۱- در تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x|x - 4|$، فاصله‌ی دو نقطه ماکسیمم نسبی و می‌نیمم نسبی آن، کدام است؟

۱) $\sqrt{5}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) $3\sqrt{2}$ ۴) $2\sqrt{5}$

سراسری <= تجربی <= ۹۸

۲- فاصله‌ی نقطه‌ی می‌نیمم مطلق تابع $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x}{(x - 1)^2}$، از خط مجانب قائم آن کدام است؟

۱) ۱ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) ۲

سراسری <= ریاضی <= ۹۸

۳- با نرده‌ای به طول ۱۲۰ متر، بیشترین مساحت زمین مستطیل شکل، مجاور یک دیوار محصور شده است. این مساحت کدام است؟

۱) ۱۹۲۰ ۲) ۱۸۶۰ ۳) ۱۸۰۰ ۴) ۱۶۰۰

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۴- خط گذرنده از نقاط ماکزیمم و می‌نیمم نمودار تابع $y = 2x^3 - 9x^2 + 12x$، نمودار تابع را در نقطه دیگر با کدام طول قطع می‌کند؟

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۲/۵

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۵- ماکزیمم مقدار تابع $y = \sin 2x + 2\cos x$، کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ ۴) $2\sqrt{3}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

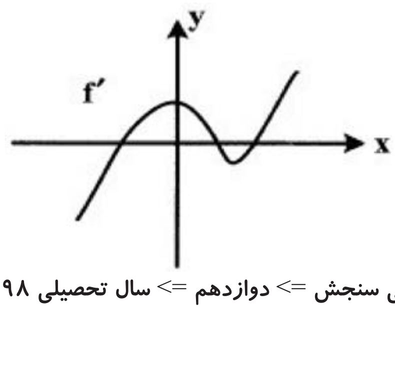
۶- از یک قطعه مقوّا مربع شکل، به ضلع ۱۲ واحد، جعبه مکعب مستطیل سرباز درست می‌کنیم. بیشترین حجم آن کدام است؟

۱) ۱۰۶ ۲) ۱۲۸ ۳) ۱۳۲ ۴) ۱۴۴

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۷- شکل روبه‌رو نمودار تابع $f'(x)$ است. نقاط اکسترمم تابع f کدام است؟

۱) یک ماکسیمم - یک می‌نیمم
۲) یک می‌نیمم - ۲ ماکسیمم
۳) ۲ می‌نیمم - یک ماکسیمم
۴) یک ماکسیمم



آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۸- تابع با ضابطه $y = -x^{3} + 5x^{2} - 8x$ در بازه $[a,b]$ صعودی است. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{5}{3}$ ۴) $\frac{7}{3}$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۹- در یک قطعه زمین اگر ۳۰ بوته گوجه‌فرنگی با فاصله‌ی مساوی از هم کاشته شوند، هر بوته ۴ کیلو محصول می‌دهد. به ازای هر بوته اضافی که کاشته شود، $\frac{1}{10}$ کیلو از میانگین محصول بوته‌ها کم می‌شود. بیش‌ترین محصول برداشتی، کدام است؟

۱) ۱۲۲/۵ ۲) ۱۲۷/۵ ۳) ۱۳۰/۵ ۴) ۱۳۲/۵

سراسری => انسانی => ۹۷

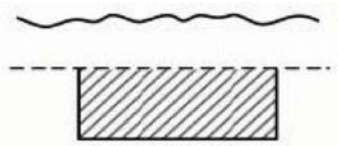
۱۰- نقاط بحرانی تابع با ضابطه $f(x) = x^{2}(x - 2)^{2}$ سه رأس یک مثلث هستند. نوع این مثلث کدام است؟

۱) متساوی‌الاضلاع ۲) فقط متساوی‌الساقین

۳) فقط قائم‌الزاویه ۴) قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین

سراسری => تجربی => ۸۵

۱۱- با سیمی به طول ۶۰۰ متر، می‌خواهیم قطعه زمینی به شکل مستطیل را که یک طرف آن رودخانه است محصور کنیم. ماکزیمم مساحت این زمین، کدام است؟



۱) ۴۲۰۰۰
۲) ۴۵۰۰۰
۳) ۴۶۰۰۰
۴) ۴۸۰۰۰

سراسری => انسانی => ۹۵

۱۲- مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم مطلق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{1}{3}x^{3} - x^{2} - 15x$، در بازه‌ی $[-4 , 3]$، کدام است؟

۱) ۱۸- و ۲۴ ۲) ۴۵- و ۲۷ ۳) ۳۶- و ۲۷ ۴) ۲۷- و ۳۶

سراسری => تجربی => ۹۵

۱۳- در ساخت یک قیف به شکل مخروط قائم به حجم $\frac{\pi}{3}$، با کدام ارتفاع، کم‌ترین مقدار جنس مصرف می‌شود؟

۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۲) ۱ ۳) $\sqrt[3]{2}$ ۴) $\sqrt{2}$

سراسری => ریاضی => ۹۵

۱۴- تعداد نقاط بحرانی تابع با ضابطه $f(x)=|x^3-x|$ روی بازه $(-1,2)$ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

سراسری <= ریاضی <= ۹۰

۱۵- اگر x و y دو ضلع قائم از مثلثی به طول وتر $5\sqrt{2}$ باشند، بیشترین مقدار $3x+4y$ کدام است؟

۱) $25\sqrt{2}$ ۲) ۳۶ ۳) $28\sqrt{2}$ ۴) ۴۰

سراسری <= ریاضی <= ۹۰

۱۶- می‌نیمم مطلق تابع با ضابطه‌ی $f(x)=x-\sqrt[3]{x^3-3x^2}$ بر روی R کدام است؟

۱) -1 ۲) صفر ۳) $-\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{3}$

سراسری <= ریاضی <= ۸۸

۱۷- بیش‌ترین مقدار تابع $y=x^3-3x^2-9x+5$، در بازه‌ی $[-2,2]$، کدام است؟

۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۷

سراسری <= تجربی <= ۹۲ (سراسری - آزاد)

۱۸- اگر $f(x)=[x]-x$ و $g(x)=2^x$، آن‌گاه تابع gof از نظر اکسترمم نسبی کدام نوع را دارد؟

۱) ماکسیمم - می‌نیمم ۲) ماکسیمم - فاقد می‌نیمم

۳) فاقد ماکسیمم - می‌نیمم ۴) فاقد ماکسیمم - فاقد می‌نیمم

سراسری <= ریاضی <= ۹۱

۱۹- می‌نیمم مطلق تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}-x^2$ روی بازه‌ی $[-1,3]$ کدام است؟

۱) $-\frac{11}{3}$ ۲) $-\frac{10}{3}$ ۳) $-\frac{8}{3}$ ۴) $-\frac{7}{3}$

سراسری <= تجربی <= ۸۶

۲۰- دو ضلع از مستطیلی منطبق بر محورهای مختصات و رأس چهارم آن واقع بر منحنی به معادله‌ی $y=(x-2)^2$ روی بازه $[0$ و $2]$ است، بیش‌ترین مساحت این مستطیل کدام است؟

۱) $\frac{28}{27}$ ۲) $\frac{10}{9}$ ۳) $\frac{32}{27}$ ۴) $\frac{11}{9}$

سراسری <= ریاضی <= ۸۶

۲۱- ماکسیمم مطلق تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \dfrac{1}{x^4 - 4x^3 + 4x^2 + 5}$ کدام است؟

۱) $\frac{1}{6}$ ۲) $\frac{1}{5}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{2}$

سراسری <= تجربی <= ۸۵

۲۲- بیشترین مساحت از مستطیل‌هایی که دو رأس آن بر روی نیم بیضی به معادله $y = \frac{2}{3}\sqrt{9 - x^2}$ و دو رأس دیگر آن بر روی محور x ها باشند، کدام است؟

۱) ۶ ۲) $3\sqrt{5}$ ۳) $4\sqrt{3}$ ۴) ۸

سراسری <= ریاضی <= ۸۵

۲۳- از بین مربع‌هایی که عدد مساحت آن از عدد محیط کمتر است، بیشترین مقدار فزونی عدد محیط از عدد مساحت کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

سراسری <= انسانی <= ۸۵

۲۴- به ازای کدام مقدار k بیشترین مقدار و کمترین مقدار تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$ در بازه‌ی $[1, 3]$ قرینه‌ی یکدیگرند؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

سراسری <= ریاضی <= ۸۴

۲۵- مجموعه طول‌های نقاط بحرانی تابع با ضابطه $f(x) = (x^2 - 28).\sqrt[3]{x}$ کدام است؟

۱) $\{-2, 2\}$ ۲) $\{-\sqrt{7}, \sqrt{7}\}$ ۳) $\{-2, 0, 2\}$ ۴) $\{-7, 0, 1\}$

سراسری <= تجربی <= ۸۳

۲۶- تابع f با ضابطه $f(x) = x^3 + ax^2 + x$ همواره صعودی است تغییرات a کدام است؟

۱) $0 \leqslant a < 2$ ۲) $-\sqrt{3} \leqslant a < 2$ ۳) $|a| \leqslant \sqrt{3}$ ۴) $|a| \leqslant 2$

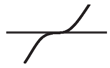
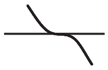
سراسری <= تجربی <= ۸۲

۲۷- تعداد نقاط بحرانی تابع f با ضابطه $f(x) = |\sin x|$ بر بازه $\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}\right)$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

سراسری <= ریاضی <= ۸۲

۲۸- نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \sin(2x)\cos(x)$ در همسایگی نقطه بحرانی روی بازه‌ی $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ به کدام صورت است؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

سراسری <= ریاضی <= ۸۱

۲۹- برد تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 - 12x + 8$ بر بازه‌ی $[-3, 1]$ کدام است؟

۱) $[-8, 17]$
۲) $[-8, 24]$
۳) $[-3, 17]$
۴) $[-3, 24]$

سراسری <= ریاضی <= ۸۱

۳۰- دو برابر عددی از عدد دیگر ۶ واحد بیشتر است، اگر حاصلضرب آنها می‌نیمم باشد، مجموع آن دو عدد کدام است؟

۱) $-\frac{3}{2}$
۲) $-\frac{1}{2}$
۳) $\frac{1}{2}$
۴) $\frac{3}{2}$

سراسری <= ریاضی <= ۸۱

۳۱- در یک قطعه زمین اگر ۳۰ بوته گوجه‌فرنگی با فاصله‌ی مساوی از هم کاشته شوند، هر بوته ۴ کیلو محصول می‌دهد. به ازای هر بوته اضافی که کاشته شود، $\frac{1}{10}$ کیلو از میانگین محصول بوته‌ها کم می‌شود. بیش‌ترین محصول برداشتی، کدام است؟

۱) ۱۲۲/۵
۲) ۱۲۷/۵
۳) ۱۳۰/۵
۴) ۱۳۲/۵

سراسری <= انسانی <= ۹۷

۳۲- در تابع با ضابطه $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ طول نقاط ماکزیمم و می‌نیمم نسبی ۲- و ۳ می‌باشد و نمودار تابع از نقطه $(4, 1)$ می‌گذرد. c کدام است؟

۱) ۳۳
۲) ۱۱
۳) ۳۱
۴) ۱۳

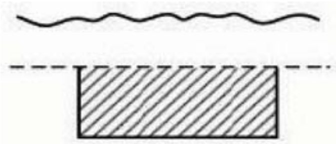
آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۳۳- تابع $y = \frac{(x-1)^3}{x^4}$ در کدام بازه صعودی است؟

۱) $(0, 4)$
۲) $(1, 4)$
۳) $(4, +\infty)$
۴) $(-\infty, 0)$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۳۴- با سیمی به طول ۶۰۰ متر، می‌خواهیم قطعه زمینی به شکل مستطیل را که یک طرف آن رودخانه است محصور کنیم. ماکزیمم مساحت این زمین، کدام است؟



۱) ۴۲۰۰۰

۲) ۴۵۰۰۰

۳) ۴۶۰۰۰

۴) ۴۸۰۰۰

سراسری => انسانی => ۹۵

۳۵- مقادیر ماکزیمم و می‌نیمم مطلق تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-15x$، در بازه‌ی $[-4, 3]$، کدام است؟

۱) ۱۸- و ۲۴ ۲) ۴۵- و ۲۷ ۳) ۳۶- و ۲۷ ۴) ۲۷- و ۳۶

سراسری => تجربی => ۹۵

۳۶- تعداد نقاط بحرانی تابع $f(x)=|x|(x-2)$ در بازه $[-1, 2]$ کدام است؟

۱) صفر ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۳

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۲

۳۷- ماکزیمم و می‌نیمم مطلق تابع $f(x)=\frac{2}{3}x^3-3x^2+4x$ در بازه $\left[\frac{1}{2}, 3\right]$ کدام است؟

۱) $3, \frac{5}{3}$ ۲) $3, \frac{4}{3}$ ۳) $4, \frac{2}{3}$ ۴) $5, \frac{4}{5}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۳۸- به‌ازای کدام مقدار m نمودار تابع $f(x)=(m+1)x^3+(2m-1)x^2$ همواره نزولی است؟

۱) ۲ ۲) ۱- ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) هیچ مقدار m

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۳۹- کم‌ترین مقدار تابع $f(x)=\frac{x^2-1}{\sqrt{x+1}}$ چند برابر $\sqrt{6}$ است؟

۱) $-\frac{4}{3}$ ۲) $\frac{-4}{9}$ ۳) $\frac{-2}{9}$ ۴) $-\frac{2}{3}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۴۰- مقدار ماکسیمم نسبی تابع $f(x)=\sqrt[3]{x^3+6x^2}$ کدام است؟

۱) $2\sqrt[3]{4}$ ۲) $4\sqrt[3]{2}$ ۳) $2\sqrt[3]{2}$ ۴) $\sqrt[3]{4}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۴۱- به‌ازای کدام مقدار a، خط مماس بر منحنی $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + ax$ که از آن عبور می‌کند یک خط افقی است؟

۱) ۱-　　۲) صفر　　۳) ۱　　۴) ۲

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۴۲- تابع $y = x^{\frac{7}{6}} - \frac{7}{2}x^{\frac{2}{3}}$ در کدام بازه، منفی، صعودی و تقعر آن رو به بالا است؟

۱) $(0\,,\,7/75)$　　۲) $(0, 12/25)$　　۳) $(4, 7/75)$　　۴) $(4, 12/25)$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۴۳- فاصله دو نقطه عطف نمودار تابع $y = \frac{1}{1 + x^2}$ کدام است؟

۱) $\frac{3}{4}$　　۲) $\frac{3}{2}$　　۳) $\sqrt{3}$　　۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۴۴- نمودار تابع $y = x^{\frac{4}{3}} - 4x^{\frac{1}{3}}$، در کدام بازه نزولی و تقعّر آن رو به پایین است؟

۱) $(-2\,,\,1)$　　۲) $(0\,,\,1)$　　۳) $(-2\,,\,0)$　　۴) $(-\infty\,,\,-2)$

سراسری <= تجربی <= ۹۷

۴۵- خط راستی بر نمودار تابع مماس شده و در نقطه‌ی تماس از آن عبور می‌کند. شیب این خط، کدام است؟

۱) $-\frac{2}{3}$　　۲) $\frac{2}{3}$　　۳) $\frac{4}{3}$　　۴) $\frac{5}{3}$

سراسری <= ریاضی <= ۹۷

۴۶- اگر $A(1\,,\,-3)$ نقطه‌ی عطف منحنی به معادله‌ی $y = ax^3 - x^2 - 3x + b$ باشد. مقدار تابع در نقطه‌ی ماکزیمم نسبی آن، کدام است؟

