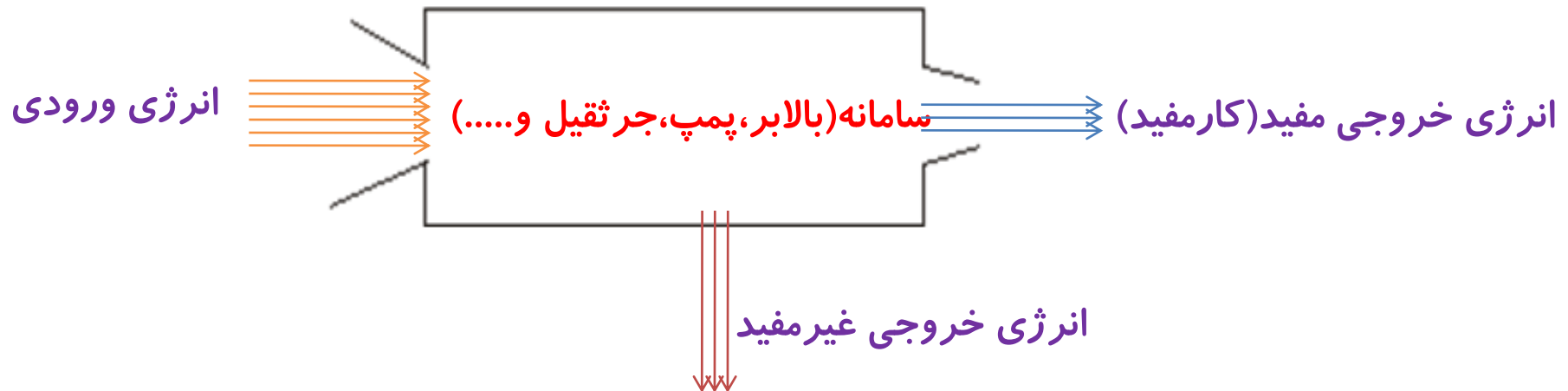
اتومبیل: انرژی سوختی (شیمیایی)



# بازده: Ra

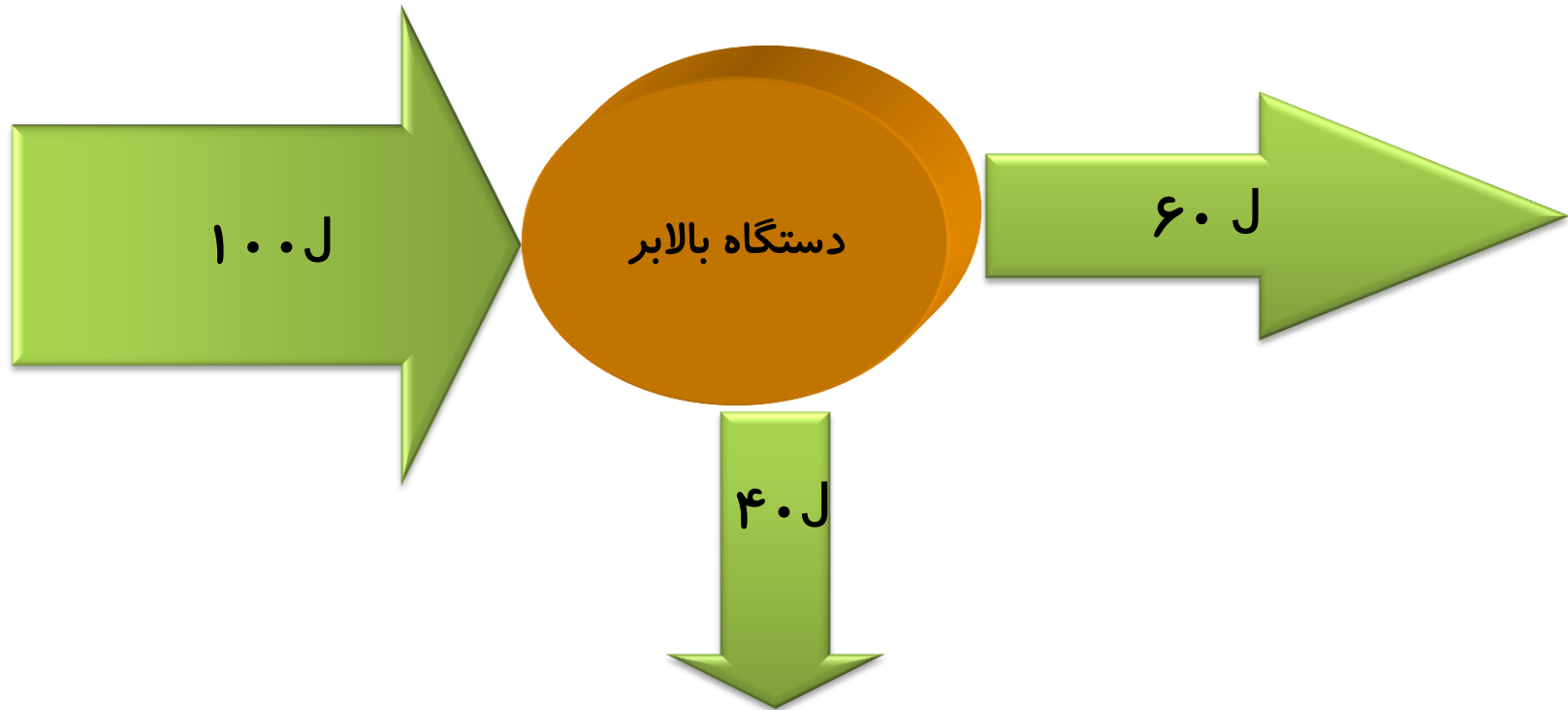
نسبت کار مفید گرفته شده به کار داده شده به سامانه (انرژی ورودی) است.

