

جمع بندی هفتمه ۳

فصل اول

شب امتحان نهایی

کاری از گروه ریاضی منطقه ۱۹ تهران

فصل ۱: ماتریس ها و کاربرد آنها

درس اول: ماتریس و اعمال روی ماتریس ها

۹۷۵۰/نمره	۹۷۵۰	۱ جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. الف) هر ماتریس قطری که درایه های روی قطر اصلی آن با هم برابر باشند، را ماتریس اسکالر ... می نامند.
-----------	------	--

$[]_{m \times n}$
 سطرها \downarrow
 سطر

تعاریف
 -
 مربعی $m=n \rightarrow$



$A+B = B+A$

قطری \rightarrow هر چیزی که قطر اصلی $=$ \circ
 \leftarrow اعداد روی قطر اصلی با هم برابر باشند \rightarrow اسکالر

انچه	تیر ۹۸	در ماتریس $A = [a_{ij}]_{n \times n}$ که $a_{ij} = \begin{cases} i-2j & i < j \\ -i+j & i \geq j \end{cases}$ می باشد. مجموع درایه های ستون دوم	۲
ماتریس A را به دست آورید.			

ادین درایه ستون دوم

$$a_{12} = 1 - 2(2) = -3$$

$i=1$ $j=2$

$$a_{22} = -(2) + (2) = 0$$

$i=2$ $j=2$

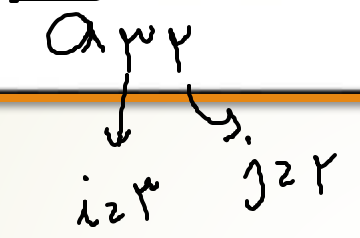
$$a_{32} = -(3) + (2) = -1$$

$i=3$ $j=2$

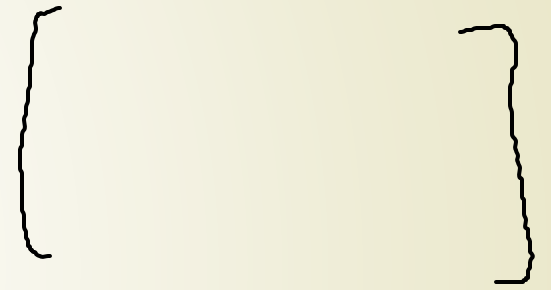
$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

$$\therefore \text{جواب} = -3 + 0 - 1 = -4$$

شماره/تاریخ	دی ۹۸	<p>۳ جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>در ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که در آن $a_{ij} = \frac{2i}{j-1}$ باشد، درایه های واقع در سطر سوم و ستون دوم</p> <p>ماتریس برابر است با : 9</p>
-------------	-------	--



$$a_{ij} = \frac{2(i)}{(j)-1} = \frac{9}{1}$$



۲۵۰ نمره	۹۸۵۶	۲۰	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. هر ماتریس اسکالر یک ماتریس قطری است.	۴
-------------	------	----	--	---

اما ماتریس قطری ممکن است اسکلرنه باشد.

نمبره ۰/۲۵	خرداد ۹۹ فاج	<p>درج‌های خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.</p> <p>اگر ماتریس A فقط از یک سطر تشکیل شده باشد (فقط دارای یک سطر باشد) آن ماتریس را یک ماتریس $n \times 1$ می‌نامیم.</p>	۵
---------------	--------------------	---	---

سطری $[\quad]$

ستونی $\begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$

نمره ۰/۲۵	خرداد ۹۹ خارج	<p>۶ درستی یا نادرستی گزاره های زیر را معلوم کنید.</p> <p>ماتریس مربعی که تمام درایه های <u>غیر واقع</u> بر قطر اصلی آن صفر باشند، ماتریس اسکالر نامیده می شود.</p> <p style="text-align: center;"><u>صوری</u></p>
-----------	------------------	--

نادرست

۲۵ / نمره	تیر ۹۹	جای خالی را به عبارت مناسب پر کنید. اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه های روی قطر اصلی با هم برابر باشند، آن را یک ماتریس <u>اسکالر</u> می‌نامیم.	۷
-----------	--------	---	---

شهریور ۹۹	شماره ۰/۲۵	در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ \\ m-۱ & ۴ \end{bmatrix}$ مقدار m برابر است.	۸
-----------	------------	--	---

