

فصل ۳ درس ۳: اعمال جبری روی توابع

پیش نیازهای درس ۳:

- شناخت فرمول معادله خط از روی دو نقطه از نمودار
- انتقال عمودی و افقی نمودار توابعی با ضابطه

$$f(x) = x^x, f(x) = |x|$$

اهداف درس ۳:

- آشنایی با چهار عمل اصلی روی نمایش جبری توابع (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم)
- رسم نمودار تابع با ضابطه های $f + g$ و $f - g$ با استفاده از نمودار f, g
- رسم نمودار تابع با ضابطه $y = kf(x)$ از روی نمودار تابع با ضابطه $y = f(x)$

(کاردر کلاسی (و ۲ ص ۶۷)

- ① برای دو تابع $f(x) = x^2 + 3x + 1$ و $g(x) = x - 3$ جدول داده شده ی زیر را کامل کنید.

تابع	ضابطه	دامنه
$f + g$		
$f - g$		
$f \times g$		
$\frac{f}{g}$		

- ② برای دو تابع $u(x) = \sqrt{x} + 1$ و $v(x) = x - 1$ جدول داده شده ی زیر را کامل کنید.

تابع	ضابطه	دامنه
$u + v$		
$u - v$		
$u \times v$		
$\frac{u}{v}$		

تمرین ۲ ص ۶۹: Homework

- ② در هر مورد، دامنه و ضابطه حاصل جمع، ضرب، تقسیم و تفریق دو تابع داده شده را بیابید.

الف) $f(x) = |x|$ و $g(x) = \frac{1}{x}$

اعمال جبری روی توابع (جمع، تفریق، ضرب و تقسیم):

اگر f, g به ترتیب دو تابع با دامنه های D_f, D_g باشند، در این صورت جمع، تفریق، ضرب و تقسیم آنها را به صورت زیر تعریف می کنیم.

تابع	ضابطه	دامنه
$f + g$	$(f + g)(x)$	$D_f \cap D_g$
$f - g$	$(f - g)(x)$	$D_f \cap D_g$
$f \times g$	$(f \times g)(x)$	$D_f \cap D_g$
$\frac{f}{g}$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)$	$D_f \cap D_g - \{x / g(x) = 0\}$

✓ نکته: همواره دامنه را قبل از ساده کردن ضابطه آن محاسبه می کنیم

- ✓ جمع و تفریق دو تابع خطی، تابعی خطی است
- ✓ ضرب دو تابع خطی، تابعی سهمی است
- ✓ تقسیم دو تابع خطی، تابعی گویا است

۱) اعمال جبری روی نمایش جبری توابع:

(فعالیت ص ۶۵)

برای دو تابع $f(x) = 2x - 1$ و $g(x) = x - 2$ جدول داده شده ی زیر را کامل کنید. حل:

$$\left. \begin{array}{l} D_f = R \\ D_g = R \end{array} \right\} \xrightarrow{\cap} R$$

تابع	ضابطه	دامنه
$f + g$	$2x - 1 + x - 2 = 3x - 3$	R
$f - g$	$2x - 1 - x + 2 = x + 1$	R
$f \times g$	$(2x - 1) \times (x + 2) = 2x^2 - 5x + 2$	R
$\frac{f}{g}$	$\frac{2x - 1}{x - 2}$ ↓ $x - 2 = 0 \rightarrow x = 2$	$R - \{2\}$

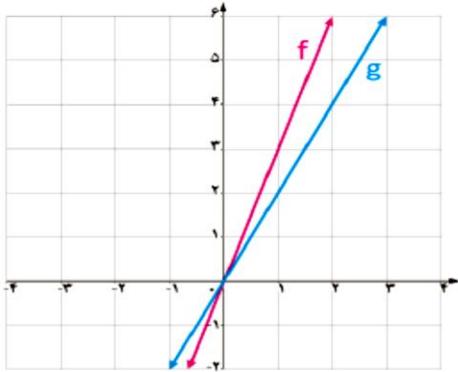
$$\left. \begin{array}{l} D_f = \{0, 2, 3\} \\ D_g = \{0, 2, 3, -1\} \end{array} \right\} \xrightarrow{\cap} \{0, 2, 3\}$$

تابع	ضابطه	دامنه
$f + g$	$\left\{ \left(0, \underbrace{-2+3}_{+1} \right), \left(2, \underbrace{5+4}_9 \right), \left(3, \underbrace{4+0}_4 \right) \right\}$	$\{0, 2, 3\}$
$f - g$	$\left\{ \left(0, \underbrace{-2-3}_{-5} \right), \left(2, \underbrace{5-4}_1 \right), \left(3, \underbrace{4-0}_4 \right) \right\}$	$\{0, 2, 3\}$
$f \times g$	$\left\{ \left(0, \underbrace{-2 \times 3}_{-6} \right), \left(2, \underbrace{5 \times 4}_{20} \right), \left(3, \underbrace{4 \times 0}_0 \right) \right\}$	$\{0, 2, 3\}$
$\frac{f}{g}$	$\left\{ \left(0, \frac{-2}{3} \right), \left(2, \frac{5}{4} \right), \left(3, \frac{4}{0} \right) \right\}$	$\{0, 2\}$

۳) اعمال جبری روی نمودار توابع:

(فعالیت ص ۶۷)

مطابق شکل:



الف) ضابطه ی دو تابع f, g را به دست آورید: حل:

$$f(x) = 3x \qquad g(x) = 2x$$

ب) ضابطه ی دو تابع $f + g$ و $f - g$ را به دست آورید و نمودار آنها را رسم کنید:

$$(f + g)(x) = 3x + 2x = 5x$$

$$(f - g)(x) = 3x - 2x = x$$

x	۰	۱
$f(x)$	۰	۳
$g(x)$	۰	۲
$(f+g)(x)$	۰	۵
$(f-g)(x)$	۰	۱

ب) $g(x) = x + 2$ و $f(x) = x^2 - 4$

پ) $g(x) = -\sqrt{x}$ و $f(x) = \sqrt{x}$

ت) $g(x) = x^2 + 3x - 10$ و $f(x) = \frac{x-2}{x+5}$

۲) اعمال جبری روی زوج مرتب توابع:

(تمرین ۲ ص ۶۹)

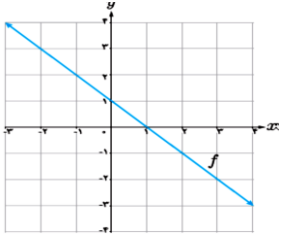
② دامنه و ضابطه حاصل جمع، ضرب، تقسیم و تفریق دو تابع داده شده را بیابید.

ث) $g = \left\{ (-1, 2), (0, 3), (2, 4), (3, 0) \right\}$ و $f = \left\{ (2, 5), (3, 4), (0, -2) \right\}$

حل: ابتدا دامنه هر تابع سپس اشتراک آنها را نوشته و اعمال جبری را روی مولفه دوم (y) انجام می دهیم

(گاردو گلاسی ۱ ص ۶۸)

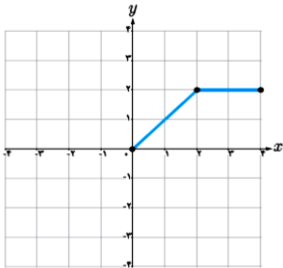
① با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل، نمودار تابع $y = -f(x)$ را رسم کنید. حل: عرض هر نقطه را قرینه یا در ۱- ضرب می کنیم.



x	۰	۴	-۳
$-f(x)$	-۱	۳	-۴

(گاردو گلاسی ۳ ص ۶۹)

③ با توجه به شکل نمودار تابع با ضابطه $y = -2f(x)$ رسم کنید. حل: عرض هر نقطه را در ۲- ضرب می کنیم



x	۰	۲	۴
$-2f(x)$	۰	-۴	-۴

(تقریبی ۱ ص ۶۹)

① با استفاده از نمودار تابع $f(x) = |x|$ ، نمودار توابع زیر را رسم کنید.

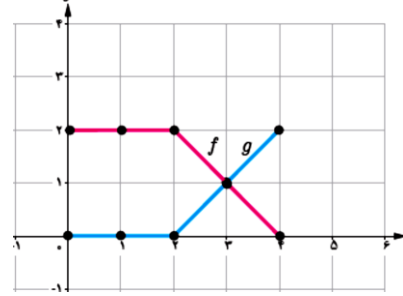
الف) $g(x) = -|x|$

ب) $h(x) = -|x - 3|$

پ) $l(x) = 2|x - 2|$

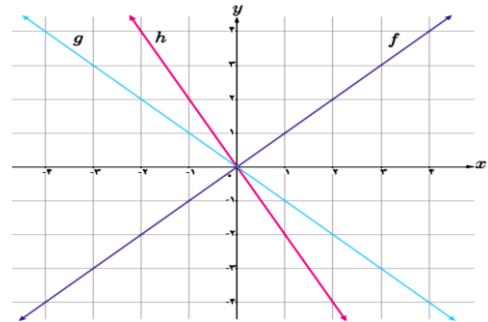
(تقریبی ۴ ص ۶۹)

④ در شکل مقابل، نمودار دو تابع f, g رسم شده است. نمودار حاصل جمع این دو تابع را به دست آورید



(تقریبی ۵ ص ۷۰)

⑤ با توجه به نمودار سه تابع داده شده، مشخص کنید کدام یک از آنها برابر مجموع دو تابع دیگر است؟



حل:

$$\left. \begin{array}{l} f(1) = 1 \\ h(1) = -2 \\ g(1) = -1 \end{array} \right\} \rightarrow 1 + (-2) = -1 = g(1)$$

رسم نمودار تابع با ضابطه $y = kf(x)$:

از رسم تابع به کمک انتقال که در درس های قبلی گفته شده کمک می گیریم

• اگر k عددی مثبت باشد برای رسم نمودار تابع با ضابطه $y = kf(x)$ کافی است عرض هر نقطه از نمودار تابع با ضابطه $y = f(x)$ را k برابر کنیم.

(گاردو گلاسی ۲ ص ۶۸)

برای رسم نمودار تابع با ضابطه $y = -f(x)$ کافی است قرینه نمودار تابع با ضابطه $y = f(x)$ را نسبت به محور x رسم کنیم به عبارتی عرض هر نقطه را قرینه یا در ۱- ضرب کنیم.

(تمرین ۳ ص ۶۹)

③ با استفاده از نمودار تابع $f(x) = |x|$ ، نمودار توابع زیر را رسم کنید.

الف) $r(x) = 2\sqrt{x}$

ب) $s(x) = -\sqrt{x-2}$

پ) $t(x) = -3\sqrt{x}$

ت) $u(x) = 1 - \sqrt{x}$

ث) $v(x) = 1 - \sqrt{x-3}$