$$Ra = \frac{W_{\text{خروجی مفید}}}{W_{\text{ورودی}}} \times 100\% \quad \text{بازده بر حسب درصد}$$



## بازده بالابری $Ra = 60\%$ است یعنی چه؟

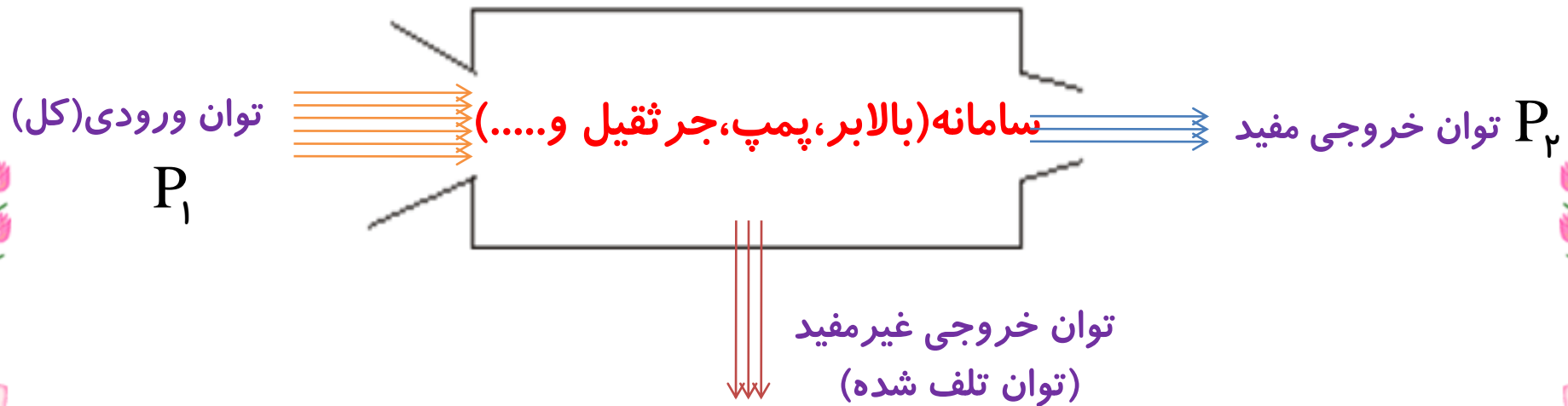
یعنی دستگاه بالابر از  $100\text{ J}$  انرژی الکتریکی دریافتی فقط  $60\text{ J}$  آن را به کار (باعث بالابردن اجسام) تبدیل می کند.



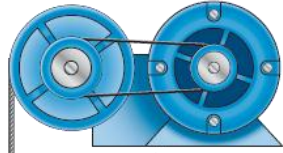
## فرمول دیگر بازده:

نسبت توان خروجی مفید به توان ورودی دستگاه است.

