

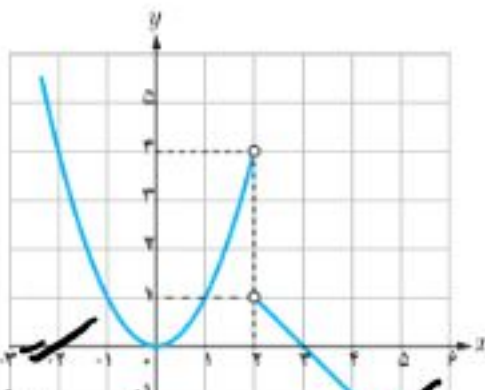
حل فعالیت ها و کار در کلاسها و

تمرین های درس دوم از فصل پنجم

09213102271-09125102271-@moharrammahdi

فعالیت

صفحه ۱۲۳



نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -x+3 & x > 2 \\ x^2 & x < 2 \end{cases}$ به صورت روبه‌رو است:

الف) اگر متغیر x با مقادیر بزرگ‌تر از ۲ به ۲ نزدیک شود آن‌گاه مقادیر $f(x)$ به عدد ۱ نزدیک می‌شوند.

ب) اگر x با مقادیر کوچک‌تر از ۲ به ۲ نزدیک شود آن‌گاه مقادیر $f(x)$ به عدد ۴ نزدیک می‌شوند.

پ) آیا تابع f در نقطه $x=2$ حد دارد؟

خیر چون رسانج در هم نمی‌آید و هم‌بندی نیست
مفادرت است

کار در کلاس

صفحه ۱۲۵

۱ با توجه به نمودار f ، حدهای خواسته‌شده را، در صورت وجود، به دست آورید.

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \dots$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \dots$$
 وجود ندارد

$$\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x) = 3$$

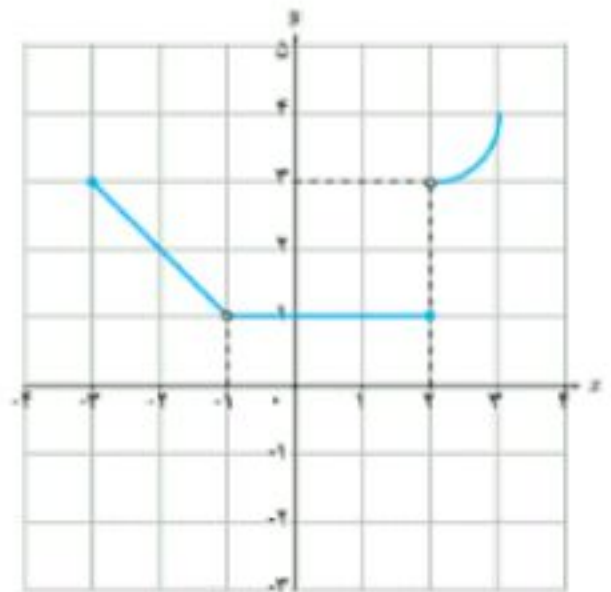
$$\lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) \dots$$
 وجود ندارد

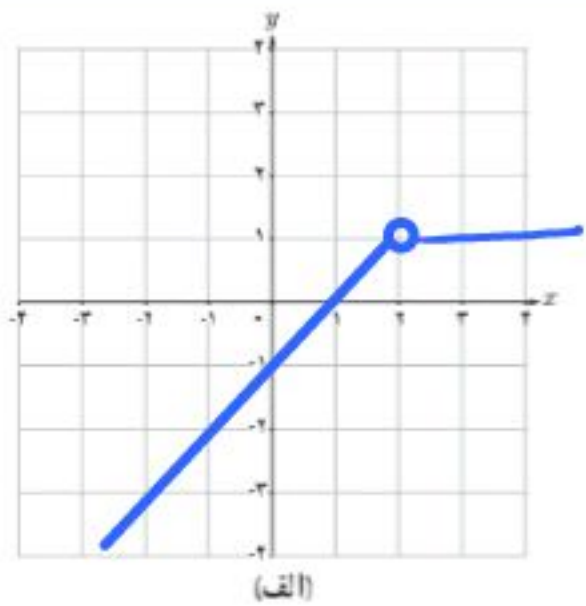
$$\lim_{x \rightarrow -3} f(x) \dots$$
 وجود ندارد