۱) $\frac{4}{3}$　　۲) $\frac{5}{3}$　　۳) $\frac{7}{3}$　　۴) $\frac{8}{3}$

سراسری <= تجربی <= ۹۶

۴۷- طول نقطه عطف نمودار تابع $y = (5 - x)\sqrt[3]{x^2}$، کدام است؟

۱) ۱-　　۲) صفر　　۳) ۱　　۴) ۲

سراسری <= ریاضی <= ۹۵

۴۸- مجموعه طول نقاطی که تقعر منحنی به معادله $y = \frac{-۲}{x^۲+۳}$ در آن‌ها رو به بالا باشد، به کدام صورت است؟

۱) $|x| < ۱$ ۲) $|x| < ۲$ ۳) $|x| > \sqrt{۲}$ ۴) $|x| > \sqrt{۳}$

سراسری => ریاضی => ۹۰

۴۹- تقعر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = ۶x^۵ - ۵x^۴ + ۲x + ۷$ در بازه $(a , +\infty)$ رو به بالا است. کم‌ترین مقدار a کدام است؟

۱) ۱- ۲) صفر ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۱

سراسری => تجربی => ۸۸

۵۰- تقعر نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{x^۲ + ۹}{x^۲ + ۱۲}$ در بازه‌ی (a,b) رو به بالا است. بیش‌ترین مقدار $b - a$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۶ ۴) ۸

سراسری => ریاضی => ۸۸

۵۱- به‌ازای کدام مجموعه مقادیر a ، تقعّر منحنی به معادله‌ی $y = x^۴ + ax^۳ + \frac{۳}{۲}x^۲$ ، همواره رو به بالا است؟

۱) $-۱ < a < ۱$ ۲) $-۱ < a < ۲$ ۳) $-۲ < a < ۱$ ۴) $-۲ < a < ۲$

سراسری => ریاضی => ۹۲ (سراسری - آزاد)

۵۲- منحنی نمایش تابع $y=-x^۴+۴x^۳-۳$ ، در کدام بازه صعودی و تقعر آن رو به بالا است؟

۱) $(۰,۲)$ ۲) $(۲,۳)$ ۳) $(۰,۳)$ ۴) $(۲,+\infty)$

سراسری => تجربی => ۹۱

۵۳- طول نقطه‌ی عطف نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^{\frac{۵}{۳}} - ۱۰x^{\frac{۲}{۳}}$ ، کدام است؟

۱) ۲- ۲) ۲- و ۰ ۳) ۲ ۴) ۲ و ۰

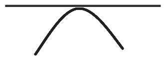
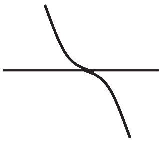
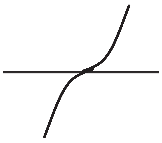
سراسری => تجربی => ۸۷

۵۴- تقعر نمودار تابع با ضابطه‌ی $y = x^{\frac{۴}{۳}} - ۴x^{\frac{۱}{۳}}$ در بازه (a , b) رو به پایین است، بیش‌ترین مقدار $(b - a)$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ∞

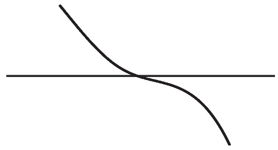
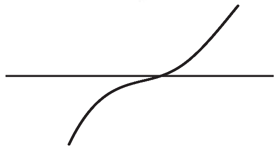
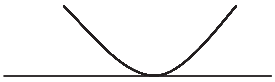
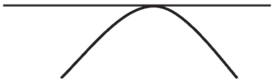
سراسری => ریاضی => ۸۷

۵۵- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^۴ - ۳x^۳ + ۳x^۲ - x$ در نقطه‌ی $x = ۱$ کدام وضع را با محور x ها دارد؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

سراسری <= تجربی <= ۸۶

۵۶- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{۱}{۶}x^۳ - x + \mathrm{Sin}\,x$ در همسایگی $x = ۰$ چگونه است؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

سراسری <= ریاضی <= ۸۶

۵۷- در کدام ناحیه‌ی دستگاه محورهای مختصات تقعر نمودار تابع $y = x + \frac{۱}{x}$ به سمت بالا است؟

۱) اول　　۲) دوم　　۳) سوم　　۴) چهارم

سراسری <= تجربی <= ۸۴

۵۸- تقعّر نمودار تابع با ضابطه $f(x) = \frac{۱}{x^۲ + ۱۲}$ در بازه $(-a\,,\,a)$ رو به پایین است. بیشترین مقدار a کدام است؟

۱) ۱　　۲) ۲　　۳) ۳　　۴) ۴

سراسری <= تجربی <= ۸۳

۵۹- به‌ازای کدام مقدار a تقعر نمودار تابع با ضابطه $y = ax^۳ + (۱ - a^۲)x^۲ + ۳x$ در بازه $\left(-\infty\,,\,\frac{۱}{۲}\right)$ به طرف پایین و در بازه $\left(\frac{۱}{۲}\,,\,+\infty\right)$ به طرف بالا است؟

۱) ۲-　　۲) $-\frac{۱}{۲}$　　۳) $\frac{۱}{۲}$　　۴) ۲

سراسری <= تجربی <= ۸۲

۶۰- تقعر منحنی تابع با ضابطه $f(x) = x^۴ - ۶x^۲$ در کدام بازه رو به پایین است؟

۱) $(-۱\,,\,۱)$　　۲) $(۱\,,\,۲)$　　۳) $(۱\,,\,+\infty)$　　۴) $(-\infty\,,\,-۱)$

سراسری <= تجربی <= ۸۱ و آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۹

۶۱- تعداد نقاط عطف نمودار تابع $f(x)=\dfrac{x^{۳}+۳x}{x^{۲}+۱}$، کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۶۲- نقطه $(۰,۳)$ ماکزیمم یا می‌نیمم تابع $f(x)=ax^{۳}+bx^{۲}+cx+d$ است. نمودار آن در نقطه $(۱,-۱)$ دارای نقطه عطف است. $f(۲)$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۵- ۳) ۳- ۴) ۷

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۶۳- مجموع قدرمطلق عرض نقاط عطف نمودار تابع $y=\dfrac{x^{۳}}{x^{۲}+۱}$ کدام است؟

۱) صفر ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) $۲\sqrt{۳}$ ۴) $\dfrac{۳\sqrt{۳}}{۲}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۶۴- در نمودار تابع $y=\dfrac{x}{x^{۲}-۱}$، طول نقاط عطف کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۱ , ۰ , ۱- ۳) ۰ , ۲ ۴) صفر

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۶۵- طول نقطه عطف نمودار تابع $y=x^{\frac{۵}{۳}}-۱۰x^{\frac{۲}{۳}}$ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۲- ۳) ۰ , ۲- ۴) ۲ , ۰

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵-۹۴

۶۶- طول نقطه‌ی عطف منحنی $y=|x|\left(x^{۲}+۲\right)$ کدام است؟

۱) $-\sqrt{۲}$ ۲) صفر ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) فاقد عطف

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۶۷- تعقر نمودار تابع $f(x)=-x^{۴}+۴x۴+۲x-۵$ در کدام بازه روبه‌بالا است؟

۱) $(۰,\ ۲)$ ۲) $(-۲,\ ۲)$ ۳) $(-\infty,\ ۰)$ ۴) $(۲,\ +\infty)$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۶۸- تقعر منحنی $y=x\sqrt{x^2+2}$ در بازه‌ی $(a, +\infty)$ رو به بالا است کم‌ترین مقدار a کدام است؟

۱) ۳-   ۲) ۱-   ۳) ۱   ۴) صفر

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۶۹- خط قائم بر منحنی $y=mx^3+(m-1)x^2$ در نقطه‌ی عطف آن عمود بر محور xهاست. m کدام است؟

۱) ۱   ۲) ۱-   ۳) ۲   ۴) ۲-

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۷۰- خط گذرنده بر نقطه‌ی عطف و نقطه‌ی ماکزیمم منحنی $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-8x$ منحنی را در نقطه‌ی دیگر A قطع می‌کند. عرض نقطه‌ی A کدام است؟

۱) $-\frac{20}{3}$ ۲) $-\frac{50}{3}$ ۳) $-\frac{40}{3}$ ۴) $-\frac{80}{3}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۹۰

۷۱- فاصله‌ی دو نقطه عطف از نمودار تابع $y=\frac{1}{1+x^2}$ کدام است؟

۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ۲) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ ۳) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ ۴) $2\sqrt{2}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۸

۷۲- فاصله نقاط عطف منحنی به معادله‌ی $\frac{1}{2}y-x^4+2x^3=5$ کدام است؟

۱) $\sqrt{5}$ ۲) $2\sqrt{6}$ ۳) ۳   ۴) ۴

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۲-۹۱

۷۳- تقعر منحنی به معادله $y=(x-10)\sqrt[3]{x^2}$ در کدام بازه رو به بالا است؟

۱) $(-2, 5)$ ۲) $(-2, 0)$ ۳) $(-2, +\infty)$ ۴) $(2, +\infty)$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۰

۷۴- طول نقطه عطف نمودار تابع $f(x)=\frac{x}{1-x^2}$ کدام است؟

۱) ۳-   ۲) ۰   ۳) ۱   ۴) فاقد عطف

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۶

۷۵- تعداد نقاط عطف تابع $f(x)=\frac{1}{\operatorname{Sin}x}$ روی بازه $(0\ ,\ 2\pi)$ کدام است؟

۱) ۰ ۲) ۱ ۳) ۲ ۴) ۴

آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۶

۷۶- تقعر منحنی تابع $y=\frac{1}{\operatorname{Sin}x}$ روی بازه $\left(\frac{\pi}{2},\pi\right)$ چگونه است؟

۱) رو به پایین ۲) رو به بالا
۳) ابتدا رو به بالا سپس رو به پایین ۴) ابتدا رو به پایین سپس رو به بالا

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۷۷- تقعر منحنی تابع $y=\frac{1}{x^2+3}$ در کدام بازه به طرف پایین است؟

۱) $(-1\ ,\ 1)$ ۲) $(-3\ ,\ 3)$ ۳) $\left(-\sqrt{3}\ ,\ \sqrt{3}\right)$ ۴) $(1,\ +\infty)$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۱ و آزمایشی سنجش => تجربی => ۸۱

۷۸- تقعر منحنی نمایش تابع به معادله $y=x^2+\sqrt{x}$ در بازه کدام وضع را دارد؟

۱) ابتدا رو به پائین و بعد رو به بالا ۲) ابتدا رو به بالا بعد رو به پائین
۳) همواره رو به بالا ۴) همواره رو به پائین

سراسری => تجربی => ۷۶ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => ۸۷ و آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۷

۷۹- اگر $A(2,0)$ نقطهٔ عطف تابع $f(x)=x^4+ax^3+bx$ باشد، مختصات ماکسیمم نسبی آن کدام است؟

۱) $M(0,0)$ ۲) $M(-1,-3)$
۳) $M(1,5)$ ۴) تابع، فاقد ماکسیمم نسبی است.

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

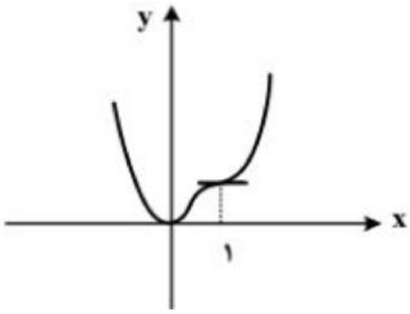
۸۰- اگر نقطه‌ی عطف نمودار تابع $f(x)=x^2(ax-a+1)+7x-8$ در ناحیه‌ی دوم یا سوم قرار گیرد، حدود تغییرات a کدام است؟

۱) $R-[0\ ,\ 1]$ ۲) $(0\ ,\ 1)$ ۳) $(0\ ,\ +\infty)$ ۴) $(-\infty\ ,\ 1)$

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۸۱- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = ۳x^۴ + ax^۳ + bx^۲ + cx$ است.
a کدام است؟

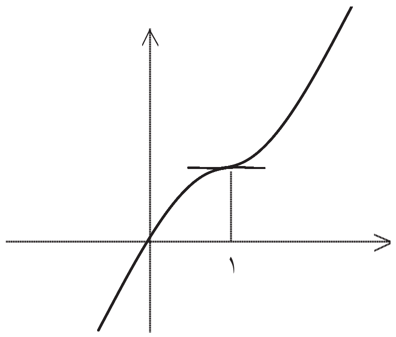
۱) ۸-
۲) ۷-
۳) ۵-
۴) ۴-



سراسری <= ریاضی <= ۹۸

۸۲- شکل مقابل نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = ax^۳ + bx^۲ + ۳x$ است.
دوتایی مرتب (a , b) کدام است؟

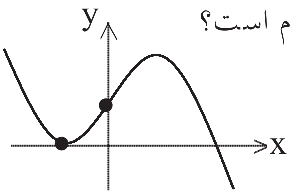
۱) $(-۱ , ۲)$
۲) $(-۱ , ۳)$
۳) $(۱ , -۳)$
۴) $(۱ , -۲)$



سراسری <= تجربی <= ۸۵

۸۳- شکل مقابل، نمودار تابع $y = -x^۳ + ax^۲ + bx + ۲$ است. زوج مرتب (a , b) کدام است؟

۱) $(۰ , -۳)$
۲) $(۱ , -۲)$
۳) $(۰ , ۳)$
۴) $(۰ , ۶)$



سراسری <= تجربی <= ۸۸

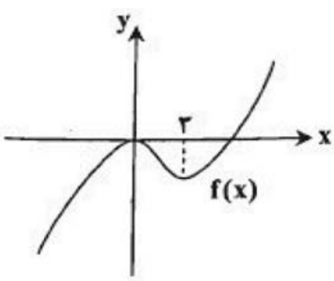
۸۴- اگر $f(x) = \frac{۳x + ۵}{x - ۳}$ و $g(x) = x^۳ - ۲۹x + ۱$ فاصله مرکز تقارن تابع f تا مرکز تقارن تابع g چقدر است؟

۱) $\sqrt{۱۲}$
۲) $\sqrt{۱۳}$
۳) $\sqrt{۱۴}$
۴) $\sqrt{۱۵}$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

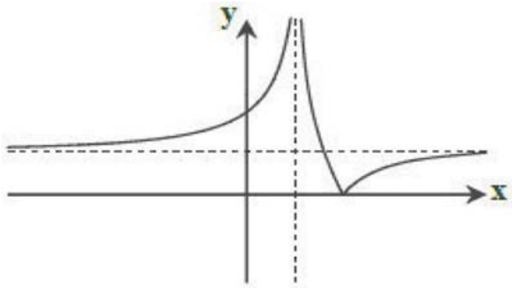
۸۵- اگر a عددی طبیعی و نمودار تابع $f(x) = (۳ - ۲a)x^۳ + bx^۲$ به شکل زیر باشد،
حاصل $b - a$ کدام است؟

۱) $-\frac{۱۷}{۲}$
۲) $-\frac{۱۳}{۴}$
۳) $-\frac{۱۱}{۲}$
۴) $-\frac{۱۵}{۲}$



آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۸۶- کدام‌یک از گزینه‌های زیر می‌تواند ضابطه‌ی تابع مقابل باشد؟



۱) $y=\dfrac{|x|-۴}{|x|-۱}$ ۲) $y=\left|\dfrac{x-۱}{x-۳}\right|$

۳) ۴) $y=\left|\dfrac{x-۲}{x^{۲}-۱}\right|$

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۸۷- به‌ازای کدام مقادیر a نمودار تابع $y=\dfrac{ax+۱}{x+۲a}$ به‌صورت دونیم خط است؟

۱) هیچ مقداری از a ۲) ± ۱ ۳) $\pm\sqrt{۲}$ ۴) $\pm\dfrac{\sqrt{۲}}{۲}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۲

۸۸- مرکز تقارن نمودارهای $y=\dfrac{x-۱}{x+۲}$ و $y=x^{۳}-۳x^{۲}$، از هم چقدر فاصله دارند؟