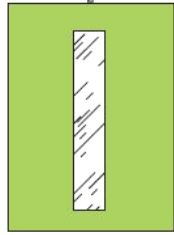
$$Ra = \frac{P_{\text{خروجی مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100\% \quad \text{بازده بر حسب درصد}$$



# بازده وسایل بالابر (آسانسور، پمپ، جرثقیل و...):



موتور بالابر

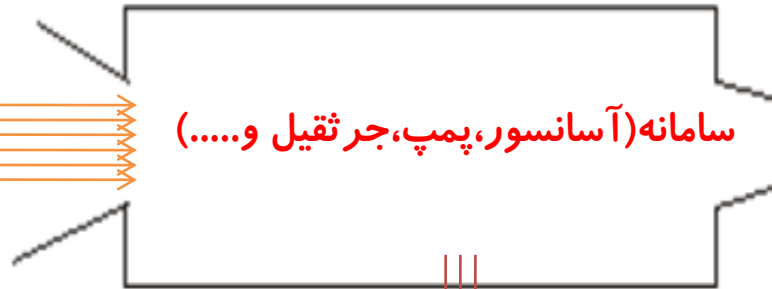


اتاقک بالابر



$$Ra = \frac{\frac{mgh}{\Delta t}}{P_1} \times 100 \%$$

$P_1$   
توان الکتریکی  
مصرفی (ورودی)



توان خروجی  
غیر مفید

$P_2 = \frac{mgh}{\Delta t}$   
توان خروجی  
مفید

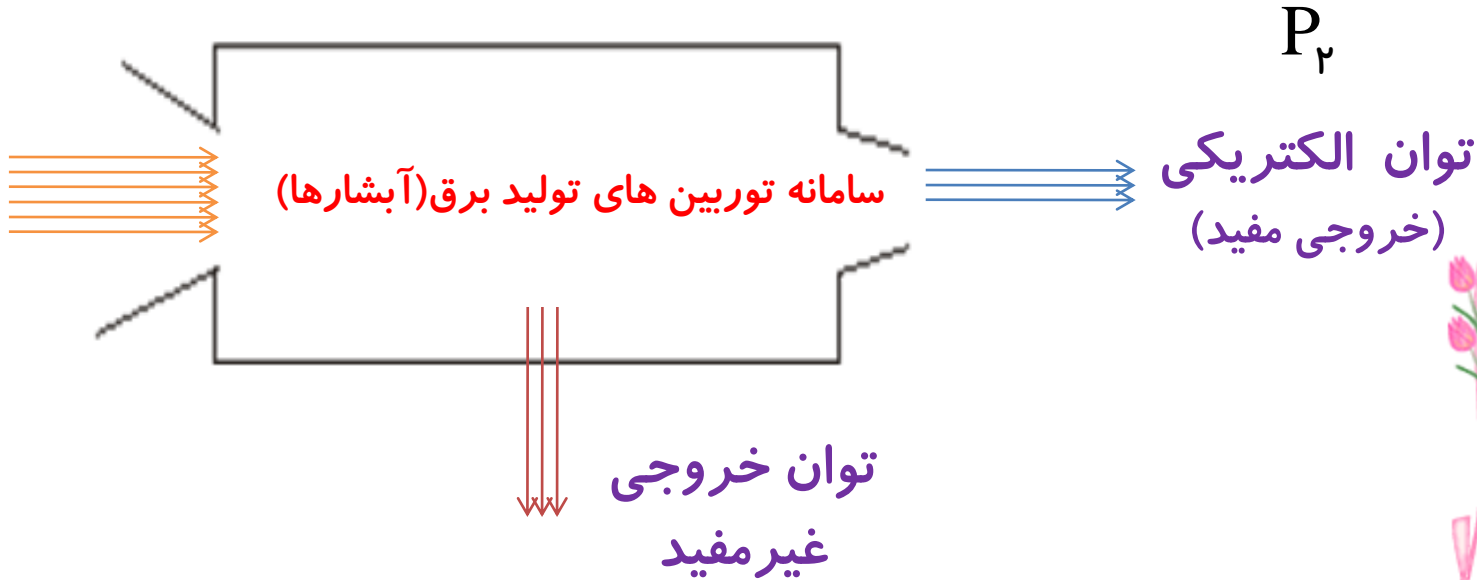


## بازده توربین های تولید برق (آبشارها):

$$Ra = \frac{P_2}{mgh} \times 100 \%$$

$$P_1 = \frac{mgh}{\Delta t}$$

توان ورودی  
(حاصل از نیروی وزن)





تمرین:

اتومبیلی به جرم  $900 \text{ kg}$  در یک جاده افقی روی خط راست از حال سکون شروع به حرکت می کند و پس از  $10 \text{ s}$  اتندی آن به  $72 \text{ km/h}$  می رسد. توان متوسط اتومبیل چند کیلووات است؟ (نیروی مقاوم در مقابل حرکت اتومبیل را نادیده بگیرید.)