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = 1$$





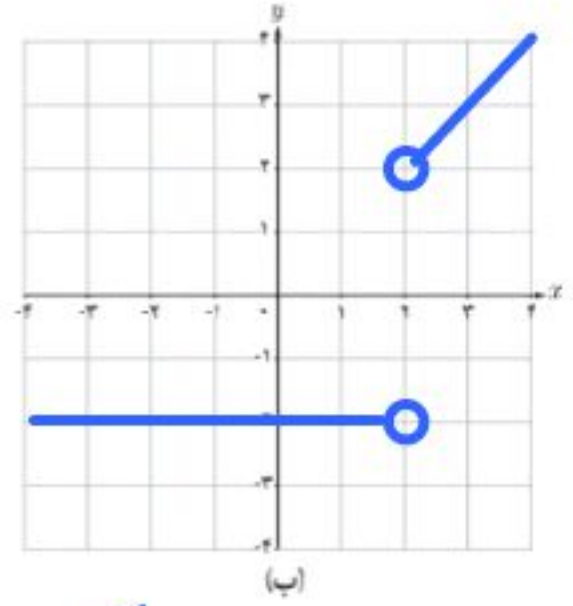
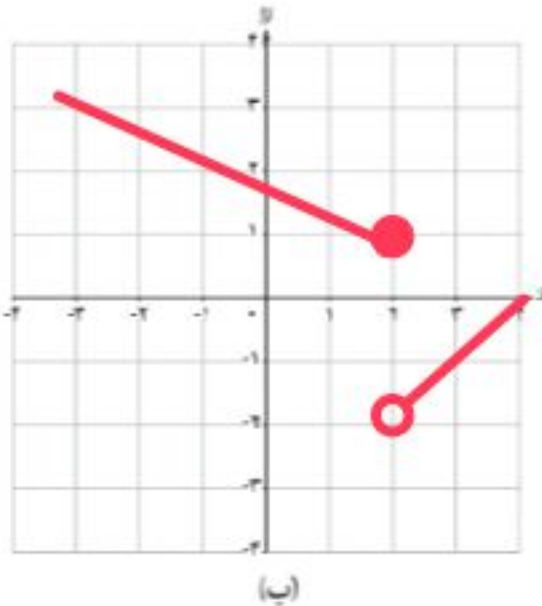
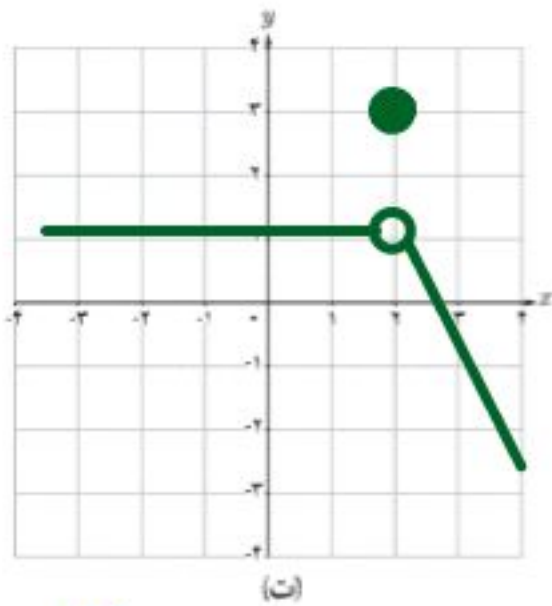
۲ نموداری از یک تابع رسم کنید که :

الف) در یک همسایگی محذوف ۲ تعریف شده باشد و در این نقطه حد داشته باشد.

ب) در یک همسایگی محذوف ۲ تعریف شده باشد ولی در این نقطه حد نداشته باشد.

پ) در یک همسایگی ۲ تعریف شده باشد و در این نقطه حد نداشته باشد.

ت) در یک همسایگی ۲ تعریف شده باشد و در این نقطه حد داشته باشد ولی حد آن با مقدار تابع در نقطه ۲، یکسان نباشد.



توجه: در هر کدام از این قسمت‌ها توابع مختلفی می‌توان رسم کرد

صفحه ۱۲۶

فعالیت

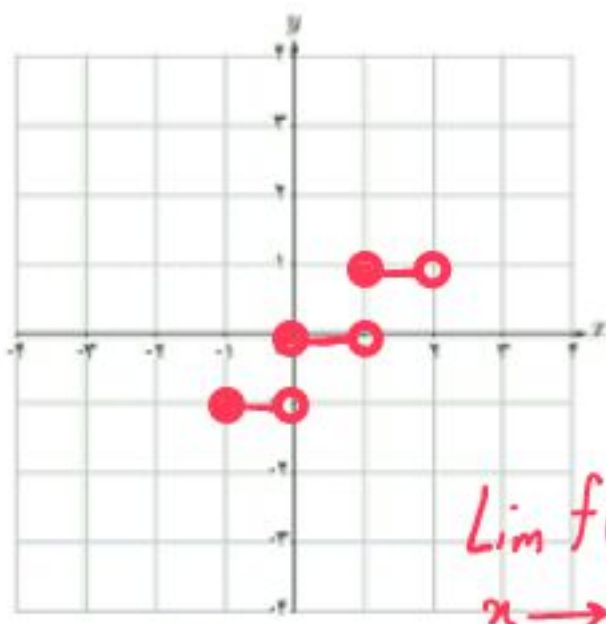
۱ نمودار تابع $f(x)=[x]$ را در فاصله $[-1, 2]$ رسم کنید.