۱) صفر ۲) $۲\sqrt{۵}$ ۳) $۳\sqrt{۲}$ ۴) $۲\sqrt{۳}$

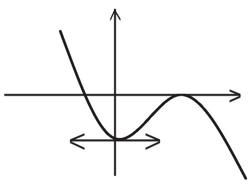
آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۸۹- تابع $y=\dfrac{۳x-۵}{۲-x}$ روی کدام بازه اکیداً صعودی است؟

۱) $(-\infty , +\infty)$ ۲) $(۰ , +\infty)$ ۳) $(۲ , +\infty)$ ۴) $(۲ , ۲)$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۴

۹۰- شکل مقابل نمودار تابع $y=-x^{۳}+ax^{۲}+bx-۴$ می‌باشد.
مختصات نقطه عطف تابع کدام است؟



۱) $(۱ , -۱)$ ۲) $(۲ , -۲)$

۳) $(۲ , -۱)$ ۴) $(۱ , -۲)$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۳

۹۱- اگر $f(x)=\dfrac{-۲}{۳}x^{۳}+(m+۱)x^{۲}-۸x$ تابعی نزولی باشد، آن‌گاه طول نقطه‌ی عطف آن در کدام بازه قرار دارد؟

۱) $[-۱ , ۱]$ ۲) $[۰ , ۴]$ ۳) $[-۲ , ۲]$ ۴) $[-۴ , ۰]$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۹۲- نمودار تابع $f(x) = -x^{۳} + ۴x^{۲} + ۳x + ۱$ کدام است؟

۱) 

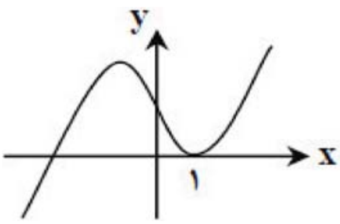
۲) 

۳) 

۴) 

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۹۳- نمودار تابع $y = x^{۳} + ax + b$ به‌صورت روبه‌رو است. مقدار ماکسیمم نسبی این تابع کدام است؟

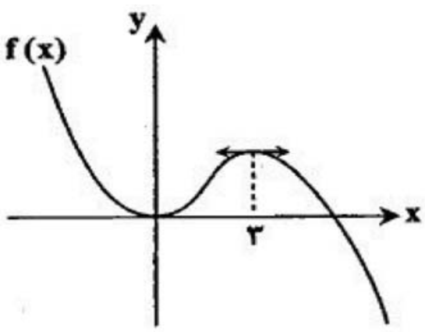


۱) ۲　　۲) ۴

۳) ۶　　۴) ۹

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۹۴- اگر نمودار تابع $f(x) = -x^{۳} + ax^{۲} + b$ به شکل مقابل باشد، مقدار $f(۴)$ کدام است؟



۱) صفر

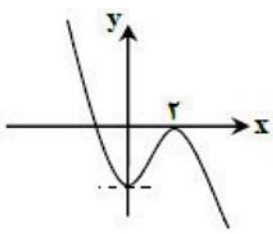
۲) ۴

۳) ۸

۴) -۲

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۹۵- شکل مقابل نمودار تابع $f(x) = mx^{۳} - nx^{۲} - ۸$ می‌باشد. مقدار m کدام است؟



۱) -۲

۲) ۲

۳) -۶

۴) ۶

آزمونهای گزینه ۲ => تجربی => سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

۹۶- به‌ازای کدام مقدار m ، خط $y = m$، منحنی تابع $f(x) = x^{۳} - ۶x^{۲}$ را در سه نقطه قطع می‌کند؟

۱) $-۳۲ < m < ۰$　　۲) $-۱۶ < m < ۸$　　۳) $-۱۲ < m < ۱۲$　　۴) $۰ < m < ۱۶$

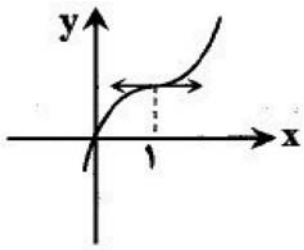
آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۶-۹۵

۹۷- نمودار تابع $f(x)=\dfrac{x-2}{x-1}$ از کدام ناحیه‌ی محورهای مختصات عبور نمی‌کند؟

۱) ناحیه‌ی سوم ۲) ناحیه‌ی چهارم ۳) ناحیه‌ی اول ۴) ناحیه‌ی دوم

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۹۸- اگر نمودار تابع $f(x)=ax^3+bx^2+3x$ به شکل زیر باشد، $b-a$ کدام است؟



۱) ۴
۲) ۴-
۳) ۲
۴) ۲-

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴ - ۹۳

۹۹- به‌ازای کدام مقدار a، مرکز تقارن منحنی $y=\dfrac{(a-1)(x+1)}{(4-a)(x-2)}$ بر روی نمودار تابع $y=\dfrac{1}{x}$ قرار دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۲- ۴) ۳

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۱۰۰- به‌ازای کدام مقادیر نقطه‌ی $(2,-3)$ مرکز تقارن منحنی $y=\dfrac{ax+1}{bx+6}$ است؟

۱) $a=6\,,\,b=-2$ ۲) $a=9\,,\,b=-3$ ۳) $a=3,\ b=-3$ ۴) $a=4,\ b=-2$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۱۰۱- فاصله‌ی مرکز تقارن $y(2x+3)=x-2$ از نقطه‌ی $\left(\frac{1}{2},-\frac{1}{2}\right)$ کدام است؟

۱) $\sqrt{2}$ ۲) $\sqrt{3}$ ۳) ۲ ۴) $\sqrt{5}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۸۸

۱۰۲- نمودار تابع با ضابطه‌ی $y=x^3+3x^2$ در تمام دامنه اش، تقریباً به کدام شکل است؟

۱)  ۲)  ۳)  ۴) 

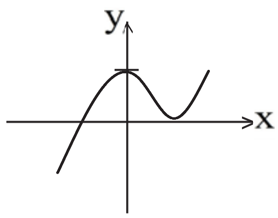
آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۰۳- تابع $f(x)=\dfrac{x+3}{2x+1}$ در کدام یک از بازه‌های زیر اکیداً نزولی نیست؟

۱) $(-1\,,\,2)$ ۲) $(-2\,,\,-1)$ ۳) $(1\,,\,2)$ ۴) $(0\,,\,1)$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

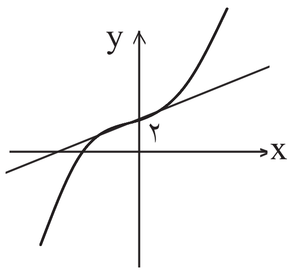
۱۰۴- شکل مقابل نمودار تابع $y = x^{۳} + ax^{۲} + bx + ۴$ است. (a , b) کدام است؟



۱) (۳- و ۰)
۲) (۳ و ۰)
۳) (۰ و ۳)
۴) (۰ و ۳-)

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۴

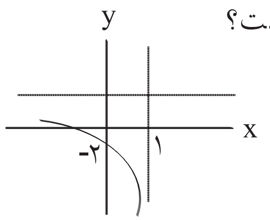
۱۰۵- شکل مقابل نمودار تابع $y = x^{۳} + ax^{۲} + ۳x + b$ است. $a + b$ کدام مقدار می‌باشد؟



۱) صفر
۲) ۱
۳) ۱-
۴) ۲

آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= تابستان ۸۳

۱۰۶- شکل مقابل قسمتی از نمودار $xy - ax + cy - b = ۰$ می‌باشد bc کدام است؟



۱) ۱
۲) ۱-
۳) ۲
۴) ۲-

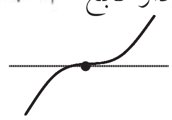
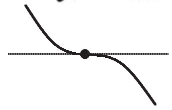
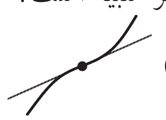
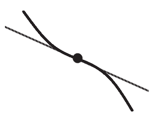
آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۳

۱۰۷- مرکز تقارن منحنی تا مبدا مختصات به چه فاصله‌ای است؟

۱) $\sqrt{۵}$
۲) $\sqrt{۳}$
۳) $۲\sqrt{۲}$
۴) $۳\sqrt{۲}$

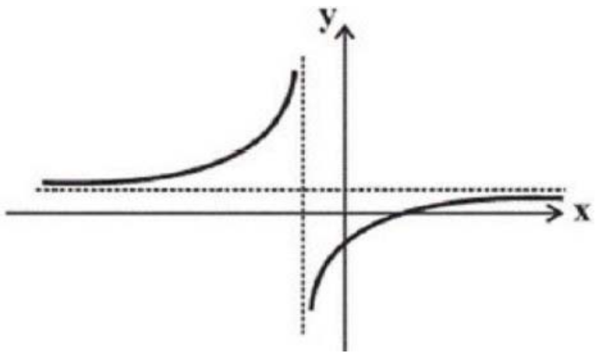
آزمونهای گزینه ۲ <= تجربی <= ۸۲

۱۰۸- نمودار تابع $y = -x^{۳} + ۲x^{۲} - ۴x + ۱$ به کدام نمودار زیر شبیه است؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴) 

سوالات و مطالب تالیفی <= تجربی. <= ۸۲-۸۱.

۱۰۹- نمودار تابع $f(x)=\frac{x^{۲}+ax-b-۲}{x^{۲}+bx+۴}$ به‌صورت شکل مقابل است. مقدار $a-b$ کدام است؟



۱) ۵

۲) ۵-

۳) ۱۱-

۴) ۱۱

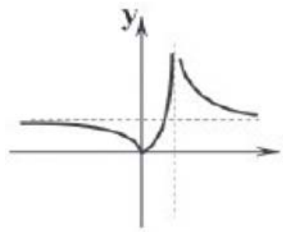
سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

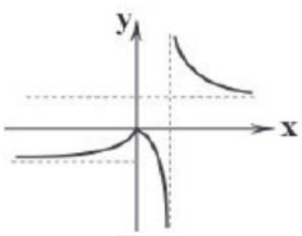
۱۱۰- مجانب‌های نمودار تابع هموگرافیک $f(x)=ax+\frac{x^{۲}+۱}{x-۲}$، محورهای مختصات را در نقاط A و B قطع می‌کنند. فاصلهٔ مبدأ مختصات از خط شامل نقاط A و B کدام است؟

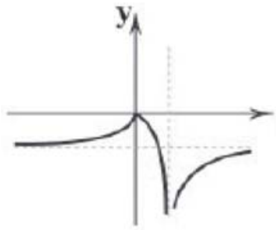
۱) $\sqrt{۲}$ ۲) $\sqrt{۳}$ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

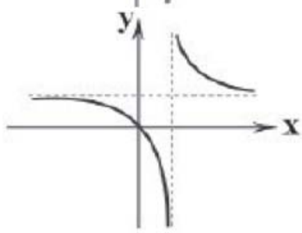
سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۱۱- نمودار تابع $y=\frac{|x|}{x-۱}$ کدام است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

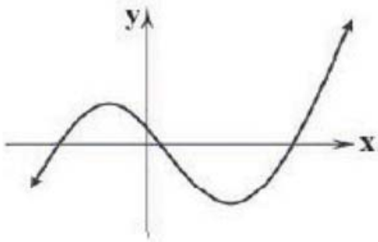
سوالات گردآوری شده <= سری ۲ <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۱۲- اگر معادله‌ی $x^{۳}-۳x+a=۰$ فقط یک ریشه‌ی منفی داشته باشد، حدود a کدام است؟

۱) $a<۳$ ۲) $a>۱$ ۳) $a>۰$ ۴) $a>۲$

سوالات گردآوری شده <= سری ۲ <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۱۳- نمودار زیر مربوط به کدام تابع می‌تواند باشد؟



۱) $y = (x - 6)(x^2 + x - 2)$

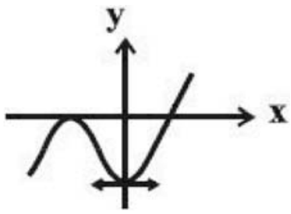
۲) $y = x^3 - 3x + 2$

۳) $y = (x + 2)(x^2 - 5x + 4)$

۴) $y = -x^3 + 5x^2 + 8x - 12$

سوالات گردآوری شده <= سری ۲ <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۱۴- نمودار تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 4$ در شکل مقابل نشان داده شده است. a کدام است؟



۱) ۲ ۲) ۳

۳) ۲- ۴) ۳-

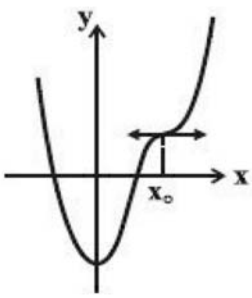
سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۱۵- معادلهٔ $x^3 - 6x^2 - k + 1 = 0$ سه جواب حقیقی متمایز دارد. کم‌ترین مقدار صحیح k کدام است؟

۱) ۳۰- ۲) ۳۱- ۳) ۳۲- ۴) ۳۳-

سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۱۶- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $f(x) = 2x^4 - 8x^3 + ax^2 + b$ را نمایش می‌دهد. مقدار a کدام است؟



۱) $\frac{3}{2}$ ۲) ۸

۳) ۹ ۴) ۱۸

سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۱۷- اگر محل تقاطع مجانب‌های تابع $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$ نقطه‌ای $(1, 2)$ باشد و تابع محور x ها را در نقطه‌ای به طول ۳ قطع کند، محور y ها را به چه عرضی قطع می‌کند؟

۱) $-\frac{3}{2}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $-\frac{2}{3}$

سوالات گردآوری شده <= سری ۲ <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۱۸- به ازای چند مقدار m، تابع $y = \frac{mx + 2m}{(m - 1)x + 2}$ هموگرافیک نمی‌شود؟

۱) ۳ ۲) ۲ ۳) ۱ ۴) هیچ

سوالات گردآوری شده <= سری ۲ <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۱۹- در تابع $y = \frac{x - ۲}{x - ۱}$، اگر $-۱ \leq x \leq ۳$ باشد، حدود y کدام است؟

۱) $R - \left(\frac{۱}{۲}, \frac{۳}{۲}\right)$ ۲) $R - \left(-۱, \frac{۱}{۳}\right)$ ۳) ۴) $R - (-۱, ۳)$

سوالات گردآوری شده <= سری ۲ <= سال تحصیلی ۹۸-۹۷

۱۲۰- اگر نمودار تابع $y = x^۳ - ax^۲ + (a - ۱)x$ فقط از ناحیه‌ی دوم، دستگاه مختصات عبور نکند، محدوده‌ی a کدام است؟

۱) $[۱, +\infty)$ ۲) $[۱, +\infty) - \{۲\}$ ۳) $(۱, +\infty)$ ۴) $(۱, +\infty) - \{۲\}$

سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = x|x-۴| = \begin{cases} x^۲ - ۴x & x \geq ۴ \\ -x^۲ + ۴x & x < ۴ \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} ۲x - ۴ & x > ۴ \\ -۲x + ۴ & x < ۴ \end{cases}$$

$f' = ۰ \Rightarrow x = ۲$

وجود ندارد $f' \Rightarrow x = ۴$

x		۲		۴	
f'	+		-		+
f	↗	max ۴	↘	min ۰	↗

$$\begin{matrix} \max(۲,۴) \\ \min(۴,۰) \end{matrix} \Rightarrow d = \sqrt{(۲-۴)^۲ + (۴-۰)^۲} = \sqrt{۴ + ۱۶} = ۲\sqrt{۵}$$

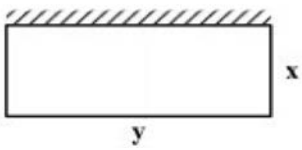
۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{x^۲ + ۲x}{(x-۱)^۲}$$

$$f'(x) = \frac{(۲x+۲)(x-۱)^۲ - ۲(x-۱)\left(x^۲ + ۲x\right)}{(x-۱)^۴} = \frac{۲(x-۱)\left((x+۱)(x-۱) - x^۲ - ۲x\right)}{(x-۱)^۴}$$

$$\text{فاصله} = \left|۱ - \left(-\frac{۱}{۲}\right)\right| = \frac{۳}{۲}$$

۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. به فرض $۲x + y = ۱۲۰$، بیشترین مقدار xy محاسبه شود.



$$xy = x(۱۲۰ - ۲x) = -۲\left(x^۲ - ۶۰x\right) = -۲(x - ۳۰)^۲ + ۱۸۰۰$$

پش $xy \leq ۱۸۰۰$ بیشترین مقدار مساحت ۱۸۰۰ واحد مربع است.

۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y' = ۶x^۲ - ۱۸x + ۱۲ \Rightarrow x^۲ - ۳x + ۲ = ۰ \Rightarrow x = ۱,۲$$

خط واصل به نقاط اکسترمم، منحنی را در وسط آن دو نقطه قطع می‌کند پس $x = ۱/۵$

۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y' = ۲\cos ۲x - ۲\sin x = ۰ \Rightarrow \cos ۲x = \sin x \Rightarrow x = \frac{x}{۶}$$

پس ماکزیمم تابع $y = \frac{\sqrt{۳}}{۲} + \frac{۲\sqrt{۳}}{۲} = \frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$ است.

۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

از هر طرف به اندازه بلندی x تا می‌کنیم. حجم حاصل

$$V = x(۱۲ - ۲x)^۲ = ۴\left(x^۳ - ۱۲x^۳ + ۳۶x\right)$$

ماکزیمم حجم $V' = ۰$

$$V' = ۴\left(۳x^۲ - ۲۴x + ۳۶\right) = ۰ \Rightarrow x^۲ - ۸x + ۱۲ = ۰$$

پس $x = ۲$ در نتیجه $V = ۲(۸)^۲ = ۱۲۸$

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر علامت مشتق تابع از حالت منفی وارد مثبت شود تابع دارای می‌نیمم است. اگر علامت مشتق تابع از حالت مثبت وارد منفی شود تابع دارای ماکسیمم است. با توجه به شکل پرسش تابع می‌نیمم و یک ماکسیمم دارد.

۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y' > ۰ \Rightarrow -۳x^۲ + ۱۰x - ۸ > ۰ \Rightarrow ۳x^۲ - ۱۰x + ۸ < ۰ \Rightarrow \frac{۴}{۳} < x < ۲$$

در نتیجه $b - a = ۲ - \frac{۴}{۳} = \frac{۲}{۳}$

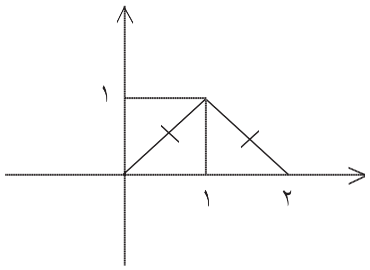
۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(۵) = (۳۰ + ۵)\left(۴ - \frac{۱}{۲}\right) = (۳۵)\left(\frac{۷}{۲}\right) = ۱۲۲/۵$$

۱۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نقاط بحرانی شامل نقاطی از تابع است که مشتق در آن صفر یا مشتق‌ناپذیر است.

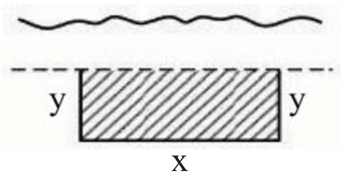
$$y' = ۲x(x-۲)^۲ + ۲(x-۲)x^۲ = ۲x(x-۲)(x-۲+x) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۰ \Rightarrow y=۰ \\ x=۲ \Rightarrow y=۰ \\ x=۱ \Rightarrow y=۱ \end{cases}$$

مثلث متساوی‌الساقین است زیرا دو ضلع آن طولش $\sqrt{۲}$ است. مثلث قائم‌الزاویه است زیرا رابطه‌ی فیثاغورث در آن صدق می‌کند.



$$(\sqrt{۲})^۲ + (\sqrt{۲})^۲ = ۲^۲ \Rightarrow ۴ = ۴$$

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



محیط مستطیل $\rightarrow ۲y + x = ۶۰۰$

برای به دست آوردن بیش‌ترین مقدار x و y به هر کدام $\frac{۶۰۰}{۲}$ می‌دهیم، چرا که جمع دو عدد زمانی مقدار بیشینه را در ضرب می‌دهد که دو عدد با هم برابر و هر کدام برابر نصف مقدار جواب جمع آن‌ها باشد:

$$\begin{cases} ۲y = ۳۰۰ \Rightarrow y = \frac{۳۰۰}{۲} = ۱۵۰ \\ x = ۳۰۰ \end{cases}$$

ماکزیمم مساحت زمین: $S = x \times y = ۳۰۰ \times ۱۵۰ = ۴۵۰۰۰$

۱۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$[-۴ , ۳]$

$x = -۴ \Rightarrow y = -\frac{۶۴}{۳} - ۱۶ + ۶۰$

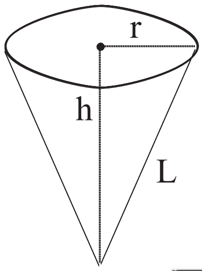
$x = ۳ \Rightarrow y = \cancel{۹ - ۹} - ۴۵ = -۴۵$ min

$f'(x) = x^۲ - ۲x - ۱۵ = (x-۵)(x+۳)$

$x = -۵ \quad x = -۳$

$y = \underbrace{\cancel{-۹ - ۹}}_{-۱۸} + ۴۵ = ۲۷$ max

۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$V = \frac{1}{3} h \pi r^2$$

$$\frac{\cancel{\pi}}{\cancel{3}} = \frac{\cancel{\pi}}{\cancel{3}} h r^2 \Rightarrow r^2 = \frac{1}{h}$$

مساحت جانبی مخروط $S = \pi r L = \pi \frac{1}{\sqrt{h}} \sqrt{h^2 + \frac{1}{h}} = \pi \sqrt{h + \frac{1}{h^2}}$

$$S' = \pi \left(\frac{1 - \frac{2}{h^3}}{2\sqrt{h + \frac{1}{h^2}}} \right) = 0 \Rightarrow 1 - \frac{2}{h^3} = 0 \Rightarrow h^3 = 2 \Rightarrow h = \sqrt[3]{2}$$

۱۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x^3 - x = 0 \rightarrow x(x-1)(x+1) = 0 \rightarrow x = 0 \text{ ، } +1 \\ x = -1 \ (\text{غ.ق.ق}) \\ y' = 3x^2 - 1 = 0 \rightarrow x = \pm\frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

۱۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. با فرض $y = \sqrt{50}\ \mathrm{Sin}\,\theta$ و $x = \sqrt{50}\ \mathrm{Cos}\,\theta$ داریم:

$$P = 3x + 4y = 3\left(5\sqrt{2}\ \mathrm{Cos}\,\theta\right) + 4\left(5\sqrt{2}\ \mathrm{Sin}\,\theta\right)$$

$$\mathrm{Max}\,P = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{9 \times 50 + 16 \times 50} = \sqrt{1250} = \sqrt{625 \times 2} = 25\sqrt{2}$$

یادآوری: $-\sqrt{a^2 + b^2} \leqslant a\,\mathrm{Sin}\,x \pm b\,\mathrm{Cos}\,x \leqslant \sqrt{a^2 + b^2}$

۱۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. همواره $x \geqslant \sqrt[3]{x^3 - 3x^2}$ است. پس $f(x) \geqslant 0$ درنتیجه $\min f(x) = 0$

۱۷- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

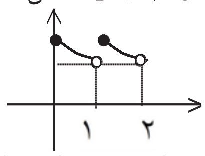
$$y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \rightarrow x = -1 \text{ , } x = 3 \ \text{غ ق ق}$$

$$f(-2) = -8 - 12 + 18 + 5 = 3 \text{ ; } f(-1) = -1 - 3 + 9 + 5 = 10 \text{ ; } f(2) = 8 - 12 - 18 + 5 = -17$$

۱۸- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. چون دوره تناوب تابع برابر یک است. پس مسئله را برای دو برابر یک دوره تناوب بررسی می‌کنیم. مثلاً برای بازه‌ی (۲و۰] شکل تابع را رسم می‌کنیم.

$$۰ \leq x < ۱ \Rightarrow [x] = ۰ \Rightarrow (gof)(x) = ۲^{-x}$$

$$۱ \leq x < ۲ \Rightarrow [x] = ۱ \Rightarrow (gof)(x) = ۲^{۱-x}$$



مشاهده می‌شود که اعداد با طول صحیح ماکزیمم نسبی است و تابع فاقد می‌نیمم نسبی است.

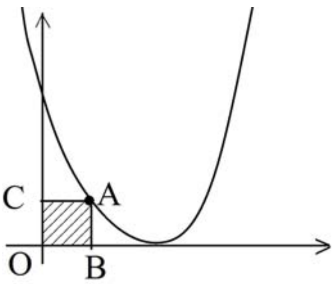
۱۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = x^۳ - x^۲ - ۲x = ۰ \Rightarrow x\left(x^۲ - x - ۲\right) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \\ x = -۱ \\ x = ۲ \end{cases}$$

$$f(۰) = ۰ \ , \ f(-۱) = \frac{۱}{۴} + \frac{۱}{۳} - ۱ = \frac{-۵}{۱۲} \ , \ f(۲) = -\frac{۸}{۳} \Rightarrow \text{مطلق Min} \ , \ f(۳) = \frac{۸۱}{۴} - ۹ - ۹ = \frac{۹}{۴}$$

۲۰- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$S_{ABOC} = x(x-۲)^۲ \Rightarrow S' = (x-۲)^۲ + ۲x(x-۲) = ۰ \Rightarrow (x-۲)(x-۲+۲x) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۲ \\ x = \frac{۲}{۳} \end{cases}$$



$$x = \frac{۲}{۳} \Rightarrow S_{max} = \frac{۲}{۳}\left(\frac{۲}{۳} - ۲\right)^۲ = \frac{۲}{۳} \times \frac{۱۶}{۹} = \frac{۳۲}{۲۷}$$

۲۱- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = \frac{۱}{x^۲(x-۲)^۲ + ۵}$$

کمترین مقدار عبارت $x^۲(x-۲)^۲$ مساوی صفر است. پس کمترین مقدار مخرج کسر مساوی ۵ است. پس ماکزیمم مطلق تابع $\frac{۱}{۵}$ است.

۲۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. زیرا رادیکال حاصل جمع مقدار ثابت است پس:

$$S = ۲x \times \frac{۲}{۳}\sqrt{۹ - x^۲} = \frac{۴}{۳}\sqrt{x^۲(۹ - x^۲)}$$

$$S' = \frac{۴}{۳} \times \frac{۱۸x - ۴x^۳}{۲\sqrt{x^۲(۹ - x^۲)}} = ۰ \Rightarrow ۱۸x - ۴x^۳ = ۰$$

$$\Rightarrow S_{Max} = \frac{۴}{۳}\sqrt{\frac{۹}{۲} \times \frac{۹}{۲}} = \frac{۴}{۳} \times \frac{۹}{۲} = ۶$$

۲۳- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. ضلع مربع را x فرض می‌کنیم.

$$۴x - x^۲ \rightarrow A = -x^۲ + ۴x$$

$$x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۴}{۲\,(-۱)} = \frac{-۴}{-۲} = ۲$$

پس اختلاف محیط و مساحت مربعی به ضلع ۲، بیشترین مقدار ممکن است. (در بین مربع‌هایی که مساحت آن از محیط کوچکتر است) بنابراین:

$$\text{محیط} = ۴(۲) = ۸ \quad \text{و} \quad \text{مساحت} = (۲)^۲ = ۴ \rightarrow ۸ - ۴ = ۴$$

۲۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. مقادیر Max و Min مطلق تابع f را در بازه‌ی [۱ , ۳] بدست می‌آوریم.

$$f'(x) = ۳x^۲ - ۶x = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ & \text{غیر قابل قبول} \\ x = ۲ \end{cases}$$

بنابراین نقاط بحرانی در بازه‌ی [۱ , ۳] می‌شوند $x \in \{۱ , ۲ , ۳\}$

$$f(۱) = k - ۲$$

$$f(۳) = k \ \text{Max} \quad \Rightarrow k - ۴ = -k \Rightarrow k = ۲$$

$$f(۲) = k - ۴ \ \text{Min}$$

۲۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = (x^۲ - ۲۸)\sqrt[۳]{x} \Rightarrow f'(x) = ۲x\sqrt[۳]{x} + \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}} \times (x^۲ - ۲۸) = \frac{۷x^۲ - ۲۸}{۳\sqrt[۳]{x^۲}} = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = \pm ۲ \\ x = ۰ \end{cases}$$

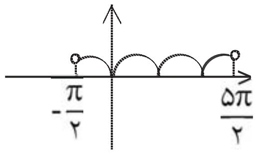
۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است .

$$y' = ۳x^۲ + ۲ax + ۱$$

$$\Delta < ۰ \Rightarrow ۴(a^۲ - ۳) < ۰ \Rightarrow |a| < \sqrt{۳}$$

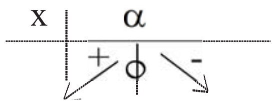
تذکر : این تست ، اصلاح شده است و در تست اصلی پاسخ صحیح در گزینه‌ها نبود .

۲۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مطابق شکل تابع داده شده دارای ۵ نقطه بحرانی است.



۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = \sin ۲x \cos x \Rightarrow y = ۲ \cos^۲ x \sin x \Rightarrow y' = -۴ \sin^۲ x \cos x + ۲ \cos^۳ x$$
$$= ۲ \cos x \left(-۲ \sin^۲ x + \cos^۲ x\right)$$
$$y' = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \cos x = ۰ \\ -۲ \sin^۲ x + \cos^۲ x = ۰ \Rightarrow tg^۲ x = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$



۲۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. کافیست مقادیر Max , Min مطلق تابع را بیابیم.

$$f(x) = x^۳ - ۱۲x + ۸ \Rightarrow f'(x) = ۳x^۲ - ۱۲ = ۰ \Rightarrow x = \begin{cases} ۲ & \text{غ.ق.ق} \\ -۲ \end{cases}$$
$$\Rightarrow \begin{cases} f(۱) = -۳ \\ f(-۳) = ۱۷ \Rightarrow R_f = [-۳ , ۲۴] \\ f(-۲) = ۲۴ \end{cases}$$

۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{matrix} ۲a = b + ۶ \\ a \,.\, b = Min \end{matrix}\right\} \Rightarrow A = ab = a\,(۲a - ۶) = ۲a^۲ - ۶a \Rightarrow A' = ۰ \Rightarrow ۴a - ۶ = ۰ \Rightarrow a = \frac{۳}{۲}$$
$$b = ۲a - ۶ = -۳ \Rightarrow a + b = \frac{-۳}{۲}$$

۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(x) = (۳۰ + x)\left(۴ - \frac{۱}{۱۰}x\right) = -\frac{۱}{۱۰}x^۲ + x + ۱۲۰ \Rightarrow x = -\frac{b}{۲a} = -\frac{۱}{۲\left(-\frac{۱}{۱۰}\right)} = ۵$$
$$f(۵) = (۳۰ + ۵)\left(۴ - \frac{۱}{۲}\right) = (۳۵)\left(\frac{۷}{۲}\right) = ۱۲۲/۵$$

-۳۲ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ریشه‌های مشتق تابع ۲- و ۳ می‌باشند.

$$f(x) = x^{۳} + ax^{۲} + bx + c$$
$$f'(x) = ۳x^{۲} + ۲ax + b \Rightarrow \left(\frac{b}{۳} = -۶ \, , \, \frac{-۲a}{۳} = ۱\right) \Rightarrow a = -\frac{۳}{۲} \, , \, b = -۱۸$$
$$f(x) = x^{۳} - \frac{۳}{۲}x^{۲} - ۱۸x + c \Rightarrow ۱ = ۶۴ - ۲۴ - ۷۲ + c \Rightarrow c = ۳۳$$

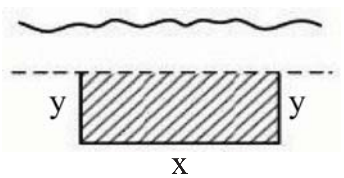
منحنی از نقطه $(۴, ۱)$ می‌گذرد، پس $f(۴) = ۱$ است.

