

مفهوم کسر

مانند نمونه جمله ها را با نوشتن عدد مناسب کامل کنید و نشان دهید چه بخشی از شکل رنگ شده است؟



..... قسمت از $\frac{9}{9}$ قسمت از $\frac{3}{4}$ قسمت از $\frac{1}{2}$ قسمت از $\frac{5}{6}$.

در ریاضی، $\frac{5}{6}$ قسمت مساوی را یک کسر می گویند.

به همین ترتیب، $\frac{3}{4}$ قسمت مساوی نیز یک کسر است.

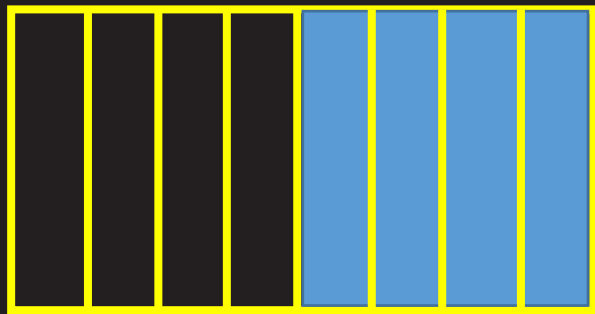
آیا $\frac{1}{9}$ قسمت مساوی هم یک کسر است ؟ بله

در ریاضی ۲ قسمت از ۳ قسمت را یک کسر می گوئیم و آن را به صورت زیر می نویسیم :

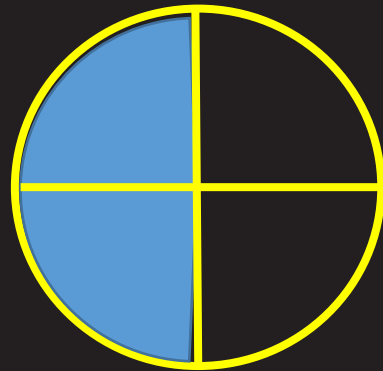
صورت \longrightarrow ۲
خط کسری \longrightarrow —
مخرج \longrightarrow ۳

و می خوانیم دو سوم

مثال : برای هر شکل یک کسر مناسب بنویسید.



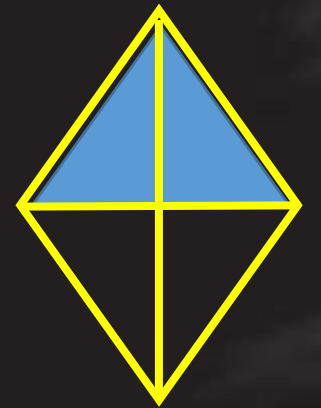
$$\frac{4}{8}$$



$$\frac{2}{4}$$



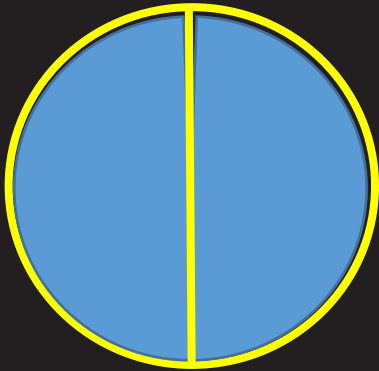
$$\frac{4}{5}$$



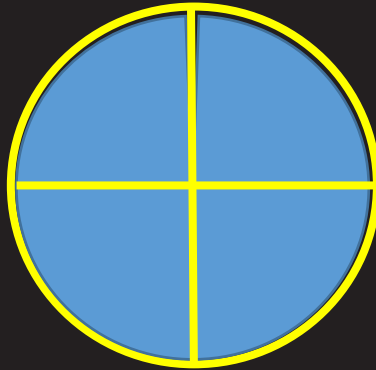
$$\frac{2}{4}$$

کسرهای برابر با واحد

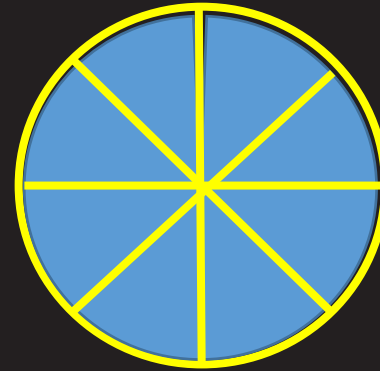
مثال: برای هر شکل یک کسر بنویسید.



$$\frac{2}{2}$$



$$\frac{4}{4}$$



$$\frac{8}{8}$$

توضیح دهید چرا این کسرها با هم مساوی اند؟

زیرا مقدار آنها در شکل، باهم برابر است و همه ی آنها برابر با کل شکل هستند.

$$\frac{2}{2} = \frac{4}{4} = \frac{8}{8} = 1$$

چه نتیجه ای می گیرید؟

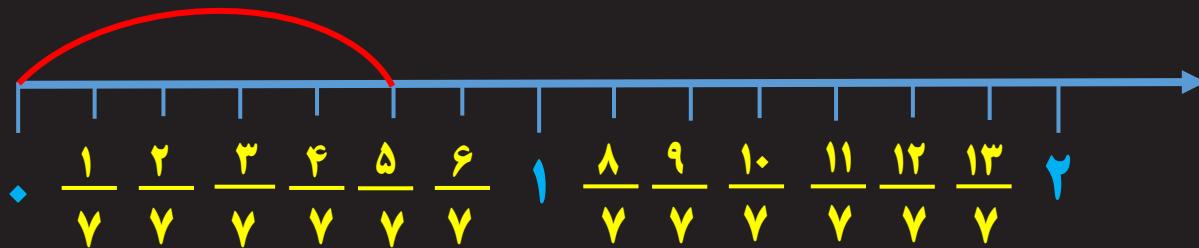
نمایش کسر روی محور

برای نمایش یک کسر روی محور، به ترتیب زیر عمل می کنیم.

(۱) محور را به واحد های مساوی تقسیم می کنیم.

(۲) هر واحد را به تعداد مخرج ، به قسمت مساوی تقسیم می کنیم.

$$\frac{5}{7}$$



کسر کوچکتر از واحد

$$\frac{13}{7}$$



کسر بزرگتر از واحد

کسرهای بزرگتر از واحد

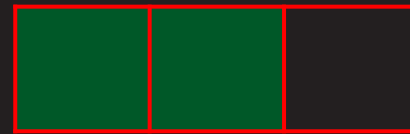
مثال : با توجه به واحد مشخص شده ، برای هر شکل یک کسر بنویسید.



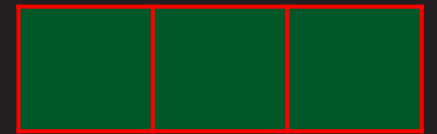
واحد



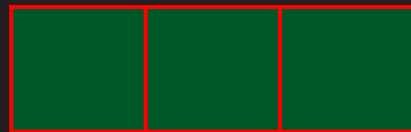
$$\frac{1}{3}$$



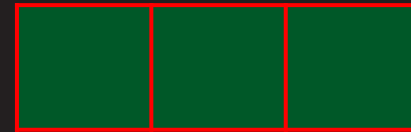
$$\frac{2}{3}$$



$$\frac{3}{3}$$



$$\frac{4}{3}$$



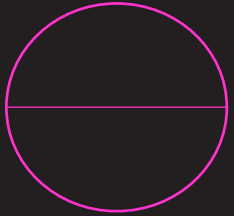
$$\frac{5}{3}$$



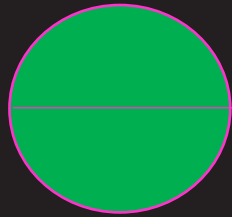
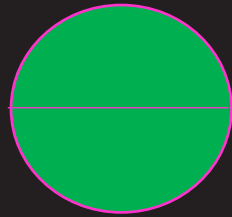
کسری که صورت آن بزرگتر از مخرجش باشد ، کسر بزرگتر از واحد نامیده می شود. مانند : $\frac{8}{5}$ $\frac{11}{4}$ $\frac{9}{7}$

عدد مخلوط

مثال : با توجه به واحد معرفی شده ، برای هر شکل یک کسر بنویسید.

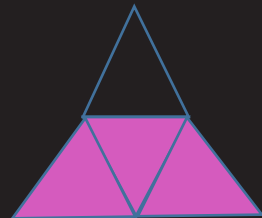
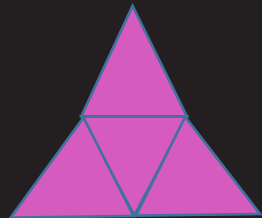
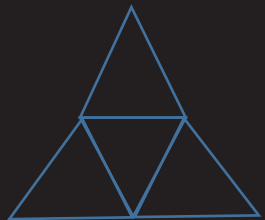


واحد



$$\frac{5}{2}$$

$$2 \frac{1}{2}$$



$$\frac{7}{4}$$

$$1 \frac{3}{4}$$

به هر یک از این اعداد ، عدد مخلوط گفته می شود.

