



بسمه تعالی

سال تحصیلی : 1401-1402

نوبت : دیمه

نام و نام خانوادگی :

سوالات درس : ریاضی گسسته

اداره کل آموزش و پرورش استان یزد

نام پدر :

تعداد صفحات : 4

مدیریت آموزش و پرورش شهرستان میبد

رشته تحصیلی : ریاضی فیزیک

تعداد سوالات : 13

اداره استعدادهای درخشان و دانش پژوهان جوان

پایه تحصیلی : دوازدهم

مدت پاسخگویی : 110 دقیقه

دبیرستان دوره دوم شهید رحیمی فر

امضاء دبیر :

نمره به حروف :

نمره به عدد :

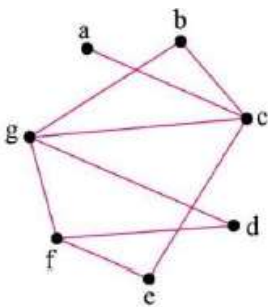
نام و نام خانوادگی دبیر :

نمره	سؤالات	ردیف
2/5	الف) ثابت کنید اگر $2k + 1 \mid 5$ آنگاه $14k^2 + 19k + 6 \mid 25$ .  ب) اگر $\sqrt{7}$ عددی گنگ و $a$ عددی گویا باشد آن گاه $\sqrt[5]{3 - a\sqrt{7}}$ عددی گنگ است.	1
1/5	اگر $x$ و $y$ و $z$ سه عدد حقیقی باشند به روش اثبات بازگشتی ثابت کنید : $x^2 + y - xy \geq -y^2 + x - 1$	2

1/5	اگر $b > 1$ و $b \mid 9k + 4$ و $b \mid 5k + 3$ ثابت کنید $b$ عددی اول است.	3
1/5	باقیمانده تقسیم عدد $9 - 17 \times (1000)^{47}$ را بر 7 بدست آورید.	4
1/5	به چند طریق می توان با وزنه های 3 و 4 کیلوگرمی یک کیسه 19 کیلویی را وزن کرد؟	5
1/5	اگر دو عدد $3a - 4$ و $5a + 7$ رقم یکان برابر داشته باشند، رقم یکان عدد $6a^2 - 7$ را به دست آورید.	6

1/5	چند عدد صحیح مانند $n$ وجود دارد به طوری که $n + 3 \mid n^2 + 7$ .	7
1/25	اگر عدد $\overline{5a7b24}$ بر 44 بخش پذیر باشد باقیمانده تقسیم این عدد بر 9 را بدست آورید.	8
1/5	اگر بیستم دیمه سال سه شنبه باشد سومین دوشنبه خرداد همان سال چه روزی از خرداد ماه است؟	9
1/5	ثابت کنید تعداد راسهای فرد هر گراف عددی زوج است.	10

1/25	<p>گراف 4- منتظم مرتبه P با افزودن 42 یال به گراف کامل تبدیل می شود اندازه ی گراف را بدست آورید.</p>	11
0/5	<p>بر روی مجموعه رئوس <math>V = \{a, b, c, d, e\}</math> چند گراف می توان رسم کرد که <math>\deg(a) = 2</math> باشد؟</p>	12
2/5	<p>گراف G به صورت مقابل است :</p> <p>الف) <math>N_G[c]</math> را با اعضاء مشخص کنید.</p> <p>ب) بزرگترین درجه در گراف <math>\bar{G}</math> مربوط به کدام راس و چند است؟</p> <p>ج) حداقل چند یال به این گراف اضافه کنیم تا قطعاً همبند باشد؟</p> <p>د) تعداد کل مسیرهها در گراف <math>P_n</math> هم مرتبه G را بدست آورید.</p>	13



موفق باشید

رسمی

مید یزد

په ۱

$$\omega | r_{k+1} \rightarrow r_{k+1} = \omega q$$

(۱-)

$$1fr^r + r_{k+1}q = fr^r + r_{k+1} + 1 \cdot k + \omega + 1 \cdot k^r + \omega k$$

$$= (r_{k+1})^r + \omega(r_{k+1}) + \omega k(r_{k+1}) = (\omega q)^r + \omega(\omega q) + \omega k(\omega q)$$

$$= r\omega q^r + r\omega q + r\omega kq = r\omega(q^r + q + kq) = r\omega q' \checkmark$$