پاسخ:

$$P = 18 \text{ Kw}$$

$$m = 900 \text{ kg}$$

$$V_1 = 0$$

$$\Delta t = 10 \text{ s}$$

$$V_2 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P = ?$$

$$W_t = K_2 - K_1 \rightarrow W_t = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 900 \times 20^2$$

$$W_t = 180000 \text{ J}$$

$$P = \frac{W_t}{\Delta t} \rightarrow P = \frac{180000}{10} = 18000 \text{ W} = 18 \text{ Kw}$$

تمرین:

شخصی بانبروی افقی  $40\text{ N}$ ، جسمی را بر روی سطحی افقی در مدت  $4\text{ s}$ ،  $10\text{ m}$  متر جابه جا کرده است توان شخص چند کیلووات است؟

پاسخ:

$$P = 1\text{ kw}$$



$$F = 40\text{ N}$$

$$\Delta t = 4\text{ s}$$

$$d = 10\text{ m}$$

$$P = ?$$

$$W_t = F_t \times d = 40 \times 10 = 400\text{ J}$$

$$P = \frac{W_t}{\Delta t} \rightarrow P = \frac{400}{4} = 100\text{ W} = 1\text{ kw}$$

پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۱۹- بالابری با تندی ثابت، باری به جرم  $650 \text{ kg}$  را در مدت ۳ دقیقه تا ارتفاع  $75 \text{ m}$  بالا می برد. اگر جرم بالابر  $320 \text{ kg}$  باشد، توان متوسط موتور آن چندوات و چند اسب بخار است؟

پاسخ:

$$m_{\text{بار}} = 650 \cdot \text{kg}$$

$$\Delta t = 180 \cdot \text{s}$$

$$h = 75 \text{ m}$$

$$M = 320 \cdot \text{kg}$$

$$\bar{P} = ?$$

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ w}$$

$$\bar{P} \approx 4042 \text{ w} \approx 5/4 \text{ hp}$$

$$m_{\text{کل}} = m_{\text{بار}} + M = 650 + 320 = 970 \text{ kg}$$

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t} \rightarrow \bar{P} = \frac{mgh}{\Delta t} \rightarrow \bar{P} = \frac{970 \times 10 \times 75}{180}$$

$$\bar{P} \approx 4042 \text{ w} \rightarrow \bar{P} = 4042 \text{ w} \times \frac{1 \text{ hp}}{746 \text{ w}} \approx 5/4 \text{ hp}$$

تمرین:

شخصی به جرم  $78/5 \text{ kg}$ ، در مدت زمان  $84/0 \text{ s}$  از تعداد  $50$  پله بالا می رود. توان متوسط مفید او چند وات است؟ ارتفاع هر پله را  $28/5 \text{ cm}$  فرض کنید.

پاسخ:

$$\bar{P} \approx 1/3 \times 10^2 \text{ W}$$

$$m = 78/5 \text{ kg}$$

$$\Delta t = 84 \text{ s}$$

$$h = 50 \times 28/5 \text{ cm} = 14/2 \text{ m}$$

$$\bar{P} = ?$$

$$\bar{P} = \frac{W}{\Delta t}$$

$$\bar{P} = \frac{mgh}{\Delta t}$$

$$\bar{P} = \frac{78/5 \times 10 \times 14/2}{84}$$

$$\bar{P} \approx 1/3 \times 10^2 \text{ W}$$

تمرین:

آسانسوری با سرعت ثابت، ۶ نفر مسافر را در زمان ۵ دقیقه ۱۲۰ متر بالا می برد. اگر جرم متوسط هر مسافر ۶۰ Kg و جرم آسانسور ۱۰۰۰ Kg باشد، توان متوسط آسانسور چند وات است