ماتریس های مساوی و اعمال روی ماتریس ها

شماره/تاریخ	شهریور ۹۸	اگر $A = \begin{bmatrix} 2x & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $A=B$ در این صورت حاصل $x+y+z$ را بیابید.	۱
-------------	-----------	--	---

$$2x = 3 \rightarrow x = \frac{3}{2}$$

$$z = -2$$

$$2x + y = 5 \rightarrow y = 2$$

$$1 = 1 \checkmark$$

$$x + y + z = \frac{3}{2} + 2 - 2 = \frac{3}{2}$$

مسئله

$$2A - 3B = 0$$

$$\rightarrow 2A = 3B$$

$$\rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 2x+2y \\ -6 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & 6x+3y \\ -6 & 1 \end{bmatrix}$$

شماره ۹۷/۲۵	نام	جای خالی را با یک کلمه مناسب پر کنید ۲
		حاصل ضرب ماتریس ها، خاصیت جابجایی ندارد.....

$$A + B = B + A$$

۳

درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

در حالت کلی حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جا به جایی دارد.

X

تیر ۹۹

نمره ۰/۲۵

۴ درستی یا نادرستی عبارات های زیر را مشخص کنید.

انصره	دی ۹۷	الف) اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های سطر دوم A^3 برابر ۵ میشود. <u>نادرست</u> مجموع = $-8 - 9 - 7 = -24$
		ب) اگر $A^2 = A$ باشد، در این صورت داریم: $(A+I)^2 = I + 3A$ <u>درست</u>

$$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -8 \\ -1 & 1 & -4 \\ -1 & 9 & -1 \end{bmatrix}$$

حاصل اول

$$\begin{bmatrix} -8 & -9 & -7 \end{bmatrix} \quad \begin{matrix} -1+1-8 \\ -2+0-4 \\ -1+9-1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} -1-8 \\ -1-4 \\ -1-8 \end{matrix}$$

$$(A+I)^2 = (A+I)(A+I) = \underbrace{A^2}_{A} + A + A + I = 3A + I \quad \checkmark$$

$$3I = \begin{bmatrix} 3 & & \\ & 3 & \\ & & 3 \end{bmatrix}$$

اگر ماتریس A به صورت زیر تعریف شده باشد، ماتریس $2A - 3I$ را به دست آورید.

ردیف / ستون	ردیف	$A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$	$a_{ij} = \begin{cases} i \cdot j & i > j \\ i^2 & i = j \\ 2i - j & i < j \end{cases}$	$\begin{matrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{matrix}$
-------------	------	-----------------------------	---	--

مقادیر اصلی \rightarrow

$$a_{11} = 1 \quad a_{22} = 2^2 = 4 \quad a_{33} = 3^2 = 9$$

زیرمقادیر اصلی \rightarrow

$$a_{21} = 2 \times 1 = 2 \quad a_{31} = 3 \times 1 = 3 \quad a_{32} = 3 \times 2 = 6$$

$$a_{12} = 2(1) - 2 = 0 \quad a_{13} = 2(1) - 3 = -1 \quad a_{23} = 2(2) - 3 = 1$$

$$2A = \begin{bmatrix} 1 \times 2 & 0 \times 2 & -1 \times 2 \\ 2 \times 2 & 4 \times 2 & 1 \times 2 \\ 3 \times 2 & 6 \times 2 & 9 \times 2 \end{bmatrix} \Rightarrow 2A - 3I = \begin{bmatrix} -1 & 0 & -2 \\ 2 & 5 & 1 \\ 6 & 12 & 15 \end{bmatrix}$$

شماره ۱/۵	دی ۹۷	۶ اگر ضرب ماتریس های $A = \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ تعویض پذیر باشد، حاصل $\begin{bmatrix} x & 2 & -y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -x \end{bmatrix}$ را بیابید.
-----------	-------	--

$$AB = BA$$

$$\begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 4x + 3y = 4x + 4 \Rightarrow 3y = 4 \Rightarrow y = \frac{4}{3} \\ 3x + 4y = 4y - 1 \Rightarrow 3x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{3} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix} = -3 + 4 - 4 = -3$$

۹۸۰/۲۵ نمره	۹۸۰ خرداد	۷ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر برای ماتریس های متمایز C, B, A داشته باشیم $AB = AC$ ، آنگاه لزوماً $B = C$ است.
----------------	--------------	---

$$\cancel{AB} = \cancel{AC} \implies B = C$$

نادرست

وقتی درست است که A وارون نپذیرد

$$|A| \neq 0$$

انصره ۱/۲۵	خرداد ۹۸	در معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0$ مقدار X را بیابید. $\textcircled{1} \times \textcircled{2}$	۸
------------	----------	---	---

$$\begin{bmatrix} 3x & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3x-9 & -9x+12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} = -3x+9-9x+12 = 0$$

$$-9x+12 = 0$$

$$\boxed{x=1}$$

شماره/۵	دی ۹۸	اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A^7 را بدست آورید.	۹
---------	-------	---	---

$$A^2 = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = -2 \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_I = -2I$$

$$A^7 = (A^2)^3 \times A = (-2I)^3 \times \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\equiv \underbrace{-8I}_{\text{ضرب ماتریس}} \times \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -16 \\ 8 & 0 \end{bmatrix}$$