۲ اگر x از طرف چپ به عدد ۱ نزدیک شود، آن گاه مقادیر

$f(x)$ به عدد **صفر** نزدیک می‌شوند، بنابراین :

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = \dots 0$$

۳ حد راست تابع f در نقطه $x=1$ را به دست آورید.



$$\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = 1$$

۴ آیا تابع f در نقطه $x=1$ حد دارد؟ چرا؟

خیر چون حد راست \neq حد چپ (در نقطه $x=1$)

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

الف)

$$f(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

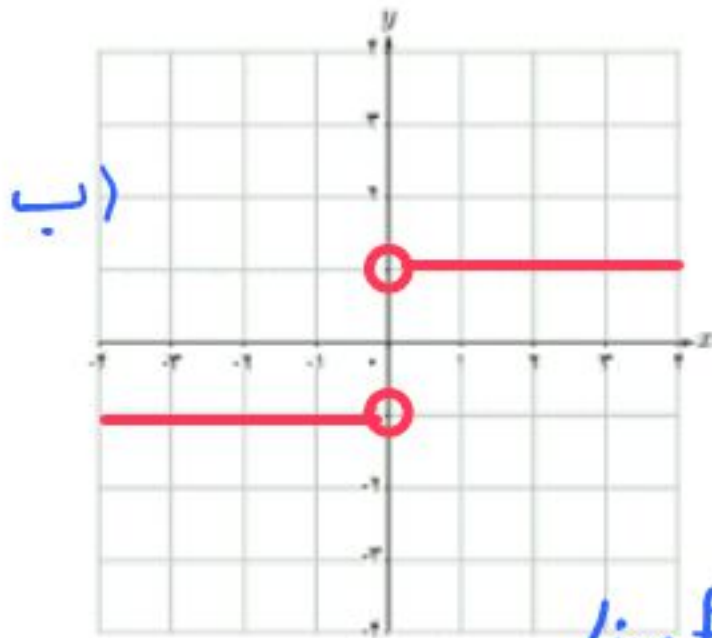
۱ تابع f با ضابطه $f(x) = \frac{|x|}{x}$ را در نظر بگیرید: $D_f: \mathbb{R} - \{0\}$

الف) با استفاده از تعریف قدرمطلق، تابع f را به صورت دو ضابطه‌ای بنویسید.

ب) نمودار تابع f را رسم کنید.

پ) با استفاده از نمودار f ، حد چپ و حد راست تابع در صفر را به دست آورید.

ت) آیا تابع f در نقطه صفر حد دارد؟ چرا؟



حد راست $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$

حد چپ $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = -1$

ت) خیر چون $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$

۱ نمودار تابع f به صورت زیر است. حدهای زیر را در صورت وجود به دست آورید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 4$