مثال : $2 \frac{1}{2}$

عدد مخلوط شامل یک عدد صحیح و یک کسر است.

تبدیل کسر به عدد مخلوط :

فقط کسر هایی را می توان به عدد مخلوط تبدیل کرد که صورتشان بزرگتر از مخرج باشد.

$$\frac{\text{صورت}}{\text{مخرج}} = \text{خارج قسمت} \frac{\text{باقیمانده}}{\text{مخرج}}$$

$$\frac{21}{8} = 2 \frac{5}{8}$$

$$\begin{array}{r} 21 \\ - 16 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\frac{71}{9} = 7 \frac{8}{9}$$

$$\begin{array}{r} 71 \\ - 63 \\ \hline 8 \end{array} \quad \begin{array}{r} 9 \\ \hline 7 \end{array}$$

تبدیل عدد مخلوط به کسر :

برای تبدیل عدد مخلوط به کسر، ابتدا عدد پشت کسر را در مخرج ضرب کرده، جواب را با صورت جمع می کنیم تا صورت کسر جدید به دست آید.

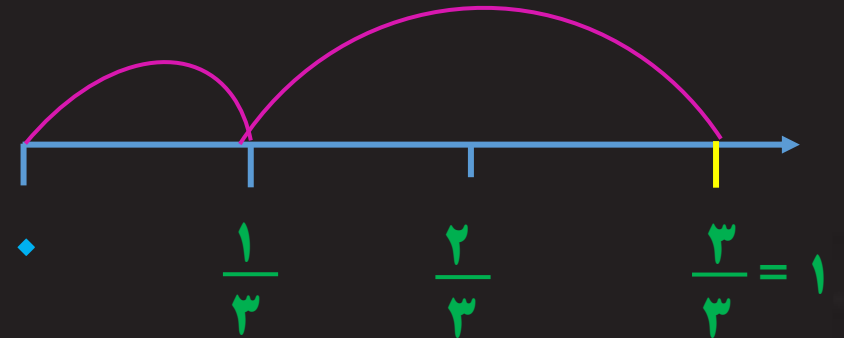
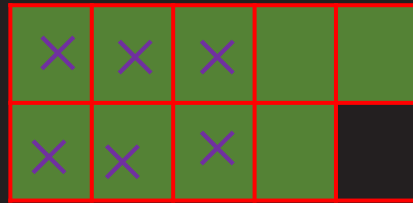
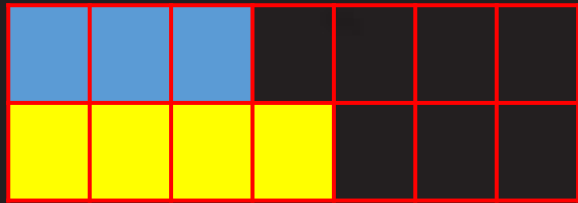
$$\frac{\text{صورت} + (\text{عدد صحیح} \times \text{مخرج})}{\text{مخرج}}$$

$$2 \frac{5}{8} = \frac{(8 \times 2) + 5}{8} = \frac{21}{8}$$

$$7 \frac{8}{9} = \frac{(9 \times 7) + 8}{9} = \frac{71}{9}$$

جمع و تفریق کسرها

مثال: برای هر شکل یک جمع یا تفریق بنویسید.



$$\frac{4}{14} + \frac{4}{14} = \frac{8}{14}$$

$$\frac{9}{10} - \frac{6}{10} = \frac{3}{10}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{2}{3} = \frac{3}{3} = 1$$

نتیجه: برای جمع و تفریق کسرهای با مخرج مساوی، کافی است یکی از مخرج‌ها را بنویسیم و صورت‌ها را جمع یا تفریق کنیم.

$$\frac{5}{8} + \frac{6}{8} = \frac{11}{8}$$

$$\frac{9}{11} - \frac{3}{11} = \frac{6}{11}$$

مثال : حاصل هر یک از جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$\frac{1}{7} + \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{17}{9} - \frac{11}{9} = \frac{6}{9}$$

$$\frac{9}{11} + \frac{6}{11} = \frac{15}{11}$$

$$\frac{8}{17} - \frac{7}{17} = \frac{1}{17}$$

مثال : حاصل هر یک از جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$\frac{4 \times 2}{5 \times 2} + \frac{6 \times 1}{10 \times 1} = \frac{8}{10} + \frac{6}{10} = \frac{14}{10}$$

$$\frac{2 \times 3}{3 \times 3} - \frac{4 \times 1}{9 \times 1} = \frac{6}{9} - \frac{4}{9} = \frac{2}{9}$$

مضرب های ۵ : ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵

مضرب های ۳ : ۳، ۶، ۹، ۱۲، ۱۵، ۱۸، ۲۱

مضرب های ۱۰ : ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰، ۵۰

مضرب های ۹ : ۹، ۱۸، ۲۷

جمع و تفریق چند کسر

مثال: حاصل هر یک از جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$\frac{2 \times 2}{6 \times 2} + \frac{3 \times 3}{4 \times 3} - \frac{1 \times 1}{12 \times 1} = \frac{4}{12} + \frac{9}{12} - \frac{12}{12} = \frac{1}{12}$$

