

۱- اعضای کدام دسته از رابطه‌های تعریف شده زیر، تابع هستند؟

الف: رابطه‌ای که به هر فرد، میزان تحصیلاتش را نسبت می‌دهد.

ب: رابطه‌ای که به طول هر نقطه از نمودار یک منحنی، عرض آن نقطه را نسبت می‌دهد.

پ: رابطه‌ای که به هر فرد، تابعیت کشورش را نشان می‌دهد.

ت: رابطه‌ای که به هر عدد طبیعی بزرگتر از یک، خارج قسمت تقسیم آن عدد، بر عدد قبل از آن عدد را نشان می‌دهد؟

(۱) الف و ب

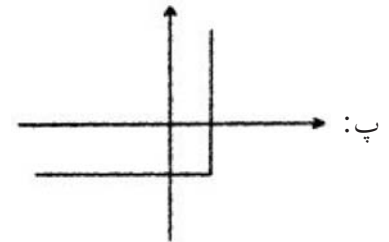
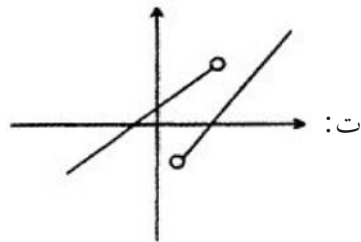
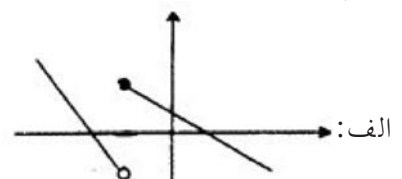
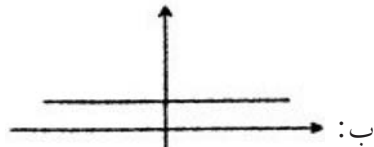
(۲) الف و ت

(۳) ب و پ

(۴) ب و ت

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲- کدام دسته از نمودارهای مختصاتی رسم شده، نشان‌دهنده نمودار تابع است؟



(۱) ب و ت

(۲) پ و ت

(۳) الف و ب

(۴) الف و پ

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳- کدام مورد، تعریف تابع نیست؟

(۱) رابطه f در صورتی تابع است که در آن، هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مؤلفه‌های اول مساوی نباشد.

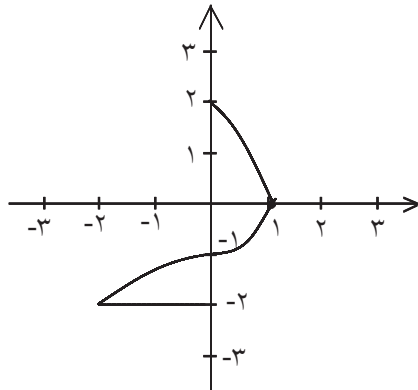
(۲) از نظر نمایش مختصاتی رابطه‌ای تابع است که هیچ دو نقطه‌ای از آن روی خطی که موازی محور y ها باشد قرار نگیرد.

(۳) اگر در رابطه‌ای دو زوج مرتب متمایز دارای مؤلفه‌های اول مساوی هم بودند. شرط آن که آن رابطه تابع باشد آن است که مؤلفه‌های دوم آن‌ها نیز با هم برابر باشد.

(۴) از نظر نمایش مختصاتی، رابطه‌ای تابع است که هر خط موازی محور x ها، نمودار آن را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

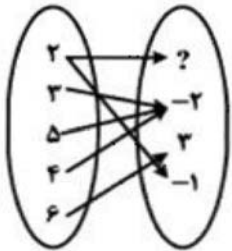
۴- در کدام محدوده X ، نمودار شکل مقابل تابع می‌باشد؟



- (۱) $-1 \leq X \leq 1$
- (۲) $-2 \leq X \leq 0$
- (۳) $-3 \leq X \leq 1$
- (۴) $-1 \leq X \leq 2$

آزمایشی سنجش <= دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۵- در رابطه‌ی زیر که با نمودار پیکانی نمایش داده شده است به جای ؟ کدام مقدار قرار گیرد تا نمایش یک تابع باشد؟



- (۱) -۲
- (۲) -۱
- (۳) ۲
- (۴) ۳

آزمایشی سنجش <= دهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶- چه تعداد از رابطه‌های زیر تابع است؟

- (الف) رابطه‌ای که در آن به هر شخص، کد ملی او نسبت داده می‌شود.
- (ب) رابطه‌ای که در آن به هر شخص، مادر او نسبت داده می‌شود.
- (پ) رابطه‌ای که در آن به هر شخص، برادر او نسبت داده می‌شود.
- (ت) رابطه‌ای که در آن به طول ضلع مربع، مساحت آن نسبت داده می‌شود.