ب) $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \rightarrow$ وجود ندارد

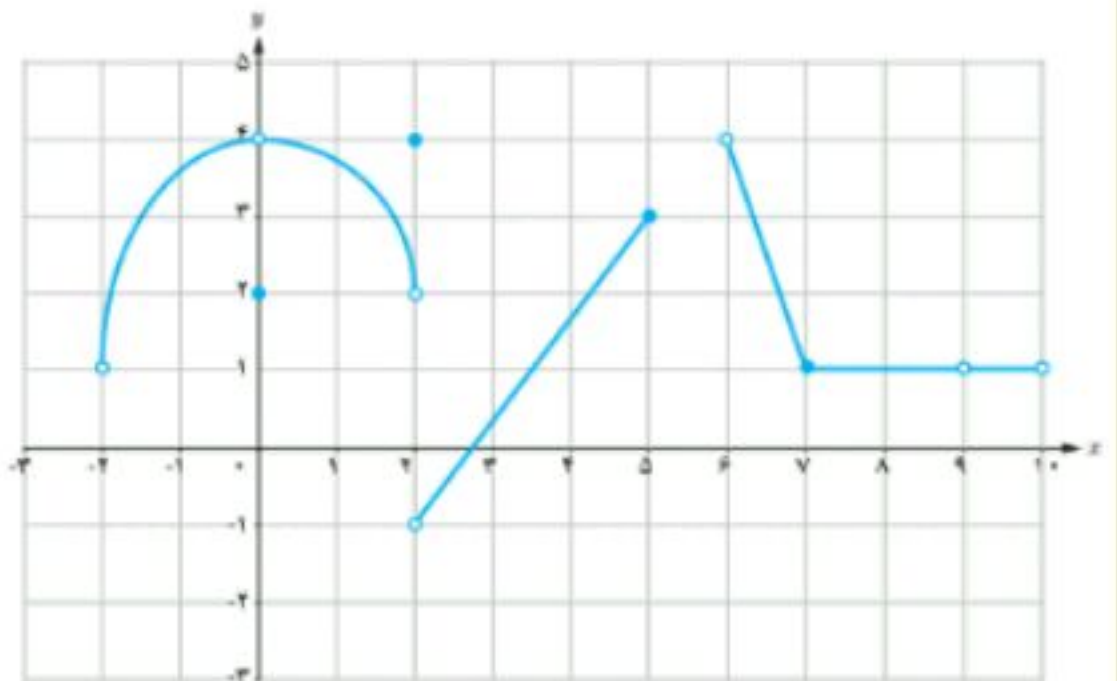
پ) $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) \rightarrow$ وجود ندارد

ت) $\lim_{x \rightarrow 6^-} f(x) \rightarrow$ وجود ندارد

ث) $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x) = 1$

ج) $\lim_{x \rightarrow 8} f(x) = 1$

ح) $\lim_{x \rightarrow 9} f(x) = 1$



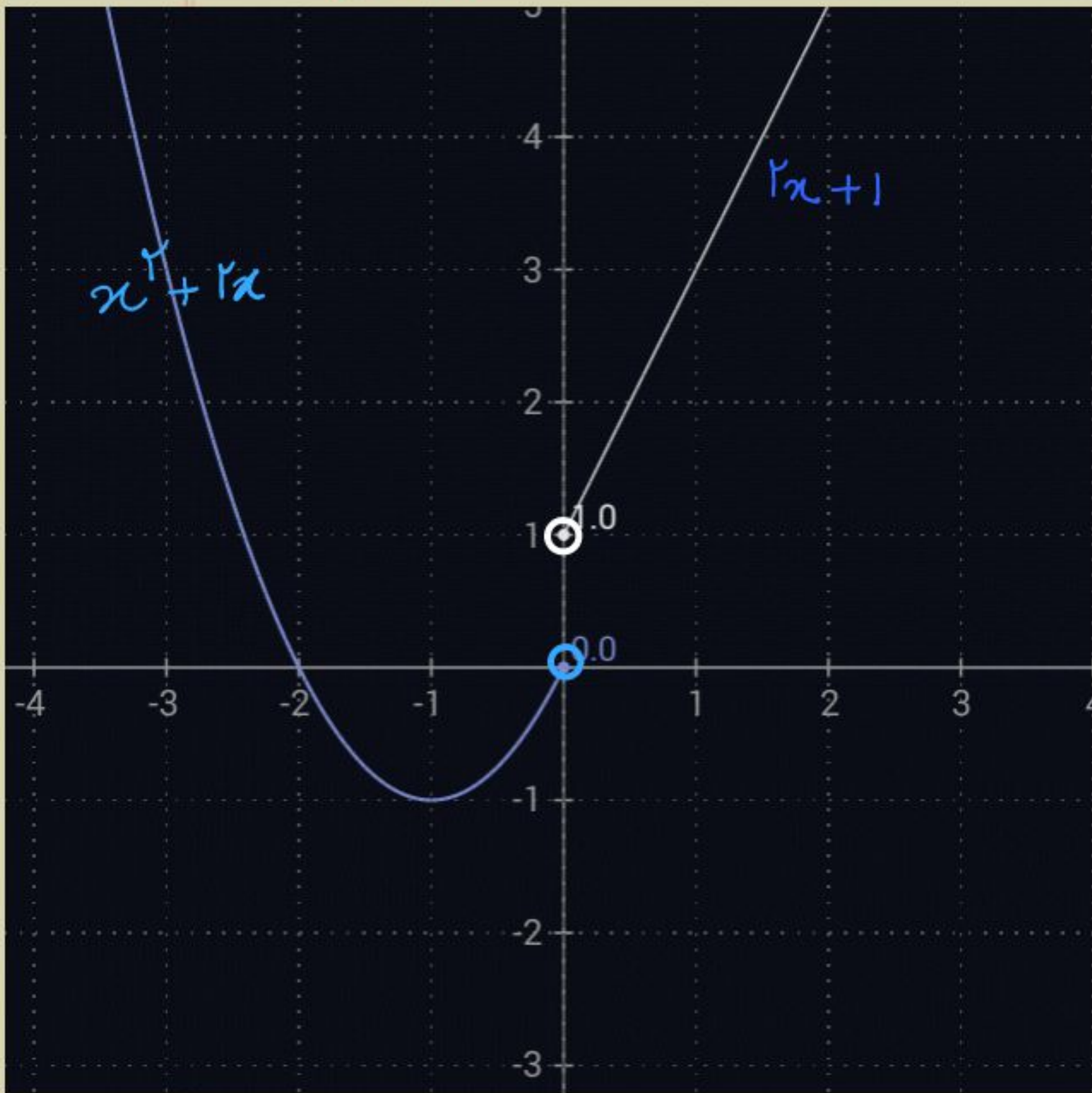
۲ با رسم نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & x > 0 \\ x^2+2x & x < 0 \end{cases}$ به سؤالات زیر پاسخ دهید:

الف) اگر x از طرف چپ به عدد صفر نزدیک شود آن گاه مقادیر $f(x)$ به عدد 0 نزدیک می‌شوند، بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 1$$

ب) حد راست تابع f در نقطه $x=0$ را به دست آورید. ←
پ) آیا تابع f در نقطه $x=0$ حد دارد؟ چرا؟

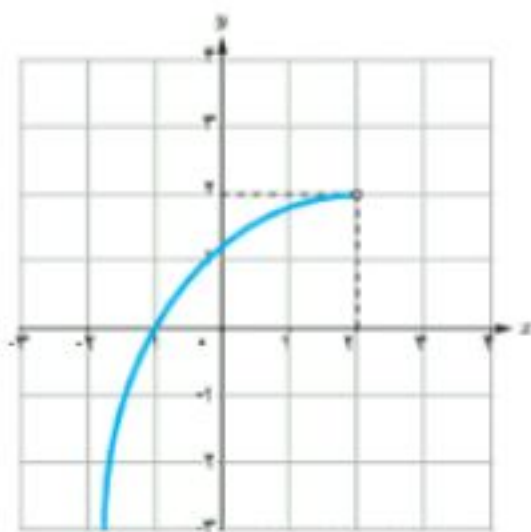


حد راست \neq حد چپ (در نقطه $x=0$)

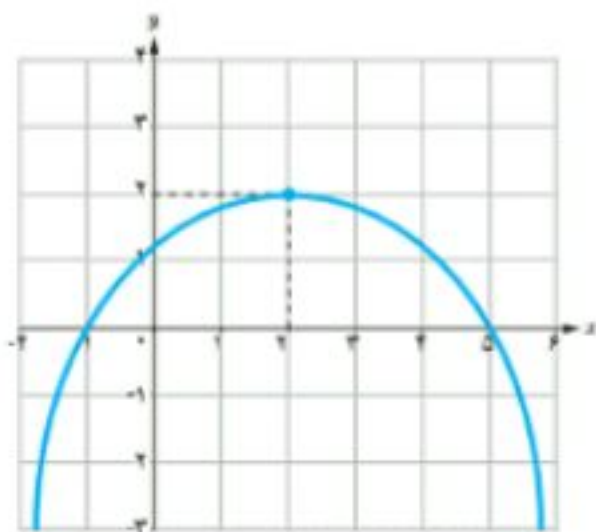
پ) خیر

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) \neq \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$$

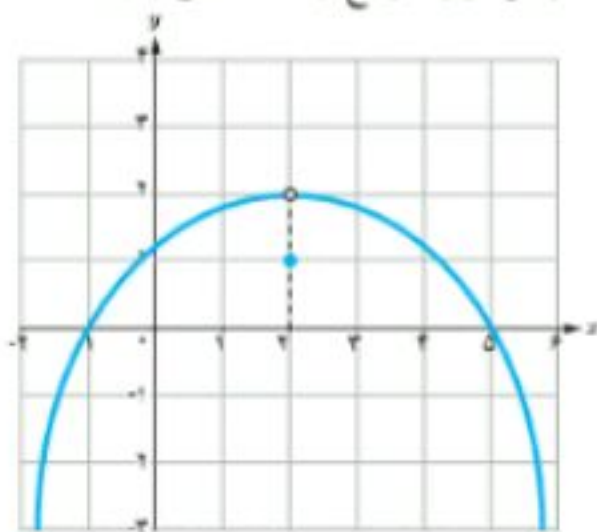
۲ با توجه به نمودارهای توابع داده شده در زیر، هر کدام از گزاره‌های پایین صفحه در مورد چند تا از این توابع برقرار است؟ در هر مورد توابع را مشخص کنید.