پاسخ:

$$\Delta t = 5 \text{ min} = 5 \times 60 = 300 \text{ s}$$

$$\bar{P} = 544 \text{ w}$$

$$h = 120 \text{ m}$$

$$m_{\text{مسافرها}} = 6 \times 60 = 360 \text{ kg}$$

$$m_{\text{کل}} = m_{\text{مسافرها}} + M = 360 + 1000 = 1360 \text{ kg}$$

$$M = 1000 \text{ kg}$$

$$\bar{P} = ?$$

$$\bar{P} = \frac{mgh}{\Delta t} \rightarrow \bar{P} = \frac{1360 \times 10 \times 120}{300} \rightarrow \bar{P} = 544 \text{ w}$$

تمرین:

اتومبیلی به جرم  $1/5$  تن از حال سکون با شتاب ثابت به حرکت درمی آید و بعد از یک دقیقه، تندی آن به  $72 \text{ km/h}$  می رسد. توان اتومبیل در این مدت چند وات است؟

پاسخ:

$$P = 5000 \text{ W}$$

$$m = 1/5 \text{ ton} = 1500 \text{ kg}$$

$$\Delta t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$V = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$P = ?$$

$$W_t = K_2 - K_1 \rightarrow W_t = \frac{1}{2} m V^2 = \frac{1}{2} \times 1500 \times 20^2$$

$$W_t = 3 \times 10^5 \text{ J}$$

$$P = \frac{W_t}{\Delta t} \rightarrow P = \frac{3 \times 10^5}{60} = 5000 \text{ W}$$

تمرین:

جرثقیلی می تواند در مدت ۵۰ s، باری به جرم ۱۰۰ kg را با سرعت ثابت در راستای قائم، ۵ m بالا ببرد. توان متوسط جرثقیل را بر حسب وات محاسبه کنید.

پاسخ:

$$\bar{P} = 100 \cdot w$$

$$\Delta t = 50 \cdot s$$

$$m = 100 \cdot kg$$

$$h = 5m$$

$$\bar{P} = ?$$

$$\bar{P} = \frac{mgh}{\Delta t}$$

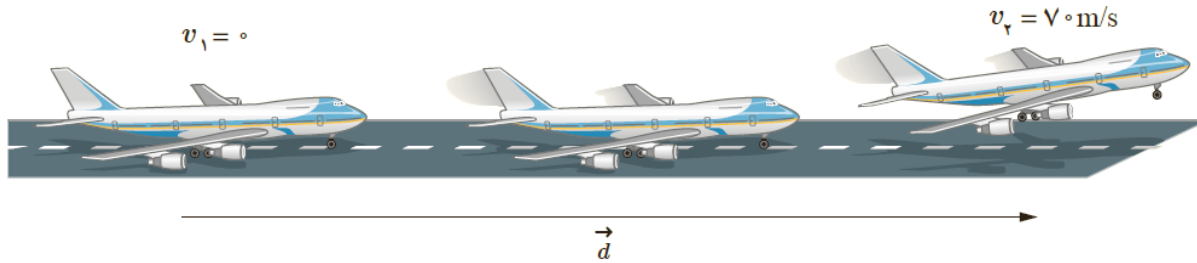
$$\bar{P} = \frac{100 \times 10 \times 5}{50}$$

$$\bar{P} = 100 \cdot w$$



پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۲۱- شکل زیر هواپیمایی به جرم  $1.0^4 \times 7/20$  kg را نشان می دهد که از حال سکون شروع به حرکت می کند و پس از  $20.50$  m جابه جایی در امتداد باند هواپیما، به تندی برخاستن  $V_2 = 70$  m/s می رسد.



الف) کار کل نیروهای وارد بر هواپیما را در این جابه جایی حساب کنید.

$$m = 7/20 \times 1.0^4 \text{ kg}$$

$$v_1 = 0 \text{ m/s}$$

$$h = 20.50 \text{ m}$$

$$v_2 = 70 \text{ m/s}$$

$$W_t = ?$$

$$W_t = K_2 - K_1$$

$$W_t = \frac{1}{2} m v_2^2$$

$$W_t = \frac{1}{2} \times 7/20 \times 1.0^4 \times 70^2 \approx 1/8 \times 1.0^4 \text{ J}$$

پاسخ:



پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

۲۱- شکل زیر هواپیمایی به جرم  $1.0^4 \text{ kg}$  را نشان می دهد که از حال سکون شروع به حرکت می کند و پس از  $20.5 \text{ m}$  جابه جایی در امتداد باند هواپیما، به تندی برخاستن  $V_2 = 70 \text{ m/s}$  می رسد.

