۱- دامنه‌ی تابع زیر را به دست آورده و به صورت بازه نمایش دهید. $f(x)=\frac{۱}{x}+\frac{۲}{x-۱}$

$$D_f:\begin{cases}x=۰\\ x-۱=۰\Rightarrow x=۱\end{cases}\Rightarrow D_f=R-\{۰,۱\}$$

۲- دامنه و برد تابع $f(x)=\frac{x^۲+۲x+c}{x^۲+۴x+۳c}$ را با فرض $۰<c\leqslant ۱$ پیدا کنید.

$$D_f=R-\{x|x^۲+۴x+۳c=۰\}$$

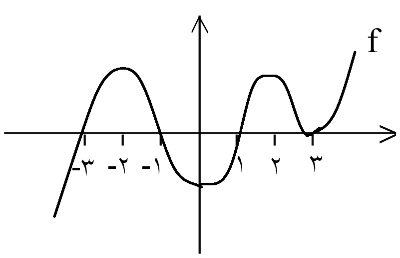
$$x^۲+۴x+۳c=۰\Rightarrow\begin{cases}x_۱=-۲+\sqrt{۴-۳c}\\ x_۲=-۲-\sqrt{۴-۳c}\end{cases}\Rightarrow D_f=R-\{-۲\pm\sqrt{۴-۳c}\}$$

$$\Rightarrow\Delta\geqslant ۰\Rightarrow(۴-۳c)y^۲+۴(c-۱)y+(۱-c)\geqslant ۰$$

که با توجه به $۰<c\leqslant ۱$ این نامساوی همواره برقرار است. پس:

$R_f=R$

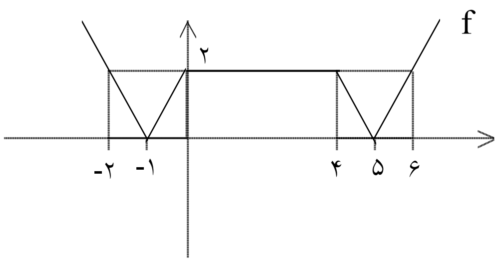
۳- با توجه به نمودار $f(x)$ دامنه‌ی $g(x)=\frac{۱}{f(x)}$ را حساب کنید.



باید قسمت‌هایی که $f(x)$ برابر صفر است (محور x ها را قطع می‌کند) حذف کرد.

$$f(x)\neq ۰\Rightarrow x\neq -۳,-۱,۱,۳\Rightarrow D_g=R-\{\pm۳,\pm۱\}$$

۴- با توجه به نمودار $f(x)$ دامنه‌ی $g(x)=\frac{x^۲-۴}{f(x)-۲}$ را حساب کنید.

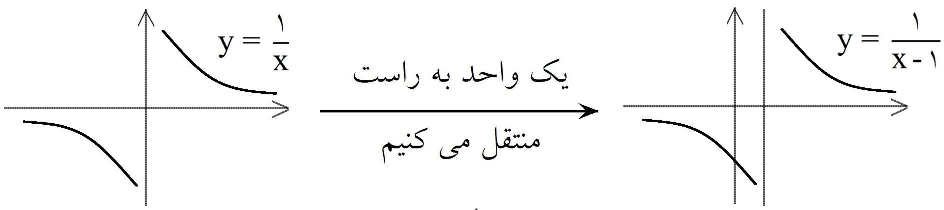


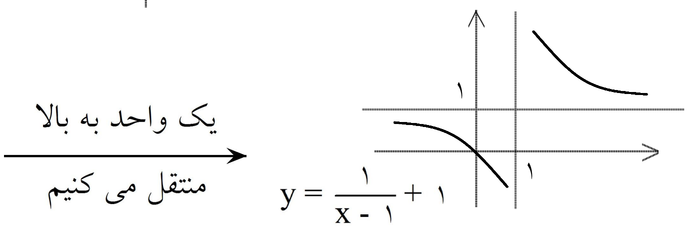
باید قسمت‌هایی که $f(x)=۲$ است را از دامنه‌ی $g(x)$ حذف کنیم.

$$f(x)-۲\neq ۰\Rightarrow f(x)\neq ۲\Rightarrow D_g=(-\infty,۰)\cup(۴,+\infty)-\{-۲,۶\}$$

۵- نمودار تابع زیر را به کمک انتقال رسم کنید و سپس دامنه و برد را حساب کنید.

$$f(x)=\frac{۱}{x-۱}+۱$$



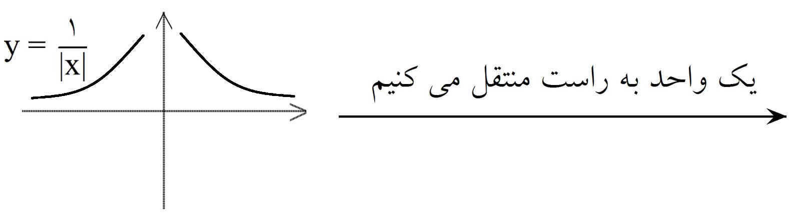


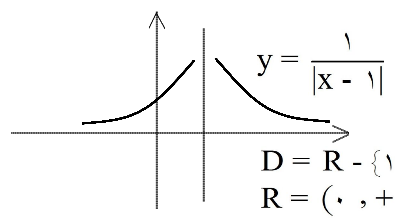
$D = R - \{۱\}$

$R = R - \{۱\}$

۶- به کمک انتقال رسم کنید و سپس دامنه و برد را حساب کنید.

$$y=\frac{۱}{|x-۱|}$$



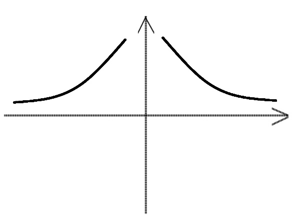


$D = R - \{۱\}$

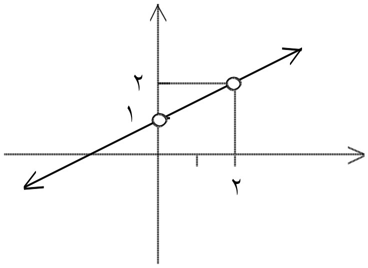
$R = (۰\ ,+\infty)$

۷- رسم کنید.

$$\begin{cases} f: R-\{۰\}\to R \\ f(x)=\frac{۱}{x^{۲}} \end{cases}$$



۸- نمودار یک تابع گویا به صورت زیر است. ضابطه‌ی آن‌را بنویسید.