(۴) ۴

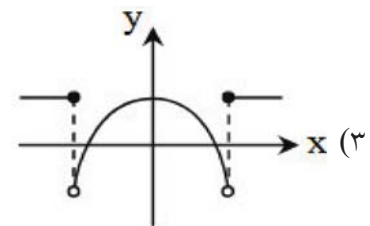
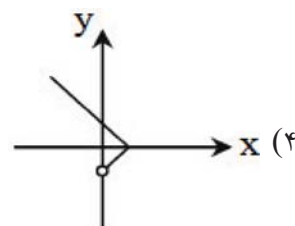
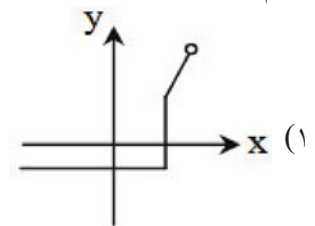
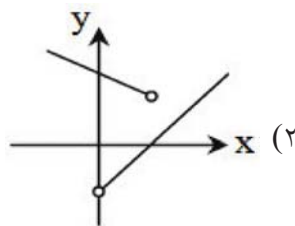
(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

آزمونهای گزینه ۲ <= دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

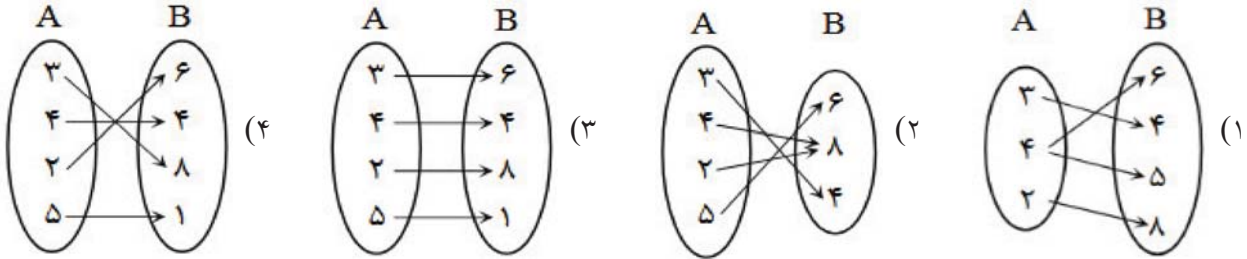
۷- کدام یک از نمودارهای زیر، نشان‌دهنده یک تابع است؟



آزمونهای گزینه ۲ <= دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

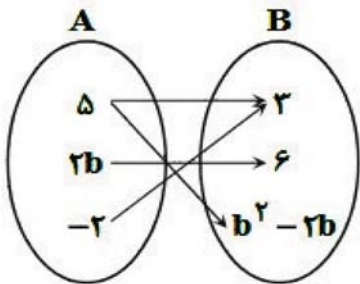
۸- کدام نمودار پیکانی، می‌تواند نشان‌دهنده تابع f باشد؟

$$f = \{ (3, 4), (\dots, 6), (4, \dots), (\dots, \dots) \}$$



آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۹- شکل زیر نمودار پیکانی یک تابع را نشان می‌دهد. کدام گزینه نمایش دیگری از این تابع است؟



آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

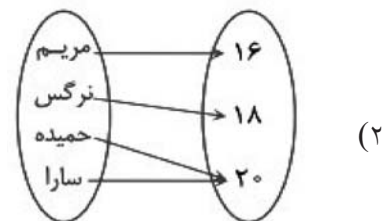
- (۱) $\{(5, 3), (6, 6), (-2, 3)\}$
- (۲) $\{(-2, 3), (-2, 6), (5, 3)\}$
- (۳) $\{(5, 3), (5, 2), (-2, 6)\}$
- (۴) $\{(-2, 6), (5, -1), (-2, 3)\}$

