

<p>تاریخ: ۱۳۹۹/۰۱/۰۶</p> <p>دبیر و طراح: حسین لهراب</p> <p>سوالات پیشنهادی و مهم برای خردادماه</p> <p>فصل سوم: الگوهای غیر خطی</p> <p>دنباله هندسی - ریشه nام و توان گویا - تابع نمایی</p>	<p>باسمه تعالی</p> <p>جمهوری اسلامی ایران</p> <p>وزارت آموزش و پرورش</p> <p>سازمان آموزش و پرورش استان چهارمحال و بختیاری</p> <p>مدیریت آموزش و پرورش منطقه فلارد</p> <p>به نام خدایی که از نسبت محیط به قطر دایره آگاه است</p>	<p>رشته: ادبیات و معارف پایه: دوازدهم</p> <p>نام درس: ریاضیات و آمار ۳</p> <p>تعداد سوالات: ۲۰</p> <p>نام و نام خانوادگی: .....</p> <p>دبیرستان: آیت الله بهشتی</p>
--	---	---

امام علی (ع): "از آنان مباشید که بدون زحمت و تلاش امید به عاقبتی نیک دارند" سوالات در ۴ صفحه طراحی شده اند.

ردیف	" سال جهش تولید مبارک باد "	# کرونا - را شکست - می دهیم.
	<b>پیامبر اعظم (ص):</b> دانش اگر در ثریا هم باشد مردانی در سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.	
۱	دنباله ی رو به رو را در نظر بگیرید: الف) نسبت مشترک دنباله را بیابید. ب) جمله عمومی دنباله را بیابید. پ) جمله پنجم دنباله را بیابید. (دو روش) پ) ضابطه بازگشتی دنباله را بنویسید.	$1, \frac{1}{5}, \frac{1}{25}, \dots$
۲	الف) در دنباله هندسی با جمله عمومی $a_n = 4 \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ دنباله ی چگونه است؟ ۱) افزایشی      ۲) کاهشی      ۳) ثابت ب) اگر دنباله ای هم حسابی و هم هندسی باشد در این صورت دنباله ..... است. پ) اگر جملات یک دنباله در هر مرحله، ۱۵ واحد کسر شود، یک دنباله ..... است و اگر جملات یک دنباله در هر مرحله، ۱۵ درصد کسر شود، یک دنباله ..... است. ت) یک کوه یخی ۳۰۰۰ کیلوگرم است. در هر ساعت ۵ درصد از وزنش سبب تابش خورشید، آب می شود. پس از گذشت ۵ ساعت، ..... کیلوگرم از آن باقی می ماند.	
۳	جمله دوم یک دنباله هندسی ۶ و جمله ششم آن ۹۶ است. جمله هشتم آن را بیابید.	
۴	میان دو عدد ۲ و ۱۶۲ سه عدد چنان قرار دهید تا تشکیل دنباله هندسی دهند.	
۵	با توجه به دنباله های داده شده مجموع های خواسته شده را بیابید.	
	الف) $S_7 = ?$ ، $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$	
	ب) $S_6 = ?$ ، $\frac{1}{3}, 1, 3, \dots$	
	پ) $a_{n+1} = 2a_n$ ، $a_1 = 2$ ، $S_5 = ?$	