-۳۳ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مشتق تابع مثبت است.

$$y' = \frac{۳(x-۱)^{۲}x^{۴} - ۴x^{۳}(x-۱)^{۳}}{x^{۸}} = \frac{x^{۲}(x-۱)^{۲}}{x^{۴}}\left[۳x^{۲} - ۴x^{۲} + ۴x\right]$$
$$y' > ۰ \Rightarrow ۴x - x^{۲} > ۰ \Rightarrow ۰ < x < ۴$$

تابع درباره $(۰ \, , \, ۴)$ صعودی است.

-۳۴ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



محیط مستطیل $\rightarrow ۲y + x = ۶۰۰$

برای به دست آوردن بیش‌ترین مقدار x و y به هر کدام $\frac{۶۰۰}{۲}$ می‌دهیم، چرا که جمع دو عدد زمانی مقدار بیشینه را در ضرب می‌دهد که دو عدد با هم برابر و هر کدام برابر نصف مقدار جواب جمع آن‌ها باشد:

$$\begin{cases} ۲y = ۳۰۰ \Rightarrow y = \frac{۳۰۰}{۲} = ۱۵۰ \\ x = ۳۰۰ \end{cases}$$

ماکزیمم مساحت زمین: $S = x \times y = ۳۰۰ \times ۱۵۰ = ۴۵۰۰۰$

-۳۵ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$[-۴ \, , \, ۳]$$
$$x = -۴ \Rightarrow y = -\frac{۶۴}{۳} - ۱۶ + ۶۰$$
$$x = ۳ \Rightarrow y = \cancel{۹ - ۹} - ۴۵ = -۴۵ \quad \text{min}$$
$$f'(x) = x^{۲} - ۲x - ۱۵ = (x - ۵)\,(x + ۳)$$
$$x = -۵ \quad x = -۳$$
$$y = \underbrace{\cancel{-۹ - ۹}}_{-۱۸} + ۴۵ = ۲۷ \quad \text{max}$$

۳۶- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. تابع $f(x) = |x|\ (x - ۲)$ در نقطه $x = ۰$ مشتق‌ناپذیر است، مشتق تابع به صورت $f'(x) = \pm(۲x - ۲)$ که در نقطه $x = ۱$ مشتق تابع صفر است. پس روی بازه $(-۱ , ۲)$ تعداد نقاط بحرانی ۲ می‌باشد.

۳۷- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. مشتق تابع را تعیین می‌کنیم تا جهت تغییرات آن به‌دست آید.

$$f'(x) = ۲x^۲ - ۶x + ۴ = ۲\left(x^۲ - ۳x + ۲\right) = ۲(x - ۱)(x - ۲)$$

x	$\frac{۱}{۲}$	۱	۲	۳
y'	+	۰	۰	+

مقادیر تابع در نقاط بحرانی و ابتدا و انتها مشخص شود.

$$f\left(\frac{۱}{۲}\right) = \frac{۱}{۱۲} - \frac{۳}{۴} + ۲ = \frac{۴}{۳}$$

$$f(۱) = \frac{۲}{۳} - ۳ + ۴ = \frac{۵}{۳}$$

$$f(۲) = \frac{۱۶}{۳} - ۱۲ + ۸ = \frac{۴}{۳}$$

$$f(۳) = ۱۸ - ۲۷ + ۱۲ = ۳$$

پس ماکزیمم مطلق و می‌نیمم مطلق به‌ترتیب ۳ و $\frac{۴}{۳}$ است.

۳۸- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. تابع مشتق ریشه $x = ۰$ دارد $y' = ۳(m + ۱)x^۲ + ۲(۲m - ۱)x$ این تابع وقتی یکنواخت است که دارای ریشه‌ی مضاعف $x = ۰$ باشد یعنی $۲m - ۱ = ۰$ ولی در حالت $m = \frac{۱}{۲}$ علامت مشتق همواره مثبت است و تابع صعودی است. پس به‌ازای هیچ مقدار m

۳۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تابع مفروض خلاصه می‌شود.

$$f(x) = \frac{(x - ۱)(x + ۱)}{\sqrt{x + ۱}} = (x - ۱)\sqrt{x + ۱}$$

$$f'(x) = \sqrt{x + ۱} + \frac{x - ۱}{۲\sqrt{x + ۱}} = \frac{۳x + ۱}{۲\sqrt{x + ۱}}$$

$$f\left(-\frac{۱}{۳}\right) = \frac{-۴}{۳}\sqrt{\frac{۲}{۳}} = \frac{-۴}{۹}\sqrt{۶}$$

تابع در $x = -\frac{۱}{۳}$ می‌نیمم است.

۴۰- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. تابع مشتق‌پذیر است در نقطه‌ی ماکسیمم نسبی مقدار مشتق صفر است.

$$f(-۴)=\sqrt[۳]{(-۴)۳+۶(-۴)^۲}=\sqrt[۳]{۱۶\times ۲}=۲\sqrt[۳]{۴}$$

۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
خط مماس بر منحنی در نقطهٔ عطف از آن عبور می‌کند. لذا $y'=۰$ و $y''=۰$

$$\begin{cases} y'=x^۲-۲x+a=۰ \\ y''=۲x-۲=۰ \end{cases} \Rightarrow x=۱\,,\,a=۱$$

۴۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y=x^{\frac{۲}{۳}}\left(\sqrt{x}-\frac{۷}{۲}\right)<۰\Rightarrow ۰<x<۱۲/۲۵$$

$$y'=\frac{۷}{۶}x^{\frac{۱}{۶}}-\frac{۷}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}=\frac{۷}{۶}x^{-\frac{۱}{۳}}\left(\sqrt{x}-۲\right)>۰\Rightarrow x>۴$$

$$y''=\frac{۷}{۳۶}x^{-\frac{۵}{۶}}+\frac{۷}{۹}x^{-\frac{۴}{۳}}\Rightarrow\ y''>۰\Rightarrow ۴<x<۱۲/۲۵$$

بازه مطلوب $(۴,۱۲/۲۵)$ است.

۴۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
نمودار تابع نسبت به محور yها قرینه است پس فاصله دو نقطه عطف دو برابر طول مثبت نقطه عطف است.

$$y'=\frac{-۲x}{\left(۱+x^۲\right)^۲}\Rightarrow y''=-۲\,\frac{\left(۱+x^۲\right)^۲-۴x^۲\left(۱+x^۲\right)}{\left(۱+x^۲\right)^۲}$$

اگر $y''=۰$ باشد $۱+x^۲=۴x^۲$ یا $x=\frac{\sqrt{۳}}{۳}$ پس $۲x=\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$

۴۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در نزولی باید مشتق اول منفی $(y' < ۰)$ و برای تقعر رو به پایین باید مشتق دوم منفی $(y'' < ۰)$ باشد.

$$y' = \frac{۴}{۳}x^{\frac{۱}{۳}} - \frac{۴}{۳}x^{-\frac{۲}{۳}} = \frac{۴}{۳}x^{-\frac{۲}{۳}}(x - ۱) = \frac{۴(x - ۱)}{۳\sqrt[۳]{x^۲}} < ۰ \Rightarrow x < ۱$$

$$\frac{۴(x + ۲)}{۹\sqrt[۵]{x^۳}} < ۰ \Rightarrow -۲ < x < ۰$$

۴۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مماس در نقطه‌ی عطف منحنی، از منحنی عبور می‌کند.

طول نقطه عطف تابع $\Rightarrow x_۲ = -\frac{b}{۳a} = \frac{۲}{۳}$

$$y' = ۳x^۲ - ۴x + ۳ \Rightarrow m = ۳\left(\frac{۴}{۳}\right) - ۴\left(\frac{۲}{۳}\right) + ۳ = \frac{۵}{۳}$$

۴۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = ax^۳ - x^۲ - ۳x + b \xrightarrow{A\left|\begin{smallmatrix}۱\\-۳\end{smallmatrix}\right.} -۳ = a - ۱ - ۳ + b \Rightarrow a + b = ۱ \xrightarrow{a = \frac{۱}{۳}} b = \frac{۲}{۳}$$

$$y' = ۳ax^۲ - ۲x - ۳$$

$$y'' = ۶ax - ۲ \xrightarrow{x = ۱} ۶a - ۲ = ۰ \Rightarrow a = \frac{۱}{۳}$$

$$\xrightarrow{a = \frac{۱}{۳}} y' = x^۲ - ۲x - ۳ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = -۱ \\ x = ۳ \end{cases}$$

x	$-\infty$		-۱		۳		$+\infty$
y'		+	۰	-	۰	+	
y		↗	$\frac{۷}{۳}$ max	↘	min	↗	

$$\xrightarrow{\text{با توجه به جدول}} f(-۱) = -\frac{۱}{۳} - ۱ + ۳ + \frac{۲}{۳} = \frac{۷}{۳}$$

۴۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = (5 - x)\sqrt[3]{x^2} \Rightarrow y = 5x^{\frac{2}{3}} - x^{\frac{5}{3}}$$

$$y' = \frac{10}{3}x^{-\frac{1}{3}} - \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} \Rightarrow y'' = -\frac{10}{9}x^{-\frac{4}{3}} - \frac{10}{9}x^{-\frac{1}{3}}$$

* $x = 0$ طول نقطه‌ی عطف نیست زیرا علامت y'' در دو طرف آن تغییر نمی‌کند.

۴۸- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$y' = \frac{+4x}{(x^2+3)^2} \to y'' = \frac{4(x^2+3)^2 - 2(2x)(x^2+3)(4x)}{(x^2+3)^4} = \frac{-12x^2+12}{(x^2+3)^3}$$

$$y'' > 0 \to -12x^2 + 12 > 0 \Rightarrow x^2 < 1 \Rightarrow -1 < x < 1 \Rightarrow |x| < 1$$

۴۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$y' = 30x^4 - 20x^3 + 2 \Rightarrow y'' = 120x^3 - 60x^2 > 0 \Rightarrow 60x^2(2x - 1) > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{1}{2}$$

۵۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = \frac{6x}{(x^2 + 12)^2} \Rightarrow f''(x) = \frac{6(x^2 + 12)^2 - 4x(x^2 + 12)6x}{(x^2 + 12)^4}$$

$$f''(x) = \frac{6x^2 + 72 - 24x^2}{(x^2 + 12)^3} > 0 \Rightarrow 18x^2 < 72 \Rightarrow x^2 < 4 \Rightarrow |x| < 2 \Rightarrow$$

$$-2 < x < 2 \Rightarrow 2 - (-2) = 4$$

۵۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = x^4 + ax^3 + \frac{3}{2}x^2 \to y' = 4x^3 + 3ax^2 + 3x \to y'' = 12x^2 + 6ax + 3 = 3(4x^2 + 2ax + 1)$$

$$\Delta < 0 \to 4a^2 - 16 < 0 \Rightarrow a^2 < 4 \Rightarrow -2 < a < 2$$

۵۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$y''= -۱۲x^۲ + ۲۴x > ۰ \Rightarrow ۱۲x(-x+۲)>۰ \Rightarrow ۰< x <۲ \quad (۲) \qquad (۱)\cap(۲) \Rightarrow ۰<x<۲$$

۵۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = \frac{۵}{۳}x^{\frac{۲}{۳}} - \frac{۲۰}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}} \Rightarrow f''(x) = \frac{۱۰}{۹}x^{-\frac{۱}{۳}} + \frac{۲۰}{۹}x^{-\frac{۴}{۳}}$$

$$f''(x) = \frac{۱۰}{۹}\left(\frac{۱}{\sqrt[۳]{x}} + \frac{۲}{x\sqrt[۳]{x}}\right) = \frac{۱۰}{۹}\left(\frac{x+۲}{x\sqrt[۳]{x}}\right) \Rightarrow \begin{cases} f''(x) = ۰ \Rightarrow x + ۲ = ۰ \Rightarrow x = -۲ \\ f''(x) = \text{وجود ندارد} \Rightarrow x = ۰ \end{cases}$$

x		-۲		۰	
f''	−	۰	+	ن	+

f'' فقط در $x = -۲$ تغییر علامت داده است، پس تنها طول نقطه‌ی عطف $x = -۲$ است.

۵۴- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = \frac{۴}{۳}x^{\frac{۱}{۳}} - \frac{۴}{۳}x^{-\frac{۲}{۳}} = \frac{۴}{۳}\left(x^{\frac{۱}{۳}} - x^{-\frac{۲}{۳}}\right)$$

$$f''(x) = \frac{۴}{۳}\left(\frac{۱}{۳}x^{-\frac{۲}{۳}} + \frac{۲}{۳}x^{-\frac{۵}{۳}}\right) = \frac{۴}{۹}\left(\frac{۱}{\sqrt[۳]{x^۲}} + \frac{۲}{\sqrt[۳]{x^۵}}\right) = \frac{۴}{۹} \times \frac{x+۲}{\sqrt[۳]{x^۵}}$$

x		-۲		۰	
f''(x)	+		−		+

$(-۲ , ۰)$ $\qquad b - a = ۲$

۵۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$f'(۱) = ۴x^۳ - ۹x^۲ + ۶x - ۱ = ۰ \qquad f''(x) = ۱۲x^۲ - ۱۸x + ۶ = ۰ \qquad x = ۱ \qquad x = \frac{۱}{۲}$$

x		$\frac{۱}{۲}$		۱	
y''	+		−		+
y	∪	عطف	∩	عطف	∪

۵۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$f'(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1 + \cos x \Rightarrow f'(0) = 0$$

$$F''(x) = x - \sin x \Rightarrow f''(0) = 0$$

x		0	
f''	$-$	0	$+$
	$\frown$		$\smile$

چون f'' در همسایگی صفر تغییر علامت می‌دهد پس $x = 0$ عطف است.

۵۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = x + \frac{1}{x}$$

$$y' = 1 - \frac{1}{x^2}$$

$$y'' = \frac{2}{x^3} > 0 \Rightarrow x > 0 \Rightarrow y = x + \frac{1}{x} \geq 2$$

پس $x > 0$ و $y \geq 2$ یعنی در ناحیه اول تقعر رو به بالا است.

۵۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{1}{x^2 + 12} \longrightarrow y' = \frac{-2x}{(x^2 + 12)^2}$$

$$y'' = \frac{-2(x^2+12)^2 - 2 \times 2x(x^2+12)(-2x)}{(x^2+12)^4} = \frac{(x^2+12)\left[-2x^2 - 24 + 98x^2\right]}{(x^2+12)^4} = 0$$

$$y'' = \frac{-2(x^2+12) + 8x^2}{(x^2+12)^3} \longrightarrow 6x^2 - 24 < 0 \Rightarrow -2 < x < 2$$

۵۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y' = 3ax^2 + 2(1 - a^2)x + 3$$

$$y'' = 6ax + 2(1 - a^2)$$

$$x = \frac{1}{2} : 3a + 2(1 - a^2) = 0 \Rightarrow 2a^2 - 3a - 2 = 0$$

$$a = \frac{3 \pm 5}{4} \Rightarrow a = 2, -\frac{1}{2}$$

با توجه به اینکه تقعر تابع در بازه‌ی $\left(-\infty, \frac{1}{2}\right)$ به سمت پائین (مشتق دوم منفی) است پس $a>0$ است.

