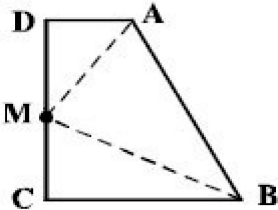


۱- خط به معادله $y = 2x - 5$ را حول نقطه $(3, 1)$ به اندازه 90° درجه دوران می دهیم. دوران یافته آن نیمساز ناحیه اول را با کدام طول قطع می کند؟

- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{5}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲- در دوزنقه قائم الزاویه $ABCD$ ، اندازه های $AD = 2$ و $CB = CD = 6$ هستند، نقطه M روی ساق قائم CD متحرک است. کمترین مقدار $MA + MB$ ، کدام است؟



- (۱) ۱۰
(۲) $10/5$
(۳) ۱۱
(۴) $11/5$

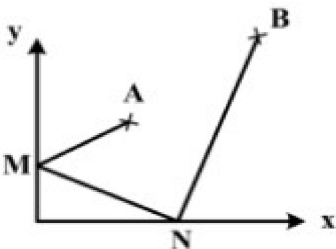
کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= ریاضی

۳- در رسم بزرگترین مربع ممکن داخل مثلث ABC ، به طوری که یک ضلع مربع منطبق بر ضلع BC باشد. از کدام تبدیل هندسی، استفاده می شود؟

- (۱) انتقال (۲) تجانس (۳) بازتاب (۴) دوران

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= ریاضی

۴- نقاط $A \begin{vmatrix} 3 \\ 5 \end{vmatrix}$ و $B \begin{vmatrix} 9 \\ 11 \end{vmatrix}$ در صفحه ی محورهای مختصات مفروض اند، دو نقطه M و N همواره روی دو محور می لغزند. کمترین اندازه خط شکسته $AMNB$ ، کدام است؟



- (۱) ۱۸
(۲) ۱۹
(۳) ۲۰
(۴) ۲۱

سراسری <= ریاضی <= ۹۸

۵- نقطه A در صفحه دو خط متقاطع d و d' است. در رسم مثلث متساوی الاضلاع به رأس A ، که دو رأس دیگر آن بر روی هریک از دو خط مفروض باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می رود؟

- (۱) انتقال (۲) بازتاب (۳) تجانس (۴) دوران

سراسری <= ریاضی <= ۹۸

۶- مثلث متساوی الاضلاع ABC را تحت بردار \vec{AB} ، انتقال می دهیم. مساحت چهارضلعی $ACC'B'$ چند برابر مساحت مثلث ABC است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۷- در بازتاب پاره خط AB نسبت به محور d ، در کدام حالت، بی شمار نقطه ثابت تبدیل وجود دارد؟

- (۱) AB موازی d (۲) AB منطبق بر d
(۳) A روی d (۴) A و B در یک طرف d

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۸- تعداد کل تبدیل های تقارنی پنج ضلعی منتظم، کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴)

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۹- دو نقطه $A(2, \sqrt{2})$ و $B(1, -1)$ مفروض اند. نقطه B را موازی نیمساز ربع اول به کدام مقدار انتقال دهیم تا

انتقال یافته B با نقطه A دوران یافته هم، حول مبدا مختصات باشند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) $\sqrt{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴)

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۰- کدام موارد از مطالب زیر، درست اند؟

الف: در دو بازتاب که دو محور بازتاب موازی و فاصله آنها واحد باشد، تبدیل انتقال با برداری به طول ۲ رخ داده است.

ب: در دو بازتاب که زاویه بین دو محور بازتاب $\frac{\pi}{6}$ باشد، تبدیل دوران با تانژانت زاویه بین $\sqrt{3}$ رخ داده است.

پ: هر تبدیل طولی، اندازه زاویه را حفظ می کند.

ت: هر تبدیل که اندازه زاویه را حفظ کند، طولی است.

- ۱) الف - ب - ت ۲) الف - پ - ت ۳) ب - پ - ت ۴) الف - ب - پ

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۱- دو خط متقاطع مفروض، به چند طریق می توانند بازتاب یکدیگر باشند؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۲- بازتاب مثلث به اضلاع ۳، ۴ و ۵ واحد را نسبت به ارتفاع وارد بر ضلع بزرگ تر رسم کنید مساحت سطح مشترک بازتاب مثلث با خود آن چند درصد مساحت مثلث اصلی است؟

- ۲۴ (۱) ۳۶ (۲) ۶۴ (۳) ۷۲ (۴)

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۳- در انتقال با بردار $\vec{V}(a, b)$ خط $D: 2x + 3y = 4$ بر خط $D': 2x + 3y = 6$ تصویر می شود، در این صورت:

- ۱) $3a + 2b = 2$ ۲) $2a + 3b = 2$ ۳) $3a - 2b = 2$ ۴) $2a - 3b = 2$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۸۹ - ۹۰

۱۴- پاره خط AB به طول ۶۰ واحد موازی خط Δ به فاصله ۱۶ واحد از آن مفروض است. نقطه M روی خط Δ متحرک است. کمترین محیط مثلث MAB کدام است؟

- ۱۲۴ (۱) ۱۲۸ (۲) ۱۳۲ (۳) ۱۳۶ (۴)

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۵- کدام عبارت زیر دست است؟

۱) هر تبدیل طولی یک انتقال است.

۲) هر تبدیل طولی زاویه را حفظ می کند.

۳) هر تبدیل که زاویه را حفظ کند طولی است.

۴) هر تبدیل که زاویه را حفظ کند دوران است.