یک دقیقه پس از برخاستن، هواپیما تا ارتفاع  $560$  از سطح زمین اوج می گیرد و تندی آن به  $140 \text{ m/s}$  می رسد. در این مدت،

(ب) کار نیروی وزن چقدر است؟

پاسخ:

$$m = 1.0^4 \times 7/2 \text{ kg}$$

$$h_2 = 560 \text{ m}$$

$$W_{\text{وزن}} = ?$$

$$h_1 = 0$$

$$W_{\text{وزن}} = -\Delta U$$

$$W_{\text{وزن}} = -(mgh_2 - mgh_1)$$

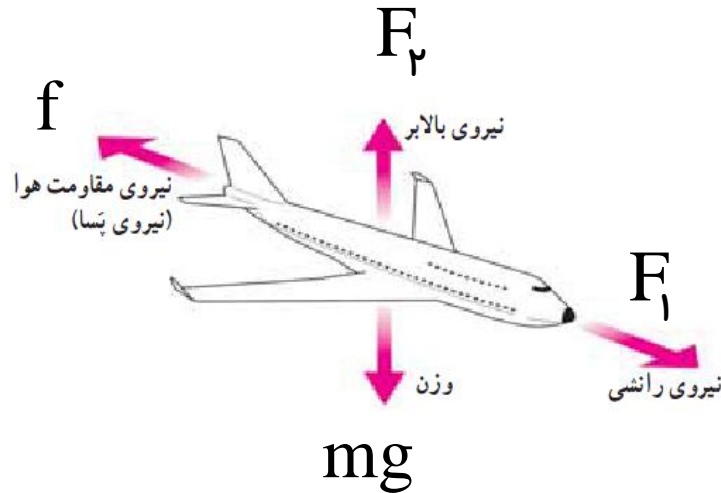
$$W_{\text{وزن}} = -1.0^4 \times 9/8 \times 560$$

$$W_{\text{وزن}} \approx -3/9 \times 1.0^8 \text{ J}$$

پرسش ها و مسئله های فصل ۲:

پ) به جز نیروی وزن، چه نیروهای دیگری بر هواپیما اثر می کند؟ کار کدام یک از این نیروها مثبت و کار کدام یک از آنها منفی است؟

پاسخ:



۱- نیروی بالابر بر هواپیما  $W_{F_1} > 0$

۲- نیروی پیش ران بر هواپیما  $W_{F_p} > 0$

۳- نیروی وزن هواپیما  $W_{mg} < 0$

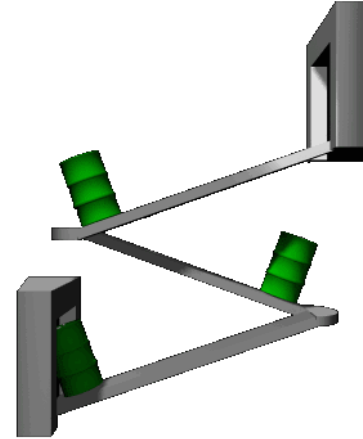
۴- نیروی مقاومت هوا  $W_f < 0$

تمرین :

پله برقی می تواند در هر دقیقه یک بشکه ی ۲۰ لیتر آب را با تندی ثابت تا ارتفاع ۱۲m بالا ببرد. توان متوسط پله برقی چقدر است؟

پاسخ :

$$\bar{P} = 40 \text{ W}$$



تمرین:

توان موتور جرثقیلی یک کیلووات است. این جرثقیل وزنه  $50 \text{ kg}$  را در مدت  $25 \text{ s}$  تا ارتفاع  $5 \text{ m}$  از سطح زمین بالا می برد. بازده موتور این جرثقیل چند درصد است؟

پاسخ:

$$R_a = 10\%$$



تمرین :

بالابری در هر دقیقه صندوق  $40 \text{ Kg}$  را با تندی ثابت از روی سطح زمین تا ارتفاع  $15 \text{ m}$  بالای ساختمانی منتقل می کند اگر بازده بالابر  $60\%$  درصد باشد، توان ورودی و خروجی آن را حساب کنید

پاسخ :



تمرین:

یک آسانسور، در مدت ۵ دقیقه تا ارتفاع ۶۰ m بالا می‌رود. جرم آسانسور و بار داخل آن ۵۰۰ Kg و توان مصرفی آسانسور ۲ kw است. بازده آسانسور چند درصد است؟