نویسند:  $\sqrt[r]{r-a}\sqrt{v} = \frac{b}{c}, (b,c)=1, b,c \in \mathbb{Z}$

$$r-a\sqrt{v} = \frac{b^{\omega}}{c^{\omega}} \rightarrow a\sqrt{v} = r - \frac{b^{\omega}}{c^{\omega}} \rightarrow a = \frac{r - \frac{b^{\omega}}{c^{\omega}}}{\sqrt{v}} \times \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{v}} = \frac{r - \frac{b^{\omega}}{c^{\omega}}}{\sqrt{v}} \times \sqrt{v}$$

حاصل می شود:  $\frac{r - \frac{b^{\omega}}{c^{\omega}}}{\sqrt{v}} \times \sqrt{v} = a$  پس  $\frac{r - \frac{b^{\omega}}{c^{\omega}}}{\sqrt{v}}$  عدد صحیح است.

$$r - \frac{b^{\omega}}{c^{\omega}} = a\sqrt{v} \rightarrow \frac{b^{\omega}}{c^{\omega}} = r - a\sqrt{v}$$

$$x^r + y - x y \geq -y^r + x - 1 \xrightarrow{x^r} r x^r + r y - r x y \geq -r y^r + r x - r \Leftrightarrow -r$$

$$r x^r + r y - r x y + r y^r - r x + r \geq 0 \Leftrightarrow x^r - r x y + y^r + x^r - r x + 1 + y^r - r y + 1 \geq 0$$

حاصل می شود:  $(x-y)^r + (x-1)^r + (y-1)^r \geq 0$  حاصل می شود.

$$\begin{aligned}
b | r_k + r &\rightarrow r_k + r = b q \xrightarrow{\times \omega} r \omega k + r \omega = \omega b q \\
b | \omega k + r &\rightarrow \omega k + r = b q' \xrightarrow{\times q} r \omega k + r v = q b q'
\end{aligned}$$

$$v = \frac{b(\omega q - q q')}{q''} \Rightarrow \boxed{b = v}$$

$$1000 \times v - 9 \equiv v \pmod{?}$$

$$1000 \equiv -1 \xrightarrow{\uparrow \times v} 1000 \times v \equiv (-1) \times v \equiv -v \equiv 9$$

$$1000 \times v - 9 \equiv 9 \times r - 9 \equiv 9 \equiv r$$

$$r_k + r_j = 19 \quad (r, r) = 1 | 19$$

مقادیر صحیح - بار

$$r_k r_j \equiv 19 \equiv 1 \pmod{19} \xrightarrow{\div r} r \equiv \omega \equiv 1 \rightarrow \boxed{r = r_{k+1}} \quad k \geq 0 \rightarrow k \leq 1$$

$$r(r_{k+1}) + r_j = 19 \rightarrow r_j = -r_{k+1} + 19 \rightarrow \boxed{j = -k + 4} \quad k \leq 1$$

۲ طریق می توان ۱۹ عدد را با این ویژگی ها نوشت

$$2a - 4 \equiv_{10} \omega a + v \rightarrow 2a \equiv_{10} 11 \rightarrow (2, 10) = 2 \times 11$$

-۶

این ۲ عدد صحیح عنوان نمی‌توانند رقم یکانی داشته باشند

$$\begin{array}{cc} n+3 \mid n^2+v & n+3 \mid n^2+v \\ n+3 \mid n+3 \times n & n+3 \mid n^2+3n \\ \hline & n+3 \mid n-v \end{array} \quad \begin{array}{cc} n+3 \mid n^2-v & n+3 \mid n^2-v \\ n+3 \mid n+3 \times n & n+3 \mid n^2+3n \\ \hline & n+3 \mid 17 \end{array}$$

- |                                      |  |
|--------------------------------------|--|
| $n+3=1 \rightarrow n=-2 \checkmark$  | $n+3=-2 \rightarrow n=-5 \checkmark$   |
| $n+3=-1 \rightarrow n=-4 \checkmark$ | $n+3=8 \rightarrow n=5 \checkmark$     |
| $n+3=2 \rightarrow n=-1 \checkmark$  | $n+3=-8 \rightarrow n=-11 \checkmark$  |
| $n+3=-3 \rightarrow n=-6 \checkmark$ | $n+3=17 \rightarrow n=14 \checkmark$   |
| $n+3=4 \rightarrow n=1 \checkmark$   | $n+3=-17 \rightarrow n=-20 \checkmark$ |