۱۰- اگر دو زوج مرتب $A(2m + n, 8)$ و $B(2, 4^{2n-m})$ با یکدیگر برابر باشند، در این صورت mn کدام است؟

- (۱) صفر
- (۲) $\frac{1}{2}$
- (۳) ۵
- (۴) $\frac{1}{3}$

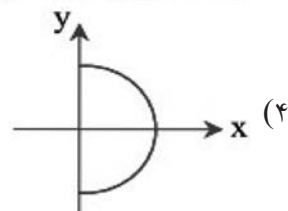
آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۱- کدام گزینه بیانگر یک تابع است؟



نمرات درس ریاضی دانش‌آموزان

- (۱) $\{(4, 1), (2, -1), (4, 2)\}$
- (۲)



آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

x	۱	۲	۳	۱
y	۱	۲	۳	۴

۱۲- اگر رابطه تابع نباشد، اعداد a و b کدام می‌توانند باشند؟

- (۱) $a = 3, b = 5$
- (۲) $a = 1, b = 3$
- (۳) $a = 3, b = 6$
- (۴) $a = 1, b = 2$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۳- اگر رابطه $\{(1, a-b), (2, 2), (a, -2), (2, a+b), (3, c), (1, 4)\}$ تابع باشد، c کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) ۲ (۴) ۳

آزمایشی سنجش <= دهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۴- اگر رابطه $\{(3, a+2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a-b)\}$ یک تابع باشد، $a^2 - b^2$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

سراسری <= انسانی <= ۹۸

۱۵- اگر رابطه $f = \{(1, x-y), (-1, x^2+y^2), (2, xy), (-1, 5), (2, 2)\}$ تابع باشد، مقدار $|x+y|$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

آزمایشی سنجش <= دهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۶- اگر رابطه $f = \{(1, a^2), (2, b), (b, 2a), (2, a-b), (1, 4), (-1, 3)\}$ تابع باشد، مقدار $a+b$ ، کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمایشی سنجش <= دهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۷- مجموعه $A = \{(3, a), (a-2, 1), (b+1, 2), (a+b, 2), (3, b+2), (b, 2a-1)\}$ معرف یک تابع است. تعداد زیرمجموعه‌های A کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۶ (۳) ۳۲ (۴) ۶۴

آزمایشی سنجش <= دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۱۸- مجموعه $f = \{(2, m-n), (3n, 4), (m+1, \frac{n}{2}), (2, 2n-1)\}$ نمایش یک تابع می‌باشد. $m+n$ کدام است؟

- (۱) ۲۹ (۲) ۳۰ (۳) ۳۱ (۴) ۳۲

آزمایشی سنجش <= دهم <= سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۹- معادله‌ی خطی که از مبدأ مختصات، بر خط گذرا بر دو نقطه‌ی $(0, 3)$ و $(6, 0)$ عمود شود، کدام است؟

- (۱) $y = 2x$ (۲) $y = -2x$ (۳) $2y + x = 0$ (۴) $2y - x = 0$

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= انسانی

۲۰- اگر $f(x) = x^2 + |2x|$ باشد، $f(1 - \sqrt{2}) - f(-\frac{1}{2})$ ، کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $-\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= انسانی

۲۱- خط گذرنده از نقطه‌ی $(-5, 2)$ و عمود بر خط به معادله‌ی $2x - y = 6$ ، محور y ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

- (۱) -۴ (۲) -۳ (۳) ۱ (۴) ۲

سراسری <= انسانی <= ۹۸

۲۲- برای فردی که دارای قد ۱۶۰ سانتی‌متر است حداکثر وزن برای این‌که فرد در محدوده سلامت وزنی باشد، کدام است؟

- (۱) ۶۸ (۲) ۶۶ (۳) ۶۴ (۴) ۶۲

آزمایشی سنجش <= دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۳- خط $mx + 2y + 3 = 0$ و نقطه $(-1, 2)$ با هم تشکیل یک تابع با دامنه‌ی مجموعه اعداد حقیقی می‌دهند. شیب خط کدام است؟