مضرب های ۶: ۶، ۱۲، ۱۸، ۲۴، ۳۰

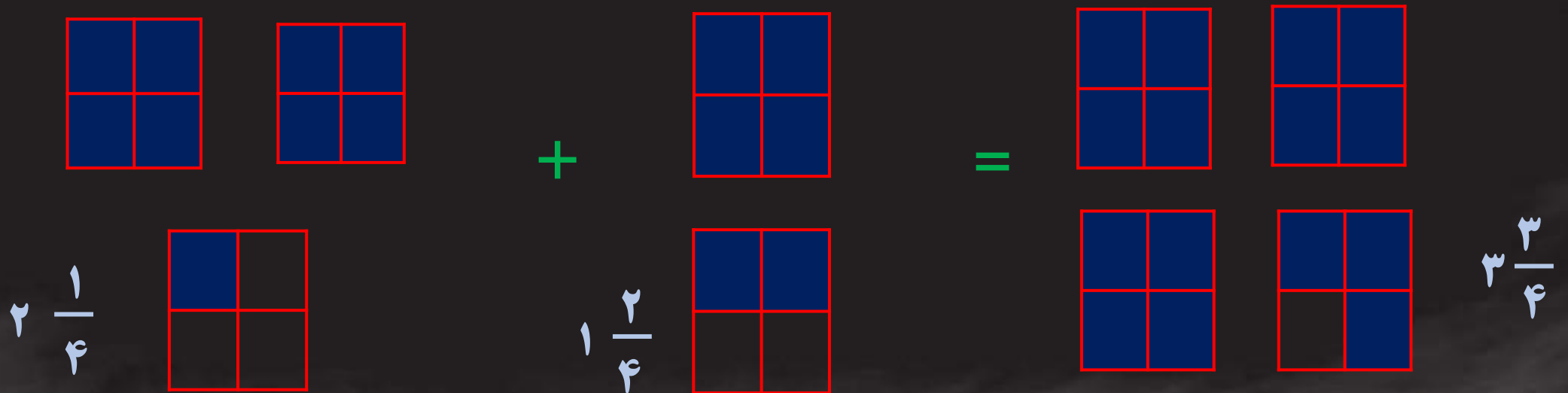
مضرب های ۱۲: ۱۲، ۲۴، ۳۶، ۴۸، ۶۰

مضرب های ۴: ۴، ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰

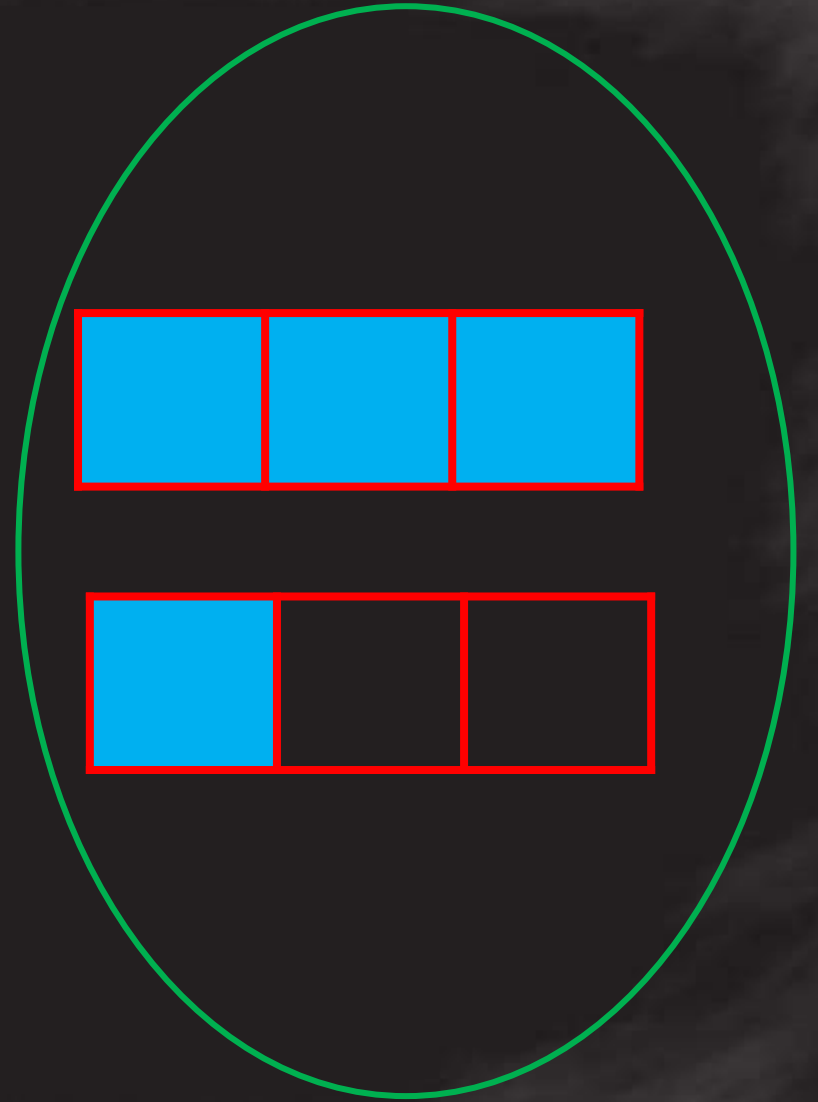
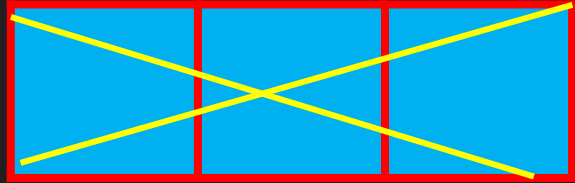
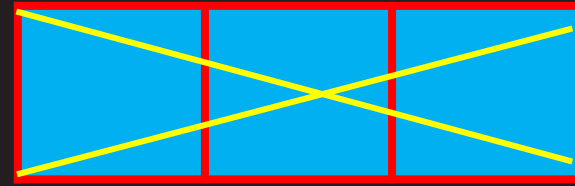
جمع و تفریق اعداد مخلوط به کمک شکل

مثال : حاصل جمع و تفریق های زیر را با رسم شکل به دست آورید.

$$2\frac{1}{4} + 1\frac{2}{4} = 3\frac{3}{4}$$



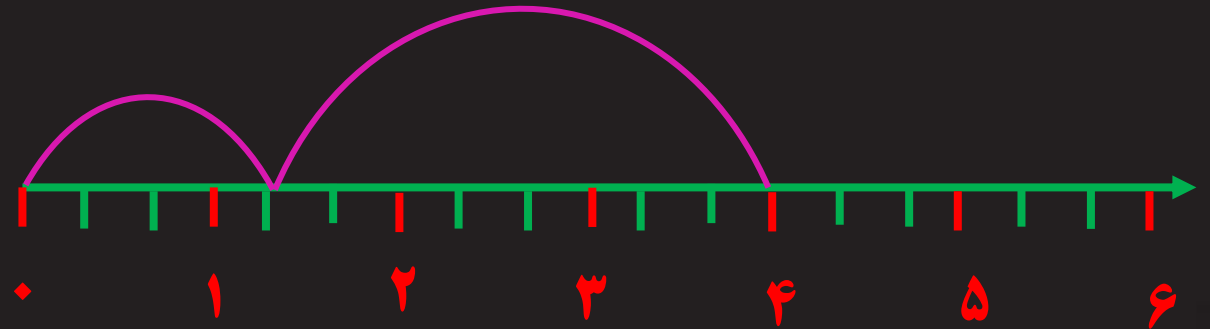
$$\frac{1}{3} - 2 = -\frac{5}{3}$$



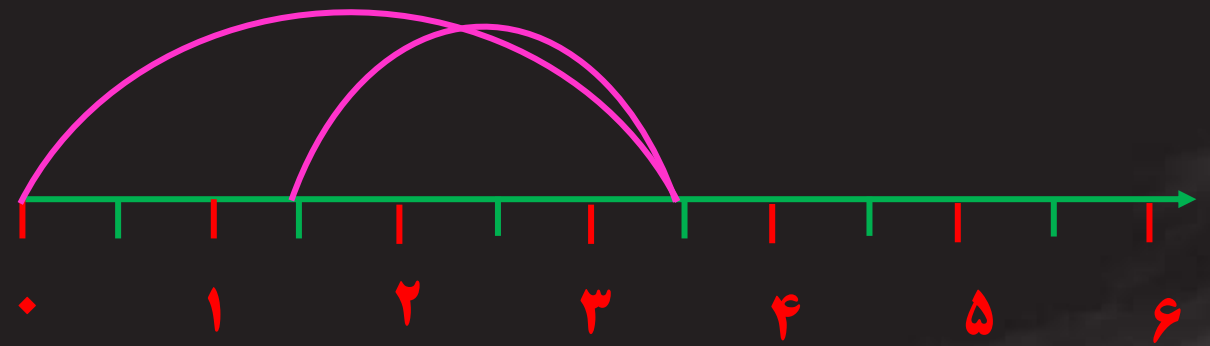
جمع و تفریق اعداد مخلوط به کمک محور

مثال: حاصل جمع و تفریق های زیر را با رسم محور به دست آورید.

$$1\frac{1}{3} + 2\frac{2}{3} = 4$$



$$3\frac{1}{2} - 2 = 1\frac{1}{2}$$



جمع و تفریق اعداد مخلوط بدون رسم شکل و محور

مثال: حاصل جمع و تفریق های زیر را به روش دلخواه به دست آورید.

$$4 \frac{3}{4} - 1 \frac{2}{4} = \frac{17}{4} - \frac{6}{4} = \frac{11}{4} = 2 \frac{3}{4}$$

$$5 \frac{2}{3} + 1 \frac{1}{4} = \frac{17 \times 4}{3 \times 4} + \frac{5 \times 3}{4 \times 3} = \frac{68}{12} + \frac{15}{12} = \frac{83}{12} = 6 \frac{11}{12}$$

مضرب های ۳: ۳، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸ مضرب های ۴: ۴، ۸، ۱۲، ۱۶، ۲۰

مثال: حاصل جمع و تفریق های زیر را به روش دلخواه به دست آورید.

$$4 \frac{1}{2} + 5 \frac{3}{8} = \frac{9 \times 4}{2 \times 4} + \frac{43 \times 1}{8 \times 1} = \frac{36}{8} + \frac{43}{8} = \frac{79}{8} = 9 \frac{7}{8}$$

مضرب های 2: 2, 4, 6, 8, 10

مضرب های 8: 8, 16, 24, 32, 40

$$5 \frac{3}{4} - 2 = \frac{23 \times 1}{4 \times 1} + \frac{2 \times 4}{1 \times 4} = \frac{23}{4} + \frac{8}{4} = \frac{31}{4} = 7 \frac{3}{4}$$

مضرب های 4: 4, 8, 12, 16, 20

مضرب های 1: 1, 2, 3, 4, 5

کسرهای مساوی

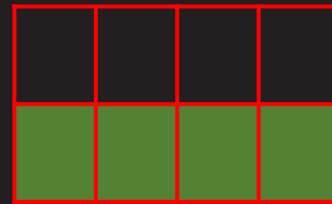
مثال: برای هر شکل یک کسر بنویسید.



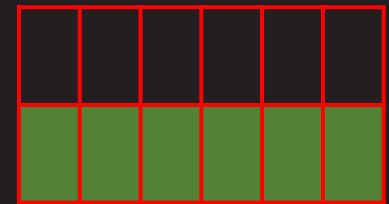
$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{2}{4}$$



$$\frac{4}{8}$$



$$\frac{6}{12}$$

توضیح دهید چرا این کسرها با هم مساوی اند؟

زیرا مقدار آنها در شکل، باهم برابر است و همه ی آنها برابر با $\frac{1}{2}$ هستند.