پاسخ:

$$\Delta t = 5 \text{ min} = 5 \times 60 = 300 \text{ s}$$

$$R_a = 50\%$$

$$h = 60 \text{ m}$$

$$m = 500 \text{ kg}$$

$$P_r = \frac{mgh}{\Delta t} \rightarrow P_r = \frac{500 \times 10 \times 60}{300} = 1000 \text{ W}$$

$$P_1 = 2000 \text{ W} \text{ توان ورودی}$$

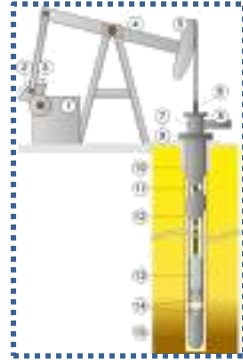
$$R_a = ?$$

$$R_a = \frac{P_r}{P_1} \times 100\% \rightarrow R_a = \frac{1000}{2000} \times 100\% = 50\%$$

تمرین:

تلمبه‌ای در هر دقیقه ۳۰ لیتر آب را با تندی ثابت از چاهی به عمق ۱۰ m تا ارتفاع ۵ m بالای دهانه‌ی چاه بالا می‌فرستد. اگر بازده تلمبه ۴۰ درصد باشد، توان ورودی و خروجی آن را حساب کنید

پاسخ:



$$P_r = 75 \text{ W}$$

$$P_i = 187.5 \text{ W}$$

$$\Delta t = 60 \text{ s}$$

$$m = 30 \text{ kg}$$

$$h = 15 \text{ m}$$

$$R_a = 40\%$$

$$P_i = ?$$

$$P_r = ?$$

$$P_r = \frac{mgh}{t} \rightarrow P_r = \frac{30 \times 10 \times 15}{60} = 75 \text{ W}$$

$$R_a = \frac{P_r}{P_i} \times 100\% \rightarrow 40\% = \frac{75}{P_i} \times 100\%$$

$$P_i = \frac{7500}{40} = 187.5 \text{ W}$$

تمرین:

از آبشاری در هر دقیقه  $2 \text{ m}^3$  آب از ارتفاع  $5 \text{ m}$  فرومی ریزد. این آبشار مولد (ژنراتور) الکتریکی کوچکی را به کار می اندازد. اگر بازده دستگاه  $80\%$  در صد باشد، توان مولد را به دست آورید.

پاسخ:

$$\Delta t = 6 \cdot \text{s}$$

$$p \approx 1333 / 3 \text{ w}$$

خروجی مفید

$$m = 2 \times 1000 \cdot \text{kg} \quad \text{هر } 1 \text{ m}^3 \text{ آب، } 1000 \cdot \text{kg} \text{ جرم دارد}$$

$$h = 5 \text{ m}$$

$$P_1 = \frac{mgh}{\Delta t} \rightarrow P_1 = \frac{2000 \times 10 \times 5}{6} = 1666 / 6 \text{ w}$$

$$R_a = 80\%$$

$$R_a = \frac{P_2}{P_1} \times 100\% \rightarrow 80\% = \frac{P_2}{1666 / 6}$$

$$P_2 = ?$$

$$P_2 = 80\% \times 1666 / 6 \approx 1333 / 3 \text{ w}$$



تمرین:

ارتفاع یک سد  $100\text{ m}$  است. توان الکتریکی مولدی که در پایین این سد قرار دارد، تقریباً برابر با  $200\text{ MW}$  است. اگر  $80\%$  درصد کارنیروی گرانش به انرژی الکتریکی تبدیل شود، در هر ثانیه چند متر مکعب آب باید روی پره های توربین بریزد؟ (جرم هر  $\text{m}^3$  آب را  $1000\text{ kg}$  بگیرید.)

پاسخ:

$$V = 25 \cdot \text{m}^3$$

$$h = 100\text{ m}$$

$$P_r = 200 \times 10^6\text{ W}$$

$$R_a = 80\%$$

$$\Delta t = 1\text{ s}$$

$$m = ?$$

$$R_a = \frac{P_r}{P_1} \rightarrow 80\% = \frac{200 \times 10^6}{P_1}$$

$$P_1 = \frac{200 \times 10^6}{80} = 250 \times 10^6$$

$$P_1 = \frac{mgh}{\Delta t} \rightarrow 250 \times 10^6 = \frac{m \times 10 \times 100}{1}$$

$$m = \frac{250 \times 10^6}{100} \rightarrow m = 250 \times 10^3\text{ kg} = 250\text{ m}^3$$