۶۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = x^4 - 6x^2$$
$$y' = 4x^3 - 12x$$
$$y'' = 12x^2 - 12$$

x		-۱		۱	
y"	+		-		+
تقعر منحنی	↑		↓		↑

۶۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ریشه‌های مشتق مرتبه دوم، می‌توانند طول نقاط عطف باشند.

$$f(x) = \frac{x^3 + 3x}{x^2 + 1} = x + \frac{2x}{x^2 + 1}$$

$$y'' = 0 \Rightarrow -2x\left(x^2 + 1 + 2 - 2x^2\right) = 0 \Rightarrow x\left(3 - x^2\right) = 0$$

معادله حاصل دارای ۳ ریشه است.

۶۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می‌دانیم در نقاط ماکسیمم یا می‌نیمم، مشتق تابع صفر است و در نقطه عطف، مشتق دوم آن صفر است.

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Rightarrow f(0) = d = 3$$
$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow f'(0) = c = 0$$
$$f''(x) = 6ax + 2b \Rightarrow f''(1) = 6a + 2b = 0$$
$$f(1) = a + b + 3 = -1$$

از دو معادله $b = -3a$ ، $a + b = -4$، خواهیم داشت: $a = 2$ ، $b = -6$، لذا $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 3$، در نتیجه: $f(2) = -5$.

۶۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y=\frac{x^۳}{x^۲+۱}=\frac{x^۳+x-x}{x^۲+۱}=x-\frac{x}{x^۲+۱}$$

$$y''=\frac{۲x\left(x^۲+۱+۲-۲x^۲\right)}{\left(x^۲+۱\right)^۳}=۰$$

$$\begin{cases} x=۰ & \to y=۰ \\ ۳-x^۲=۰\Rightarrow x=\sqrt{۳} & \to y=\frac{۳\sqrt{۳}}{۳+۱}=\frac{۳\sqrt{۳}}{۴} \\ x=-\sqrt{۳} & \to y=\frac{-۳\sqrt{۳}}{۴} \end{cases}$$

مجموع قدرمطلق عرض نقاط عطف $=۰+\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}+\frac{۳\sqrt{۳}}{۴}=\frac{۳\sqrt{۳}}{۲}$

۶۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در نقطه عطف $y''=۰$ است.

$$y'=\frac{x^۲-۱-۲x^۲}{\left(x^۲-۱\right)^۲}=-\frac{x^۲+۱}{\left(x^۲-۱\right)^۲}<۰$$

$$y''=\frac{۲x\left(x^۲-۱\right)^۲-۴x\left(x^۲-۱\right)\left(x^۲+۱\right)}{\left(x^۲-۱\right)^۴}=\frac{۲x\left(-x^۲+۱+۲x^۲+۲\right)}{\left(x^۲-۱\right)^۳}$$

مشتق دوم تابع فقط در $x=۰$ برابر صفر است پس طول نقطه عطف صفر می‌باشد.

۶۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طول نقطه عطف ریشه مشتق دوم است.

$$y'=\frac{۵}{۳}x^{\frac{۲}{۳}}-\frac{۲۰}{۳}x^{-\frac{۱}{۳}}$$

$$y''=\frac{۱۰}{۹}x^{-\frac{۱}{۳}}+\frac{۲۰}{۹}x^{-\frac{۴}{۳}}=\frac{۱۰}{۹}x^{-\frac{۴}{۳}}(x+۲)=\frac{۱۰(x+۲)}{۹\sqrt[۳]{x^۴}}$$

علامت مشتق دوم در ۲- تغییر می‌کند پس طول نقطه عطف ۲- می‌باشد.

۶۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. تابع را به‌صورت دو ضابطه‌ای نوشته مشتق دوم را تعیین می‌کنیم.

$$y=\begin{cases} x^{3}+2x & x>0 \\ -x^{3}-2x & x\leq 0 \end{cases}$$

$$y'=\begin{cases} 3x^{2}+2 & x>0 \\ -3x^{2}-2 & x<0 \end{cases} \Rightarrow y''=\begin{cases} 6x & x>0 \\ -6x & x<0 \end{cases}$$

مشتق دوم در نقطه‌ی $x=0$ برابر صفر شده ولی تغییر علامت نمی‌دهد پس فاقد نقطه‌ی عطف است.

۶۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. علامت مشتق دوم تابع مثبت باشد.

$$\begin{aligned} y'&=-4x^{3}+12x^{2}+2 \\ y''&=-12x^{2}+24x \end{aligned} \Rightarrow 12x(2-x)>0 \Rightarrow x\in(0,\ 2)$$

۶۸- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. در بازه‌ی $(a,\ +\infty)$ علامت مشتق دوم مثبت است.

$$y'=\sqrt{x^{2}+2}+\frac{x^{2}}{\sqrt{x^{2}+2}}=\frac{2x^{2}+2}{\sqrt{x^{2}+2}}$$

$$y''=\frac{4x\sqrt{x^{2}+2}-\dfrac{x\left(2x^{2}+2\right)}{\sqrt{x^{2}+2}}}{x^{2}+2}=\frac{2x\left(x^{2}+3\right)}{\left(x^{2}+2\right)\sqrt{x^{2}+2}}$$

علامت y'' در بازه‌ی $(0,\ +\infty)$ مثبت است در نتیجه $a=0$.

۶۹- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. در نقطه‌ی عطف خط قائم عمود بر محور xهااست در نتیجه $y'=0\ ,\ y''=0$ است.

$$y'=3mx^{2}+2(m-1)x=0 \Rightarrow x=0 \quad \text{یا} \quad 3mx+2(m-1)=0$$
$$y''=6mx+2(m-1)=0$$

در هر دو صورت مقدار $m-1=0$ یا $m=1$ است.

۷۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. در منحنی درجه سوم، نقاط ماکسیمم و می‌نیمم و عطف در یک راستا هستند لذا خط گذرنده بر نقطه‌ی عطف ماکزیمم منحنی از نقطه‌ی می‌نیمم آن می‌گذرد. لذا ماکزیمم و می‌نیمم منحنی را پیدا می‌کنیم.

$$y=\frac{1}{3}x^{3}-x^{2}-8x \Rightarrow y'=x^{2}-2x-8 \Rightarrow x^{2}-2x-8=0$$

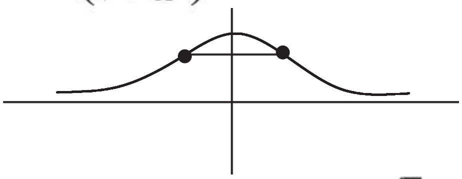
$$\Rightarrow (x-4)(x+2)=0 \Rightarrow x=-2\ ,\ x=4$$

با توجه به علامت مشتق مرتبه دوم $y''=2x-2$ نقطه‌ی می‌نیمم $x=4$ است که عرض آن چنین است.

$$y=\frac{1}{3}(64)-16-32=\frac{64}{3}-48=\frac{64-144}{3}=-\frac{80}{3}$$

۷۱- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$y' = \frac{-2x}{\left(1 + x^2\right)^2} \qquad y'' = \frac{-2\left(1 + x^2\right) + 8x^2}{\left(1 + x^2\right)^3} = 0 \qquad 1 + x^2 = 4x^2$$



$$x^2 = \frac{1}{3} \qquad x = \pm\frac{\sqrt{3}}{3}$$ تابع قرینه نسبت به محور yها

۷۲- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. در نقطه‌ی عطف علامت y'' تغییر می‌کند لذا مشتق دوم تابع را پیدا می‌کنیم.

$$y = 2\left(x^4 - 2x^3 + 5\right) \Rightarrow y' = 2\left(4x^3 - 6x^2\right) \qquad y'' = 2\left(12x^2 - 12x\right)$$

طول نقطه‌ی عطف $x(x-1) = 0$ پس $x = 0, 1 \Rightarrow (1, 8), (0, 10)$ که فاصله‌ی آن‌ها برابر $\sqrt{5}$ است.

۷۳- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. بازه‌ای را تعیین می‌کنیم که علامت مشتق دوّم تابع $y = (x - 10)\sqrt[3]{x^2}$ مثبت باشد.

$$y = (x - 10)x^{\frac{2}{3}} \Rightarrow y = x^{\frac{5}{3}} - 10x^{\frac{2}{3}} \Rightarrow y' = \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} - \frac{20}{3}x^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow y'' = \frac{10}{9}x^{-\frac{1}{3}} + \frac{20}{9}x^{-\frac{4}{3}} = \frac{10}{9}x^{-\frac{4}{3}}(x + 2)$$

پس $y'' = \frac{10(x + 2)}{9\sqrt[3]{x^4}}$ علامت مشتق دوّم در بازه $(-2, +\infty)$ همواره مثبت است پس تقعر در بازه $(-2, +\infty)$ رو به بالا است.

۷۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$y' = \frac{1\left(1 - x^2\right) + 2x(x)}{\left(1 - x^2\right)^2} = \frac{1 + x^2}{\left(1 - x^2\right)^2} \Rightarrow y'' = \frac{2x\left(1 - x^2\right)^2 - 2\left(1 - x^2\right)(-2x)\left(1 + x^2\right)}{\left(1 - x^2\right)^4}$$

$$\Rightarrow y'' = \frac{2x\left(1 - x^2\right)\left(1 - x^2 + 2 + 2x^2\right)}{\left(1 - x\right)^4} = \frac{2x\left(3 + x^2\right)}{\left(1 - x^2\right)^3} \xrightarrow{\text{عطف}} x = 0$$

۷۵- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = (\operatorname{Sin} x)^{-1} \Rightarrow y' = -(\sin x)^{-2} \times \operatorname{Cos} x \Rightarrow$$

۷۶- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$y' = \frac{-\operatorname{Cos} x}{\operatorname{Sin}^2 x} \to y'' = \frac{\operatorname{Sin}^3 x + 2\operatorname{Sin} x \operatorname{Cos}^2 x}{\operatorname{Sin}^4 x}$$

$$\frac{\pi}{2} < x < \pi \Rightarrow y'' > 0$$

۷۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{1}{x^2+3} \longrightarrow y' = \frac{-2x}{(x^2+3)^2} \Rightarrow y'' = \frac{6x^2-6}{\underbrace{(x^2+3)^3}_{\text{همواره مثبت}}} < 0 \Rightarrow 6x^2 - 6 < 0 \Rightarrow -1 < x < 1$$

۷۸- ابتدا مشتق دوم را تعیین می‌کنیم :

$$y' = 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow y'' = 2 - \frac{1}{4x\sqrt{x}}$$

$$y'' = 0 \Rightarrow 2 = \frac{1}{4x\sqrt{x}} \Rightarrow \left(2\sqrt{x}\right)^3 = 1 \Rightarrow 2\sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{4} \Rightarrow$$

x	0	$\frac{1}{4}$	1
y''	$-$		$+$
y	$\searrow$		$\swarrow$

قبل از $x = \frac{1}{4}$ تقعر رو به پایین و بعد از آن تقعر رو به بالاست. پس گزینه ۱ صحیح است.

۷۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر (a,b) نقطهٔ عطف تابع دوبار مشتق‌پذیر $f(x)$ باشد، آنگاه: $\begin{cases} f(a)=b \\ f''(a)=۰ \end{cases}$

$$f(x)=x^۴+ax^۳+bx\Rightarrow f'(x)=۴x^۳+۳ax^۲+b\Rightarrow f''(x)=۱۲x^۲+۶ax$$

چون $A(۲,۰)$ نقطهٔ عطف تابع دوبار مشتق‌پذیر $f(x)$ است، پس:

$$f'(x)=۴x^۳-۱۲x^۲+۸=۰\Rightarrow ۴\left(x^۳-۳x^۲+۲\right)=۰$$
$$\Rightarrow ۴\left(x^۳-x^۲-۲x^۲+۲\right)=۴\left(x^۲(x-۱)-۲(x+۱)(x-۱)\right)$$
$$=۴(x-۱)\left(x^۲-۲x-۲\right)=۰\Rightarrow x=۱\quad ۱,\ \pm\sqrt{۳}$$

x		$۱-\sqrt{۳}$		۱		$۱+\sqrt{۳}$	
$f'(x)$	−	۰	+	۰	−	۰	+
$f(x)$	↘		↗	۵ Max	↘		↗

بنابراین مختصات نقطهٔ ماکسیمم نسبی تابع $f(x)$ به‌صورت $(۱,۵)$ است.

۸۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته: طول نقطه‌ی عطف تابع درجه سوم $f(x)=ax^۳+bx^۲+cx+d$ برابر است با: $x=-\dfrac{b}{۳a}$

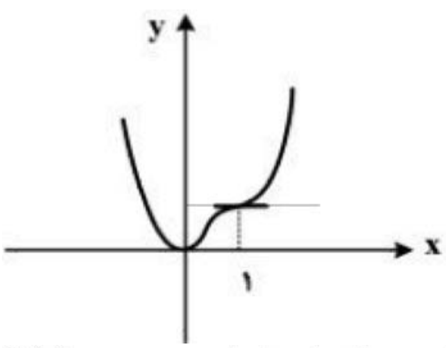
برای آن‌که نقطه‌ی عطف تابع $f(x)=ax^۳+(۱-a)x^۲+۷x-۸$ در ناحیه‌ی دوم یا سوم قرار گیرد، باید طول نقطه‌ی عطف منفی باشد. با استفاده از نکته‌ی بالا داریم:

$$f(x)=ax^۳+(۱-a)x^۲+۷x-۸=x_{\text{عطف}}$$
$$\frac{-(۱-a)}{۳a}<۰\Rightarrow\frac{a-۱}{۳a}<۰\Rightarrow ۰<a<۱$$

a		۰		۱	
$\dfrac{a-۱}{۳a}$	+	ت	-	۰	+

پس حدود تغییرات a عبارت است از: $(۰\ ,\ ۱)$

۸۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$f(x)=۳x^۴+ax^۳+bx^۲+cx$$
$$f'(x)=۱۲x^۳+۳ax^۲+۲bx+c$$
$$f''(x)=۳۶x^۲+۶ax+۲b$$
$$f'(۰)=۰\Rightarrow c=۰$$

$$\left.\begin{array}{l} f'(۱)=۰\Rightarrow ۱۲+۳a+۲b=۰ \\ f''(۱)=۰\Rightarrow ۳۶+۶a+۲b=۰ \end{array}\right\}\Rightarrow ۲۴+۳a=۰\Rightarrow a=-۸$$

۸۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. $x = ۱$ طول نقطه عطف است و در این نقطه شیب صفر است بنابراین مشتق اول و دوم در آن صفر است.

$$y' = ۳ax^۲ + ۲bx + ۳ \xrightarrow{x = ۱} ۳a + ۲b + ۳ = ۰ \Rightarrow ۳a + ۲b = -۳$$

$$\begin{cases} -۳a - ۲b = ۳ \\ ۶a + ۲b = ۰ \end{cases} \Rightarrow ۳a = ۳ \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow b = -۳$$

۸۳- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. طبق نمودار $x = ۰$ طول نقطه‌ی عطف است.

$$\frac{-b}{۳a} = ۰ \;\Rightarrow\; \frac{a}{۳} = ۰ \;\Rightarrow\; a = ۰$$

$$y' = -۳x^۲ + b = ۰ \;\Rightarrow\; x = \pm\sqrt{\frac{b}{۳}}$$

طول نقطه‌ی min برابر $-\sqrt{\frac{b}{۳}}$ و عرض آن صفر است.

$$y = -x^۳ + bx + ۲ = ۰ \xrightarrow{\left(-\sqrt{\frac{b}{۳}} \text{ و } ۰\right)}$$

$$\longrightarrow \frac{b}{۳}\sqrt{\frac{b}{۳}} - b\sqrt{\frac{b}{۳}} = -۲ \;\Rightarrow\; \frac{۲b}{۳}\sqrt{\frac{b}{۳}} = ۲ \;\Rightarrow\; b = ۳$$

۸۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: در تابع هموگرافیک $y = \frac{ax + b}{cx + d}$، مرکز تقارن تابع محل تقاطع مجانب‌ها، یعنی نقطه $\left(\frac{-d}{c}, \frac{a}{c}\right)$ است.