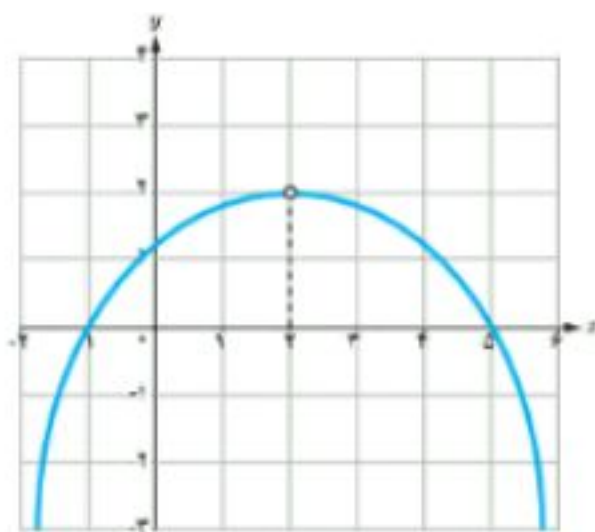
(الف)



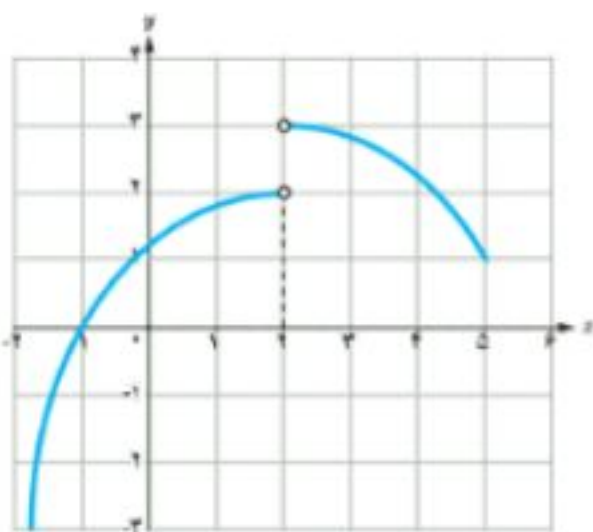
(ب)



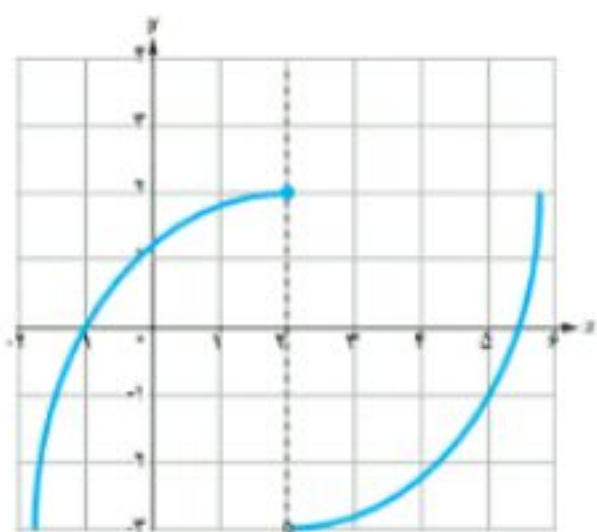
(ج)



(د)



(ه)



(و)

- تابع در همسایگی محذوف ۲ تعریف شده و در این نقطه حد دارد. **ج**
- تابع در همسایگی ۲ تعریف شده و در این نقطه حد دارد ولی مقدار حد با مقدار تابع در این نقطه برابر نیست. **الف**
- تابع در همسایگی چپ ۲ تعریف شده و در این نقطه حد ندارد. **پ ت ت**
- تابع در همسایگی ۲ تعریف شده و در این نقطه حد دارد و حد آن برابر مقدار تابع در این نقطه است. **ب**
- تابع در نقطه ۲ تعریف نشده ولی در این نقطه حد دارد. **ج**
- تابع در همسایگی راست ۲ تعریف شده ولی در این نقطه حد ندارد. **ت ت**

۲ با توجه به دامنه تابع، در مورد حد چپ تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{x^2 - x}$ در نقطه $x=1$ چه می‌توان گفت؟