۶	مجموع جملات دنباله ی هندسی زیر را بیابید. الف) $1 + 3 + 9 + \dots + 6561$ ب) $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1024}$
۷	اگر $x - 1, x, x + 2$ سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، مقدار $x$ و نسبت مشترک را بیابید.
۸	جمله اول یک دنباله هندسی $4374$ و نسبت مشترک آن $\frac{1}{3}$ است. الف) کدام جمله برابر $6$ است؟ ب) مجموع جملات دنباله از $4374$ تا عدد $6$ را بیابید.
۹	جاهای خالی را با اعداد و کلمات مناسب پر کنید. ۱) حاصل عبارت $5^3 \div (-45)^3$ برابر ..... است. ۲) ریشه سوم عدد $-64$ برابر ..... است. ۳) ریشه های چهارم عدد $81$ برابر ..... و ..... هستند. ۴) ریشه های معادله $x^6 = 64$ همان ریشه های ..... عدد $64$ اند که عبارتند از ..... و ..... ۵) ریشه های هشتم عدد $-128$ ، ..... ۶) حاصل عبارت $\sqrt[6]{(-5)^6}$ برابر ..... است. ۷) حاصل عبارت $(212)^{\frac{1}{4}}$ برابر ..... است. ۸) اگر $a \geq 0$ و $n$ زوج باشد، ریشه های $n$ ام $a$ برابر ..... و ..... هستند. ۹) هر عدد مثبت دارای ..... ریشه ی زوج است که ..... یکدیگرند. ۱۰) هر عدد دارای ..... ریشه فرد است.
۱۰	حاصل عبارات زیر را بیابید. الف) $\sqrt[8]{128} =$ ب) $\sqrt[13]{(-7)^{13}} =$ پ) $\sqrt[4]{(-64)^4} =$
۱۱	اعداد تواندار را به صورت رادیکالی و اعداد رادیکالی را به صورت عدد توان دار بنویسید. الف) $7^{\frac{3}{4}} =$ ب) $12^{-\frac{5}{11}} =$ پ) $\sqrt[3]{25} =$ ت) $\sqrt[5]{(2/3)^3} =$
۱۲	حاصل اعداد تواندار زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید. الف) $64^{-\frac{1}{3}} =$ ب) $36^{\frac{1}{2}} =$ پ) $16^{\frac{1}{4}} =$ ت) $8^{-\frac{3}{2}} =$

<p>حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.</p> <p>۱) <math>5^{\frac{1}{3}} \times 5^{\frac{2}{3}} =</math></p> <p>۲) <math>27^{\frac{2}{3}} \div 27^{\frac{1}{3}} =</math></p>	<p>۳) <math>8^{-\frac{1}{2}} \times 2^{-\frac{1}{2}} =</math></p> <p>۴) <math>7^{\frac{1}{5}} \times 7^{-\frac{1}{5}} =</math></p>	<p>۵) <math>6^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{3}} =</math></p> <p>۶) <math>-2(10000)^{\frac{1}{4}} =</math></p>	<p>۱۳</p>
<p>الف) <math>5^{-0.37} \times 5^{-0.63} =</math></p> <p>ب) <math>\left(m^{\frac{1}{2}} \times n^{\frac{3}{2}}\right)^2 \times (m^2 \times n^3)^2 =</math></p> <p>پ) <math>\left(\frac{x^{-\frac{1}{2}}}{x^{-\frac{1}{3}}}\right)^{-6} =</math></p>	<p>حاصل عبارات زیر را بیابید.</p>		<p>۱۴</p>
<p>الف) <math>(3^x)^4 = \frac{1}{3^8}</math></p>	<p>در تساوی های زیر مقدار X و Y را بیابید.</p> <p>ب) <math>7^y \times 5^y = 35^y</math></p>		<p>۱۵</p>
<p>جاهای خالی را با اعداد و کلمات مناسب پر کنید.</p> <p>۱) دامنه و برد تابع <math>y = a^x</math> به ترتیب ..... و ..... است.</p> <p>۲) در تابع نمایی <math>y = a^x</math> شرط <math>a</math> ، ..... است.</p> <p>۳) تابع <math>y = \left(\frac{1}{2}\right)^x</math> یک تابع ..... است.</p> <p>۴) در تابع نمایی <math>y = a^x</math> که <math>0 &lt; a &lt; 1</math> برای X های کوچکتر از صفر با کاهش مقدار X مقدار ..... می یابد.</p> <p>۵) نمودار تابع <math>y = a^x</math> و <math>y = \left(\frac{1}{a}\right)^x</math> نسبت به محور ..... قرینه اند.</p> <p>۶) برای X های بزرگتر از صفر نمودار <math>y = 3^x</math> ، ..... از نمودار <math>y = 2^x</math> است. (بالا تر - پایین تر)</p> <p>۷) تابع نمایی <math>y = 4^x</math> محور Y ها را در نقطه ی ..... قطع می کند.</p> <p>۸) تابع نمایی <math>y = \left(\frac{1}{3}\right)^x</math> محور ..... را قطع نمی کند و همواره ..... (کاهشی - افزایشی) است.</p> <p>۹) معادله کلی یک مساله به صورت نمایی می باشد، به صورت <math>f(t) = 1000000(1/12)^t</math> است. این معادله ..... است. (زوال نمایی - رشد نمایی)</p> <p>۱۰) در تابع نمایی <math>f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x</math> مقدار <math>f(x) + f(-x)</math> برابر ..... است.</p>			<p>۱۶</p>