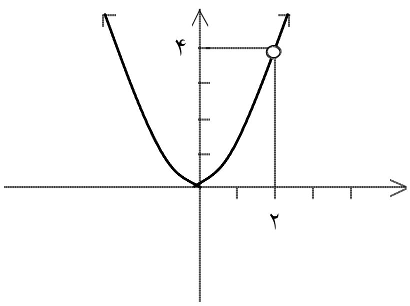
ضابطه تابع خطی که از نقاط $A(۰ , ۱)$ و $B(۲ , ۲)$ می‌گذرد را حساب می‌کنیم.

$$f(x) = ax + b$$
$$A(۰ , ۱) \Rightarrow a(۰) + b = ۱ \Rightarrow b = ۱$$
$$B(۲ , ۲) \Rightarrow ۲a + b = ۲ \xrightarrow{b = ۱} ۲a + ۱ = ۲ \Rightarrow a = \frac{۱}{۲} \Rightarrow f(x) = \frac{۱}{۲}x + ۱$$

چون تابع در $x = ۰$ و $x = ۲$ توخالی است، بنابراین در x و $(x - ۲)$ ضرب و تقسیم می‌کنیم.

$$y = \frac{x(x - ۲)\left(\frac{۱}{۲}x + ۱\right)}{x(x - ۲)}$$

۹- نمودار یک تابع گویا به صورت زیر است. ضابطه‌ی آن‌را بنویسید.



ضابطه‌ی یک تابع سهمی که رأس آن $S(۰ , ۰)$ و از نقطه‌ی $A(۲ , ۴)$ می‌گذرد را به دست می‌آوریم.

$$f(x) = ax^۲ + bx + c$$
$$S(۰ , ۰) \Rightarrow C = ۰$$
راس سهمی $x_۰ = \frac{-b}{۲a} = ۰ \Rightarrow b = ۰$

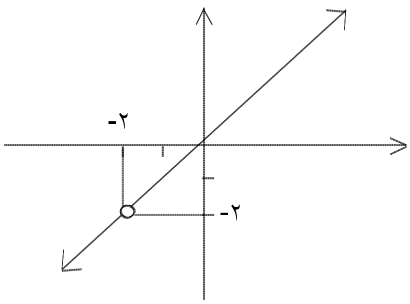
$$y = ax^۲ \xrightarrow[y = ۴]{x = ۲} ۴ = a(۲)^۲ \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow f(x) = x^۲$$

چون تابع در $x = ۲$ توخالی است بنابراین در $(x - ۲)$ ضرب و تقسیم می‌کنیم.

$$y = \frac{(x - ۲)x^۲}{x - ۲}$$

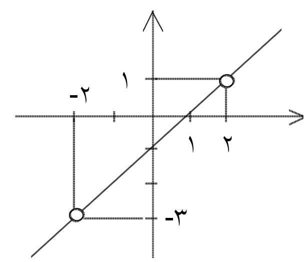
۱۰- اگر $f(x)=\frac{x^{۲}+ax+b-۷}{x+۲}$ تابع همانی باشد، مقدار a و b را مشخص کنید و نمودار تابع را رسم کنید.

$$f(x)=x\,(x\neq -۲)\Rightarrow \frac{x^{۲}+ax+b-۷}{x+۲}=x\Rightarrow \cancel{x^{۲}}+ax+b-۷=\cancel{x^{۲}}+۲x$$



$$D=R-\{-۲\}$$

۱۱- نمودار $f(x)=\frac{x^{۳}-x^{۲}-۴x+۴}{x^{۲}-۴}$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن‌را حساب کنید.



$$f(x)=\frac{x^{۳}-x^{۲}-۴x+۴}{x^{۲}-۴}\Rightarrow D_f=R-\{\pm ۲\}$$

$$f(x)=\frac{x^{۲}(x-۱)-۴(x-۱)}{x^{۲}-۴}=\frac{(x-۱)\cancel{\left(x^{۲}-۴\right)}}{\cancel{x^{۲}-۴}}=x-۱$$

$f(x)=x-۱$

x	-۲	۲
y	-۳	۱

$$R_f=R-\{-۳\,,\,۱\}$$

۱۲- اگر $f(x)=\frac{x+۱}{۴x-۱}$ باشد دامنه‌ی $f(۱-۳x)$ را حساب کنید.

$$۴x-۱\neq ۰\Rightarrow x\neq \frac{۱}{۴}$$

$$۱-۳x\neq \frac{۱}{۴}\Rightarrow -۳x\neq -\frac{۳}{۴}\Rightarrow x\neq \frac{۱}{۴}\Rightarrow D_{f(۱-۳x)}=R-\left\{\frac{۱}{۴}\right\}$$

۱۳- نمودار $f(x)=\dfrac{x^{3}-1}{x^{2}+x+1}$ را رسم کنید.

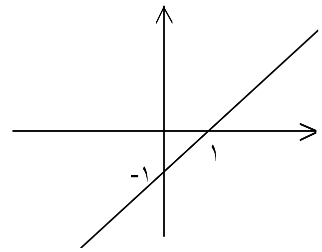
$x^{2}+x+1=0 \Rightarrow \Delta = 1-4=-3<0$

$\Rightarrow$ مخرج ریشه ندارد $\Rightarrow D=R$

$f(x)=\dfrac{x^{3}-1}{x^{2}+x+1}=\dfrac{(x-1)\left(x^{2}+x+1\right)}{x^{2}+x+1}=x-1$

$f(x)=x-1$

x	۰	۱
y	-۱	۰



۱۴- اگر دو تابع $f(x)=x-1$ و $g(x)=\begin{cases}\dfrac{x^{2}-1}{x+1} & x\neq -1\\ a & x=-1\end{cases}$ برابر باشند، مقدار a مساوی .... است.