نکته: در تابع درجه سوم $f(x) = ax^۳ + bx^۲ + cx + d$، مرکز تقارن نقطه عطف تابع، یعنی نقطه $\left(-\frac{b}{۳a}, f\left(\frac{-b}{۳a}\right)\right)$ است.

با توجه به نکات بالا، مرکز تقارن تابع f، نقطه $A(۳\,,\,۳)$ و مرکز تقاط تابع g، نقطه $B(۰\,,\,۱)$ می‌باشد که فاصله این دو نقطه برابر است با:

$$AB = \sqrt{(۳ - ۰)^۲ + (۳ - ۱)^۲} = \sqrt{۱۳}$$

۸۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا چون $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ می‌شود پس می‌توان نتیجه گرفت که ضریب $x^۳$ مثبت می‌باشد. پس داریم:

$$۳ - ۲a > ۰ \Rightarrow a < \frac{۳}{۲} \xrightarrow{a \in N} a = ۱$$

اکنون با جای‌گذاری مقدار $a = ۱$ داریم: $f(x) = x^۳ + bx^۲$. از طرفی $f'(۳) = ۰$ پس:

بنابراین:

$$b - a = -\frac{۹}{۲} - ۱ = -\frac{۱۱}{۲}$$

۸۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا توجه کنید که نمودار دارای یک مجانب قائم است، بنابراین گزینه‌های ۱ و ۴ رد می‌شوند، زیرا دارای دو مجانب قائم هستند. $(x = \pm ۱)$ حال توجه کنید که مجانب قائم نمودار، سمت چپ محل برخورد نمودار با محور xها قرار گرفته است، بنابراین گزینه‌ی ۲ هم رد می‌شود، زیرا تقاطع آن با محور xها نقطه‌ی $x = ۱$ و مجانب قائم آن خط $x = ۳$ است. بنابراین گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

۸۷- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. شرط این‌که معادله‌ی $y = \frac{ax + ۱}{x + ۲a}$ به‌صورت دو نیم خط باشد، الزاماً $\frac{a}{۱} = \frac{۱}{۲a}$ یا $a^۲ = \frac{۱}{۲}$ پس $a = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

۸۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. مرکز تقارن نمودار تابع هموگرافیک، محل تلاقی دو مجانب آن است:

$$y = \frac{x - ۱}{x + ۲} \Rightarrow \begin{cases} x + ۲ = ۰ \Rightarrow x = -۲ \\ y = \lim_{x \to \pm\infty} \frac{x}{x} = ۱ \end{cases} \Rightarrow \omega \begin{vmatrix} -۲ \\ ۱ \end{vmatrix}$$

مرکز تقارن تابع درجه ی سوم نیز نقطه‌ی عطفش است:

$$y = x^۳ - ۳x^۲ \Rightarrow y' = ۳x^۲ - ۶x \Rightarrow y'' = ۶x - ۶ = ۰ \Rightarrow x = ۱ \xrightarrow{\text{در تابع}} y = -۲ \Rightarrow I \begin{vmatrix} ۱ \\ -۲ \end{vmatrix}$$

فاصله ی ω تا I هم برابر است با:

$$\sqrt{(-۲ - ۱)^۲ + (۱ - (-۲))^۲} = \sqrt{۱۸} = ۳\sqrt{۲}$$

۸۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$y' = \frac{۱۱}{(۲ - x)^۲} > ۰ \Rightarrow x \neq ۲ \Rightarrow (۲, +\infty)$$

۹۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\left.\begin{array}{l} f'(\cdot) = \cdot \\ f'(x) = -۳x^۲ + ۲ax + b \end{array}\right\} b = \cdot \Rightarrow f'(\cdot) = \cdot$$

تابع Min $f(\cdot) = -۴ \Rightarrow A(\cdot , -۴)$

$x = \frac{۲a}{۳}$ طول نقطه ماکسیمم تابع است پس $f\left(\frac{۲a}{۳}\right) = \cdot$ چون عطف وسط ۲ اکسترمم می‌باشد، پس:

$$\left.\begin{array}{l} A(\cdot , -۴) \\ B\left(\frac{۲a}{۳} , \cdot\right) \end{array}\right\} \Rightarrow \text{نقطه عطف } \left(\frac{a}{۳},-۲\right) \Rightarrow f\left(\frac{a}{۳}\right) = -۲ \Rightarrow \frac{-a^۳}{۲۷} + \frac{a^۳}{۹} - ۴ = -۲ \Rightarrow a = ۳$$

$\Rightarrow$ عطف است $P(۱,-۲)$

۹۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: در تابع درجه سوم $y = ax^۳ + bx^۲ + cx + d$، طول نقطه‌ی عطف برابر $x = \frac{-b}{۳a}$ است.

نکته: تابع $f(x)$ در بازه‌ی $[a , b]$ صعودی (نزولی) است، هرگاه به ازای هر x در این بازه، داشته باشیم $f'(x) \geq \cdot$ $(f'(x) \leq \cdot)$

نکته: در تابع درجه دوم $y = ax^۲ + bx + c$ داریم:

$$\begin{cases}\Delta \leq \cdot \\ a < \cdot\end{cases} \Rightarrow y \leq \cdot \quad , \quad \begin{cases}\Delta \leq \cdot \\ a > \cdot\end{cases} \Rightarrow y \geq \cdot$$

$$f(x) = -\frac{۲}{۳}x^۳ + (m+۱)x^۲ - ۸x \Rightarrow f'(x) = -۲x^۲ + ۲(m+۱)x - ۸$$

برای این‌که $f(x)$ نزولی باشد، باید $f'(x) \leq \cdot$. برای این منظور باید داشته باشیم:

$$\Delta \leq \cdot \Rightarrow ۴(m+۱)^۲ - ۴(۱۶) \leq \cdot \Rightarrow (m+۱)^۲ \leq ۱۶ \Rightarrow -۴ \leq m+۱ \leq ۴ \qquad (*)$$

طول نقطه‌ی عطف این تابع برابر است با:

$$x_I = -\frac{m+۱}{-۲} \xrightarrow{(*)} -۲ \leq x_I \leq ۲$$

۹۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

ابتدا توجه کنید که ضریب $x^۳$ منفی است، یعنی وقتی $x \to +\infty$ خواهیم داشت $y \to -\infty$، پس گزینه «۴» نادرست است. حال داریم:

$$y' = -۳x^۲ + ۸x + ۳ \Rightarrow \Delta_{y'} = ۶۴ + ۳۶ = ۱۰۰ > \cdot \Rightarrow \text{مشتق دو ریشه متمایز دارد}$$

پس مشتق تابع f در دو نقطه صفر خواهد بود، بنابراین گزینه «۱» پاسخ است.

۹۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر $x = a$ ریشه مضاعف معادله $f(x) = ۰$ باشد، داریم: $\begin{cases} f(a) = ۰ \\ f'(a) = ۰ \end{cases}$

با توجه به نمودار، $x = ۱$ ریشه مضاعف $f(x) = ۰$ است، پس بااستفاده از نکته بالا داریم:

$$\begin{cases} f(۱) = ۰ \\ a'(۱) = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱ + a + b = ۰ \\ ۳ + a = ۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -۳ \\ b = (۲) \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^۳ - ۳x + ۲$$

بنابراین مقدار ماکسیمم نسبی این تابع برابر است با: $f(-۱) = ۴$

۹۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

چون نمودار از مبدأ می‌گذرد، پس $f(۰) = ۰$، بنابراین $b = ۰$ در نتیجه $f(x) = -x^۳ + ax^۲$

خط مماس بر منحنی در $x = ۳$ افقی است، پس $f'(۳) = ۰$

$$f'(x) = -۳x^۲ + ۲ax \xrightarrow{x = ۳} -۲۷ + ۶a = ۰ \Rightarrow a = \frac{۹}{۲} \Rightarrow f(x) = -x^۳ + \frac{۹}{۲}x^۲$$

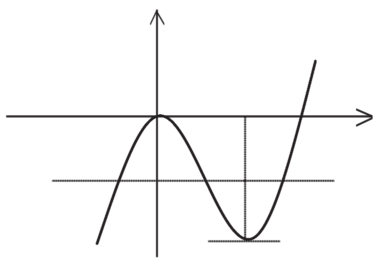
$$\Rightarrow f(۴) = -۶۴ + \frac{۹}{۲}(۱۶) = -۶۴ + ۷۲ = ۸$$

۹۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. چون نمودار در نقطه‌ی $x = ۲$ بر محور x ها مماس است، پس: $f(۲) = f'(۲) = ۰$

$$f(x) = mx^۳ - nx^۲ - ۸ \Rightarrow f'(x) = ۳mx^۲ - ۲nx$$

$$\begin{cases} f(۲) = ۰ \Rightarrow ۸m - ۴n - ۸ = ۰ \Rightarrow ۲m - n = ۲ \\ f'(۲) = ۱۲m - ۴n = ۰ \Rightarrow n = ۳m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -۲ \\ n = -۶ \end{cases}$$

۹۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با رسم نمودار تابع $y = x^۳ - ۶x^۲$ به سهولت جواب حاصل می‌شود.

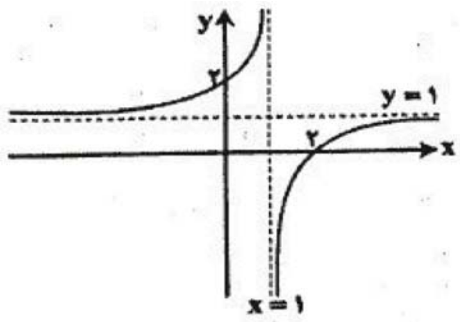


$$y' = ۳x^۲ - ۱۲x = ۰ \Rightarrow x = ۰ , ۴ \Rightarrow y = ۰ , -۳۲$$

خط افقی $y = m$ باید بین ماکزیمم و می‌نیمم منحنی قرار گیرد $-۳۲ < m < ۰$

۹۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. به کمک مجانب‌های تابع هموگرافیک و چند نقطه روی تابع، نمودار آن‌را رسم می‌کنیم.

توجه کنید که خط های $x = ۱$ و $y = ۱$ مجانب‌های تابع، $f(۰) = ۲$ و $f(۲) = ۰$ است، پس نمودار تابع به صورت مقابل است. بنابراین نمودار تابع از ناحیه‌ی سوم عبور نمی‌کند.



۹۸- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار، در $x=۱$ مماس افقی داریم، پس $y'(۱)=۰$. هم‌چنین جهت تقعر منحنی در این نقطه عوض شده است، پس $x=۱$ طول نقطه‌ی عطف تابع است. بنابراین $y''(۱)=۰$

$$y=ax^۳+bx^۲+۳x \Rightarrow y'=۳ax^۲+۲bx+۳ \Rightarrow y''=۶ax+۲b$$

$$\xrightarrow{(۲)} ۶+۲b=۰ \Rightarrow b=-۳$$

بنابراین $b-a=-۴$

۹۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. مرکز تقارن منحنی هموگرافیک محل تلاقی مجانب‌های آن است پس مرکز تقارن منحنی مفروض $\left(۲,\frac{a-۱}{۴-a}\right)$ است که بر روی منحنی $xy=۱$ واقع است. $\frac{۲a-۲}{۴-a}=۱ \Rightarrow ۲a-۲=۴-a \Rightarrow a=۲$

۱۰۰- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. مرکز تقارن تابع هموگرافیک $y=\frac{ax+۱}{bx+۶}$ محل تلاقی مجانب‌های آن است.
مجانب‌های افقی و قائم منحنی آن به‌صورت $y=\frac{a}{b}\ ,\ x=\frac{-۶}{b}$ است.

$$\left(\frac{-۶}{b}=۲\ ,\ \frac{a}{b}=-۳\right) \Rightarrow b=-۳\ ,\ a=۹$$

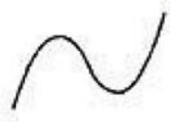
۱۰۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. $y=\frac{x-۲}{۲x+۳}=$ مرکز تقارن $\left(-\frac{۳}{۲},\frac{۱}{۲}\right),\left(\frac{۱}{۲},-\frac{۱}{۲}\right) \Rightarrow \sqrt{۴+۱}=\sqrt{۵}$

۱۰۲- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$y'=۳x^۲+۶x=۳x(x+۲)=۰ \Rightarrow x=۰,-۲$$

x		-۲		۰	
y'	+		−		+
	↗		↘		↗

پس منحنی باید ابتدا صعود، سپس نزول و دوباره صعود کند:



۱۰۳- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. تابع هموگرافیک نزولی است. $\rightarrow ad-bc=۱-(۳)(۲)=-۵<۰$
اما توجه داشته باشید که تابع هموگرافیک بر هر یک از شاخه‌هایش نزولی است در واقع تابع هموگرافیک فقط در بازه‌هایی اکیداً یکنوا است که شامل مجانب قائم‌اش نباشد. مجانب قائم این تابع $x=-\frac{۱}{۲}$ است و گزینه‌ی ۱ شامل این مقدار است.

۱۰۴- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$۰ = \frac{-۸a^۳}{۲۷} + \frac{۴a^۳}{۹} + ۴ \Rightarrow \frac{۴a^۳}{۲۷} = -۴ \quad a = -۳ \Rightarrow (-۳, ۰)$$

توجه: ریشه‌ی مضاعتف تابع هم دو معادله‌ی تابع و هم در معادله‌ی مشتق تابع صدق می‌کند.

۱۰۵- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل داریم:

$$\begin{cases} f(۰) = ۲ \Rightarrow b = ۲ \\ f''(۰) = ۰ \end{cases}$$

$$f'(x) = ۳x^۲ + ۲ax + ۳ \Rightarrow f''(x) = ۶x + ۲a \Rightarrow f''(۰) = ۰ \Rightarrow a = ۰$$
$$\Rightarrow a + b = ۲$$

۱۰۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = \frac{ax + b}{x + c}$$

چون $x = ۱$ مجانب قائم تابع می‌باشد پس $c = -۱$ از طرفی $f(۰) = -۲$ پس:

$$\frac{b}{c} = -۲ \Rightarrow b = -۲c \Rightarrow b = ۲ \Rightarrow bc = -۲$$

۱۰۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$y = ۲x - \frac{۲x^۲ + ۳}{x + ۱} = \frac{۲x^۲ + ۲x - ۲x^۲ - ۳}{x + ۱}$$

$y = \frac{۲x - ۳}{x + ۱} \Rightarrow A \left| \begin{matrix} -۱ \\ ۲ \end{matrix} \right.$ مرکز تقارن $OA = \sqrt{۵}$

۱۰۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y' = -۳x^۲ + ۴x - ۴ \longrightarrow \Delta < ۰$$

چون مشتق ریشه ندارد مماس بر منحنی در نقطه عطف مایل است و چون $a < ۰$ تابع نزولی است.

۱۰۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون تابع فقط در یک نقطه تعریف نشده است (فقط یک مجانب قائم دارد)، مخرج تنها یک درصد دارد. پس:

$$\Delta_{\text{مخرج}} = b^۲ - ۱۶ = ۰ \Rightarrow b = \pm ۴$$

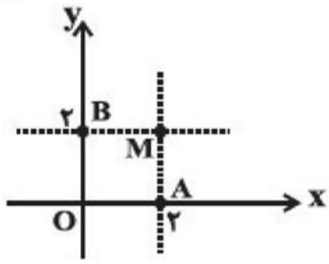
از آنجا که مجانب قائم، طولی منفی ارد، پس $b = ۴$ خواهد بود.