۱۷	نمودار تابع $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ را رسم کنید. مشخص کنید این تابع افزایشی است یا کاهششی. دامنه و برد این تابع را بیابید.
۱۸	نمودار توابع $y = 2^x$ و $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ را رسم کنید و تفاوت ها و شباهت های آن ها را بیان کنید.
۱۹	جمعیت یک کشور ۲ میلیون نفر است. اگر رشد جمعیت به صورت نمایی و ضریب ثابت ۵ درصد در سال باشد. جمعیت این کشور پس از ۳ سال چند نفر خواهد بود؟
۲۰	جمعیت کشوری در سال ۲۰۱۸ میلادی برابر ۸۰ میلیون نفر برآورده شده است. اگر رشد جمعیت با نرخ ۲ درصد در سال در حال کاهش باشد. جمعیت آن در سال ۲۰۲۲ میلادی چند نفر خواهد بود؟

کافز سفید را هر قدر هم تمیز و زیبا باشد کسی قاب نمی گیرد، برای ماندگاری در ذهن ما باید حرفی برای گفتن داشته باشیم.

افراد موفق کارهای متفاوت انجام نمی دهند، بلکه کارها را به گونه ای متفاوت انجام می دهند.

موفق و موید باشید فروردین ماه ۹۹ لهراب ۰۹۱۳۹۸۴۳۵۱۹

پہلے آؤ گے۔  
 ڈاکٹر محمد فضل نسیم الوہابی غیر حلقی۔ ریاضی و آمار ۳۔ ارباب۔ ساریف۔ دبیر: حسین الدراب

۱

..... و  $\frac{1}{25}$  و  $\frac{1}{5}$  و ۱

انہ  $r = \frac{1}{5} = \frac{1}{5}$

ب)  $a_n = ar^{n-1} \Rightarrow a_n = 1 \times (\frac{1}{5})^{n-1} = (\frac{1}{5})^{n-1}$

ب)  $a_5 = (\frac{1}{5})^{5-1} = (\frac{1}{5})^4 = \frac{1}{625}$  ← روش اول

$a_5 = ar^4 = 1 \times (\frac{1}{5})^4 = \frac{1}{625}$  ← روش دوم

$\frac{1}{5}$ )  $a_{n+1} = r a_n, a_1 = a$

$a_{n+1} = \frac{1}{5} a_n, a_1 = 1$

$a_n = \sum (\frac{1}{r})^{n-1} \rightarrow a = 1, r = \frac{1}{5} < 1 \Rightarrow$  الف  $a_n$  کھنسی

ب) دنبال ثابت  
 ج) ۵۱۰۰۰ سے زیادہ  
 د) ۱۰۰٪ سے زیادہ

$a_1 = 1000 \times 0.195 = 195$

۱۰۰٪ سے زیادہ

۱۹۵، ۲۷۰.۷۵، ...  
 $\times 1.195$

$a_5 = ar^4 = 195 \times (0.195)^4 = 2321, 34$  kg

$a_2 = 4, a_4 = 94 \Rightarrow ar^3 = 94$   
 $a_4 = 94 \rightarrow a_2 = 4 \Rightarrow ar = 4$   
 $\rightarrow r^4 = 14 \Rightarrow r = 2$

$ar = 4 \Rightarrow a \times 2 = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{2} = 2$