هر  $1000\text{ kg}$  آب،  $1\text{ m}^3$  حجم دارد

تمرین:

تندی اتومبیلی به جرم  $1200 \text{ kg}$  در مدت  $10 \text{ s}$  از  $18 \text{ km/h}$  به  $90 \text{ km/h}$  می رسد  
 اگر نیروی مقاوم در برابر حرکت اتومبیل ناچیز باشند، توان مفید متوسط موتور  
 اتومبیل چنداسب بخار است؟ (هراسب بخار را معادل  $750 \text{ وات}$  در نظر بگیرید)

پاسخ:

$$P = 48 \text{ hp}$$

تمرین:

یک پمپ آب با توان کل  $۷۵۰$  وات در هر دقیقه آب را از سطح زمین از حال سکون به ارتفاع  $۵۰$  m برده و با تندی  $۲۰$  m/s به سمت بیرون پرتاب می کند، بازده این پمپ چند درصد است؟ (از نیروی اتلافی صرف نظر کنید و  $g = ۱۰ \frac{N}{kg}$ )

پاسخ:

$$Ra = ۸۰\%$$

تمرین:

یک بالابروزنه ای به جرم  $25\text{kg}$  را با تندی ثابت  $30\text{ m/s}$  بالا می برد. اگر بزرگی نیروی اصطکاک در برابر حرکت جسم  $50$  نیوتون باشد، توان موتور بالابر چند وات است؟

پاسخ:

$$P_{\text{موتور}} = 9000\text{W}$$

$$1- \text{فرمول انرژی جنبشی} \quad K = \frac{1}{2} mV^2$$

$$1- \text{کار نیروی محرک} \quad W_F = Fd \cos \alpha$$

$$2- \text{کار نیروی وزن} \quad W_{mg} = mg \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$3- \text{کار نیروی عمودی تکیه گاه} \quad W_N = F_N \cdot d \cdot \cos \alpha$$

$$4- \text{کار نیروی اصطکاک} \quad W_{f_k} = -f_k \cdot d$$

۲- فرمول کار

$$3- \text{قضیهی کار و انرژی جنبشی} \quad W_t = K_2 - K_1 \quad \text{یا} \quad W_F + W_N + W_{mg} + W_{f_k} = K_2 - K_1$$

$$4- \text{رابطه کار و انرژی پتانسیل} \quad W_{وزن} = -\Delta U \quad \text{یا} \quad W_{f_e} = -\Delta U$$

$$5- \text{انرژی پتانسیل گرانش در یک نقطه:} \quad U = mgh$$

$$6- \text{انرژی مکانیکی} \quad E = K + U$$

$$7- \text{پایستگی انرژی مکانیکی (حرکت یک جسم بدون نیروی محرک یا به کمک نیروی وزن)} \quad E_1 = E_2$$

$$8- \text{کار نیروهای مقاوم (حرکت یک جسم بدون نیروی محرک یا به کمک نیروی وزن)} \quad W_f = E_2 - E_1$$

$$\bar{P} = \frac{mgh}{\Delta t} \quad \text{برای جابجایی جسم در راستای قائم:}$$

$$\bar{P} = \frac{K_2 - K_1}{\Delta t} \quad \text{برای جابجایی جسم در راستای افقی:}$$

$$9- \text{توان متوسط:} \quad \bar{P} = \frac{W}{\Delta t}$$

$$10- \text{بازده دستگاه بر حسب درصد:} \quad Ra = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{ورودی}}} \times 100\% \quad \text{یا} \quad Ra = \frac{P_{\text{خروجی مفید}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100\%$$

## شناسنامه کاروانرژی

یکای (SI)	علامت	نام کمیت
Kg (کیلوگرم)	m	جرم
m/s (متر بر ثانیه)	v	سرعت
J (ژول)	k	انرژی جنبشی
m (متر)	h	ارتفاع
m/s <sup>2</sup> (متر بر مجذور ثانیه)	g	شتاب گرانشی
J (ژول)	U	انرژی پتانسیل گرانشی
J (ژول)	E	انرژی مکانیکی

## با نظارت جمعی از اساتید و معلمان گروه فیزیک البرز :

حمیدرضا ایزدی

مهرداد باقرپور

محمد علی سبکبار

فاطمه زارعی

فتانه باقرزاده

محمد انصاری تبار

تاریخ ویرایش نهایی : شهریور ۱۳۹۶

ارتباط تلگرامی : @ansari132