- (۱) $-3/5$ (۲) $3/5$ (۳) 7 (۴) -7

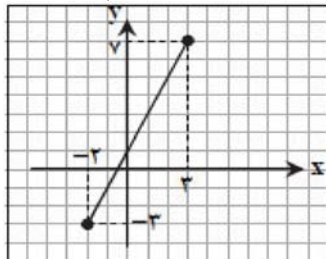
آزمایشی سنجش \Leftarrow دهم \Leftarrow سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۴- اگر $f(-1) = 2$ و $f(x) = mx + 4$ ، نسبت شیب خط f به خطی که از مبدأ مختصات و نقطه $(1, -2)$ می‌گذرد، کدام است؟

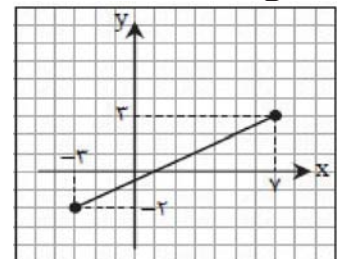
- (۱) -1 (۲) 1 (۳) -4 (۴) 4

آزمایشی سنجش \Leftarrow دهم \Leftarrow سال تحصیلی ۹۶-۹۷

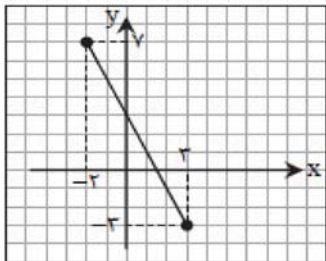
۲۵- نمودار تابع خطی $y = 2x + 1$ با دامنه $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 3\}$ کدام است؟



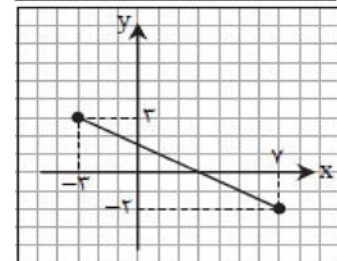
(۲)



(۱)



(۴)



(۳)

آزمونهای گزینه ۲ \Leftarrow دهم \Leftarrow سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۶- تابع f به هر عدد، مکعب دو برابر همان عدد، منهای ۴ را نسبت می‌دهد. ضابطه f کدام است؟

- (۱) $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = \sqrt[3]{2x} - 4 \end{cases}$ (۲) $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2(x - 4)^3 \end{cases}$
 (۳) $\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = 2x^3 - 4 \end{cases}$

آزمونهای گزینه ۲ \Leftarrow دهم \Leftarrow سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۷- معادله خطی که محور طولها و عرضها را به ترتیب در نقاط p و q قطع می‌کند، کدام است؟ ($p, q \neq 0$)

- (۱) $x + y = pq$ (۲) $\frac{x}{p} + \frac{y}{q} = 1$ (۳) $px + qy = 1$ (۴) $x + y = \frac{p}{q}$

آزمونهای گزینه ۲ \Leftarrow دهم \Leftarrow سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۲۸- نمودار یک تابع خطی از دو نقطه $(1, 3)$ و $(-1, 2)$ عبور می‌کند. معادله این خط کدام است؟

- (۱) $2y = x + 3$ (۲) $y = 2x + 5$ (۳) $y = 2x + 3$ (۴) $2y = x + 5$

آزمایشی سنجش \Leftarrow دهم \Leftarrow سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۲۹- در تابع خطی f می‌دانیم $f(3) - f(2) = 4$. مقدار $f(6) - f(4)$ کدام است؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 8 (۴) 4

آزمونهای گزینه ۲ \Leftarrow دهم \Leftarrow سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۰- در تابعی خطی f داریم $f(2) = 2$ و $f(-2) = 0$. مقدار $f(4)$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۱- خط گذرنده بر نقطه $A(2, -1)$ و عمود بر خط به معادله $2y + x = 4$ محور y ها را با کدام عرض قطع می کند؟

- (۱) -۵ (۲) -۳ (۳) ۳ (۴) ۵

سراسری = انسانی = ۸۲

۳۲- رأس کدام سهمی، نقطهٔ ماکسیمم است؟

(۱) $y = x^2 - 5x + 2$ (۲) $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 1$

(۳) $y = 3x^2 - 2x$ (۴) $y = -2x^2 + 3x - 4$

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۳- رأس سهمی به معادله $y = -\frac{1}{2}(x + 2)^2 + 5$ کدام است؟

- (۱) $(2, -5)$ (۲) $(-2, 5)$ (۳) $(-2, -5)$ (۴) $(-\frac{1}{2}, 5)$

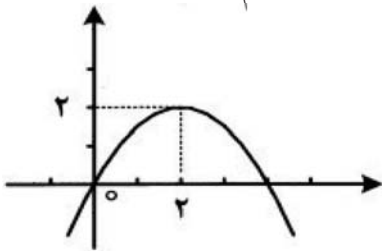
آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۴- اگر خط $x = -1$ محور تقارن سهمی $y = -2x^2 + bx + c$ باشد، مقدار b کدام است.