در این رابطه برای  $n$  مقادیر صحیح  $n$  برقرار است

$$\begin{aligned} \overline{\omega a v b r e} &\equiv_{10} 0 \rightarrow 2r \equiv_{10} 0 \checkmark \\ \overline{\omega a v b r e} &\equiv_{11} 0 \rightarrow r-r+b-v+a-5 \equiv_{11} 0 \rightarrow a+b-10=11k \end{aligned}$$

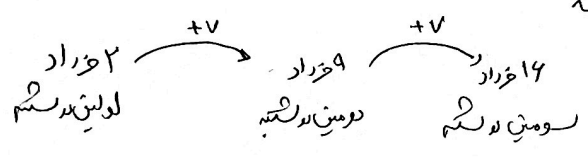
چون  $a, b, r$  رقم هستند پس  $0 \leq a+b \leq 11$  لذا داریم

$$a+b=10 \rightarrow \overline{\omega a v b r e} \equiv_{11} \omega + a + v + b + r + e \equiv_{11} 11 + \underbrace{a+b}_{10} \equiv_{11} 21 \equiv_{11} 10$$

۹.  $9 = 4 \times 21 + 2 \times 10 + 6 = 282$  این عدد

$282 \equiv_{11} 2$  که در مسئله

دوین عدد خردار معادلی می‌توانیم پیدا کنیم  
 لذا اولین دوین در مسئله خردار به تاریخ ۲ خردار می‌باشد



۱۰. می‌توانیم مجموع درجات رأس‌های بی‌درج را به ۲ برابر تعداد یال‌ها است.

$$\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q$$

A : مجموع درجات رؤس نوبع  
 B : مجموع درجات رؤس در

$A+B=2q \rightarrow B=2q-A$

عدد یال است نوبع      تفاضل ۲ عدد نوبع عدد یال است نوبع

B عدد یال است نوبع یعنی حاصل جمع تعدادی عدد در نوبع است پس تعداد اعداد در نوبع است.

۳ صفحه |  $rp = 2q$  تکلف کل تکلف کل - ۱۱

$rp = 2q$   $P$   $P$

$rp = 2q$  (I)  $q$   $q + 42$

$q + 42 = \left(\frac{P}{r}\right)$  (II)

I  $\rightarrow q = 2p$

II  $q = \frac{P(P-1)}{r} - 42$

$rp = \frac{P(P-1)}{r} - 42 \times r$   $p^2 - 5p - 14 = 0$

$(P+7)(P-12) = 0$   $\left. \begin{array}{l} P = -7 \times \\ P = 12 \end{array} \right\}$

$q = 2p = 24$

۱۲ برای آنکه روی رأسی همواره ۲ رأس یعنی ۲ رأس دیگر داشته باشد باید  $\binom{4}{2} = 6$  - ۱۲

$\{b, c, d, e\}$  ~~تکلف کل~~

حال ۳ داغ یعنی ۳ رأس داریم ۹ نیست یعنی ۲ رأس  $a$  بین ماقی روی ۶ رأس حداکثر

معبر باشد هر ۲ رأس در آن ۲ رأس  $2^4 = 16$  حالت نیز مربوط به ۳ رأس دیگر است

تکلف  $7 \times 16 = 112$

۱۳  $N_G[C] = \{a, b, c, e, g\}$  (الف) - ۱۳

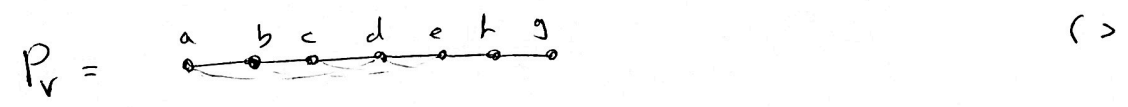
$\Delta_G = \deg a = 5$  (ب)

$\binom{7}{2} + 1 \leq q \leq \binom{7}{2}$  بازه قطعا خنثی

$14 \leq q \leq 21$

$17 - 9 = 8$  حرف اول بگیریم ۳ رأس دیگر

تکلف قطعا خنثی است



تکلف هر رأس =  $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$

۱ رأس ۶ تکلف ۲ رأس ۵ تکلف ۳ رأس ۴ تکلف ۴ رأس ۳ تکلف ۵ رأس ۲ تکلف ۶ رأس ۱ تکلف