$D_f: x^2 - x \geq 0 \rightarrow$

x	0	1	
+	-	+	

$\rightarrow (-\infty, 0] \cup [1, +\infty)$



تابع در همسایگی چپ نقطه $x=1$ تعریف نشده است

$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) =$ وجود ندارد

۵ با توجه به دامنه تابع، در مورد حد راست تابع $f(x) = \frac{x}{[x]-2}$ در نقطه $x=2$ چه می توان گفت؟

$$D_f: [x]-2 \neq 0 \rightarrow [x] \neq 2 \Rightarrow 2 < x < 3$$

$$D_f: (-\infty, 2) \cup [3, +\infty)$$

تابع $f(x)$ در همگامی راست $x=2$ تعریف نشده است پس

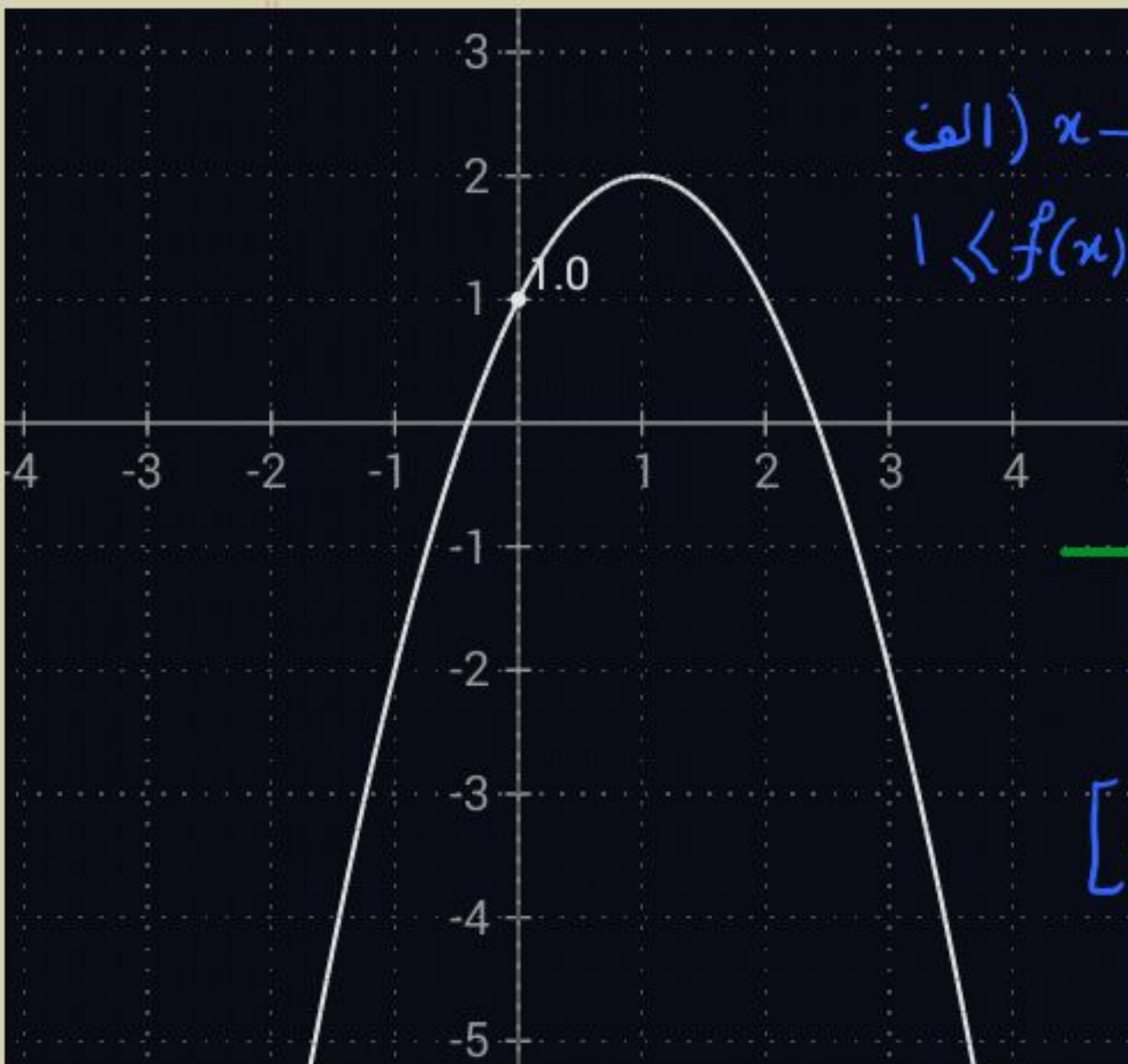
$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) \quad \text{وجود ندارد}$$

۶ با رسم نمودار تابع $f(x) = -(x-1)^2 + 2$ حدود زیر را مشخص کنید.