$a_n = ar^n \Rightarrow a_n = 2 \times 2^n = 2 \times 128 = 256$

$2, 4, 8, 16, 32, 64, 128$   
 $2^1, 2^2, 2^3, 2^4, 2^5, 2^6, 2^7$   
 $r^{k+1} = \frac{b}{a} \Rightarrow r^{k+1} = \frac{128}{2} \Rightarrow r^k = 64$   
 $\Rightarrow r = 2$

فرد  $r^{k+1} = \frac{b}{a} \Rightarrow r^{k+1} = \frac{128}{2} \Rightarrow r^k = 64$   
 $\Rightarrow r = 2$

الف)  $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}$  فرد  $S_n = a \times \frac{1-r^n}{1-r}$

$\rightarrow a = \frac{1}{2}, r = \frac{1}{2} \Rightarrow S_7 = \frac{1}{2} \times \frac{1 - (\frac{1}{2})^7}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{1 - \frac{1}{128}}{\frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{128} = \frac{127}{128}$

ب)  $\frac{1}{3}, 1, 3, \dots$   
 $a = \frac{1}{3}, r = 3$

$S_9 = \frac{1}{3} \times \frac{1 - 3^9}{1 - 3} = \frac{1}{3} \times \frac{1 - 19683}{-2} = \frac{-19682}{-6} = \frac{9841}{3}$

ج)  $a_{n+1} = 2a_n, a_1 = 2$   $S_n = ?$

$n=1 \rightarrow a_1 = 2a_1 = 2 \times 2 = 4$   
 $n=2 \rightarrow a_2 = 2a_2 = 2 \times 8 = 16$   
 $2, 4, 8, \dots$   $a=2, r=2$

$S_n = 2 \times \frac{1 - 2^n}{1 - 2} = 2 \times \frac{1 - 2^n}{-1} = 2 \times \frac{-2^n + 1}{-1} = 2^n - 2$

$S = 1 + 3 + 9 + \dots + 6561$

الف)  $a=1, r=3, a_n=6561$   
 ابتدا مقدار حدت را بیابیم  
 در صورتی که بداند  
 حد آخر را درجیم  
 $S_n = \frac{a - a_n r}{1 - r}$

$S_n = \frac{1 - 6561 \times 3}{1 - 3} = \frac{1 - 19683}{-2} = \frac{-19682}{-2} = 9841$

ب)  $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{1024}$   
 $a=1, r=\frac{1}{2}, a_n=\frac{1}{1024}$

$S_n = \frac{1 - \frac{1}{1024} \times \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{1 - \frac{1}{2048}}{\frac{1}{2}} = \frac{\frac{2047}{2048}}{\frac{1}{2}} = \frac{2 \times 2047}{2048} = \frac{2047}{1024}$

$$\frac{x-1}{a}, x, \frac{x+2}{c} \rightarrow b^2 = a \times c$$

س ۷ -۷

$$\rightarrow (x-1)(x+2) = x^2 \Rightarrow \cancel{x^2} + x - 2 = \cancel{x^2} \Rightarrow x - 2 = 0$$

اعضای مشترک

$$\Rightarrow x = 2$$

if  $x=2 \rightarrow 2-1, 2, 2+2 \Rightarrow 1, 2, 4 \Rightarrow r=2$

۴۳۷۴ و ... ،  $r = \frac{1}{3}$  -۸ الف

$$a_n = 4 \Rightarrow ar^{n-1} = 4 \Rightarrow r^{n-1} = \frac{4}{a} \Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{4}{4374}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} = \frac{1}{1179} = \left(\frac{1}{3}\right)^6 \Rightarrow n-1=6 \Rightarrow n=7$$