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۶- خط Δ مجانس خط به معادله $4y + 3x = 8$ با مرکز تجانس $(4, 2)$ و نسبت تجانس $\frac{3}{4}$ است. عرض از مبدأ این خط کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) $10/75$ (۳) $11/25$ (۴) ۱۲

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۷- معادله‌ی تصویر خط $2y + x = 6$ ، تحت تجانس به مرکز $O'(2, 1)$ و نسبت تجانس $\frac{3}{4}$ ، کدام است؟

- (۱) $y + 2x = 2$ (۲) $2y + x = 7$ (۳) $2y + x = 9$ (۴) $3y + x = 9$

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= ریاضی

۱۸- بازتاب خط Δ به معادله‌ی $2y + x = 6$ ، نسبت به خط $y = -x$ ، خط Δ' است. معادله‌ی خط Δ' ، کدام است؟

- (۱) $y + 2x = -6$ (۲) $y + 2x = 2$ (۳) $y + 3x = -2$ (۴) $y - 2x = 8$

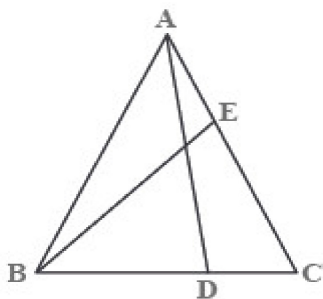
سراسری <= ریاضی <= ۹۷

۱۹- دایره C و مثلث ABC خارج آن مفروض‌اند. برای رسم مثلثی محاط در دایره که اضلاع آن با اضلاع مثلث ABC نظیر به نظیر موازی باشند، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

- (۱) انتقال (۲) دوران (۳) بازتاب (۴) تجانس

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۲۰- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC ، داریم $BD = CE$. پاره‌خط‌های AD و BE

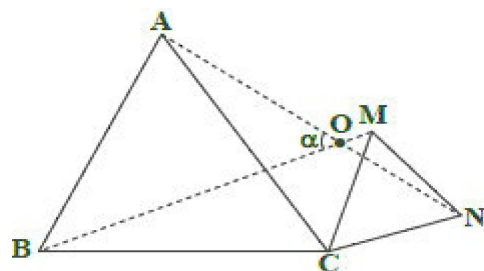


-
 (۱) بازتاب محوری یک‌دیگر نسبت به یکی از اضلاع مثلث هستند.
 (۲) دوران‌یافته‌ی یک‌دیگر در دوران 60° هستند.
 (۳) بازتاب محوری یک‌دیگر نسبت به یکی از ارتفاعات مثلث هستند.
 (۴) دوران‌یافته‌ی یک‌دیگر در دوران 120° هستند.

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۲۱- در شکل زیر، مثلث‌های ABC و CMN متساوی‌الاضلاع هستند.

اگر $\widehat{ACM} = 40^\circ$ باشد، زاویه‌ی α چند درجه است؟



- (۱) ۴۰
 (۲) ۶۰
 (۳) ۲۰
 (۴) ۵۰

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۲۲- دو دایره متخارج و نقطه‌ی O خارج این دو دایره مفروضند. اگر بخواهیم مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقینی رسم کنیم که یک رأسش O بوده و دورأس دیگرش هر کدام بر روی یکی از دو دایره مفروض واقع باشد، از چه تبدیلی باید استفاده کنیم؟

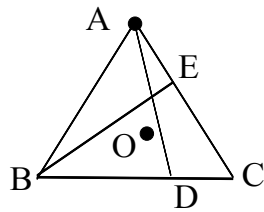
- (۱) دوران (۲) بازتاب (۳) انتقال (۴) تجانس

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۲۳- نقطه‌ی A و دو دایره در یک صفحه مفروض‌اند. برای رسم مثلث قائمه‌الزاویه و متساوی‌الساقین به رأس A که دو سر قاعده بر روی هریک از این دایره‌ها باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

- (۱) بازتاب (۲) انتقال (۳) تجانس (۴) دوران

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی



۲۴- نقطه‌ی O مرکز ثقل مثلث متساوی‌الاضلاع ABC و $BD = CE$ ، کدام بیان نادرست است؟

- (۱) $OE = OD$
 (۲) $OD \perp BE$
 (۳) $\widehat{EOD} = 120^\circ$
 (۴) $\widehat{AOC} = 120^\circ$

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۲۵- دو خط متقاطع d و d' و پاره خط AB در صفحه آنها مفروض است. برای رسم پاره خطی موازی و مساوی AB که دو سر آن بر روی این دو خط باشد، کدام تبدیل هندسی به کار می‌رود؟

- (۱) بازتاب (۲) انتقال (۳) دوران (۴) تجانس

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۲۶- ترکیب دو تقارن محوری که محورهای آنها بر هم عمود است، کدام تبدیل نمی‌تواند باشد؟

- (۱) انتقال (۲) تجانس (۳) دوران 180° (۴) هر سه

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = ۸۴

۲۷- دو دایره به شعاع‌های ۳ و ۵ واحد در نقطه A متقاطع‌اند. برای رسم خط گذرنده از A که در دو دایره وترهای مساوی جدا کند الزاماً قرینه یکی از دایره‌ها نسبت به کدام نقطه رسم می‌شود؟

- (۱) مرکز دایره بزرگتر (۲) مرکز دایره کوچکتر (۳) وسط خط‌المرکزین (۴) نقطه A

آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۱

۲۸- یک چهارضلعی کوژ را با کدام تبدیل بر روی یکی از اجزاء آن می‌توان محدب ساخت که محیط آن ثابت به ماند؟