$x\neq -1 \Rightarrow g(x)=\dfrac{x^{2}-1}{x+1}=\dfrac{(x-1)\cancel{(x+1)}}{\cancel{x+1}}=x-1=f(x)$

$x=-1 \Rightarrow g(-1)=f(-1) \Rightarrow a=-1-1 \Rightarrow a=-2$

۱۵- اگر دو تابع $f(x)=\begin{cases}a & x>c\\ b & x<d\end{cases}$ و $g(x)=\dfrac{|x-2|}{x-2}$ برابر باشند a , b , c , d را حساب کنید.

$g(x)=\dfrac{|x-2|}{x-2}=\begin{cases}\dfrac{x-2}{x-2}=1 & x>2\\ \dfrac{-(x-2)}{x-2}=-1 & x<2\end{cases} \Rightarrow g(x)=\begin{cases}1 & x>2\\ -1 & x<2\end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases}a=1\\ b=-1\\ c=d=2\end{cases}$

۱۶- آیا توابع f ، g با ضابطه‌های $f(x)=\sqrt{(x+2)^{2}(x-3)}$ و $g(x)=|x+2|\sqrt{x-3}$ با هم مساویند؟ چرا؟

$(x+2)^{2}(x-3)\geq 0 \Rightarrow \left.\begin{matrix}x+2=0\Rightarrow x=-2\\ x-3\geq 0\Rightarrow x\geq 3\end{matrix}\right\}\Rightarrow D_f=[3,+\infty)\cup\{-2\}$ ۰/۵

$(x-3)\geq 0 \Rightarrow x\geq 3 \quad D_g=[3,+\infty)$ ۰/۲۵

$D_f\neq D_g \Rightarrow f(x)\neq g(x)$ ۰/۲۵

۱۷- اگر $f(x) = x - ۴$ و $g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^۲ - ۱۶}{x + ۴} & x \neq -۴ \\ k & x = -۴ \end{cases}$ ، k را طوری تعیین کنید که به‌ازای هر x ، $f(x) = g(x)$.

واضح است که به ازای $k = -۸$ دو تابع کاملاً با هم برابر می‌شوند.

$$\left.\begin{array}{l} f(-۴) = -۸ \\ g(-۴) = k \\ f(x) = g(x) \end{array}\right\} \rightarrow k = -۸$$

۱۸- در هر مورد تعیین کنید توابع داده شده برابرند یا نه.

الف) $f(x) = x$ و $g(x) = \sqrt{x^۲}$ ب) $f(x) = \dfrac{x^۲}{x}$ و $g(x) = x$

الف) $D_f = D_g = R \,,\, g(x) = \sqrt{x^۲} = |x| \neq x = f(x) \Rightarrow f \neq g$

ب) $\left.\begin{array}{l} D_f = R - \{۰\} \\ D_g = R \end{array}\right\} D_f \neq D_g \Rightarrow f \neq g$

۱۹- دامنه تابع مقابل را بدست آورید. $y = \sqrt{۱ + x + ۲\sqrt{x + ۱}}$

$$\begin{cases} x + ۱ \geqslant ۰ \Rightarrow x \geqslant -۱ \\ x + ۱ + ۲\sqrt{x + ۱} \geqslant ۰ \Rightarrow ۲\sqrt{x + ۱} \geqslant -(x + ۱) \end{cases}$$

چون $x + ۱$ مثبت است، پس $-(x + ۱)$ منفی بوده و نامساوی دوم همواره برقرار است. پس: $D_f = [-۱ \,,\, +\infty)$

۲۰- در هر مورد دامنه‌ی تابع داده شده را پیدا کنید.

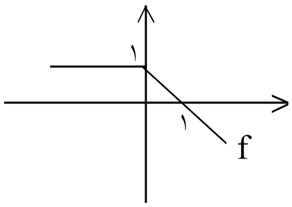
الف) $f(x) = \sqrt{x^۲ - ۳x + ۲} + \dfrac{۱}{\sqrt{۳ + ۲x - x^۲}}$

ب) $f(x) = \sqrt{\left(x^۲ + x + ۱\right)^۳}$

الف) $D_f = (-۱, ۱] \cup [۲, ۳)$

ب) $D_f = R$

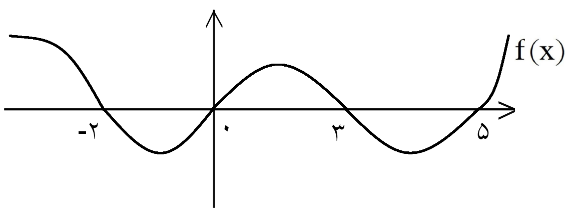
۲۱- با توجه به نمودار تابع $f(x)$ دامنه‌ی تابع $g(x) = \dfrac{x - ۱}{\sqrt{f(x)}}$ را حساب کنید.



باید $f(x)$ بزرگ‌تر از صفر باشد (بالای محور x ها باشد)

$$f(x) > ۰ \Rightarrow D_g = (-\infty , ۱)$$

۲۲- با توجه به نمودار تابع f دامنه‌ی $y = \sqrt{(x^۲ - ۴)\ f(x)}$ را به دست آورید.



$$(x^۲ - ۴) f(x) \geq ۰$$
$$x^۲ - ۴ = ۰$$
$$x = \pm ۲$$

x	-۲	۰	۲	۳	۵	
$f(x)$	+	-	+	+	-	+
$x^۲ - ۴$	+	-	-	+	+	+
$(x^۲ - ۴)f(x)$	+	+	-	+	-	+
$(x^۲ - ۴)f(x) \geq ۰$	ج	ج		ج		ج
	ج	ج	ج	ج	ج	

$$D = (-\infty , ۰] \cup [۲ , ۳] \cup [۵ , +\infty)$$

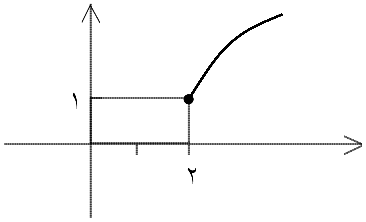
۲۳- اگر دامنه $f(x) = \sqrt{-x^۲ + ۲x + b}$ برابر $[-۴ , a]$ باشد، دامنه $f(۳x - ۱)$ را حساب کنید.