۴۳۷۴، -- و ۶

ب

$$S_n = \frac{a - a_n \times r}{1-r} = \frac{4374 - 4 \times \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{4374 - \frac{4}{3}}{\frac{2}{3}} = \frac{4372 \times 3}{2}$$

$$\rightarrow S_n = 6558$$

$$(-45)^4 \div 5^4 = \left(\frac{-45}{5}\right)^4 = (-9)^4$$

۹ -۹

- ۵ ریشه سوم ۲۷ برابر ۳ است.
- ۴ ریشه سوم ۱۱ عدد ۳ و ۳
- ۴  $2^4 = 16$  همان ریشه سوم عدد ۶۴ است
- ۵ ریشه سوم ۱۲۸ وجود ندارد

$$\sqrt[6]{(-8)^6} = |-8| = +8$$

۶

$$(a^m)^n = a^{m \times n} \rightarrow (2^{12})^{\frac{1}{4}} = 2^{12 \times \frac{1}{4}} = 2^3 = 8$$

۷

$a > 0$  ریشه  $n$   $\rightarrow$   $\sqrt[n]{a}$  و  $\sqrt[n]{-a}$

۸

۹ هر عدد مثبت دارای ۲ ریشه زوج است که قدرینس یکدیگرند.

۱۰ هر عدد دارای یک ریشه فرد است.

الف)  $\sqrt[3]{12^3} = |12| = 12$       ب)  $\sqrt[4]{(-64)^4} = |-64| = 64$

ج)  $\sqrt[3]{(-7)^3} = -7$

الف)  $v^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{v^m}$        $\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}}$

ب)  $12^{-\frac{5}{11}} = \frac{1}{\sqrt[11]{12^5}}$        $a^{-\frac{m}{n}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a^m}}$

ج)  $\sqrt[3]{25} = 25^{\frac{1}{3}}$

د)  $\sqrt[5]{(2,3)^5} = (2,3)^{\frac{5}{5}}$

الف)  $44^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{44}} = \frac{1}{4}$

ب)  $36^{\frac{1}{2}} = \sqrt{36} = 6$

ج)  $16^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{16} = 2$

د)  $8^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8^2}} = \frac{1}{\sqrt[3]{(2^3)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2^4}}$

الف)  $a^{\frac{1}{3}} \times a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{1}{3} + \frac{2}{3}} = a^{\frac{3}{3}} = a^1 = a$

ب)  $27^{\frac{2}{3}} \div 27^{\frac{1}{3}} = 27^{\frac{2}{3} - \frac{1}{3}} = 27^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{27} = 3$

ج)  $8^{-\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} = (8 \times 2)^{-\frac{1}{2}} = 16^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{\sqrt{16}} = \frac{1}{4}$

د)  $\sqrt[3]{\frac{1}{8}} \times \sqrt[3]{\frac{1}{8}} = \sqrt[3]{\frac{1}{8} \times \frac{1}{8}} = \sqrt[3]{\frac{1}{64}} = \frac{1}{4}$

هـ)  $6^{\frac{1}{2}} \times 6^{\frac{1}{2}} = 6^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = 6^1 = 6$

و)  $-2(10000)^{\frac{1}{2}} = -2\sqrt{10000} = -2 \times 100 = -200$



الف)  $a^{-1/2} \times a^{-1/4} = a^{-1/2 - 1/4} = a^{-3/4} = \frac{1}{a^{3/4}}$

ب)  $(m^{1/2} \cdot n^{2/3})^4 \times (m^2 \cdot n^3)^2 = m^{1/2 \times 4} \cdot n^{2/3 \times 4} \times m^{2 \times 2} \cdot n^{3 \times 2}$   
 $= m^2 \cdot n^{8/3} \cdot m^4 \cdot n^6 = m^{2+4} \cdot n^{8/3+6} = m^6 \cdot n^{26/3}$

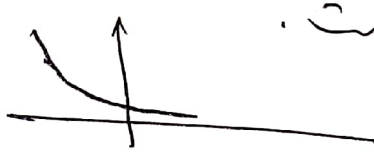
ج)  $\left(\frac{x^{-1/3}}{x^{1/3}}\right)^{-6} = \frac{x^{-1/3 \times -6}}{x^{1/3 \times -6}} = \frac{x^2}{x^{-2}} = x^{2-(-2)} = x^4$

الف)  $(3^n)^{-1} = \frac{1}{3^n} \Rightarrow 3^{\epsilon n} = 3^{-1} \Rightarrow \epsilon n = -1 \Rightarrow n = \frac{-1}{\epsilon} = -\frac{1}{\epsilon}$

ب)  $v^y \times a^v = 3a^v \Rightarrow v^y = \frac{3a^v}{a^v} = \left(\frac{3a}{a}\right)^v = 3^v$   
 $\Rightarrow v^y = 3^v \rightarrow y = v$

1) دامنه  $a^x$  برابر  $R$  و برد  $R^+$  است.