نمره ۱/۲۵	دی ۹۸	<p>اگر ماتریس های $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} a+b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4a+b \end{bmatrix}$ باشند، مقادیر a و b را</p> <p>چنان بیابید که داشته باشیم: $A^T - B = \bar{0}$ (ماتریس صفر است)</p>	۱۰
-----------	-------	---	----

$$A^T = B \leftarrow$$

$$A^T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \end{bmatrix} = B$$

$$a+b = 0$$

$$4a+b = 0$$

$$\rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \end{cases}$$

۱/۲۵ نمره	خرداد ۹۹ خارج	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & a \end{bmatrix}$ مقادیر b, a را طوری بیابید که حاصل ضرب $A \times B$ ماتریس قطری باشد	۱۱
-----------	---------------	--	----

نمره ۱/۲۵	تیر ۹۹	در تساوی ماتریسی $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ مقدار X را بیابید.	۱۲
-----------	--------	--	----

شماره ۱/۵	شهریور ۹۹	اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x-1 & 8 \\ 3 & z+1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} y+1 & x-2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ مساوی باشند، مقدار $x + y + z$ را بیابید.	۱۳
-----------	-----------	---	----

شهریور ۹۹	معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ را حل کنید.	۱۴
-----------	---	----

۱/۲۵

شهریور ۹۹

معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix}$ را حل کنید.

۱۴

آزمه	شهریور ۹۹	<p>اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، مقادیر n, m را طوری بیابید که رابطه $A^2 = mA + nI_p$ برقرار باشد.</p> <p>(I_p ماتریس همانی است)</p>	۱۵
------	-----------	--	----

$$mA = \begin{bmatrix} 0 & km \\ km & m \end{bmatrix} + nI = \begin{bmatrix} n & 0 \\ 0 & n \end{bmatrix}$$

معادله را حل می‌کنیم

$$\begin{bmatrix} n & km \\ km & m+n \end{bmatrix}$$

$$A^2 = \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \quad & \quad \\ \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = ad - bc$$

دترمینان 2×2

$$\begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{bmatrix} = a \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

دترمینان 3×3

$$| \lambda A | = \lambda^n |A|$$

نشان دهید

درس دوم: وارون ماتریس و دترمینان

$$A_{2 \times 2} \Rightarrow |\omega A| = \omega^2 |A|$$

$$A_{3 \times 3} \Rightarrow |\omega A| = \omega^3 |A|$$

نمبره ۰/۷۵	دی ۹۷	اگر A ماتریس 3×3 باشد، $ A = -2$ حاصل $ A \cdot A$ را بیابید.
---------------	-------	--

$$\begin{aligned}
 |(-2) \cdot A| &= |-2A| = (-2)^3 |A| \\
 &= -8 |A| = -8 \cdot (-2) = +16
 \end{aligned}$$

انصه	خرداد ۹۸	$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ اگر $ A^T $ حاصل، را محاسبه کنید.	۲
------	----------	---	---

$$|A^T| = |A|^n$$

$$|A| = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= 2 \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} - 4 \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} + 12 \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}$$

$$= 2(4 - 3) - 4(2 - 0) + 12(2 - 0)$$

$$= 2(1 - 2) = 2$$

$$|A^T| = |A|^n = (2)^n = 1$$

۲۵ / شماره	۹۸۷۶	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. دترمینان هر ماتریس قطری برابر است با حاصل ضرب <u>در پایه های روی قطر اصلی</u> .	۳
------------	------	--	---

$$A = \begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix} \Rightarrow |A| = abc$$

انصرو	تیر ۹۸	اگر A ماتریس 3×3 باشد و $ A = 2$ باشد، حاصل $\frac{1}{ A } A$ را بیابید.	۴
-------	--------	--	---

$$\left| \frac{1}{2} A \right| = \left(\frac{1}{2} \right)^3 |A| = \frac{1}{8} \times 2 = \frac{1}{4}$$