کسرهای مساوی :

اگر صورت و مخرج یک کسر را در عددی غیر از صفر ضرب یا تقسیم کنیم ، کسر حاصل ، با کسر اولیه برابر است.

مثال : برای هر کدام از کسرهای زیر ، سه کسر مساوی بنویسید.

$$\frac{2}{3} = \frac{2 \times 2}{3 \times 2} = \frac{4}{6} = \frac{4 \times 3}{6 \times 3} = \frac{12}{18} = \frac{12 \times 4}{18 \times 4} = \frac{48}{72}$$

$$\frac{4}{7} = \frac{4 \times 2}{7 \times 2} = \frac{8}{14} = \frac{8 \times 3}{14 \times 3} = \frac{24}{42} = \frac{24 \times 4}{42 \times 4} = \frac{96}{168}$$

مثال: برای هر کدام از کسرهای زیر، سه کسر مساوی بنویسید.

چون صورت و مخرج کسرها خیلی بزرگ است، پس عمل تقسیم انجام می‌دهیم و هر کسر را به کسرهای مساوی ساده می‌کنیم.

$$\frac{180}{72} = \frac{90}{36} = \frac{60}{24} = \frac{45}{18}$$

Handwritten annotations: $\div 2$ (twice), $\div 3$ (twice), $\div 4$ (twice). Brackets group the steps: $\frac{180}{72} \rightarrow \frac{90}{36}$ (div 2), $\frac{90}{36} \rightarrow \frac{60}{24}$ (div 3), $\frac{60}{24} \rightarrow \frac{45}{18}$ (div 4).

$$\frac{120}{24} = \frac{60}{12} = \frac{20}{8} = \frac{30}{6}$$

Handwritten annotations: $\div 2$ (twice), $\div 3$ (twice), $\div 4$ (twice). Brackets group the steps: $\frac{120}{24} \rightarrow \frac{60}{12}$ (div 2), $\frac{60}{12} \rightarrow \frac{20}{8}$ (div 3), $\frac{20}{8} \rightarrow \frac{30}{6}$ (div 4).

ساده کردن کسرها

گاهی اوقات صورت و مخرج یک کسر بسیار بزرگ است و انجام محاسبات برای ما سخت می شود. به همین منظور می توانیم آن کسر را ساده کنیم و یک کسر مساوی برای آن بنویسیم که صورت و مخرجش کوچکتر است تا به راحتی بتوانیم با آن کسر محاسبه انجام دهیم.

مثال : هریک از کسرهای زیر را ساده کنید.

$$\frac{6}{15} \stackrel{\div 3}{=} \frac{2}{5}$$

$$\frac{6}{8} \stackrel{\div 2}{=} \frac{3}{4}$$

$$\frac{12}{28} \stackrel{\div 4}{=} \frac{3}{7}$$

$$\frac{12}{27} \stackrel{\div 3}{=} \frac{4}{9}$$

$$\frac{25}{35} \stackrel{\div 5}{=} \frac{5}{7}$$

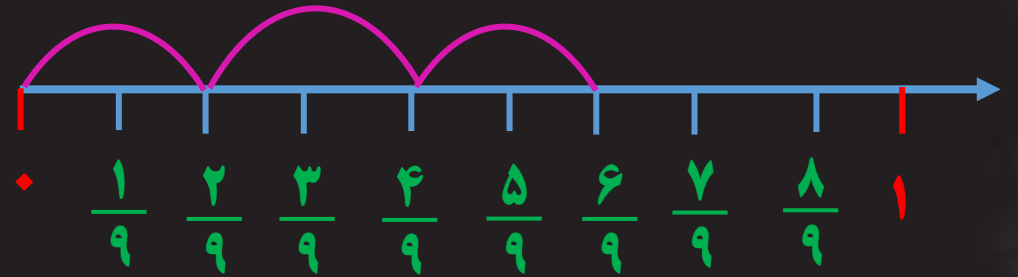
$$\frac{14}{21} \stackrel{\div 7}{=} \frac{2}{3}$$

ضرب عدد در کسر

مثال: حاصل جمع کسرها را روی محور به دست آورید.

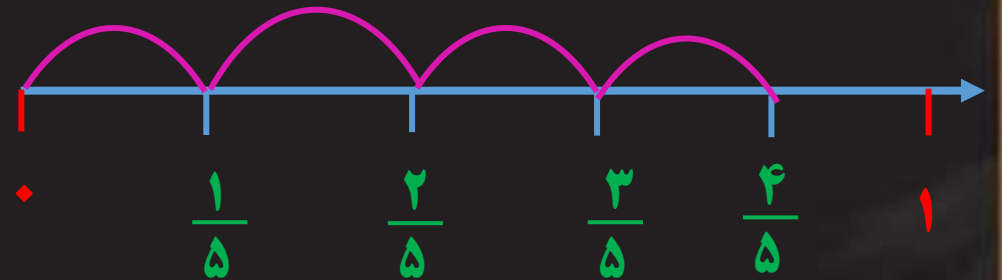
$$\frac{2}{9} + \frac{2}{9} + \frac{2}{9} = \frac{6}{9}$$

یعنی ۳ تا $\frac{2}{9}$



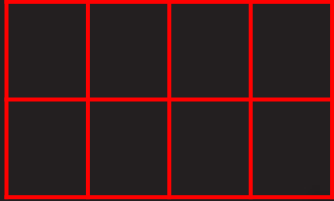
$$\frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} + \frac{1}{5} = \frac{4}{5}$$

یعنی ۴ تا $\frac{1}{5}$

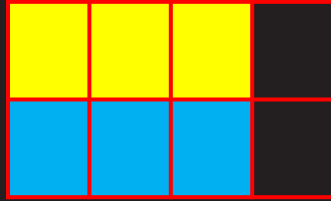


با استفاده از ضرب نیز می توانیم حاصل عبارت های بالا را حساب کنیم.

مثال : با توجه به واحد نمایش داده شده ، ضرب مورد نظر را روی شکل نشان دهید.



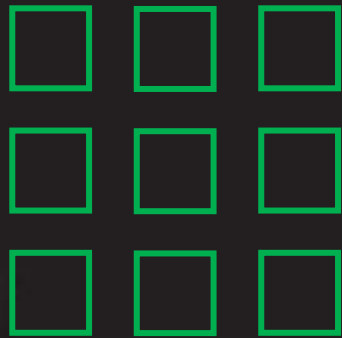
واحد



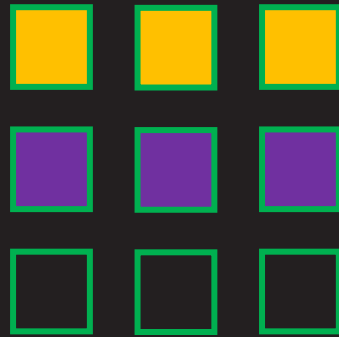
$$2 \times \frac{3}{8} = \frac{6}{8}$$



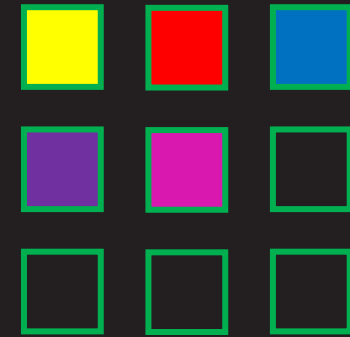
$$2 \times \frac{1}{8} = \frac{2}{8}$$



واحد



$$2 \times \frac{3}{9} = \frac{6}{9}$$



$$5 \times \frac{1}{9} = \frac{5}{9}$$

مثال : حاصل عبارت های زیر را با استفاده از ضرب به دست آورید.

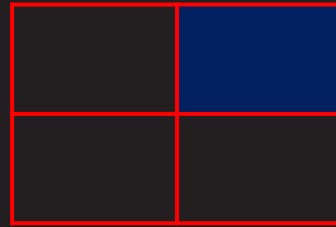
$$\frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \frac{1}{7} = 3 \times \frac{1}{7} = \frac{3}{7}$$

$$\frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} + \frac{3}{8} = 4 \times \frac{3}{8} = \frac{12}{8}$$

$$\frac{4}{11} + \frac{4}{11} + \frac{4}{11} + \frac{4}{11} + \frac{4}{11} = 5 \times \frac{4}{11} = \frac{20}{11}$$

$$\frac{7}{15} + \frac{7}{15} + \frac{7}{15} + \frac{7}{15} + \frac{7}{15} + \frac{7}{15} = 6 \times \frac{7}{15} = \frac{42}{15}$$

به شکل و نام هر کدام توجه کنید.