$x = -۴$ و $x = a$ ریشه‌های درون رادیکال است. بنابراین داریم:

$$\xrightarrow{x = -۴} -(-۴)^۲ + ۲(-۴) + b = ۰ \Rightarrow -۱۶ - ۸ + b = ۰ \Rightarrow b = ۲۴$$

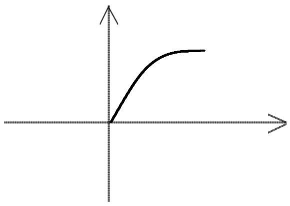
$$-x^۲ + ۲x + ۲۴ \geq ۰ \xrightarrow{\times(-۱)} x^۲ - ۲x - ۲۴ \leq ۰ \Rightarrow (x - ۶)(x + ۴) \leq ۰ \Rightarrow -۴ \leq x \leq ۶ \Rightarrow a = ۶$$

$$f(۳x - ۱) \Rightarrow -۴ \leq ۳x - ۱ \leq ۶ \xrightarrow{+۱} -۳ \leq ۳x \leq ۷ \xrightarrow{\div(۳)} -۱ \leq x \leq \frac{۷}{۳} \Rightarrow D_{f(۳x-۱)} = \left[-۱ , \frac{۷}{۳}\right]$$



۲۴- نمودار $f(x) = \sqrt{x + a} + b$ به صورت زیر است. a , b را حساب کنید.

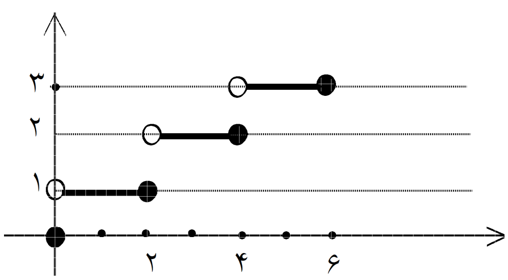
با توجه به این‌که نمودار $y = \sqrt{x}$ به صورت زیر است.



با توجه به این‌که نمودار ۲ واحد به طرف راست رفته درون رادیکال $x - 2$ بوده و یک واحد به طرف بالا رفته باید کل تابع با عدد یک جمع شود یعنی:

$$f(x) = \sqrt{x - 2} + 1$$

$$\begin{cases} a = -2 \\ b = 1 \end{cases}$$



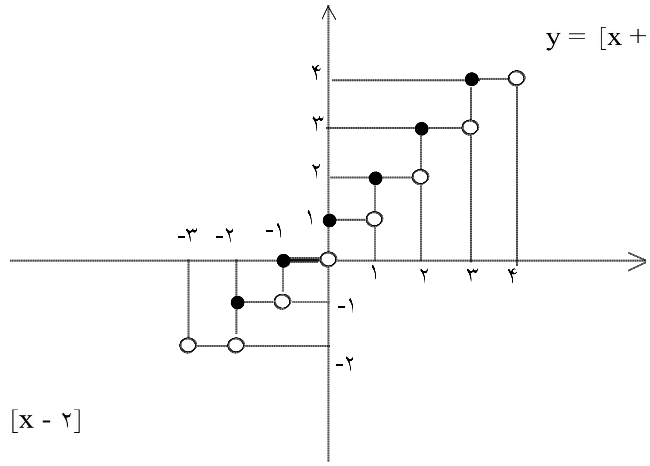
۲۵- ضابطه‌ی تابعی را بیابید که نمودار آن به‌صورت مقابل باشد.

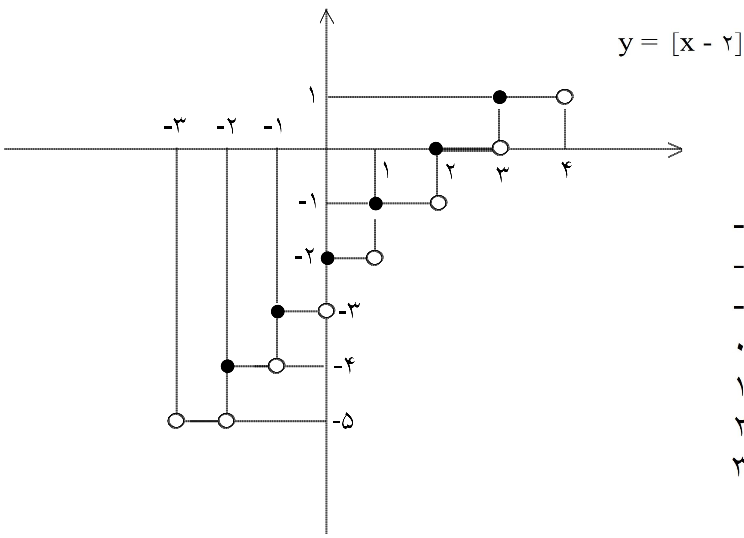
اولاً چون محور x ها دو واحد، دو واحد تقسیم‌بندی شده است، پس باید داخل براکت $\frac{x}{2}$ داشته باشیم. از طرفی چون نقاط توپر سمت راست پاره‌خط‌هاست. پس باید $-\frac{x}{2}$ داخل براکت داشته باشیم. حال اگر $y = \left[-\frac{x}{2}\right]$ را در نظر بگیریم. در بازه‌ی $0 \leqslant x < 2$ به‌صورت $y = -1$ در می‌آید. در حالی‌که نمودار به‌صورت $y = 1$ است پس کافی است $y = -\left[\frac{-x}{2}\right]$ را در نظر بگیریم. این تابع تمام شرایط نمودار را دارد.