الف) $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)]$

ب) $\left[\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \right]$

([] نماد جزء صحیح است)



الف
در همگامی $x \rightarrow 1$ از $1 < f(x) < 2$ در فروردین

$$\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)] = 1$$

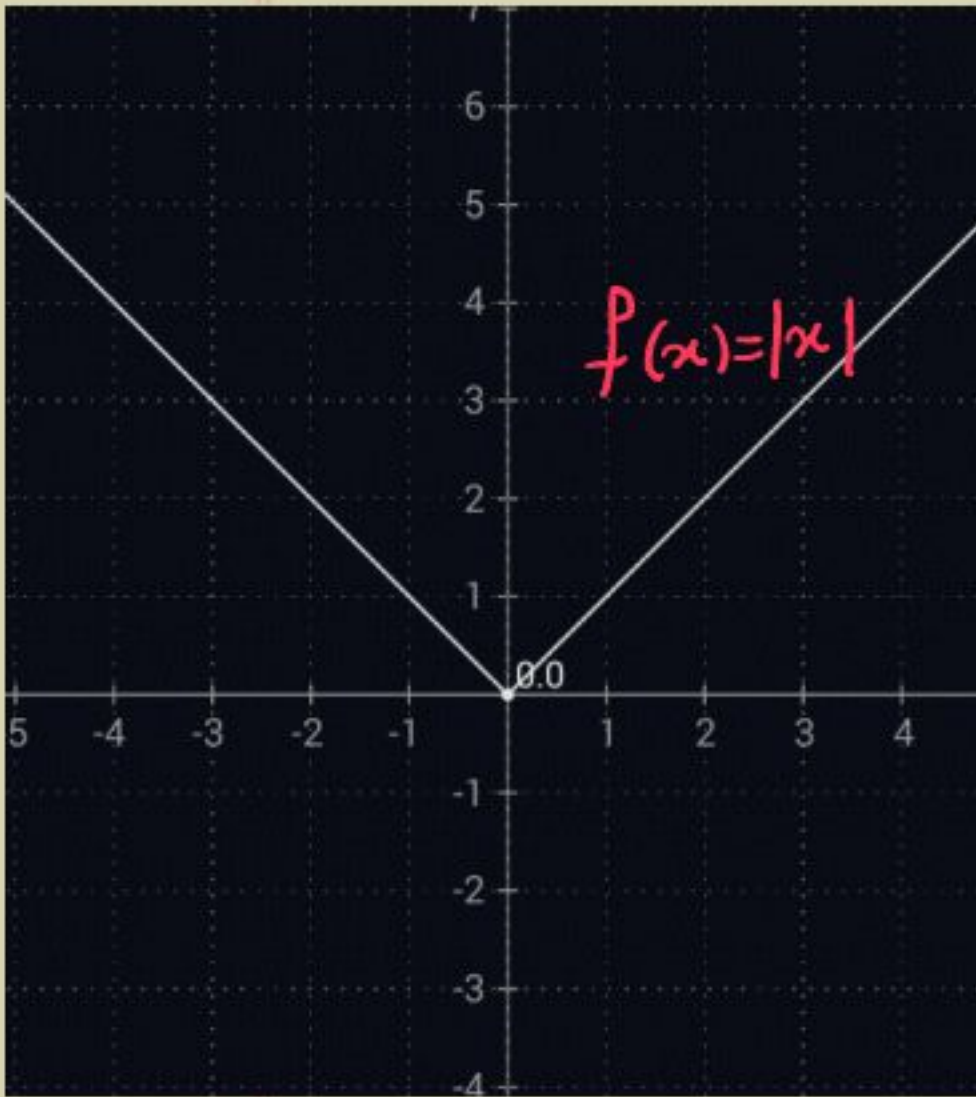
ب عددی نزدیک به $\frac{2}{2}$
 $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \frac{2}{2}$

$$\left[\lim_{x \rightarrow 1} f(x) \right] = [2^-] = 1$$

با رسم نمودار تابع $f(x)=|x|$:

الف) مقدار $\lim_{x \rightarrow 0} |x|$ را به دست آورید.

ب) اگر $a \in \mathbb{R}$ یک عدد دلخواه باشد آیا تساوی $\lim_{x \rightarrow a} |x| = a$ برقرار است؟



الف

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = 0$$

$$x \rightarrow 0^+$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0} |x| = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 0$$

$$x \rightarrow 0^-$$

$$a > 0 \rightarrow |a| = a \rightarrow \lim_{x \rightarrow a} |x| = a = |a|$$

$$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow a} |x| = |a|$$

$$a < 0 \rightarrow |a| = -a \rightarrow \lim_{x \rightarrow a} |x| = -a = |a|$$

پایان درس دوم

محمد محمد