نمودار تابع $f(x) = \dfrac{x^۲ + ax - ۶}{(x+۲)^۲}$ فقط در یک نقطه محور طول‌ها را قطع کرده است. بنابراین با توجه به شکل نمودار که (شبیه به) نمودار تابع هموگرافیک است و هم‌چنین عبارت مخرج، صورت نیز باید عامل $x + ۲$ داشته باشد، یعنی به ازای $x = -۲$ مقدار آن صفر شود، بنابراین:

$$x^۲ + ax - ۶ = ۰ \xrightarrow{x = -۲} ۴ - ۲a - ۶ = ۰ \Rightarrow a = -۱$$
$$\Rightarrow a - b = -۵$$

۱۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\Rightarrow f(x) \; \frac{۲x + ۱}{x - ۲} \Rightarrow \begin{cases} \text{مجانب افقی}: y = ۲ \\ \text{مجانب قائم}: x = ۲ \end{cases}$$



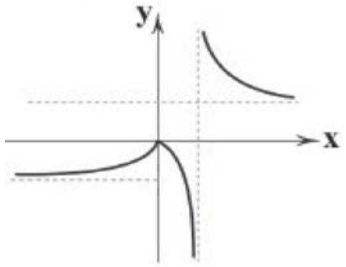
چهارضلعی AOBM مربع است، پس فاصلهٔ مبدأ از خط AB نصف قطر آن یعنی $\sqrt{۲}$ خواهد بود.

۱۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر $x \geq ۰$ باشد، تابع به صورت $y = \frac{x}{x-۱}$ تبدیل می‌شود.

$y' = \frac{-۱}{(x-۱)^۲} < ۰ \ , \ \begin{cases} x = ۱ \\ y = ۱ \end{cases}$ مجانب ها , $A(۰ , ۰)$ کمکی

اگر $x < ۰$ باشد، تابع به صورت $y = \frac{-x}{x-۱}$ تبدیل می‌شود که:

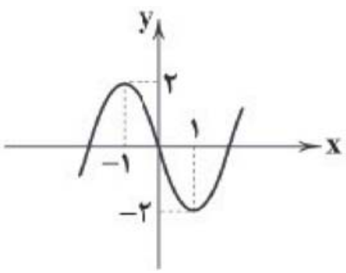
$y' = \frac{۱}{(x-۱)^۲} > ۰ \ , \ \begin{cases} x = ۱ \\ y = -۱ \end{cases}$ مجانب ها



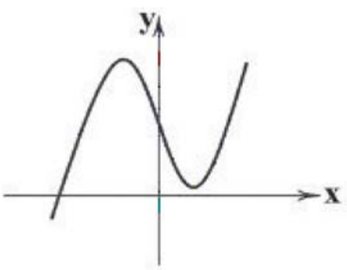
توجه: در $x < ۰$، مجانب قائم استفاده نمی‌شود.

توجه: در واقع تابع برای $x < ۰$ نسبت به محور x ها قرینه می‌شود.

۱۱۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نمودار تابع $y = x^۳ - ۳x$ را رسم می‌کنیم:



$$y = x^۳ - ۳x \Rightarrow y' = ۳x^۲ - ۳ = ۰ \Rightarrow x = \pm ۱$$



نمودار تابع $g(x) = x^۳ - ۳x + a$ به اندازه‌ی a واحد انتقال عرضی نسبت به نمودار تابع $y = x^۳ - ۳x$ دارد. اگر نمودار تابع $y = x^۳ - ۳x$ را به اندازه‌ی بیش از ۲ واحد بالا ببریم، آن‌گاه نمودار تابع جدید محور x ها را فقط در یک نقطه با طول منفی قطع خواهد کرد، پس $a > ۲$ صحیح است.

۱۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به نمودار مشخص است که تابع یک نقطه‌ی عطف با طول مثبت و عرض منفی دارد و معادله‌ی $y=۰$، دو ریشه‌ی ساده‌ی مثبت و یک ریشه‌ی ساده‌ی منفی دارد و عرض از مبدأ نمودار مثبت است.

بررسی گزینه‌ها:

$$۱)\ y=(x-۶)(x-۱)(x+۲)$$

دو ریشه‌ی مثبت و یک ریشه‌ی منفی دارد. طول عطف $x=\frac{۵}{۳}$ و عرض آن منفی است. عرض از مبدأ هم مثبت است ($f(۰)=۱۲$).

$$۲)\ y=(x-۱)^{۲}(x+۲)$$

یک ریشه‌ی منفی و یک ریشه‌ی مضاعف مثبت دارد.

$$۳)\ y=(x+۲)(x-۱)(x-۴)$$

دو ریشه‌ی مثبت و یک ریشه‌ی منفی دارد. طول عطف $x=۱$ و عرض آن صفر است.

۴) عرض از مبدأ منفی است.

با توجه به توضیحات گفته شده فقط گزینه‌ی ۱ درست است.

۱۱۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

خط مماس بر نمودار تابع در $x=۰$، افقی است، یعنی $f'(۰)=۰$.

$$\Rightarrow f'(۰)=b=۰$$

$$\Rightarrow f(x)=x^{۳}+ax^{۲}-۴\ ,\ f'(x)=۳x^{۲}+۲ax$$

با توجه به نمودار، طول نقطه‌ای که نمودار بر محور x ها مماس است، باید $x=-\frac{۲a}{۳}$ باشد، بنابراین مقدار تابع در این نقطه نیز باید صفر باشد.

$$\Rightarrow f\left(-\frac{۲a}{۳}\right)=\left(-\frac{۲a}{۳}\right)^{۳}+a\left(-\frac{۲a}{۳}\right)^{۲}-۴=\frac{۴a^{۳}}{۲۷}-۴=۰$$

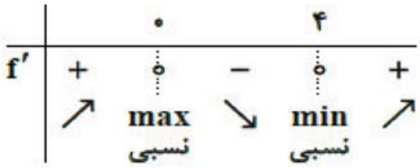
$$\Rightarrow a^{۳}=۲۷\Rightarrow a=۳$$

۱۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. معادله را به صورت $x^{۳} - ۶x^{۲} = k - ۱$ بازنویسی می‌کنیم. برای بررسی جواب‌های این معادله، کافی است نقاط برخورد نمودار تابع $f(x) = x^{۳} - ۶x^{۲}$ و خط $y = k - ۱$ را بررسی کنیم:

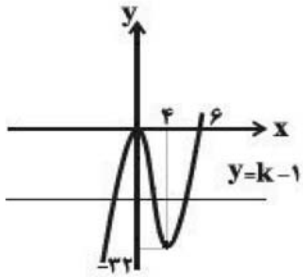
$$f(x) = x^{۳} - ۶x^{۲} = x^{۲}(x - ۶)$$

$$f'(x) = ۳x^{۲} - ۱۲x = ۳x(x - ۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} x = ۰ \Rightarrow f(۰) = ۰ \\ x = ۴ \Rightarrow f(۴) = -۳۲ \end{cases}$$

با تعیین f' داریم:



بنابراین نمودارهای مورد نظر، مطابق شکل زیر هستند:



برای این‌که دو نمودار، سه نقطهٔ برخورد داشته باشند، کافی است نامعادلهٔ $-۳۲ < k - ۱ < ۰$ برقرار باشد:

$$\Rightarrow -۳۱ < k < ۱$$

کم‌ترین مقدار صحیح k ، ۳۰- است.

۱۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطهٔ $x = x_۰$ باید صفرهای هر دو تابع f' و f'' باشد.

بنابراین تابع f'، حتماً باید به‌صورت زیر باشد:

$$f'(x) = ۸x^{۳} - ۲۴x^{۲} + ۲ax = ۸x(x - x_۰)^{۲} = ۸x^{۳} - ۱۶x_۰x^{۲} + ۸x_۰^{۲}x$$

که از برابری این دو ضابطه به سادگی نتیجه می‌شود:

$$x_۰ = \frac{۳}{۲}, a = ۹$$

۱۱۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. محل تلاقی مجانب‌های تابع هموگرافیک $f(x) = \frac{ax + b}{cx + d}$، نقطه‌ی $\left(-\frac{d}{c}, \frac{a}{c}\right)$ است.

$$\begin{cases} -\frac{d}{c} = ۲ \Rightarrow d = -۲c \\ \frac{a}{c} = ۱ \Rightarrow a = c \\ f(۳) = ۰ \Rightarrow ۳a + b = ۰ \Rightarrow b = -۳a = -۳c \end{cases} \Rightarrow y = \frac{cx - ۳c}{cx - ۲c} = \frac{x - ۳}{x - ۲} \Rightarrow f(۰) = \frac{۳}{۲}$$

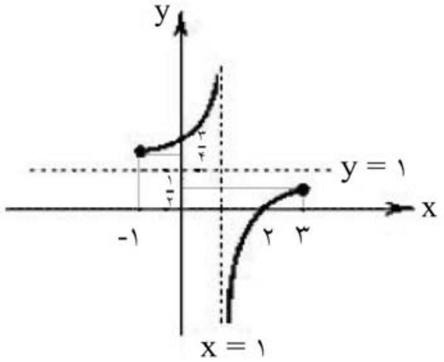
۱۱۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در دو حالت زیر تابع هموگرافیک نمی‌شود:

$$۱)\ m-۱=۰ \Rightarrow m=۱$$

$$۲)\ \frac{m}{m-۱}=\frac{۲m}{۲} \Rightarrow ۲m=۲m^۲-۲m \Rightarrow ۲m^۲-۴m=۰ \Rightarrow m=۰\,,\,۲$$

پس این تابع به ازای سه مقدار ۰، ۱ و ۲ هموگرافیک نمی‌شود.

۱۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل، تابع در طرفین مجانب قائم خود صعودی اکید است و این بازه شامل مجانب قائم تابع است. بنابراین:

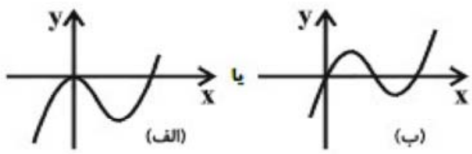


$$y\ \text{حدود} = R - \left(\frac{۱}{۲}\,,\,\frac{۳}{۲}\right)$$

۱۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. چون ضریب $x^۳$ مثبت است، پس نمودار قطعاً از نواحی اول و سوم  دستگاه مختصات عبور می‌کند.

$x=۰$ یکی از ریشه‌های تابع است. برای اینکه نمودار فقط از ناحیه‌ی دوم عبور نکند، شکل آن باید به مانند یکی از حالت‌های زیر باشد:

$$y=۰ \Rightarrow x\underbrace{\left(x^۲-ax+(a-۱)\right)}_{y_۱}=۰$$



در حالت (الف) $x=۰$ باید ریشه‌ی مضاعف تابع باشد، یعنی باید $x=۰$ ریشه‌ی $y_۱$ نیز باشد. پس:

$$a-۱=۰ \Rightarrow a=۱ \qquad (۱)$$

$$y=x\left(x^۲-x\right) \Rightarrow \begin{cases} x=۰ \\ x=۱ \end{cases}$$

در حالت (ب)، $y_۱$ دو ریشه‌ی مثبت دارد. پس:

$$\begin{cases} \Delta>۰ \Rightarrow a^۲-۴(a-۱)>۰ \Rightarrow a^۲-۴a+۴>۰ \Rightarrow (a-۲)^۲>۰ \\ \quad \Rightarrow a\neq ۲ \qquad (۲) \\ \text{ضرب ریشه ها}: a-۱>۰ \Rightarrow a>۱ \qquad (۳) \\ \text{مجموع ریشه ها}: a>۰ \Rightarrow a>۰ \qquad (۴) \end{cases}$$

اجتماع (۱)، (۲)، (۳) و (۴) نتیجه می‌شود. $[۱\,,\,+\infty)-\{۲\}$

	۱	۲	۳	۴
۱ -	□	□	□	■
۲ -	□	□	■	□
۳ -	□	□	■	□
۴ -	□	■	□	□
۵ -	□	□	■	□
۶ -	□	■	□	□
۷ -	□	□	■	□
۸ -	■	□	□	□
۹ -	■	□	□	□
۱۰ -	□	□	□	■
۱۱ -	□	■	□	□
۱۲ -	□	■	□	□
۱۳ -	□	□	■	□
۱۴ -	□	■	□	□
۱۵ -	■	□	□	□
۱۶ -	□	■	□	□
۱۷ -	□	■	□	□
۱۸ -	□	■	□	□
۱۹ -	□	□	■	□
۲۰ -	□	□	■	□
۲۱ -	□	■	□	□
۲۲ -	■	□	□	□
۲۳ -	□	■	□	□
۲۴ -	□	■	□	□
۲۵ -	□	□	■	□
۲۶ -	□	□	■	□
۲۷ -	□	□	□	■
۲۸ -	■	□	□	□
۲۹ -	□	□	□	■
۳۰ -	■	□	□	□
۳۱ -	■	□	□	□
۳۲ -	■	□	□	□
۳۳ -	■	□	□	□
۳۴ -	□	■	□	□
۳۵ -	□	■	□	□
۳۶ -	□	□	■	□
۳۷ -	□	■	□	□
۳۸ -	□	□	□	■
۳۹ -	□	■	□	□
۴۰ -	■	□	□	□
۴۱ -	□	□	■	□
۴۲ -	□	□	□	■
۴۳ -	□	□	□	■
۴۴ -	□	□	■	□
۴۵ -	□	□	□	■
۴۶ -	□	□	■	□
۴۷ -	■	□	□	□
۴۸ -	■	□	□	□
۴۹ -	□	□	■	□
۵۰ -	□	■	□	□
۵۱ -	□	□	□	■
۵۲ -	■	□	□	□
۵۳ -	■	□	□	□
۵۴ -	■	□	□	□
۵۵ -	□	□	□	■
۵۶ -	□	■	□	□
۵۷ -	■	□	□	□
۵۸ -	□	■	□	□
۵۹ -	□	□	□	■
۶۰ -	■	□	□	□
۶۱ -	□	□	■	□
۶۲ -	□	■	□	□
۶۳ -	□	□	□	■
۶۴ -	□	□	□	■
۶۵ -	□	■	□	□
۶۶ -	□	□	□	■
۶۷ -	■	□	□	□
۶۸ -	□	□	□	■
۶۹ -	■	□	□	□
۷۰ -	□	□	□	■
۷۱ -	■	□	□	□
۷۲ -	■	□	□	□
۷۳ -	□	□	■	□
۷۴ -	□	■	□	□
۷۵ -	■	□	□	□
۷۶ -	□	■	□	□
۷۷ -	■	□	□	□
۷۸ -	■	□	□	□
۷۹ -	□	□	■	□
۸۰ -	□	■	□	□
۸۱ -	■	□	□	□
۸۲ -	□	□	■	□
۸۳ -	□	□	■	□
۸۴ -	□	■	□	□
۸۵ -	□	□	■	□
۸۶ -	□	□	■	□
۸۷ -	□	□	□	■
۸۸ -	□	□	■	□
۸۹ -	□	□	■	□
۹۰ -	□	□	□	■
۹۱ -	□	□	■	□
۹۲ -	■	□	□	□
۹۳ -	□	■	□	□
۹۴ -	□	□	■	□
۹۵ -	■	□	□	□
۹۶ -	■	□	□	□
۹۷ -	■	□	□	□
۹۸ -	□	■	□	□
۹۹ -	□	■	□	□
۱۰۰ -	□	■	□	□
۱۰۱ -	□	□	□	■
۱۰۲ -	□	□	■	□
۱۰۳ -	■	□	□	□
۱۰۴ -	□	□	□	■
۱۰۵ -	□	□	□	■
۱۰۶ -	□	□	□	■
۱۰۷ -	■	□	□	□
۱۰۸ -	□	□	□	■
۱۰۹ -	□	■	□	□
۱۱۰ -	■	□	□	□
۱۱۱ -	□	■	□	□
۱۱۲ -	□	□	□	■
۱۱۳ -	■	□	□	□
۱۱۴ -	□	■	□	□
۱۱۵ -	■	□	□	□
۱۱۶ -	□	□	■	□
۱۱۷ -	□	■	□	□
۱۱۸ -	■	□	□	□
۱۱۹ -	■	□	□	□
۱۲۰ -	□	■	□	□