۲۶- توابع زیر را در فاصله‌ی $-۳ < x < ۴$ رسم کنید:

الف) $y = [x + ۱] \quad , \quad y = [x - ۲]$

$y = [x + ۱]$





$-۳ < x < -۲ \Rightarrow y = -۵$

$-۲ \leqslant x < -۱ \Rightarrow y = -۴$

$-۱ \leqslant x < ۰ \Rightarrow y = -۳$

$۰ \leqslant x < ۱ \Rightarrow y = -۲$

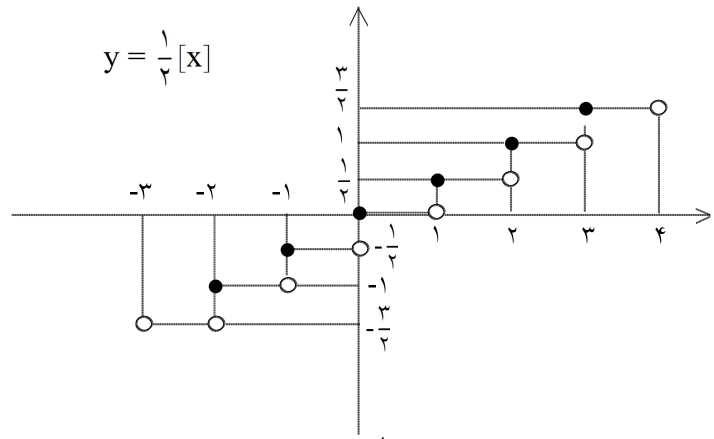
$۱ \leqslant x < ۲ \Rightarrow y = -۱$

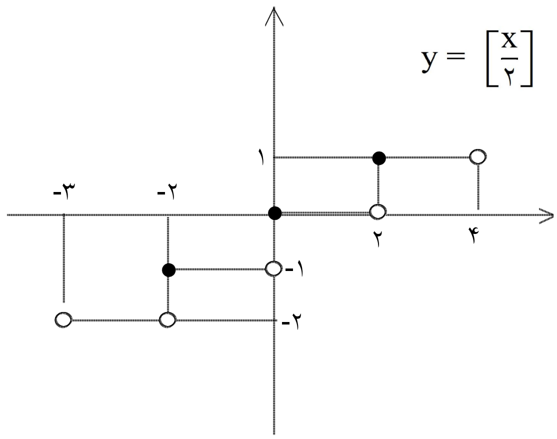
$۲ \leqslant x < ۳ \Rightarrow y = ۰$

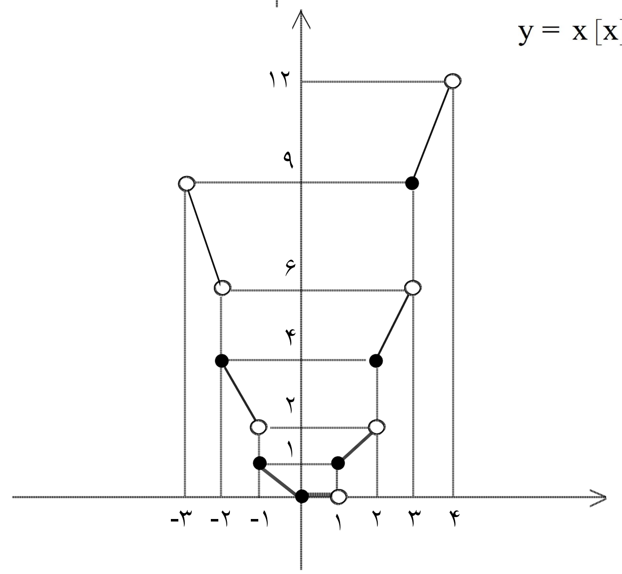
$۳ \leqslant x < ۴ \Rightarrow y = ۱$

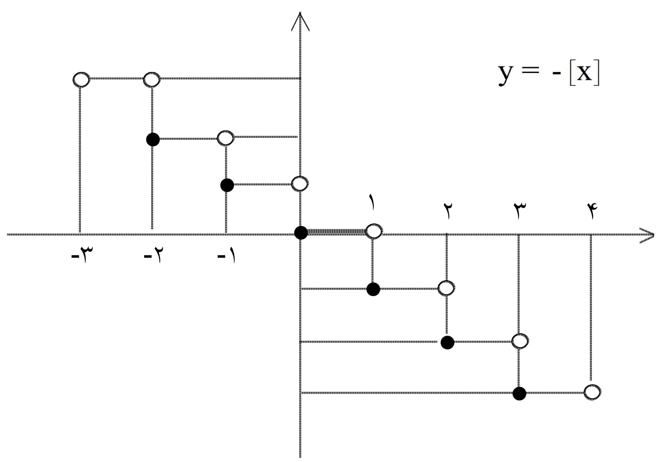
۲۷- توابع زیر را در فاصله‌ی $-۳ < x < ۴$ رسم کنید:

$$y = -[x]\ ,\ y = x[x]\ ,\ y = \frac{۱}{۲}[x]\ ,\ y = \left[\frac{x}{۲}\right]$$









۲۸- جواب معادله‌ی زیر را حساب کنید. ([ ] نماد جزء صحیح است.)

$$۳[x] + ۵ + ۲[-x] = ۱۳$$

$$[-x] = \begin{cases} -[x] & x \in Z \\ -[x] - ۱ & x \in R - Z \end{cases}$$

$$x \in Z \Rightarrow ۳[x] + ۵ - ۲[x] = ۱۳ \Rightarrow [x] = ۸ \xrightarrow{x \in Z} x = ۸ \ \text{ق ق}$$

$$x \in R - Z \Rightarrow ۳[x] + ۵ + ۲(-[x] - ۱) = ۱۳ \Rightarrow ۳[x] + ۵ - ۲[x] - ۲ = ۱۳$$

$$\Rightarrow [x] = ۱۰ \xrightarrow{x \in R - Z} ۱۰ < x < ۱۱ \xrightarrow{\text{جواب نهایی}} x \in (۱۰\ ,\ ۱۱) \cup \{۸\}$$

۲۹- با توجه به تساوی‌های زیر حدود x را بیابید. ([] نماد جزء صحیح است.)