$\frac{1}{2}$ یعنی نصف

$\frac{1}{3}$ یعنی ثلث

$\frac{1}{4}$ یعنی ربع

$\frac{1}{5}$ یعنی خمس

ربع ۲۰ تا چقدر می شود؟ $\frac{1}{4} \times 20 = \frac{20}{4} = 5$

ثلث ۱۲ تا چقدر می شود؟ $\frac{1}{3} \times 12 = \frac{12}{3} = 4$

مثال

ضرب کسرها به کمک رسم شکل

(۱) هر کدام از کسرها را به صورت جداگانه روی شکل نمایش می دهیم.

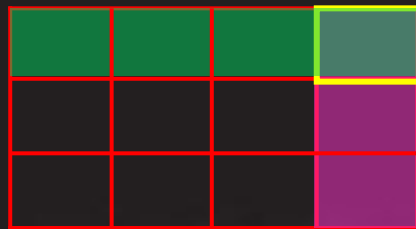
(۲) قسمت های مشترک آنها همان جواب ضرب است.

مثال : حاصل ضرب های زیر را با رسم شکل به دست آورید.

$$\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{10}$$



$$\frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$



$$\frac{1}{2} \times \frac{5}{4} = \frac{5}{8}$$



ضرب کسرها بدون رسم شکل

(۱) ابتدا تا حد امکان اعداد صورت ها را با مخرج ها ساده می کنیم.

(۲) سپس صورت ها را در هم و مخرج ها را نیز در هم ضرب می کنیم.

مثال: حاصل ضرب های زیر را بدون رسم شکل به دست آورید.

$$\frac{3}{5} \times \frac{15}{6} = \frac{1 \times 3}{1 \times 2} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{1}{9} \times \frac{27}{7} = \frac{1 \times 3}{1 \times 7} = \frac{3}{7}$$

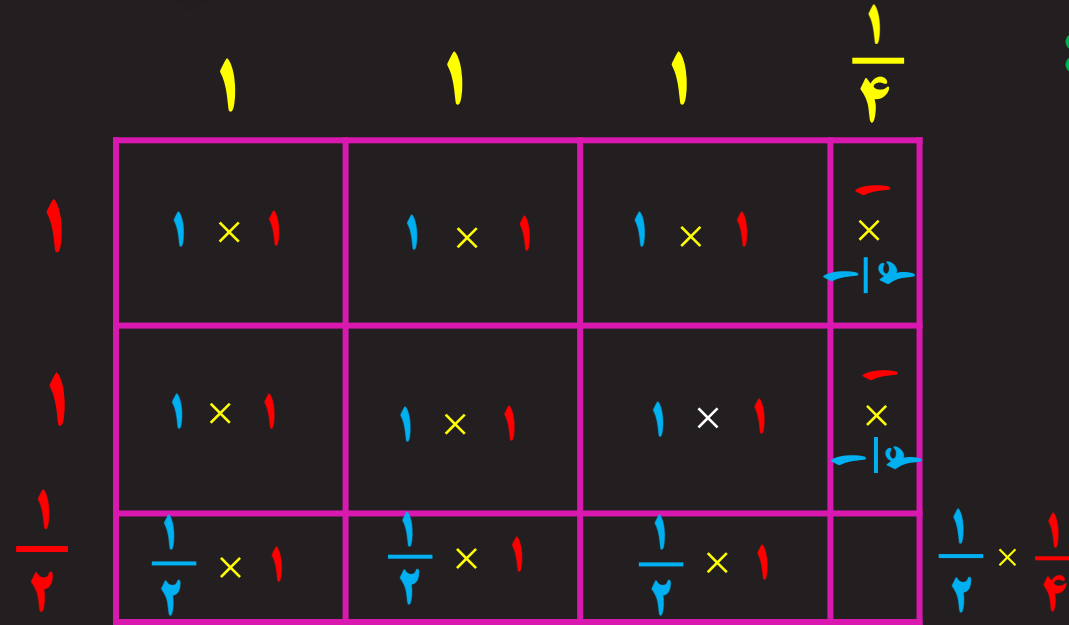
$$\frac{18}{7} \times \frac{49}{24} = \frac{3 \times 7}{1 \times 4} = \frac{21}{4}$$

$$\frac{45}{15} \times \frac{30}{15} = \frac{3 \times 6}{1 \times 1} = \frac{18}{1} = 18$$

ضرب اعداد مخلوط

به روش مساحتی :

$$2 \frac{1}{2} \times 3 \frac{1}{4} = 8 \frac{1}{8}$$



$$1 + 1 + 1 + 1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = 6 + 1 + 1 + \frac{1}{8} = 8 \frac{1}{8}$$

$$2 \frac{1}{2} \times 3 \frac{1}{4} = \frac{5}{2} \times \frac{13}{4} = \frac{65}{8} = 8 \frac{1}{8}$$

به روش محاسباتی :

مثال: حاصل ضرب های زیر را به روش دلخواه به دست آورید.

$$2 \frac{1}{3} \times 1 \frac{1}{5} = \frac{7}{3} \times \frac{6}{5} = \frac{7 \times 2}{1 \times 5} = \frac{14}{5} = 2 \frac{4}{5}$$

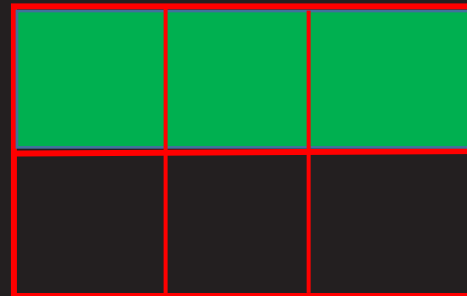
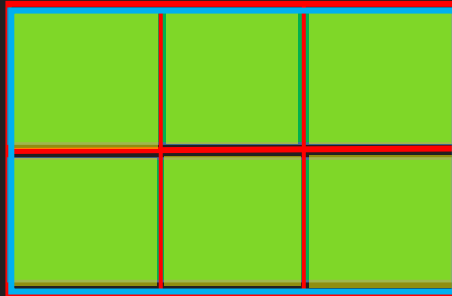
$$4 \frac{2}{5} \times 2 \frac{3}{4} = \frac{22}{5} \times \frac{11}{2} = \frac{11 \times 11}{5 \times 2} = \frac{121}{10} = 12 \frac{1}{10}$$

$$2 \frac{1}{4} \times 5 = \frac{9}{4} \times \frac{5}{1} = \frac{9 \times 5}{4 \times 1} = \frac{45}{4} = 11 \frac{1}{4}$$

معکوس یک کسر

حاصل ضرب زیر را با کمک شکل به دست آورید.

$$\frac{3}{2} \times \frac{2}{3} = 1$$



هر گاه حاصل ضرب دو عدد برابر ۱ باشد، آن دو عدد را **معکوس** یکدیگر می نامند.

نکته: همه ی اعداد جز صفر، معکوس دارند.

نکته: برای نوشتن معکوس یک کسر، کافی ست جای صورت و مخرج آن را عوض کنیم.

$$\frac{3}{2} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{10}{9} = \frac{9}{10}$$

$$14 = \frac{14}{1} = \frac{1}{14}$$

ترکیب ضرب کسرها و عدد نویسی

در این مسائل باید به دو نکته توجه کنیم:

۱) اگر بیشترین مقدار ممکن را از ما بخواهند، **مخرج** تا حد امکان **کوچک** و **صورت** تا حد امکان **بزرگ** باشد.

۲) اگر کمترین مقدار ممکن را از ما بخواهند، **مخرج** تا حد امکان **بزرگ** و **صورت** تا حد امکان **کوچک** باشد.

مثال: چهار کارت با شماره های ۱ و ۲ و ۳ و ۴ داریم. این کارت ها را چگونه در جای خالی قرار دهیم تا حاصل ضرب کسرها به دست آمده بیشترین مقدار ممکن باشد؟

۱

۲

۳

۴

$$\frac{3}{1} \times \frac{4}{2} = \frac{12}{2}$$

پیدا کردن مجهول در تساوی کسرها

کافی است دو عددی را که به صورت مایل رو بروی هم هستند، در هم ضرب کرده و بر عدد دیگر تقسیم کنیم.