- (۱) انتقال (۲) تجانس (۳) بازتاب نسبت به نقطه (۴) بازتاب نسبت به خط

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲۹- اگر یک شکل هندسی دارای دو محور تقارن عمود بر هم باشد، آنگاه دارای کدام نوع تبدیل است؟

- (۱) انتقالی (۲) تقارن دورانی (۳) بازتاب محوری دیگر (۴) متجانس مستقیم

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۰- بازتاب مثلث به اضلاع ۳، ۴ و ۵ واحد را نسبت به ارتفاع وارد بر ضلع بزرگ تر رسم کنید. مساحت سطح مشترک بازتاب مثلث با خود آن چند درصد مساحت مثلث اصلی است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۸ (۳) ۶۴ (۴) ۷۲

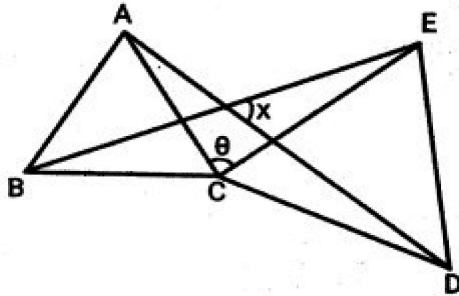
آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۱- دو خط متقاطع d و d' و بردار \vec{AB} غیر موازی آنها در یک صفحه‌اند، چند پاره خط موازی AB به اندازه ۳ واحد می‌توان بر دو خط مفروض متکی کرد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۲- در شکل زیر، مثلث های $\triangle ABC$ و $\triangle CDE$ متساوی الاضلاع می باشند. اندازه X ، کدام است؟



(۱) 45°

(۲) 60°

(۳) θ

(۴) $\frac{2}{3}\theta$

آزمایشی سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۳- دایره $C(O, R)$ به مرکز A و نسبت تجانس $\frac{1}{3}$ به دایره $C'(O', R')$ تبدیل می شود. اگر دایره C' از O بگذرد و A بر روی امتداد پاره خط OO' باشد، اندازه OA چند برابر شعاع دایره است؟

(۴) ۱

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{3}$

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۴- بازتاب نقطه $(1, -2)$ نسبت به نقطه M نقطه $(-3, 1)$ می باشد. بازتاب نقطه $(1, 2)$ نسبت به M کدام است؟

(۴) $(-3, -3)$

(۳) $(1, -3)$

(۲)

(۱) $(3, -3)$

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۵- کدام یک از عبارات های زیر در رابطه با تبدیلات درست است؟

الف - در دوران نقطه ثابت تبدیل همان مرکز دوران است.

ب- دوران با زاویه 2π بیش از یک نقطه ثابت دارد.

پ- هر تبدیل طولیا شیب را نگه می دارد.

(۴) همه موارد

(۳) الف، ب

(۲) ب، پ

(۱) الف، پ

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۶- پاره خط AB ، به مرکز نقطه O خارج از پاره خط با تجانس به نسبت $(-\frac{1}{2})$ را به $A'B'$ تبدیل می کنیم. سپس AB

را به مرکز O و نسبت تجانس $(k \neq -\frac{1}{2})$ به $A''B''$ تبدیل می کنیم. اگر $BB'' = BB'$ باشد، $\frac{A''B''}{A'B'}$ کدام است؟

(۴) $\frac{5}{2}$

(۳) ۳

(۲) ۵

(۱) ۶

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۷- پاره خط AB به طول ۴ واحد را به مرکز نقطه A در جهت خلاف عقربه های ساعت به اندازه 90° دوران می دهیم تا پاره خط AB' تشکیل شود، سپس AB' را به مرکز نقطه B' به اندازه 30° در جهت خلاف عقربه های ساعت

دوران می دهیم تا پاره خط $B'A'$ تشکیل شود. مساحت چهارضلعی $ABA'B'$ چند برابر $(\frac{3-\sqrt{3}}{2})$ می باشد؟

(۴) ۸

(۳) ۶

(۲) ۴

(۱) ۳

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۸- بازتاب نقطه‌ی $(-۲, ۰)$ نسبت به خط d نقطه $(۲, ۲)$ می‌باشد. بازتاب نقطه‌ی $(۳, ۱)$ نسبت به d کدام است؟

- (۱) $(\frac{۷}{۵}, \frac{۹}{۵})$ (۲) $(\frac{۷}{۵}, \frac{۹}{۵})$ (۳) $(\frac{۷}{۵}, -\frac{۹}{۵})$ (۴) $(-\frac{۷}{۵}, -\frac{۹}{۵})$

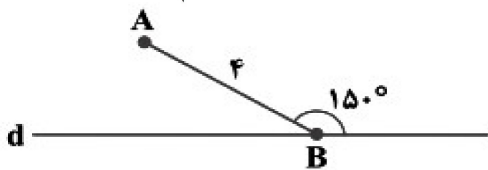
آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۹- یک مثلث متساوی‌الاضلاع را حول نقطهٔ هم‌رسی میانه‌هایشان دوران می‌دهیم. اگر دوران یافتهٔ مثلث بر خودش منطبق باشد، زاویهٔ دوران کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) ۶۰° (۲) ۱۲۰° (۳) ۹۰° (۴) ۱۸۰°

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۴۰- در شکل زیر اگر بازتاب نقطهٔ A نسبت به خط d نقطهٔ A' باشد، مساحت مثلث BAA' چند برابر $\sqrt{۳}$ است؟