الف) $[x+۳]=۵$ ب) $[۳x]=۹$ ج) $[x+[x]]=۸$ د) $[x+۵[x]]=۱۸$

الف) $[x+۳]=۵ \Rightarrow ۵\le x+۳<۶ \xrightarrow{-۳} ۲\le x<۳$

ج) $[x]+[x]=۸\Rightarrow ۲[x]=۸\Rightarrow [x]=۴\Rightarrow ۴\le x<۵$

د) $[x]+۵[x]=۱۸\Rightarrow ۶[x]=۱۸\Rightarrow [x]=۳\Rightarrow ۳\le x<۵$

۳۰- اگر تابع $f=\{(۱\,,\,a+۲b),(-۲\,,\,۳),(۲a-b\,,\,۳),(۱\,,\,۴),(۲\,,\,۵)\}$، تابعی یک‌به‌یک باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.

$(۱\,,\,a+۲b)\,,\,(۱\,,\,۴)\in f \xrightarrow{\text{f تابع است}} a+۲b=۴ \qquad (۱)$

$(-۲\,,\,۳)\,,\,(۲a-b\,,\,۳)\in f \xrightarrow{\text{f تابعی یک به یک است}} ۲a-b=-۲ \qquad (۲)$

$۱\,,\,۲\Rightarrow \begin{cases} a+۲b=۴ \\ ۲\times\ ۲a-b=-۲\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a+\cancel{۲b}=۴ \\ ۴a-\cancel{۲b}=-۴\end{cases} \Rightarrow ۵a=۰\Rightarrow a=۰$

$\xrightarrow{(۱)} ۰+۲b=۴\Rightarrow b=۲$

۳۱- اگر $f(x)=۶-۲x$ باشد، دامنه $h(x)=\dfrac{۱}{f^{-۱}(x)}$ را حساب کنید.

$f(x)=۶-۲x\Rightarrow y=۶-۲x\Rightarrow ۲x=۶-y \xrightarrow{\div ۲} x=۳-\dfrac{y}{۲} \xrightarrow{x\leftrightarrow y} y=۳-\dfrac{x}{۲}$

$\Rightarrow f^{-۱}(x)=۳-\dfrac{x}{۲}$

$h(x)=\dfrac{۱}{f^{-۱}(x)}=\dfrac{۱}{\frac{۶-x}{۲}}=\dfrac{۲}{۶-x}$

$۶-x\ne ۰\Rightarrow x\ne ۶\Rightarrow D_h=R-\{۶\}$

۳۲- ضابطه و دامنه‌ی وارون $f(x)=\dfrac{x^۲-۱۳x+۳۶}{x-۹}$ را به دست آورید.

$D_f=R-\{۹\}\Rightarrow f(x)=\dfrac{(x-۴)(x-۹)}{(x-۹)}=x-۴$

تابع در (۵ , ۹) تعریف نشده است. بنابراین وارون آن در (۹ , ۵) تعریف نشده است.

$y=x-۴\Rightarrow y+۴=x \xrightarrow{x\leftrightarrow y} f^{-۱}(x)=x+۴$

$D_{f^{-۱}}=R-\{۵\}$

۳۳- اگر f یک تابع خطی باشد و $f(x-۱)+f(x+۲)=۴x+۸$، مقدار $f^{-۱}(۵)$ را حساب کنید.

چون f یک تابع خطی است. بنابراین:

$$f(x)=ax+b$$

$$\Rightarrow ۲ax+a+۲b=۴x+۸ \Rightarrow \begin{cases} ۲a=۴ \Rightarrow a=۲ \\ ۲+۲b=۸ \Rightarrow b=۳ \end{cases}$$

$$f(x)=۲x+۳$$

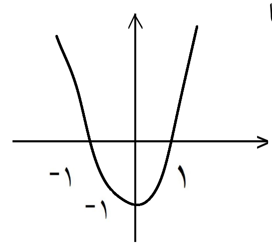
$$f^{-۱}(۵)=k \Rightarrow f(k)=۵ \Rightarrow ۲k+۳=۵ \Rightarrow ۲k=۲ \Rightarrow k=۱ \Rightarrow f^{-۱}(۵)=۱$$

۳۴- توابع $f(x)=-۲$ و $g(x)=x^۲+۱$ داده شده‌اند.

الف) نمودار تابع $f+g$ را رسم کنید.

ب) مقدار $(f.g)(-۳)$ را محاسبه کنید.

الف) برای نقاط تلاقی با محورها نمره منظور شود. ۰/۷۵

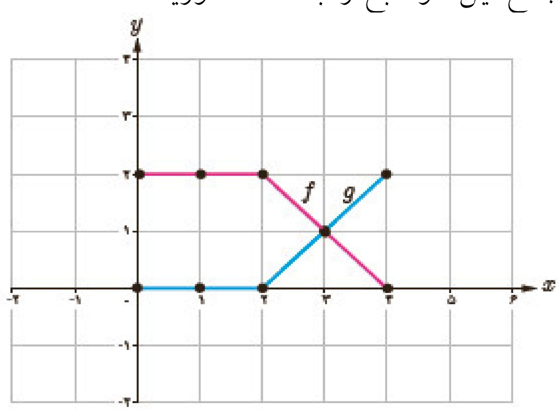


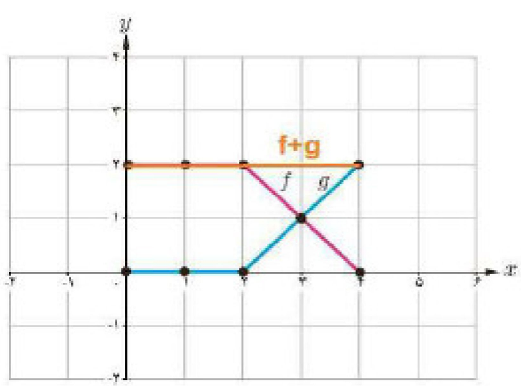
$$(f+g)(x)=x^۲-۱$$

$$(f.g)(-۳)=f(-۳)g(-۳)=-۲\times ۱۰=-۲۰$$

۰/۲۵ ۰/۲۵ ۰/۲۵

۳۵- در شکل مقابل، نمودار دو تابع f و g رسم شده است. نمودار حاصل‌جمع این دو تابع را به دست آورید.