شماره / ۲۵	شهریور ۹۸	<p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار A برابر است با $2 \times (-3) \times 5$ $- 30$</p>	۵
------------	-----------	--	---

↓
قطری

شماره	شهریور ۹۸	$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد، و $a_{ij} = \begin{cases} i^2 - 1 & i = j \\ i - j & i > j \\ j - i & i < j \end{cases}$ که $A = [a_{ij}]_{n \times n}$	۶
-------	-----------	--	---

الف) حاصل ماتریس $A \times B$ را به دست آورید.
ب) دترمینان ماتریس B را به دست آورید.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix}$$

$$A \times B = \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \\ \quad & \quad & \quad \end{bmatrix}$$

$$\therefore |B| = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{vmatrix} = +2 \begin{vmatrix} 2 & 2 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} - 1 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + 0 \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}$$

$$2(10 - 0) - 1(-5 - 4)$$

$$2(10) - 1(-9)$$

$$20 + 9 = 29$$

نمره ۰/۲۵	خرداد ۹۸	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید شرط لازم و کافی برای اینکه ماتریس مربعی A وارون پذیر باشد، آن است که <u>دترمینان ماتریس A مخالف صفر</u> باشد.	۷
-----------	----------	--	---

$$AA^{-1} = I \qquad A^{-1}A = I$$

$$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \rightarrow |A| = ad - bc = \text{عدد}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$$

شماره - نمره	شهریور ۹۸	مقدار m را طوری بیابید که ماتریس $A = \begin{bmatrix} m & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد.	۸
--------------	-----------	---	---

وقتی وارون پذیر نیست که $|A| = 0$

$$m \times 2 - 1 \times 4 = 0$$

$$2m - 4 = 0$$

$$m = 2$$

۲۵-نمره	دی ۹۸	<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p> <p>اگر $A = \begin{bmatrix} -۲ & ۰ & ۰ \\ -۱ & ۴ & ۰ \\ ۰ & ۱ & -۱ \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $-A$ برابر است با -۱</p>	۹
---------	-------	---	---

$$-A = \begin{bmatrix} +۲ & ۰ & +۰ \\ -۱ & ۴ & ۰ \\ ۰ & ۱ & -۱ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow |-A| = +۲ \begin{vmatrix} -۱ & ۰ \\ -۱ & -۱ \end{vmatrix} - ۰ \begin{vmatrix} +۲ & ۰ \\ ۰ & -۱ \end{vmatrix} + ۰ \begin{vmatrix} +۲ & -۱ \\ ۰ & ۱ \end{vmatrix}$$

$$= ۲(-۱-۰) = -۲$$

شماره ۱/۲۵	دیدی ۹۸۷۶	<p>اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ باشد، دترمینان ماتریس BA را بدست آورید.</p>	۱۰
------------	-----------	--	----

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 7 \end{bmatrix}$$

$$|BA| = 2(-10) - 1(-10) - 1(-20) = 0$$

نمره . / ۷۵

خرداد ۹۹
خارج

اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 3 \\ -4 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ در این صورت حاصل $\|A\|$ را بیابید.

۱۱

۱/۷۵ نمره	تیر ۹۹	<p>۱۲</p> <p>دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} ۲ & m-۲ \\ n+۱ & ۱ \end{bmatrix}$، $B = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ & ۱ \\ m & ۰ & n \\ ۳ & -۱ & ۲ \end{bmatrix}$ مفروضند. اگر A یک ماتریس قطری باشد، حاصل $A + B$ را محاسبه کنید.</p>	۱۲
-----------	--------	--	----

انصره / ۲۵	تیر ۹۹	الف) اگر $A = \begin{bmatrix} A & ۸ \\ ۳ & ۵ \end{bmatrix}$ در این صورت حاصل $ A $ را بیابید. ب) ماتریس وارون A را حساب کنید.	۱۳
------------	--------	--	----

۱۵ جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

اگر A یک ماتریس 3×3 و $|A| = 5$ باشد، آنگاه $\left| \frac{1}{2} A \right|$ برابر است.