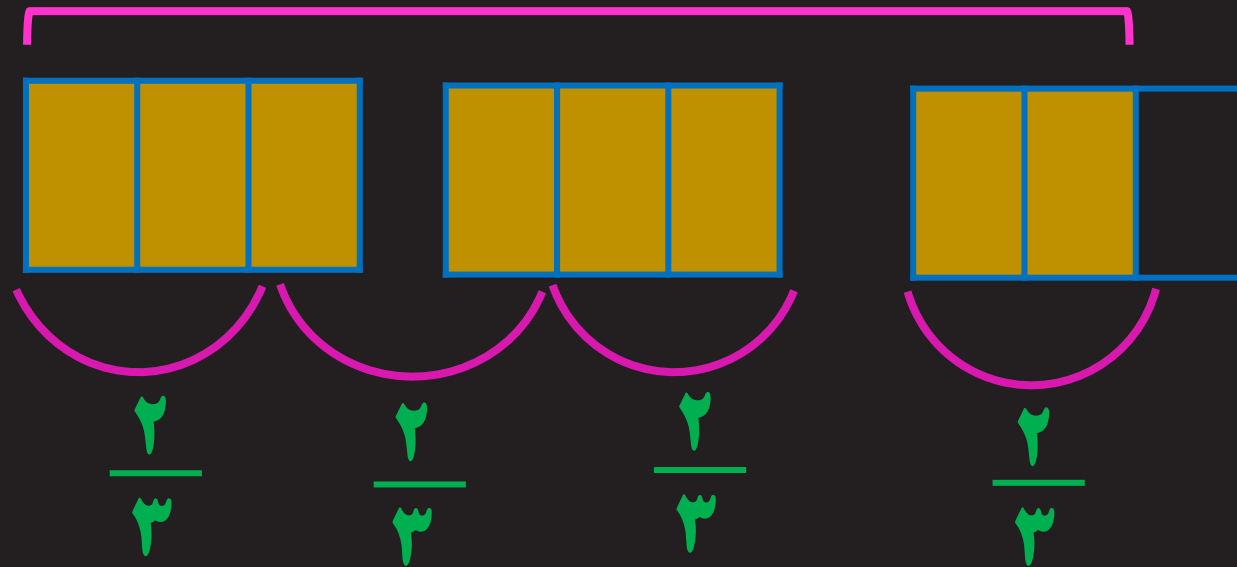
$$\frac{?}{100} = \frac{2}{15} \quad \Rightarrow \quad ? = \frac{2 \times 100}{15} = \frac{40}{3}$$

$$\frac{33}{77} = \frac{?}{14} \quad \Rightarrow \quad ? = \frac{33 \times 14}{77} = \frac{6}{1} = 6$$

تقسیم کسرها به کمک رسم شکل

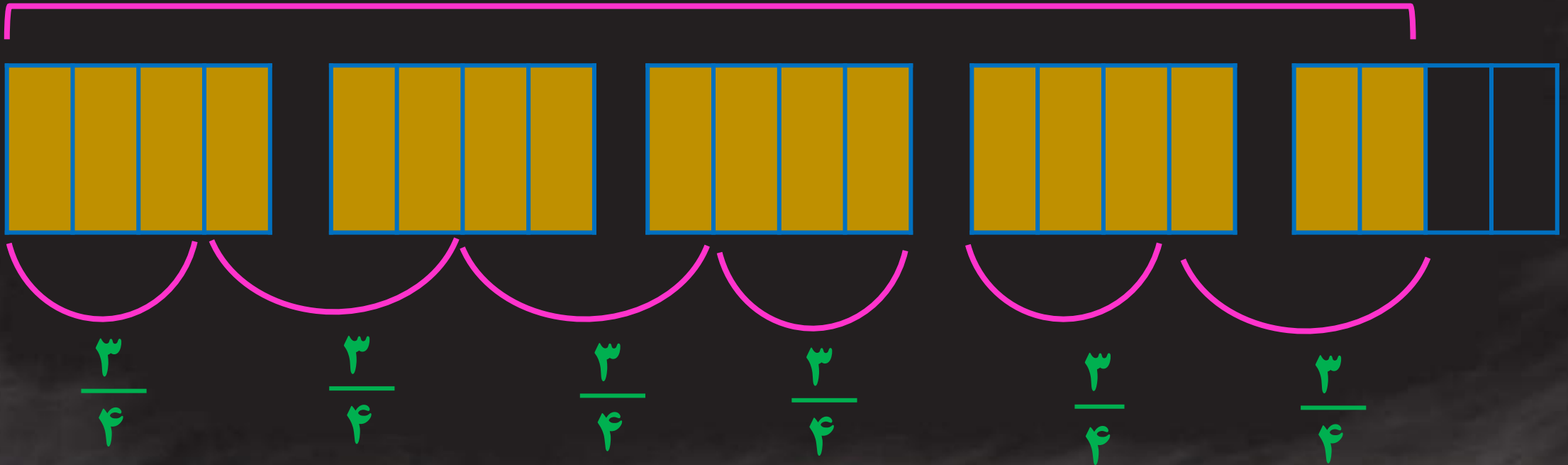
۴ تا $\frac{2}{3}$ وجود دارد

$$\frac{8}{3} \div \frac{2}{3} = 4$$



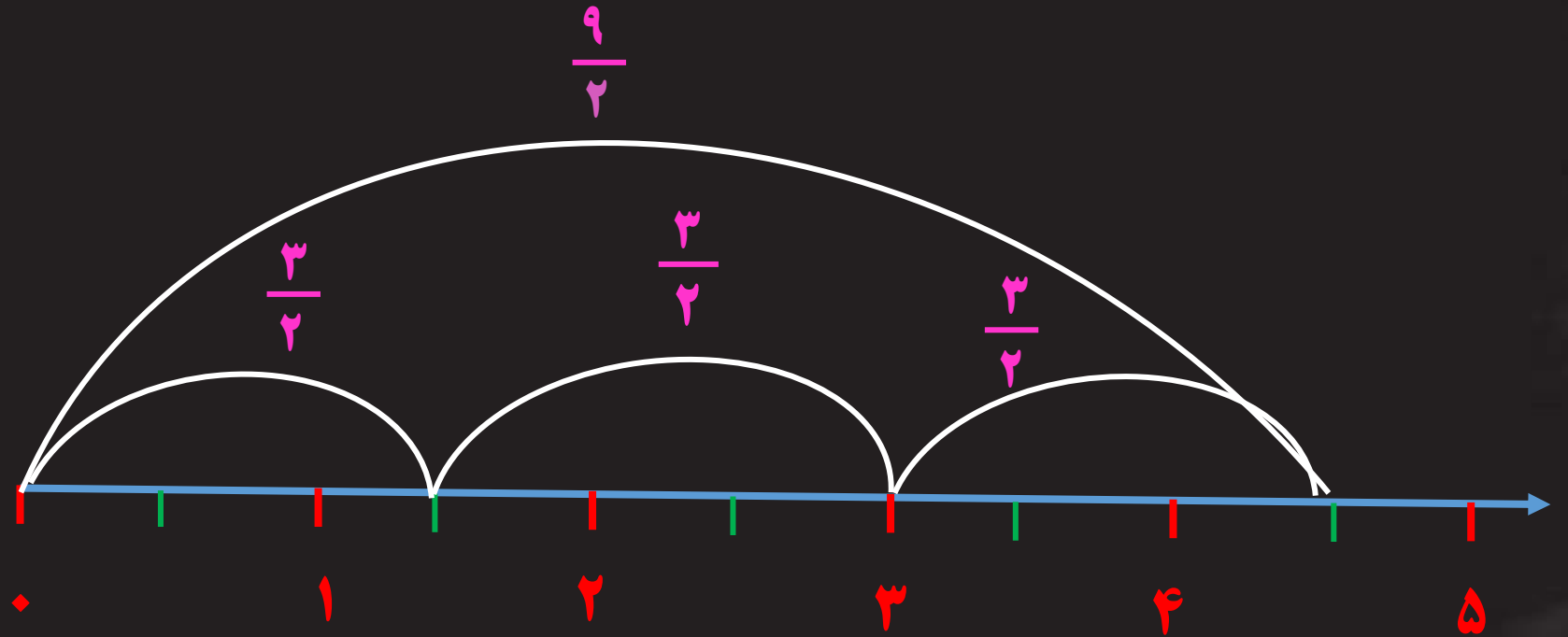
$$\frac{9}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{18}{4} \div \frac{3}{4} = 6$$

