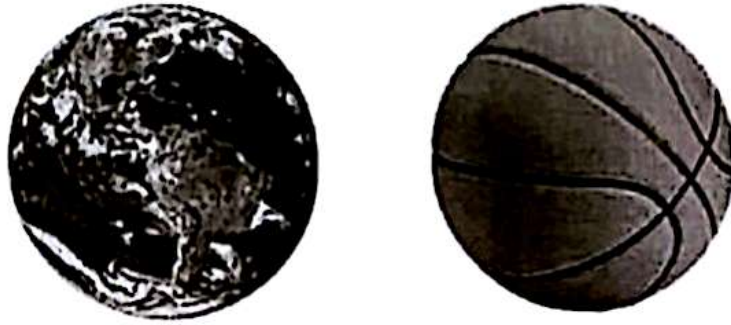


در سال های قبل با انواع حجم های هندسی آشنا شدید. این حجم ها به سه دسته تقسیم می شد: منشوری، کروی و هرمی.

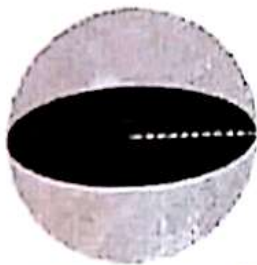


کره زمین و توپ بسکتبال نمونه هایی از حجم های کروی است. چند نمونه دیگر از حجم های کروی را نام ببرید. پرتقال - هندوانه - گلدون

فعالیت

۱- به تعریف دایره به عنوان یک شکل هندسی مسطح توجه کنید:

دایره، مجموعه نقاطی از صفحه است که همه آن نقطه ها از یک نقطه در همان صفحه به نام مرکز به یک فاصله ثابت و مشخص هستند. به این اندازه ثابت، شعاع دایره می گوئیم.



با توجه به این تعریف در قسمت زیر، کره را به عنوان یک شکل هندسی فضایی تعریف کنید.

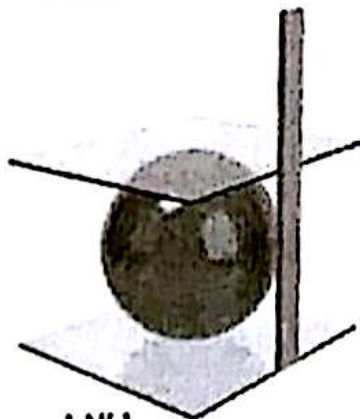
فاصله آن نقاط از

کره مجموعه نقاطی از فضا است که مرکز آن به یک اندازه ثابت هستند. به این اندازه ثابت شعاع کره می گوئیم.

۲- کارهای زیر را انجام دهید تا در انتهای فعالیت، راه محاسبه حجم کره را پیدا کنیم.

● یک توپ پلاستیکی به شکل کره تهیه کنید.

● مانند شکل مقابل با قرار دادن دو سطح صاف موازی، قطر کره را اندازه بگیرید.





• مانند شکل مقابل به کمک پلنگ، یک استوانه درست کنید به طوری که نوب کروی به طور کامل درون آن قرار گیرد و از اطراف، بالا و پایین بر آن مساس شود.

در این حالت می‌گوییم کره در استوانه محاط شده و استوانه نیز بر کره محیط شده است. اگر شعاع کره R باشد، ارتفاع استوانه و شعاع قاعده آن را بر حسب R نشان دهید.

$$2R = \text{عطر ر ه: ارتفاع استوانه}$$

$$R = \text{شعاع ر ه: شعاع قاعده استوانه} \quad V = \pi R^2 \times h = \pi R^2 \times 2R = 2\pi R^3$$

• نوب را از استوانه خارج کنید و بادقت آن را ببرد تا به دو نیم کره مساوی تبدیل شود. مانند شکل مقابل، یکی از نیم کره‌ها را در داخل استوانه بگذارید و نیم کره دیگر را از آب بر و در استوانه خالی کنید. اگر این کار را بادقت انجام دهید و استوانه را خوب آب‌بندی کرده باشید که آبی از آن خارج نشود با دو نیم کره، فضای باقیمانده بر از آب می‌شود.