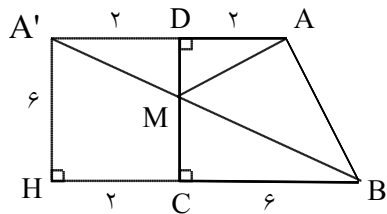


- (۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

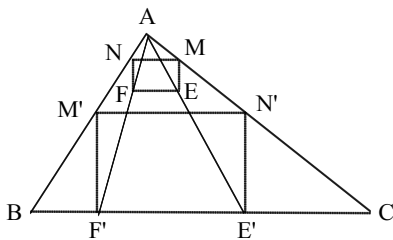
۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

دوران یافته عمود بر خط مفروض است نقطه (۳, ۱) مرکز دوران روی خط است. پس معادله تبدیل یافته به صورت $y - 1 = -\frac{1}{3}(x - 3)$ یا $y + x = 5$ نقطه برخورد آن با نیمساز ربع اول $\frac{5}{3}$ است.

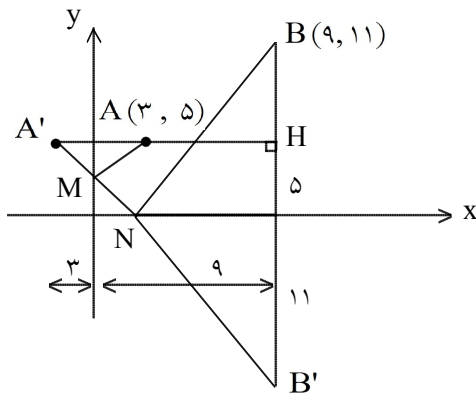


۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بازتاب نقطه A را نسبت به DC نقطه A' می‌نامیم، از A' به B وصل می‌کنیم تا DC را در نقطه M قطع کند. در این صورت AMB کوتاه‌ترین مسیر است یعنی مقدار $MA + MB$ کم‌ترین است و چون بازتاب ایزومتری است $MA + MB$ برابر $A'B$ است. مطابق شکل در مثلث قائم‌الزاویه $A'HB$ می‌توان طول $A'B$ را به دست آورد.

$$A'HB : A'B^2 = A'H^2 + BH^2 = 8^2 + 6^2 = 100 \Rightarrow A'B = 10$$



۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مربع دلخواه MNEF به طوری که MN موازی با BC باشد را ترسیم می‌کنیم. از A به E و F وصل کرده امتداد می‌دهیم تا ضلع BC را در E' و F' قطع کند. در نقاط E' و F' عمودهایی بر BC رسم کرده تا اضلاع AC و AB را در نقاط M' و N' قطع کند در این صورت $M'N'E'F'$ مجانس مربع MNEF به مرکز A است پس $M'N'E'F'$ مربع مطلوب است.

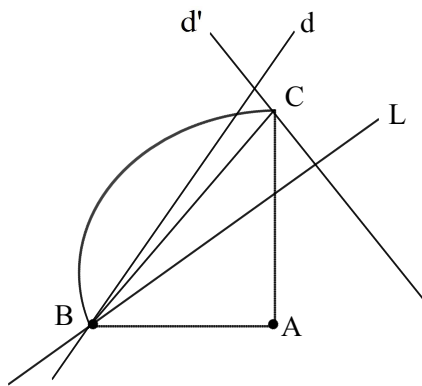


۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بازتاب نقطه A را نسبت به محور yها نقطه A' می‌نامیم و بازتاب نقطه B را نسبت به محور xها نقطه B' می‌نامیم از A' به B' وصل می‌کنیم تا محورهای مختصات را در M و N قطع کند در این صورت مسیر AMNB مینیمم است. چون بازتاب تبدیل ایزومتری است پس $AM = A'M$ و در مثلث قائم‌الزاویه $A'HB'$ طول پاره خط $A'H$ برابر $9 + 3 = 12$ و طول پاره خط $B'H$ برابر $16 = 11 + 5$ است. بنابراین:

$$A'B' = \sqrt{A'H^2 + B'H^2} = \sqrt{12^2 + 16^2} \\ = \sqrt{144 + 256} = \sqrt{400} = 20$$

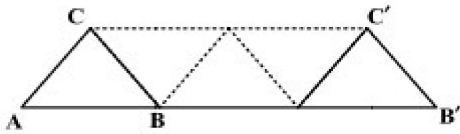
۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

خط d' را به مرکز A با زاویه 60° دوران می‌دهیم تا خط d را در B قطع کند سپس نقطه A را به مرکز B با زاویه 60° دوران می‌دهیم تا به نقطه C روی خط d' برسیم. در این صورت مثلث ABC موردنظر است.



۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل انتقال مساحت ذوزنقه $ACC'B'$ ۵ برابر مساحت مثلث ABC است.



۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر پاره خط AB منطبق بر محور بازتاب باشد تمام نقاط AB نقاط ثابت اند.

۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. تعداد تقارن های دورانی با مرکز دایره محیطی آن پنج تا است - تعداد تقارن های بازتابی که عمود منصف اضلاع باشد پنج تا است. پس کلاً ۱۰ می باشد.

۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$B'(1 + \alpha, -1 + \alpha), OB' = OA$$

$$\sqrt{(1 + \alpha)^2 + (-1 + \alpha)^2} = \sqrt{4 + 2} \Rightarrow \alpha^2 = 2 \Rightarrow BB' = 2$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

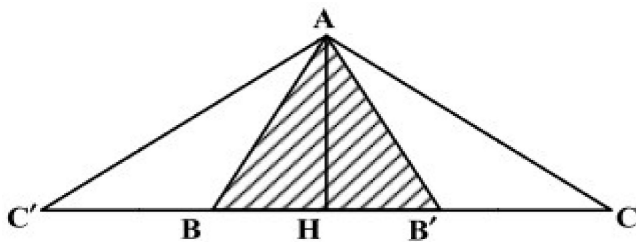
در دو بازتاب که دو محور بازتاب موازی و فاصله آنها d باشد، تبدیل انتقال با برداری به طول $2d$ ، عمود بر محور بازتاب رخ می دهد.