۶ تا $\frac{3}{4}$ وجود دارد



تقسیم کسرها به کمک رسم محور

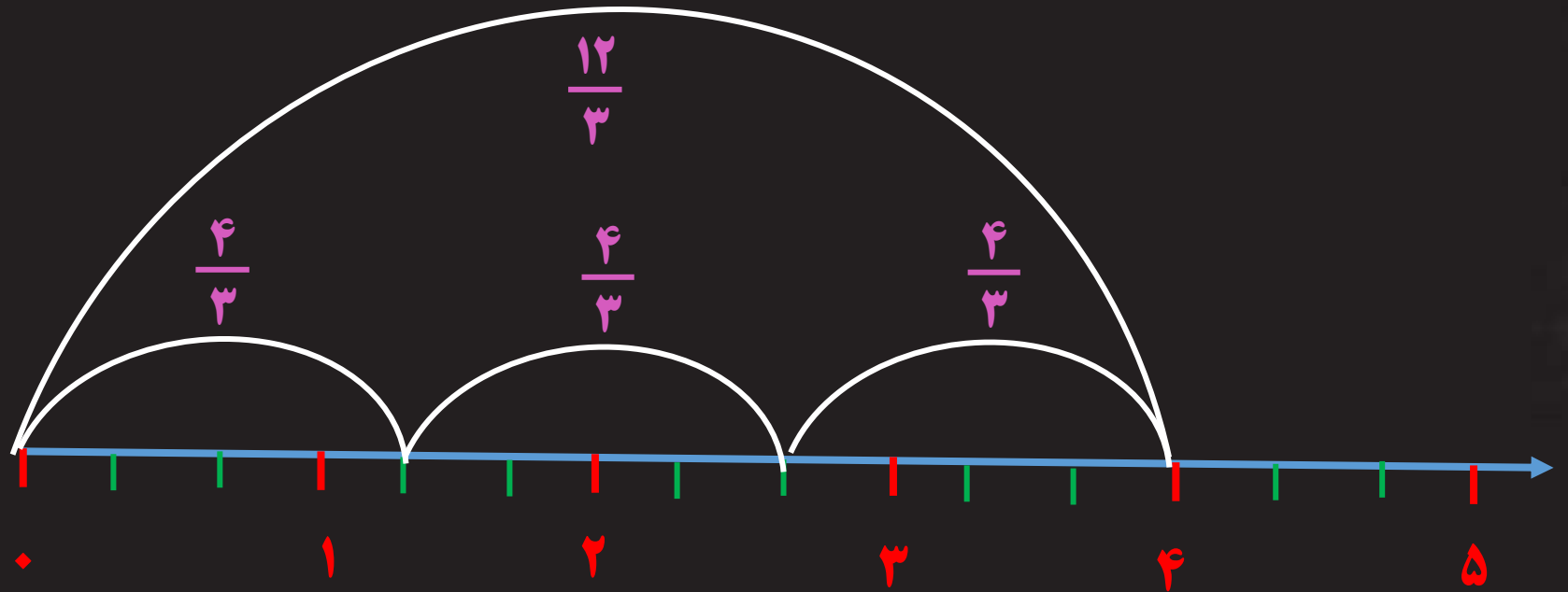
$$\frac{9}{2} \div \frac{3}{2} = 3$$



3 تا $\frac{3}{2}$ وجود دارد

تقسیم کسرها به کمک رسم محور

$$\frac{12}{3} \div \frac{4}{3} = 3$$



۳ تا $\frac{4}{3}$ وجود دارد

میخواهیم ۴ کلوچه را به طور مساوی میان سه نفر تقسیم کنیم. به هر کدام چه مقدار کلوچه می رسد؟

$$\frac{4}{1} \div \frac{3}{1} = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$$



تقسیم کسرها بدون رسم شکل و محور

(۱) کسر اول را می نویسیم.

(۲) تقسیم را به ضرب تبدیل می کنیم.

(۳) کسر دوم را معکوس می کنیم یعنی جای صورت و مخرج آن را عوض می کنیم.

(۴) سپس کسرها را تا حد امکان ساده می کنیم.

(۵) صورت ها در یکدیگر و مخرج ها نیز در یکدیگر ضرب می شوند.

$$\frac{7}{24} \div \frac{49}{32} = \frac{7}{24} \times \frac{32}{49} = \frac{1 \times 4}{3 \times 7} = \frac{4}{21}$$
$$\frac{12}{5} \div \frac{5}{4} = \frac{12}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{48}{25}$$

مثال : حاصل تقسیم های زیر را بدون رسم شکل و محور به دست آورید.

$$2 \frac{1}{4} \div 7 \frac{2}{7} = \frac{9}{4} \div \frac{51}{7} = \frac{9}{4} \times \frac{7}{51} = \frac{9 \times 7}{4 \times 17} = \frac{63}{68}$$

$$2 \frac{2}{5} \div \frac{10}{25} = \frac{12}{5} \div \frac{10}{25} = \frac{12}{5} \times \frac{25}{10} = \frac{6 \times 1}{1 \times 1} = \frac{6}{1} = 6$$

$$\frac{2}{5} \div \frac{5}{1} = \frac{2}{5} \times \frac{1}{5} = \frac{2 \times 1}{5 \times 5} = \frac{2}{25}$$

مسائل تقسیم کسرها

۱- یک بطری $\frac{9}{10}$ لیتر دوغ دارد. با این بطری دوغ، چند لیوان به گنجایش $\frac{15}{100}$ می توان پر کرد؟

$$\frac{9}{10} \div \frac{15}{100} = \frac{9}{10} \times \frac{100}{15} = \frac{3 \times 2}{1 \times 1} = \frac{6}{1} = 6$$

۶ لیوان دوغ در این بطری جا می شود.

۲- چهار لیتر شیر را در بطری های نیم لیتری ریخته ایم. تعداد بطری ها چندتا است؟

$$4 \div \frac{1}{2} = \frac{4}{1} \times \frac{2}{1} = \frac{4 \times 2}{1 \times 1} = \frac{8}{1} = 8$$

چهار لیتر شیر را می توانیم در ۸ بطری نیم لیتری بریزیم.

خط کسری بزرگ

در بسیاری از مسائل، با یک خط کسری بزرگ مواجه میشویم که در صورت و مخرج آن، کسره‌های دیگری با یکدیگر جمع و تفریق شده‌اند. برای به دست آوردن حاصل این عبارت‌ها، به ترتیب زیر عمل می‌کنیم:

(۱) حاصل صورت کسر بزرگ را محاسبه می‌کنیم.

(۲) سپس حاصل مخرج کسر بزرگ را محاسبه می‌کنیم.

(۳) جواب صورت را بالای خط کسری و جواب مخرج را پایین خط کسری می‌نویسیم.

(۴) اعداد دور را در هم ضرب کرده و در صورت کسر جدید می‌نویسیم.

(۵) اعداد نزدیک را در هم ضرب کرده و در مخرج کسر جدید می‌نویسیم.

$$\frac{\frac{3}{2} + \frac{6}{2}}{\frac{4}{5} \times \frac{10}{2}} = \frac{\frac{8}{2}}{\frac{4}{1}} = \frac{8 \times 1}{2 \times 4} = \frac{8}{8} = 1$$

مثال : حاصل عبارات زیر را تا حد امکان ساده کنید.

$$4 - \frac{2}{3} = \frac{10}{3} - \frac{2}{3} = \frac{10-2}{3} = \frac{8}{3}$$

$$\frac{5}{2} \times 1 \frac{1}{3} = \frac{5}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{5 \times 4}{2 \times 3} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{10}{3} - \frac{10}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

$$4 - \frac{2}{3} = \frac{4 \times 3}{1 \times 3} - \frac{2 \times 1}{3 \times 1} = \frac{12}{3} - \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$$

$$\frac{5}{2} \times 1 \frac{1}{3} = \frac{11}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{11 \times 2}{1 \times 3} = \frac{22}{3}$$

$$\frac{4 \frac{1}{2} \div \frac{3}{4}}{\frac{36}{25} \div \frac{48}{15}} = \frac{\frac{6}{1} \times \frac{20}{9}}{1 \times 9} = \frac{6 \times 20}{1 \times 9} = \frac{40}{3}$$

$$4 \frac{1}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{9}{2} \div \frac{3}{4} = \frac{9}{2} \times \frac{4}{3} = \frac{3 \times 2}{1 \times 1} = \frac{6}{1} = 6$$

$$\frac{36}{25} \div \frac{48}{15} = \frac{36}{25} \times \frac{15}{48} = \frac{3 \times 3}{5 \times 4} = \frac{9}{20}$$