- (۱) -۴ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ = دهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۵- اگر شکل زیر، نمودار سهمی به معادله $y = a(x - h)^2 + k$ باشد، مقدار a ، کدام است؟



- (۱) $\frac{7}{2}$ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمایشی سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۶- نمودارهای دو تابع $f(x) = -2x^2 + bx + c$ و $g(x) = ax^2 + bx - 3$ یکدیگر را در نقطه $(-1, 2)$ قطع می کنند. اگر تابع g در نقطه به طول ۲ دارای کمترین مقدار باشد، حاصل جمع ریشه های تابع g از حاصل جمع ریشه های تابع f چه مقدار بیشتر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۸

آزمایشی سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۷- سه جمله ای درجه دوم $y = 2ax^2 + bx - 3$ همواره منفی است. اگر نمودار این سه جمله ای از نقطه $(-1, -3)$ بگذرد، کدام مقدار برای $a + b$ قابل قبول است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۸ (۳) -۹ (۴) -۱۸

آزمایشی سنجش = دهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۳۸- به ازای کدام مقدار a ، عرض نقطه رأس سهمی $y = ax^2 + 4x + 1$ برابر ۲ می‌باشد و شکل سهمی به کدام شکل است؟

- (۱) \cup و ۲ (۲) \cup و ۴ (۳) \cap و -۲ (۴) \cap و -۴

آزمایشی سنجش \Leftarrow دهم \Leftarrow سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۳۹- کدام یک از سهمی‌های زیر در نقطه $(3, 1)$ دارای کمترین مقدار است؟

$$y = (x + 1)^2 + 3 \quad (1)$$

$$y = -3x^2 + 6x \quad (2)$$

$$y = -2(x - 1)^2 + 3 \quad (3)$$

$$y = x^2 - 2x + 4 \quad (4)$$

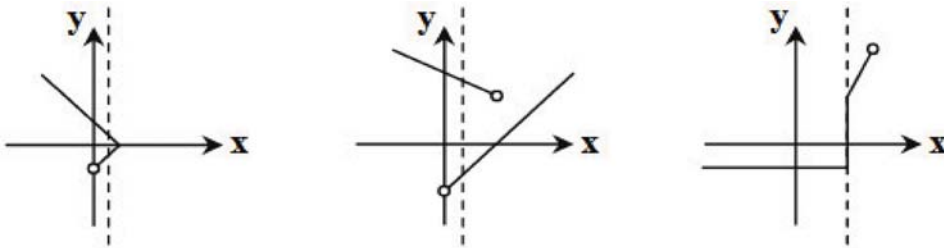
آزمونهای گزینه ۲ \Leftarrow دهم \Leftarrow سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۴۰- محیط مستطیلی ۲۴ متر است. اندازه یکی از اضلاع آن را با x و مساحت آن را با S نشان می‌دهیم. اگر ضابطه تابع S را برحسب x بنویسیم، به ازای چه مقداری از x ، مساحت مستطیل ماکسیمم می‌شود؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۶ (۳) ۳ (۴) ۹