در دو بازتاب که زاویه بین دو محور بازتاب α باشد، تبدیل دوران به مرکز محل برخورد دو محور و زاویه درون 2α رخ می دهد.

هر تبدیل طویا، اندازه زاویه را حفظ می کند ولی هر تبدیل که اندازه زاویه را حفظ کند را نمی توان گفت که طولیاست، مثل تبدیل تجانس.

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. دو خط متقاطع نسبت به نیمسازهای دو زاویه مجانب خود بازتاب یکدیگرند. پس به ۲ طریق.

۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مثلث قائم الزاویه است.



$$\frac{S'}{S} = \frac{BB'}{BC} = \frac{2BH}{BC}$$

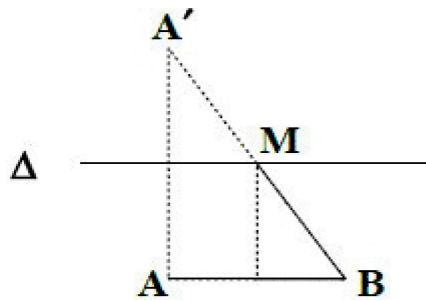
$$\frac{S'}{S} = \frac{18}{25} = 72\% \text{ پس } \frac{BH}{BC} = \frac{AB^2}{BC^2} = \frac{9}{25} \text{ می دانیم}$$

۱۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} D: 2x + 3y = 4 \\ D': 2x + 3y = 6 \end{cases}, T(x, y) = (x + a, y + b): \begin{cases} X = x + a \\ Y = y + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = X - a \\ y = Y - b \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(X - a) + 3(Y - b) = 4 \Rightarrow 2X - 2a + 3Y - 3b = 4 \Rightarrow \begin{cases} 2X + 3Y = 4 + 2a + 3b \\ 2x + 3y = 6 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a + 3b = 2$$



۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
 بازتاب A نسبت به خط Δ نقطه A' است.
 $MA + MB = BA' = \sqrt{60^2 + 32^2} = 4\sqrt{15^2 + 8^2}$
 پس $MA + MB = 68$ در نتیجه محیط مثلث MAB برابر است با:
 $68 + 60 = 128$

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در تبدیل طولیا تصویر هر مثلث همنهشت آن است. الزاماً زاویه‌ها ثابت می‌مانند.

۱۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مجانس شیب خط را حفظ می‌کند. پس کافی است مجانس یک نقطه دلخواه $A(0, 2)$ از خط مفروض تعیین شود.
 می‌دانیم $\overline{OA'} = -\frac{3}{4}\overline{OA}$ با تصویر بر محورها داریم:

$$x - 2 = \frac{-3}{4}(0 - 2), \quad y - 4 = \frac{-3}{4}(2 - 4) \Rightarrow A'(5, 7)$$

معادله تصویر مجانس $y - 7 = \frac{-3}{4}(x - 5)$ که عرض از مبدأ آن $10/75$ است.

۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تبدیل یافته‌ی نقطه‌ی دلخواه (x, y) تحت تجانسی به مرکز $(2, 1)$ و ضریب $\frac{3}{4}$ به راحتی چنین است:

$$\begin{cases} x' - 2 = \frac{3}{4}(x - 2) & x' = \frac{3}{4}x - 1 \\ y' - 1 = \frac{3}{4}(y - 1) & y' = \frac{3}{4}y - \frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow$$

از این دو معادله، x و y را محاسبه کرده در معادله خط جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\begin{aligned} x &= \frac{4}{3}(x' + 1) \\ y &= \frac{4}{3}\left(y' + \frac{1}{4}\right) \end{aligned} \xrightarrow{2y + x = 6} \frac{4}{3}\left(y' + \frac{1}{4}\right) + \frac{4}{3}(x' + 1) = 6$$

$$\Rightarrow \frac{4}{3}y' + \frac{4}{3}x' + \frac{4}{3} = 6 \Rightarrow 4y' + 2x' + 4 = 18 \Rightarrow 4y' + 2x' = 14 \Rightarrow 2y' + x' = 7$$

۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.
 نکته: $y = -x$ چهارم ربع دوم و چهارم است و می‌دانیم که ضابطه‌ی بازتاب نسبت به نیمساز ربع دوم و چهارم برابر است با:

$$A(x, y) \rightarrow A'(-y, -x)$$

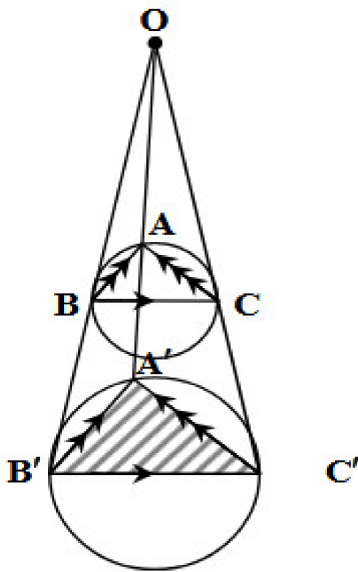
حالا دو نقطه از خط مورد نظر ($\Delta: 2y + x = 6$) انتخاب می‌کنیم: $A(6, 0)$, $B(0, 3)$ بنابراین:

$$A'(0, -6), \quad B'(-3, 0)$$

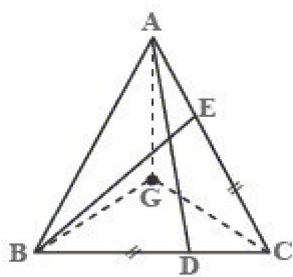
لذا:

$$m_{\Delta'} = \frac{-6 - 0}{0 - (-3)} = -2 \rightarrow \Delta': (y - 0) = -2(x - (-3)) \rightarrow \Delta': y + 2x = -6$$