الف) حجم استوانه، چند برابر حجم نیم کره است؟ $\frac{4}{3}$ برابر
 ب) حجم استوانه چند برابر حجم کره است؟ $\frac{4}{3}$ برابر یا $\frac{3}{4}$
 ج) بنابراین حجم کره $\frac{2}{3}$ برابر حجم استوانه است.
 د) با توجه به دستور محاسبه حجم استوانه، که در بالا ذکر شده، دستور محاسبه حجم کره به شعاع R را به دست آورید.

$$\text{حجم کره ای به شعاع } R \text{ از دستور } V = \frac{4}{3}\pi R^3 \text{ به دست می‌آید.}$$

کار در کلاس

$$R = 5, h = 10$$

۱- کره‌ای در استوانه‌ای به قطر قاعده و ارتفاع ۱۰ سانتیمتر محاط شده است.

$$\text{الف) } V = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \times 5^3 = \frac{500}{3}\pi$$

الف) حجم کره را به دست آورید.

$$\text{ب) } V = Sh = \pi \times 5^2 \times 10 = 250\pi$$

ب) حجم استوانه را به دست آورید.

ج) حجم فضای بین کره و استوانه را به دست آورید.

$$\text{ج) } V_{\text{استوانه}} - V_{\text{کره}} = 250\pi - \frac{500}{3}\pi = \frac{250}{3}\pi$$

۲- حجم نیم کره‌ای به شعاع ۱۰ سانتیمتر را به دست آورید.

۱۳۲

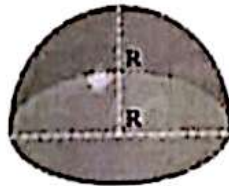
$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \times \frac{1}{2} = \frac{2}{3}\pi \times 10^3 = \frac{2000}{3}\pi$$



۱- مانند شکل مقابل، نیم کره ای را که از نصف کردن توب پلاستیکی به دست آورده، روی یک صفحه کاغذ قرار دهید و دو بار روی کاغذ، دایره رسم کنید طوری که نیم کره بتواند روی این دایره ها قرار گیرد و آن را بیوشاند.

3 این دو دایره کاغذی را هرطور که دوست دارید برش بزنید و کاغذهای بریده شده را روی سطح نیم کره بچسبانید. مراقب باشید تا حدامکان، کاغذها روی هم قرار نگیرند و سطح نیم کره نیز دیده نشود!

آیا توانستید تمام سطح (رویه) نیم کره را با این دو دایره بیوشانید؟ بله در مورد مشکلات این کار و تقریبی بودن آن و راه های افزایش دقت این کار با یکدیگر گفتگو کنید. در بعضی ها کاغذ چرچور می شود.



۲- ثابت می شود که مساحت رویه یک نیم کره به شعاع R ، دو برابر مساحت دایره ای است که نیم کره روی آن ایستاده است (قاعده نیم کره).
الف) پس مساحت رویه نیم کره برابر است با: $2\pi R^2$
ب) در نتیجه مساحت کره به شعاع R برابر است با: $4\pi R^2$

مساحت یک کره به شعاع R برابر است با: $S=4\pi R^2$

کار در کلاس



۱- مساحت یک کلاه (عرق چین) به شکل رویه نیم کره به شعاع 10 سانتیمتر را پیدا کنید. $2\pi R^2 = 2\pi \times 10^2 = 200\pi$

* ۲- می خواهیم یک نیم کره چوبی توپر به شعاع 10 سانتیمتر را رنگ کنیم. مساحت کل قسمت رنگ شده را پیدا کنید. $2\pi R^2 + \pi R^2 = 3\pi R^2 = 3 \times \pi \times 10^2 = 300\pi$

بین محاسبه مساحت کل نیم کره چوبی توپر و مساحت رویه یک عرق چین چه تفاوتی هست؟

در مساحت نیوکره چوبی توپر ۳ برابر مساحت دایره هرک ۱۳۳ ولی در مساحت عرق چین ۲ برابر مساحت دایره محاسب می شود.

۲ برابر مساحت دایره محاسب می شود.

$$\text{ع. } S = 4\pi R^2 = 4\pi (4,2 \times 10^3)^2 = 4\pi \times 17,64 \times 10^6 = 173,84\pi \times 10^6 = 1,7384 \times 10^8 \pi$$

$$S = 4\pi R^2 = 4\pi (4,2 \times 10^3)^2 = 4\pi \times 17,64 \times 10^6 = 1,7384\pi \times 10^8 \text{ متر مربع كيلومتر مربع}$$

$$\frac{1,7384 \times 10^8}{1,7384 \times 10^8 \times \pi} = \frac{1,7384}{1,7384 \times 10^8 \times \pi} = 10^{-8} = 1,2 \times 10^{-3}$$

$$1,2 \times 10^{-3} \times 10^3 = 1,2 \times 10^{-1}$$