مقایسه خاصیت جابجایی در ضرب و تقسیم کسرها

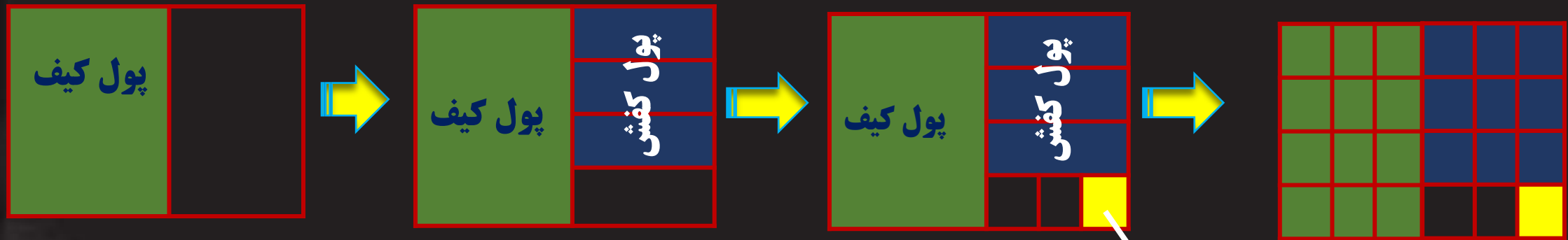
ضرب کسرها خاصیت جابجایی دارد ولی تقسیم کسرها این خاصیت را ندارد.

$$\frac{5}{6} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{7} \times \frac{5}{6}$$

$$\frac{21}{100} \div \frac{5}{7} \neq \frac{5}{7} \div \frac{21}{100}$$

حل مسائل پیچیده کسرها با رسم شکل

بسیاری از مسائل را می توان علاوه بر حل به روش محاسباتی ، به کمک رسم شکل و تقسیم بندی مناسب حل کرد.
 مثال : علی با نصف پول خود یک کیف خرید، با سه چهارم باقیمانده پولش یک کفش خرید. او سپس آخرین پولی را که
 برایش مانده بود به ۳ قسمت تقسیم کرد و با یک قسمت آن، خودکار خرید. اگر حالا برایش ۲۰۰۰ تومان باقی مانده
 باشد، پول اولیه او چقدر بوده است ؟



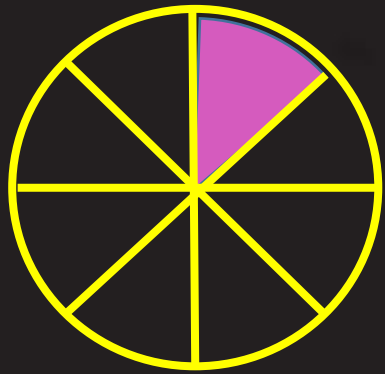
$$\frac{2}{24} = \frac{2000}{?} \Rightarrow ? = \frac{2000 \times 24}{2} = 24000$$

پول خودکار باقیمانده پول

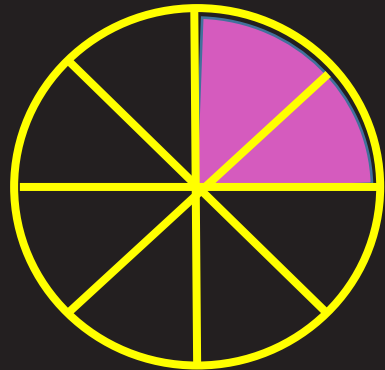
باقیمانده پول

مقایسه کسرهای با مخرج مساوی

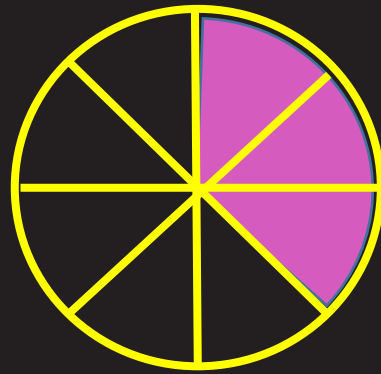
مثال: برای هر شکل یک کسر بنویسید.



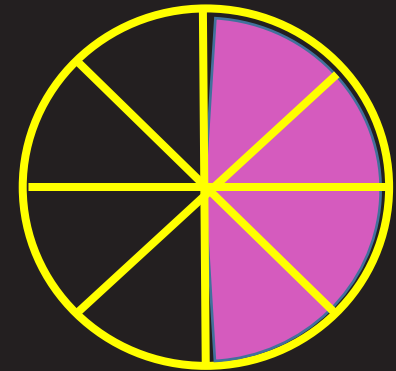
$$\frac{1}{8}$$



$$\frac{2}{8}$$



$$\frac{3}{8}$$



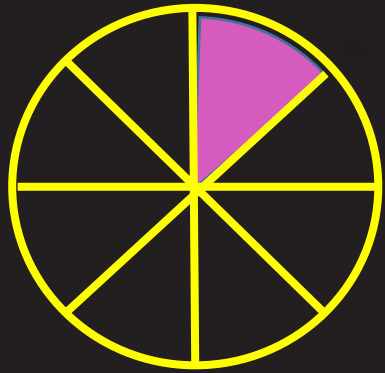
$$\frac{4}{8}$$

به شکل ها دقت کنید. چه نتیجه ای می گیرید؟

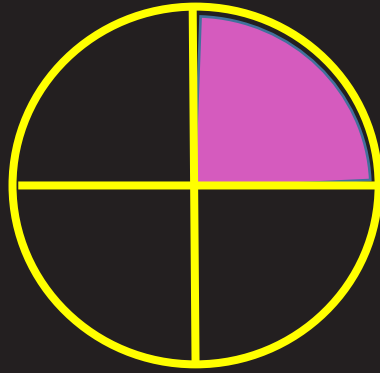
اگر مخرج چند کسر با هم برابر باشند، کسری بزرگتر است که صورت بزرگتری داشته باشد.

مقایسه کسرهای با صورت مساوی

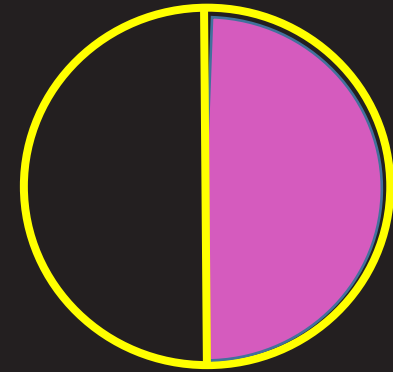
مثال: برای هر شکل یک کسر بنویسید.



$$\frac{1}{8}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{1}{2}$$

به شکل ها دقت کنید. چه نتیجه ای می گیرید؟

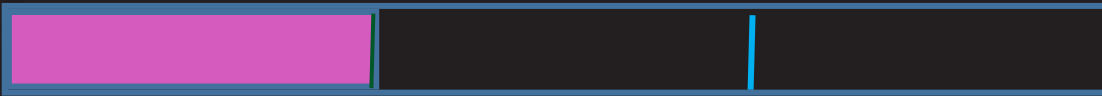
اگر صورت چند کسر با هم برابر باشند، کسری بزرگتر است که مخرج کوچکتری داشته باشد.

مقایسه کسرها به کمک شکل

مثال: به کمک شکل در جای خالی علامت $< = >$ قرار دهید.



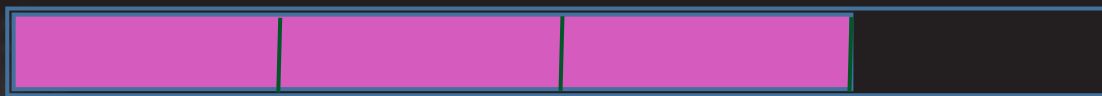
$$\frac{1}{2}$$



$$\frac{1}{4}$$



$$\frac{2}{5}$$



$$\frac{3}{4}$$



$$\frac{2}{6}$$

$$\frac{1}{2} > \frac{2}{5}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$$

$$\frac{2}{4} > \frac{2}{6}$$

$$\frac{2}{5} > \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{4} > \frac{1}{4}$$

سریعترین راه برای مقایسه ی دو کسر

صورت کسر اول را در مخرج کسر دوم و مخرج کسر دوم را در صورت کسر اول ضرب می کنیم.

مثال: کسر های زیر را با یکدیگر مقایسه کنید و علامت $< = >$ قرار دهید.

$$\begin{array}{ccc} 15 & & 14 \\ \frac{3}{7} & & \frac{2}{5} \end{array} \Rightarrow \frac{3}{7} > \frac{2}{5}$$

$$\begin{array}{ccc} 45 & & 57 \\ \frac{5}{3} & & \frac{19}{9} \end{array} \Rightarrow \frac{5}{3} < \frac{19}{9}$$

$$\begin{array}{ccc} & 72 & 91 \\ 1 & \frac{2}{7} & \frac{13}{8} \end{array} \Rightarrow 1 & \frac{2}{7} < \frac{13}{8}$$