۱۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



در تجانس شیب خط حفظ می شود، پس اضلاع دو مثلث متجانس، دو به دو موازی هم هستند. بنابراین برای رسم مثلث $A'B'C'$ که اضلاعش با مثلث ABC دو به دو موازی هستند، باید دایره محیطی مثلث ABC را رسم شده و از تجانس دو دایره استفاده کنیم تا مثلث $A'B'C'$ که مجانس ABC است، به دست بیاید.

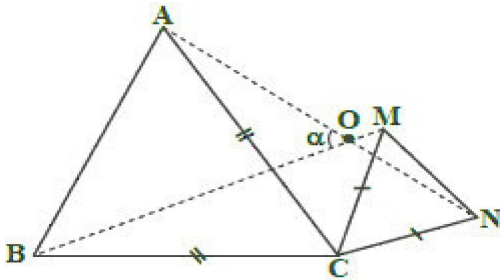


۲۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر G مرکز ثقل $\triangle ABC$ باشد، داریم:

$$\widehat{BGC} = \widehat{CGA} = \widehat{AGB} = 120^\circ$$

در دوران 120° به مرکز G ، نقطه B به C و نقطه C به A تصویر می شود؛ پس BC به CA تصویر می شود.

طبق فرض $CE = BD$ است، پس در همین دوران، D به E تصویر می شود. بنابراین AD به BE تصویر می شود، یعنی AD و BE دوران یافته ی یکدیگر در دوران 120° هستند.



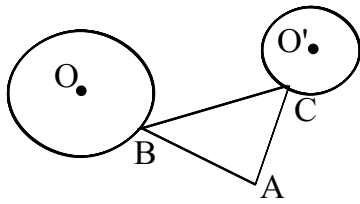
۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: دوران به مرکز O و زاویه α ،

تبدیلی است که هر نقطه A در صفحه را به نقطه A' مانند A' از آن صفحه نظیر می کند، به طوری که:

(الف) مرکز دوران یعنی نقطه O ثابت است. (ب) اگر A نقطه ای غیر از O باشد، آن گاه $OA = OA'$ و $\widehat{AOA'} = \alpha$ در دوران به مرکز O و زاویه 60° ، نقطه M به N و نقطه A به B تصویر می شود، بنابراین پاره خط NA به پاره خط MB تصویر می شود. حال چون MB دوران یافته ی NA تحت دوران با زاویه 60° است، پس زاویه بین آنها برابر 60° است. در نتیجه $\alpha = 60^\circ$

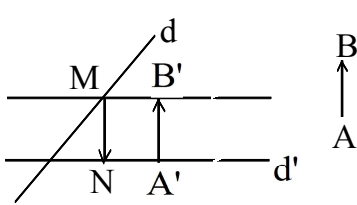
۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دایره C را حول O به اندازه 90° دوران می دهیم تا دایره C' را در نقطه A قطع کند. سپس نقطه A را 90° دوران می دهیم تا نقطه B بر روی دایره C (که همان نقطه ایست که دوران یافته ی آن A شده بود) به دست آید.

چون شعاع دوران در اثنای دوران ثابت است ($OA = OB$) و زاویه دوران 90° است. مثلث ABC همان مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین است که دو رأس آن هر کدام روی یکی از C و C' قرار گرفته اند.



۲۳- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر مثلث قائم الزاویه ی متساوی الساقین مثلث مطلوب باشد آن گاه نقاط B و C دوران یکدیگر به مرکز A و زاویه ی ۹۰ درجه هستند بنابراین دوران برای این رسم قابل استفاده است.

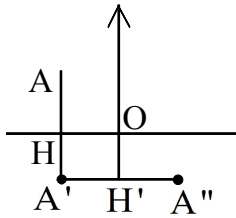
۲۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. دو مثلث $\triangle OAE$ و $\triangle OCD$ مساویند پس $OE = OD$ و از طرفی $\angle AOC = 120^\circ$ پس $\angle EOD = 120^\circ$ بنابراین گزینه های ۱ و ۳ و ۴ درست هستند و در نتیجه گزینه ی ۲ غلط می باشد.



۲۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. مطابق شکل یک نقطه از خط d' مثل A' را با بردار AB انتقال می دهیم تا به نقطه ی B' برسیم و از آن جا خطی موازی d' رسم می کنیم تا خط d را در نقطه ی M قطع کند. حال نقطه ی M را با بردار BA انتقال می دهیم تا نقطه ی N واقع بر خط d' حاصل می شود. اکنون پاره خط MN همان پاره خطی است که دو سر آن روی دو خط متقاطع d و d' واقع است و موازی

و مساوی AB نیز می باشد (زیرا چهارضلعی $MB'A'A'$ متوازی الاضلاع است). توجه کنید که دوران ممکن است شیب خط و تجانس ممکن است طول پاره خطها را تغییر دهد و به همین دلیل گزینه های ۳ و ۴ از ابتدا به راحتی حذف می شوند.