۳۶- در هر مورد، دامنه و ضابطه حاصل‌جمع، ضرب، تقسیم و تفریق دو تابع داده شده را بیابید.

الف) $g(x)=x$ $f(x)=|x|$ ب) $g(x)=x+۲$ $f(x)=x^۲-۴$

پ) $g(x) = -\sqrt{x}$ $\qquad f(x) = \sqrt{x}$ $\qquad$ ت) $g(x) = x^{۲} + ۳x - ۱۰$ $\qquad f(x) = \dfrac{x-۲}{x+۵}$

ث) $g = \{(-۱ , ۲),(۰ , ۳), (۲ , ۴), (۳ , ۰)\}$ $\qquad f = \{(۲ , ۵),(۳ , ۴),(۰ , -۲)\}$

الف)

تابع	ضابطه	دامنه
$f+g$	$(f+g)(x) = \|x\| + x$	$D_{f+g} = D_f \cap D_g = R \cap R = R$
$f-g$	$(f-g)(x) = \|x\| - x$	$D_{f-g} = D_f \cap D_f = R \cap R = R$
$f.g$	$(f.g)(x) = \|x\|x = x\|x\|$	$D_{f.g} = D_f \cap D_g = R \cap R = R$
$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\|x\|}{x}$	$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x \| g(x) = ۰\} = R - \{۰\}$

ب)

تابع	ضابطه	دامنه
$f+g$	$(f+g)(x) = x^{۲} - ۴ + x + ۲ = x^{۲} + x - ۲$	$D_{f+g} = R \cap R = R$
$f-g$	$(f-g)(x) = x^{۲} - ۴ - (x+۲) = x^{۲} - x - ۶$	$D_{f-g} = R \cap R = R$
$f.g$	$(f.g)(x) = (x^{۲} - ۴)(x+۲) = x^{۳} + ۲x^{۲} - ۴x - ۸$	$D_{f.g} = R \cap R = R$
$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{x^{۲} - ۴}{(x+۲)} = x - ۲$	$D_{\frac{f}{g}} = R - \{-۲\}$

پ)

تابع	ضابطه	دامنه
$f+g$	$(f+g)(x) = \sqrt{x} + (-\sqrt{x}) = ۰$	$D_{f+g} = [۰ , +\infty)$
$f-g$	$(f-g)(x) = \sqrt{x} - (-\sqrt{x}) = ۲\sqrt{x}$	$D_{f-g} = [۰ , +\infty)$
$f.g$	$(f.g)(x) = \sqrt{x}(-\sqrt{x}) = -x$	$D_{f.g} = [۰ , +\infty)$
$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{\sqrt{x}}{-\sqrt{x}} = -۱$	$D_{\frac{f}{g}} = [۰ , +\infty) - \{۰\} = (۰ , +\infty)$

ت)

تابع	ضابطه	دامنه
$f+g$	$(f+g)(x)=\dfrac{x^{۳}+۸x^{۲}+۶x-۵۲}{x+۲}$	$D_{f+g}=R-\{-۵\}\cap R=R-\{-۵\}$
$f-g$	$(f-g)(x)=\dfrac{-x^{۳}-۸x-۴x+۴۸}{x+۵}$	$D_{f-g}=R-\{-۵\}\cap R=R-\{-۵\}$
$f.g$	$(f.g)(x)=(x-۲)^{۲}$	$D_{f.g}=R-\{-۵\}\cap R=R-\{-۵\}$
$\dfrac{f}{g}$	$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)=\dfrac{۱}{(x+۵)^{۲}}$	$D_{\frac{f}{g}}=(R-\{-۵\}\cap R)-\{۲\}=R-\{-۵,۲\}$

$$(f+g)(x)=\frac{x-۲}{x+۵}+x^{۲}+۳x-۱۰=\frac{x-۲+x^{۳}+۳x^{۲}-۱۰x+۵x+۱۵x-۵۰}{x+۵}$$

$$\Rightarrow (f+g)(x)=\frac{x^{۳}+۸x^{۲}+۶x-۵۲}{x+۵}$$

$$(f-g)(x)=\frac{x-۲}{x+۵}-\left(x^{۲}+۳x-۱۰\right)=\frac{x-۲-x^{۳}-۳x^{۲}+۱۰x-۵x^{۲}-۱۵x+۵۰}{x+۵}$$

$$\Rightarrow (f+g)(x)=\frac{-x^{۳}-۸x^{۲}-۴x+۴۸}{x+۵}$$

$$(f.g)(x)=\left(\frac{x-۲}{x+۵}\right)\left(x^{۲}+۳x-۱۰\right)=\frac{(x-۲)}{(x+۵)}(x+۵)(x-۲)\Rightarrow (f+g)(x)=(x-۲)^{۲}$$

$$(f.g)(x)=\left(\frac{x-۲}{x+۵}\right)\div\left(x^{۲}+۳x-۱۰\right)=\frac{(x-۲)}{(x+۵)}\times\frac{۱}{(x+۵)(x-۲)}\Rightarrow (f+g)(x)=\frac{۱}{(x+۵)^{۲}}$$

ث)