آزمونهای گزینه ۲ \Leftarrow دهم \Leftarrow سال تحصیلی ۹۵-۹۶

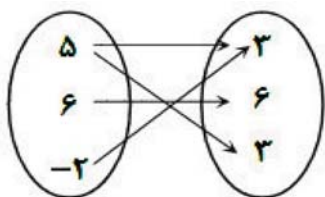
- ۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.
 ب: ممکن است دو نقطه دارای طولهای مساوی ولی عرضهای متفاوت باشند.
 پ: ممکن است برخی افراد یک جامعه دو تابعیتی باشند.
- ۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
 پ و ت نمودار تابع نیستند. زیرا خطی موازی محور y ها می توان رسم کرد که نمودار رابطه را در بیش از یک نقطه قطع کند.
- ۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.
- ۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اگر نمودار مختصاتی یک رابطه رسم شود، در صورتی که این رابطه تابع است که هیچ دو نقطه ای روی خطی که موازی محور y ها باشد، قرار نگیرد. در نتیجه از بین گزینه ها فقط در گزینه ۲ یعنی $0 \leq x \leq 2$ - رابطه یک تابع می باشد.
- ۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B تابع است، هرگاه هر عضو از مجموعه A دقیقاً با یک عضو از مجموعه B بتوان نظیر کرد. چون $(-1, 2)$ داریم پس به جای ؟ باید ۱- قرار گیرد.
- ۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.
 الف) تابع است. ب) تابع است. پ) تابع نیست. ت) تابع است.
 بنابراین ۳ مورد از موارد داده شده، تابع است.
- ۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: اگر نموداری نشان دهنده یک تابع باشد، در این صورت هر خط موازی محور y ها، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.
 همان طور که ملاحظه می شود، در گزینه های ۱، ۲ و ۴ خطی موازی محور y ها یافت می شود که در بیش از یک نقطه نمودار را قطع کند.



- ۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. می دانیم اگر یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B را با نمودار پیکانی نمایش دهیم، در صورتی تابع است که از هر عضو A دقیقاً یک پیکان خارج شود.
 تک تک گزینه ها را بررسی می کنیم:
 گزینه ۱: با توجه به نکته، تابع نیست.
 گزینه ۳ و ۴: در تابع f زوج مرتب $(3, 4)$ وجود دارد، ولی در این دو نمودار پیکانی چنین زوج مرتبی وجود ندارد.
 بنابراین تنها گزینه ۲ می تواند نشان دهنده تابع f باشد.

۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. راه حل اول: نکته: اگر رابطه‌ای از مجموعه A به مجموعه B را با نمودار پیکانی نشان دهیم، در صورتی این رابطه تابع است که از هر عضو A دقیقاً یک پیکان خارج شده باشد. با توجه به نکته در نمودار پیکانی داده شده از عدد ۵ دو پیکان خارج شده است. طبق فرض سؤال، این نمودار پیکانی باید تابع باشد، پس:

$$۳ = b^2 - ۲b \Rightarrow b^2 - ۲b - ۳ = 0 \xrightarrow{\text{اتحاد جمله مشترک}} (b - ۳)(b + ۱) = 0$$



اگر مقدار $b = ۱$ را قرار دهیم، در این صورت از عدد ۲- دو پیکان خارج شده است (یکی به ۳ و یکی به ۶) پس تابع نیست، بنابراین فقط مقدار $b = ۳$ قابل قبول است. اگر مقدار $b = ۳$ را جایگذاری کنیم، نمودار پیکانی به صورت روبه‌رو درمی‌آید:

اگر این نمودار را به شکل زوج مرتب بنویسیم به صورت $\{(۵, ۳), (۶, ۶), (-۲, ۳)\}$ می‌شود، بنابراین گزینه ۱ درست است.

راه حل دوم: نکته: در نمایش یک تابع به صورت زوج مرتب، هیچ دو زوج مرتب متمایزی دارای مؤلفه اول برابر نیستند.

در صورت سؤال گفته شده که نمودار پیکانی یک تابع است. پس نمایش زوج مرتبی آن نیز باید تابع باشد. گزینه ۲ به دلیل وجود دو زوج مرتب $(-۲, ۶)$ و $(-۲, ۳)$ ، گزینه ۳ به دلیل وجود دو زوج مرتب $(۵, ۲)$ و $(۵, ۳)$ و گزینه ۴ به دلیل وجود دو زوج مرتب $(-۲, ۳)$ و $(-۲, ۶)$ مطابق نکته تابع نیست.