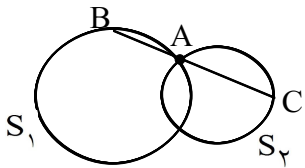
۲۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.



$$\begin{cases} AH = A'H \\ A'H' = H'A'' \end{cases} \Rightarrow AO = OA''$$

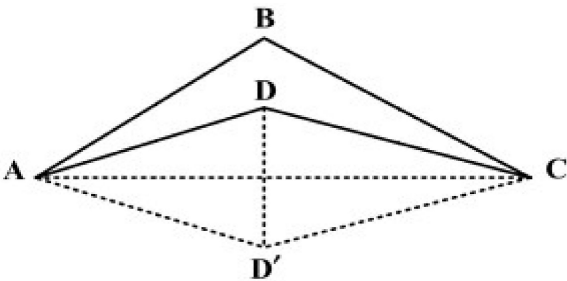
(۱) A'' مجانس A به مرکز O و نسبت ۱ - می باشد.

(۲) دوران یافته ی A با زاویه ی $\theta = 180^\circ$ و به مرکز O است.

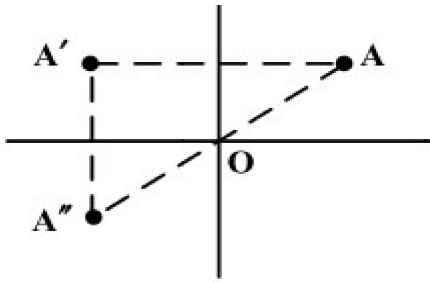


۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مطابق شکل هرگاه قاطع ABC در ۲ دایره وترهای مساوی AB و AC را جدا کند، می توان گفت نقطه ی C قرینه ی B نسبت به نقطه ی A خواهد بود بنابراین هرگاه دایره ی S_1 را نسبت به A قرینه ی کنیم دایره ی S_2 را در نقطه ی C قطع کرده و امتداد AC جواب مسأله خواهد بود.

۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در چهارضلعی گوش $ABCD$ بازتاب رأس D را نسبت خط AC نقطه D' می نامیم چهارضلعی محدب $ABCD'$ هم محیط با چهارضلعی گوش است.



۲۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



با توجه به شکل $OA'' = OA$ و $\widehat{AOA''}$ پس تبدیل تقارن دورانی است.

۳۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

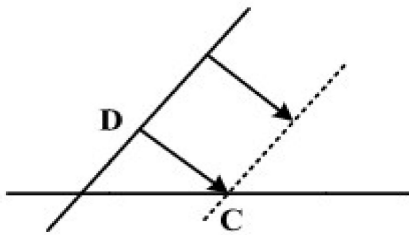
$$\frac{S'}{S} = \frac{BB'}{BC} = \frac{2BH}{BC}$$

مثلاً قائم الزاویه است.

$$\frac{S'}{S} = \frac{18}{25} = 72\% \text{ پس } \frac{BH}{BC} = \frac{AB^2}{BC^2} = \frac{9}{25}$$

می دانیم

۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. یکی از دو خط را تحت بردار موازی AB به طول ۳ واحد انتقال می دهیم تا خط دیگر را در C قطع کند انتقال معکوس C نقطه D است. CD جواب است با انتقال معکوس پاره خط دیگری حاصل می شود پس ۲ پاره خط جواب دارد.

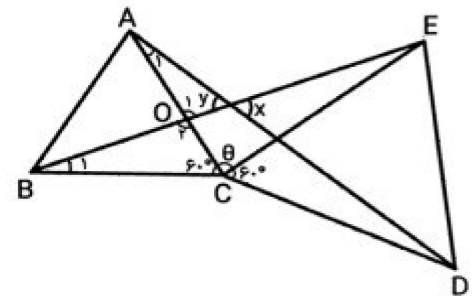


۳۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

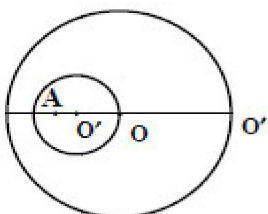
$$\begin{cases} \widehat{BCE} = \widehat{ACD} = 60^\circ + \theta \\ BC = AC \\ CE = CD \end{cases} \Rightarrow \triangle BCE \text{ هم نهشت با } \triangle ACD$$

$$\widehat{A_1} = \widehat{B_1} \Rightarrow \widehat{y} = 60^\circ \Rightarrow \widehat{x} = 60^\circ$$

$$\widehat{O_1} = \widehat{O_2}$$



۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$\frac{O'A}{OA} = \frac{1}{3} \quad R = 3R'$$

$$\frac{OA}{O'A} = \frac{1}{3} \quad O'A = OA + R$$

$$3OA = OA + R$$

$$OA = \frac{R}{2}$$

۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. برای به دست آوردن مختصات نقطه M داریم:

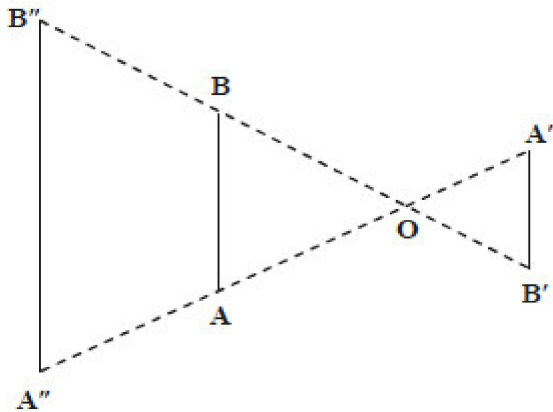
$$M \begin{cases} \frac{-2+1}{2} = -\frac{1}{2} \\ \frac{1-3}{2} = -1 \end{cases}$$