تابع	ضابطه	دامنه
$f+g$	$(f+g)(x)=\{(۲,۹),(۳,۴),(۰,۱)\}$	$D_{f+g}=D_f\cap D_g=\{۰,۲,۳\}$
$f-g$	$(f-g)(x)=\{(۲,۱),(۳,۴),(۰,-۵)\}$	$D_{f-g}=D_f\cap D_g=\{۰,۲,۳\}$
$f.g$	$(f.g)(x)=\{(۲,۲۰),(۳,۰),(۰,-۶)\}$	$D_{f.g}=D_f\cap D_g=\{۰,۲,۳\}$
$\dfrac{f}{g}$	$\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)=\left\{\left(۲,\dfrac{۵}{۴}\right),\left(۰,\dfrac{-۳}{۲}\right)\right\}$	$D_{\frac{f}{g}}=D_f\cap D_g-\{x\mid g(x)=۰\}=\{۰,۲\}$

$$\left.\begin{matrix}f(۲)=۵\\g(۲)=۴\end{matrix}\right\}\Rightarrow (f+g)(۲)=۵+۴=۹$$

$$\left.\begin{matrix}f(۲)=۵\\g(۲)=۴\end{matrix}\right\}\Rightarrow (f-g)(۲)=۵-۴=۱$$

$$\left.\begin{matrix}f(۲)=۵\\g(۲)=۴\end{matrix}\right\}\Rightarrow (f.g)(۲)=۵\times۴=۲۰$$

$$\left.\begin{matrix}f(۲)=۵\\g(۲)=۴\end{matrix}\right\}\Rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)(۲)=\frac{۵}{۴}$$

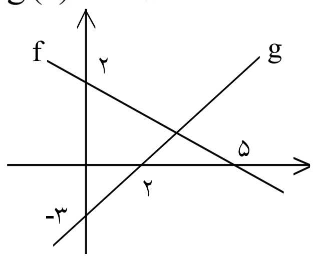
$$\left.\begin{matrix}f(۳)=۴\\g(۳)=۰\end{matrix}\right\}\Rightarrow (f+g)(۳)=۴+۰=۴$$

$$\left.\begin{matrix}f(۳)=۴\\g(۳)=۰\end{matrix}\right\}\Rightarrow (f-g)(۳)=۴-۰=۴$$

$$\left.\begin{matrix}f(۳)=۴\\g(۳)=۰\end{matrix}\right\}\Rightarrow (f.g)(۳)=۴\times۰=۰$$

$$\left.\begin{matrix} f(۰) = -۲ \\ g(۰) = ۳ \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left(\frac{f}{g}\right)(۰) = \frac{-۲}{۳} \qquad \left.\begin{matrix} f(۰) = -۲ \\ g(۰) = ۳ \end{matrix}\right\} \Rightarrow (f.g)(۰) = -۲ \times ۳ = -۶$$

۳۷- نمودار توابع f و g داده شده‌اند. ضابطه توابع $f+g$ و $f.g$ را به دست آورید.



$$\begin{vmatrix} ۰ \\ ۲ \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} ۵ \\ ۰ \end{vmatrix} \Rightarrow m = \frac{-۲}{۵} \Rightarrow f(x) = -\frac{۲}{۵}x + ۲$$

$$\begin{vmatrix} ۰ \\ -۳ \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} ۲ \\ ۰ \end{vmatrix} \Rightarrow m = \frac{۳}{۲} \Rightarrow f(x) = \frac{۳}{۲}x - ۳$$

$$f + g = -\frac{۲}{۵}x + ۲ + \frac{۲}{۳}x - ۳ = \frac{۱۱}{۱۰}x - ۱$$

$$f.g = \left(-\frac{۲}{۵}x + ۲\right)\left(\frac{۲}{۳}x - ۳\right) = \frac{۳}{۵}x^۲ + \frac{۲۱}{۵}x - ۶$$

۳۸- اگر $f = \{(۱,۲),(-۱,۵),(-۲,۳),(۰,-۲)\}$ و $g = \left\{(-۱,۰),\left(۱,\sqrt{۲}\right),\left(-۲,\frac{۳}{۲}\right),(۴,-۶)\right\}$

آن‌گاه حاصل $\frac{f \times f}{-۳g}$ را بیابید.

$$f \times f = \{(۱,۴),(-۱,۲۵),(-۲,۹),(۰,۴)\}$$

$$-۳g = \left\{(-۱,۰),\left(۱,-۳\sqrt{۲}\right),(-۲,-۴/۵),(۴,۱۸)\right\}$$

$$\frac{f \times f}{-۳g} = \left\{\left(۱,\frac{۴}{-۳\sqrt{۲}}\right),(-۲,-۲)\right\}$$

۳۹- اگر $f(x) = \begin{cases} ۲x + ۱ & \text{و } x \geq ۱ \\ ۳x - ۲ & \text{و } x < ۱ \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} ۳ - ۲x & \text{و } x \geq ۱ \\ ۵x + ۳ & \text{و } x < ۱ \end{cases}$ باشد توابع $f \pm g$ را محاسبه نمایید.

$$(f+g)(x) = f(x) + g(x) = \begin{cases} ۲x + ۱ + ۳ - ۲x & x \geqslant ۱ \\ ۳x - ۲ + ۵x + ۳ & x < ۱ \end{cases} \Rightarrow f(x) + g(x) = \begin{cases} ۴ & x \geqslant ۱ \\ ۸x + ۱ & x < ۱ \end{cases}$$

$$(f-g)(x) = f(x) - g(x) = \begin{cases} ۲x + ۱ - ۳ + ۲x & x \geqslant ۱ \\ ۳x - ۲ - ۵x - ۳ & x < ۱ \end{cases} \Rightarrow f(x) - g(x) = \begin{cases} ۴x - ۲ & x \geqslant ۱ \\ -۲x - ۵ & x < ۱ \end{cases}$$

۴۰- اگر $f(x) = ax + b$ و $g(x) = ۲x + ۷$ و $f(۱) = ۴$ باشد در صورتی‌که $(f+g)(۲) = ۱۷$ باشد a , b را حساب کنید.

$$f(۱) = ۴ \Rightarrow a + b = ۴$$

$$(f+g)(۲) = f(۲) + g(۲) = ۲a + b + ۴ + ۷ = ۱۷ \Rightarrow ۲a + b = ۶$$

$$\begin{cases} a + b = ۴ \\ ۲a + b = ۶ \end{cases} \Rightarrow a = ۲ \Rightarrow b = ۲$$