2)  $a^x$  در  $x=0$  برابر 1 و  $a > 0$  و  $a \neq 1$



3)  $(\frac{1}{x})^m$  یک تابع گامی است.

4) افزایش

5) سبب: حد و ...

6) بالاتر

7) [ ]

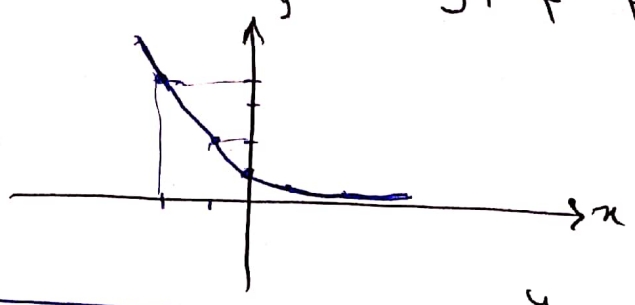
8) ...

9) ...

$f(0) = (\frac{1}{0})^0$  ...  
 $f(-1) = (\frac{1}{-1})^{-1} = 2$  }  $1+2=3$

$y = (\frac{1}{2})^x$

x	-2	-1	0	1	2
y	4	2	1	1/2	1/4

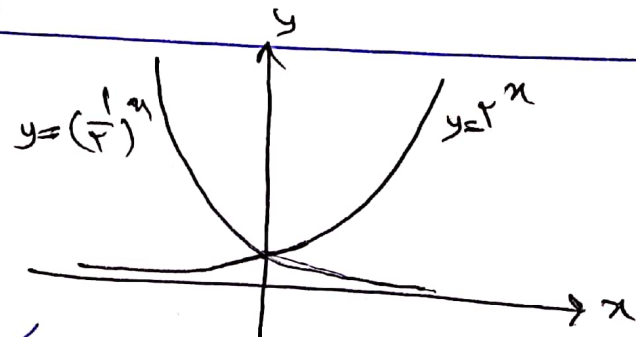


تابع کاهشی است

$D_f = R, R_f = R^+$   
دامنه:  $R$     برد:  $R^+$

$y = 2^x$

$y = (\frac{1}{2})^x$



تفاوت: تابع  $y = 2^x$  افزایشی و تابع  $(\frac{1}{2})^x$  کاهشی است.

مقدار  $y = 2^x$  برای  $x$  های بزرگتر به سرعت افزایش می یابد و  $(\frac{1}{2})^x$  به سرعت کاهشی می یابد.

مقدار  $2^x$  برای  $x$  های کوچکتر از صفر به سرعت کاهش می یابد و  $(\frac{1}{2})^x$  به سرعت افزایش می یابد.

شیب مثبت: هر دو تابع نامی کند - دامنه هر دو یکسان است - هر دو محدود و راجع به یکنسند هر دو محدود و صافاً در نقطه  $[0, 1]$  قطع می شوند.

$f(t) = c(1+r)^t \Rightarrow f(t) = 20000000(1.05)^t$

$c = 2$  میلیون  
 $r = 0.05$

$f(3) = 20000000(1.05)^3 = 23152500$  نفر  
 $1+r = 1 + 0.05 = 1.05$

$f(t) = c(1+r)^t \Rightarrow f(t) = 100000000(0.98)^t$

$r = 0.02$      $1-r = 1 - 0.02 = 0.98$

$2018 \xrightarrow{t=4} 2022 \rightarrow 2022 - 2018 = 4$

$f(4) = 100000000(0.98)^4 = 73789452$  نفر

موفق و موید سلامت باشید

حسین کدرب    9139844519