شهریور ۹۹

نمره ۰/۲۵

شماره ۱/۵	شهریور ۹۹	باشند، حاصل $ A + B^2 $ را بیابید. $B = \begin{bmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 4 \end{bmatrix}$ اگر	۱۶
-----------	-----------	---	----

دستگاه معادلات و بررسی تعداد جواب

انچه	دی ۹۷	دستگاه زیر به ازای چه مقدار m دارای جواب منحصر به فرد است؟ $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$
------	-------	--

$$\frac{m-3}{3} \neq \frac{3}{m+1} \Rightarrow m^2 - 2m - 3 \neq 12$$

$$m^2 - 2m - 15 \neq 0$$

$$(m-5)(m+3) \neq 0$$

$$m \neq 5 \quad m \neq -3$$

$$\begin{cases} \underline{ax + by = c} \\ \underline{a'x + b'y = c'} \end{cases}$$

~~X~~

بسیار جواب $\left(\frac{a}{a'}\right) \neq \left(\frac{b}{b'}\right)$

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'}$

$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$

جواب ندارد

بسیار جواب

$$\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$$

۱/۲۵ نمره	۹۸۰۰۰	\parallel جواب نداشته باشد.	$\begin{cases} mx + 2y = -3 \\ 4x + (m+4)y = 2 \end{cases}$ مقدار m را چنان بیابید که دستگاه	۲
-----------	-------	----------------------------------	--	---

$$* \quad \frac{m}{4} = \frac{2}{m+4} \neq \frac{-3}{2}$$

$$\rightarrow m^2 + 4m = 12$$

$$m^2 + 4m - 12 = 0$$

$$(m+4)(m-2) = 0$$

$$\frac{m = -4}{\times} \quad \frac{m = 2}{\checkmark}$$

$$m = -4 \xrightarrow{*} \frac{-4}{4} = \frac{2}{-4} \neq \frac{-3}{2} \quad \text{غلط}$$

$$m = 2 \xrightarrow{*} \frac{2}{4} = \frac{2}{4} \neq \frac{-3}{2} \quad \checkmark$$

نمره / ۲۵	تیر ۹۸	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p> <p>در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، اگر داشته باشیم $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ در این حالت دستگاه هیچ جوابی ندارد.</p>	۳
-----------	--------	---	---

نادرست

بی شمار جواب دارد

۱/۵	نمبر ۹۸	$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases}$	دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را به روش ماتریس وارون حل کنید.	۴
-----	---------	--	--	---

دستگاه دو معادله دو مجهولی

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = -3 - 2 = -5$$

$$AX = B \rightarrow X = A^{-1} B = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -10 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +2 \\ -1 \end{bmatrix} \begin{matrix} x \\ y \end{matrix}$$

$$\Rightarrow \text{ماتریس} \quad AX = B \quad \text{معمولات} \quad B \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$A \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \quad X \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

کسب

$$\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$$

$$5x = 1 \quad x = \frac{1}{5}$$

شهریور ۹۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید	۵
۲۵/نصره	<p>درستگاه در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب باشد و $A \neq 0$ در این حالت</p> <p>دستگاه هیچ جوابی ندارد.</p>	

فقط جواب دارد

$$\frac{a}{a'} \neq \frac{b}{b'}$$


$$|A| \neq 0$$

شماره/۵	شهریور ۹۸	را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید	دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$	۶
---------	--------------	---------------------------------------	---	---


$$AX = B \rightarrow X = A^{-1}B$$

$$A \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \rightarrow |A| = 9 - (4) = 5$$

$$X = A^{-1}B = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 2+4 \\ 1+3 \end{bmatrix} = \frac{1}{5} \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$$



شماره/تصویر	دی ۹۸	$\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$	جواب دستگاه زیر را در صورت وجود با استفاده از ماتریس وارون بیابید.	۷
-------------	-------	--	--	---



نمره ۱/۵	خرداداد خارج ۹۹	دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب بوده و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 10 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات آن باشد و سپس جواب دستگاه را با استفاده از A^{-1} بیابید.	۸
----------	--------------------	--	---

نمبره	نمبره	الف) حدود m را طوری بیابید که دستگاه معادلات $\begin{cases} 2mx + 3y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ دارای جواب منحصر به فرد باشد ب) جواب دستگاه مذکور را به ازای $m = 2$ با استفاده از ماتریس وارون محاسبه کنید.	۹
-------	-------	--	---

۲ نمره	شهریور ۹۹	<p>الف) به ازای چه مقداری از m دستگاه معادلات</p> $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ mx + 6y = -4 \end{cases}$ <p>فاقد جواب است؟</p> <p>ب) دستگاه معادلات</p> $\begin{cases} x - 2y = 3 \\ 2x + 6y = -4 \end{cases}$ <p>را با استفاده از A^{-1} حل کنید.</p>	۱۰
--------	-----------	--	----

شهریور ۹۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.	۱۱
۲۵ - نمره	در این حالت دستگاه جواب منحصر اگر داشته باشیم $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ ، $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ در دستگاه به فرد دارد.	