مختصات نقطه بازتاب (۱, ۲) برابر (x, y) است. در نتیجه داریم:

$$M \begin{cases} \frac{x+2}{2} = -\frac{1}{2} \\ \frac{y+1}{2} = -1 \end{cases} \quad x = y = -3$$

۳۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

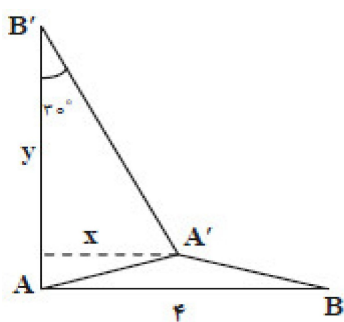


$$\frac{OB'}{OB} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{OB''}{OB} = \frac{2OB + OB'}{OB} = \frac{5}{2} = k$$

$$\frac{A''B''}{A'B'} = \frac{\frac{A''B''}{AB} \cdot \frac{5}{2}}{\frac{A'B'}{AB}} = \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\hat{A}_1 = 30^\circ$$

$$x = \frac{AB}{2} = 2$$

$$y = \sqrt{16 - 4} = 2\sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{2}(4 \times 2) + \frac{1}{2}(4 - 2\sqrt{3})(4) = 4 + 8 - 4\sqrt{3} = 8 \left(\frac{3 - \sqrt{3}}{2} \right)$$

۳۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$m = \frac{4}{2} = 2 \quad \text{روی } M_d \quad \begin{cases} \frac{0+2}{2} = 1 \\ \frac{-2+2}{2} = 0 \end{cases}$$

$$y = 2x + 1$$

معادله خط گذرنده از (۱, ۳) و بازتاب شده اش:

$$2x + 1 = -\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} \rightarrow \frac{5}{2}x = -\frac{1}{2} \quad \boxed{x = -\frac{1}{5}} \quad \boxed{y = \frac{3}{5}}$$

$$\begin{cases} \frac{1+x}{2} = -\frac{1}{5} \rightarrow x = -\frac{7}{5} \\ \frac{3+y}{2} = \frac{3}{5} \rightarrow y = -\frac{9}{5} \end{cases} \Rightarrow \left(-\frac{7}{5}, -\frac{9}{5}\right)$$

۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: دوران به مرکز نقطه ثابت O و زاویه α ، تبدیلی از صفحه است که در آن اگر A' تصویر نقطه A باشد داریم:

$$OA = OA' \quad , \quad \widehat{AOA'} = \alpha$$

نکته: در مثلث متساوی الاضلاع، نیمساز، ارتفاع، عمودمنصف و میانه نظیر یک ضلع، بر هم منطبق اند. در مثلث متساوی الاضلاع، نقطه برخورد میانه ها همان نقطه برخورد نیمسازهاست. پس:

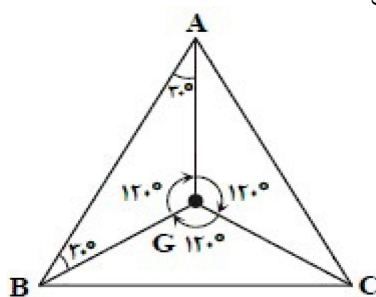
$$\widehat{GAB} = \widehat{GBA} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

بنابراین $\widehat{AGB} = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$ ، به طور مشابه نتیجه می شود:

$$\widehat{AGC} = \widehat{BGC} = 120^\circ$$

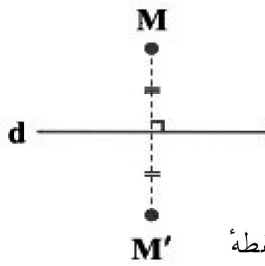
با توجه به شکل، در دوران به مرکز G و زاویه 120° ، هر رأس مثلث، دوران یافته رأس دیگر است. پس با دوران 120° به مرکز G، مثلث ABC بر خودش منطبق می شود.

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.



۴۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: بازتاب، یک تبدیل طولیا است.



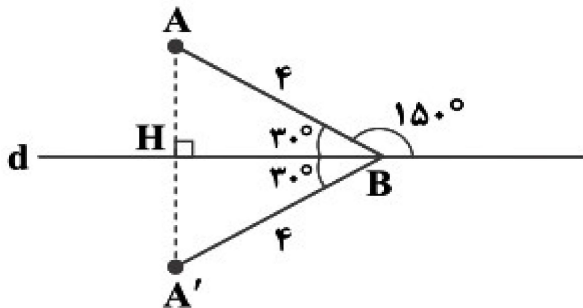
$$S = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$$

نکته: مساحت مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a برابر است با:

نکته: برای به دست آوردن تصویر هر نقطه در صفحه، تحت بازتاب نسبت به خط d ، از نقطه مفروض بر خط d عمود کرده و به اندازه خودش امتداد می دهیم تا نقطه تصویر به دست آید. در مثلث قائم الزاویه ABH ، ضلع AH روبرو به زاویه 30° است، پس اندازه آن نصف اندازه وتر است یعنی:

$$A'H = \frac{A'B}{2} = 2$$

پس مثلث BAA' یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع ۴ است، بنابراین مساحت آن برابر است با:



$$S_{BAA'} = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{16 \sqrt{3}}{4} = 4 \sqrt{3}$$