۱۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته ۱: اگر $(a, b) = (c, d)$ ، آن‌گاه $a = c$ ، $b = d$

نکته ۲: $(a^b)^c = a^{bc}$

نکته ۳: اگر $a^b = a^c$ ، آن‌گاه $b = c$

با توجه به نکته ۱ می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} ۲ = ۲m + n & (۱) \\ ۴^{۲n - m} = ۸ \Rightarrow (۲^۲)^{۲n - m} = ۲^۳ \Rightarrow ۲^{۴n - ۲m} = ۲^۳ \Rightarrow ۴n - ۲m = ۳ & (۲) \end{cases}$$

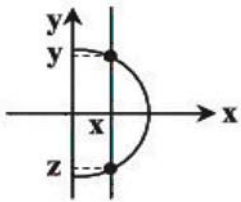
معادلات (۱) و (۲) را در یک دستگاه نوشته و آن را حل می‌کنیم:

$$+ \begin{cases} ۲m + n = ۲ \\ ۴n - ۲m = ۳ \end{cases} \xrightarrow{\text{جایگذاری در معادله (۱)}} ۵n = ۵ \Rightarrow n = ۱ \rightarrow m = \frac{۱}{۲}$$

بنابراین $mn = \frac{۱}{۲} \times ۱ = \frac{۱}{۲}$

۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: یک رابطه از مجموعه A به مجموعه B یک تابع نامیده می‌شود، هرگاه هر عضو از مجموعه A، دقیقاً با یک عضو از مجموعه B متناظر باشد.



با استفاده از نکته بالا، هر یک از گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه ۱: تابع نیست، زیرا عضو ۴ به دو عدد ۱ و ۲ نظیر شده است.

گزینه ۲: تابع است، زیرا هر عضو مجموعه اول، تنها با یک عضو مجموعه دوم متناظر است.

گزینه ۳: تابع نیست، زیرا عضو ۱ به دو عدد ۱ و ۴ نظیر شده است.

گزینه ۴: تابع نیست، زیرا با توجه به شکل، عضو X به دو عدد y و Z نظیر شده است.

۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اگر رابطه بین x و y را به صورت جدولی و زوج مرتبی نمایش دهیم، در صورتی تابع است که هیچ دو زوج مرتب متمایزی با مؤلفه اول برابر در آن وجود نداشته باشد؛ به عبارت دیگر اگر مؤلفه اول دو زوج مرتب برابر بود، مؤلفه دومشان هم برابر باشد.

با توجه به نکته بالا، باید دو زوج مرتب با مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم متفاوت در f حضور داشته باشد. بنابراین دو حالت امکان‌پذیر است:

یعنی اگر $a = 2$ و b یک عدد حقیقی دلخواه باشد، آن‌گاه f تابع نیست.

$$a = 3 : f = \{(2, 3), (3, 5), (3, b)\} \Rightarrow b \neq 5$$

یعنی اگر $a = 3$ و b یک عدد حقیقی غیر ۵ باشد، آن‌گاه f تابع نیست.

۱۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a + b = 2 \\ a - b = 4 \end{cases} \Rightarrow a = 3, b = -1 \Rightarrow c = -2$$

۱۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} a + 2b = 7 \\ 2a - b = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{حل دستگاه}} \begin{cases} a + 2b = 7 \\ 4a - 2b = 8 \end{cases} \Rightarrow 5a = 10 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 2$$

$$a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5$$

۱۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ xy = 2 \end{cases} \Rightarrow (x + y)^2 - 2xy = 5 \Rightarrow (x + y)^2 - 4 = 5 \Rightarrow (x + y)^2 = 9$$

$$x + y = \pm 3 \Rightarrow |x + y| = 3$$

در نتیجه:

۱۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(1, a^2) \in f, (1, 4) \in f \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2$$

$$a = 2 \Rightarrow f = \{(1, 4), (2, b), (b, 4), (2, 2 - b), (1, 4), (-1, 3)\}$$

$$2 - b = b \Rightarrow b = 1 \Rightarrow f = \{(1, 4), (2, 1), (1, 4), (2, 1), (1, 4), (-1, 3)\}$$
 تابع است

$$a = -2 \Rightarrow f = \{(1, 4), (2, b), (b, -4), (2, -2 - b), (1, 4), (-1, 3)\}$$

$$-2 - b = b \Rightarrow b = -1$$
 غیرقابل قبول زیرا f تابع نیست

$$f = (1, 4), (2, -1), (-1, -4), (2, -1), (1, 4), (-1, 3)$$

$$a = 2, b = 1 \Rightarrow a + b = 3$$

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$(3, a) = (3, b + 2) \Rightarrow a = b + 2$$

$$A = \{(3, 1), (-1, 1), (0, 2)\} \quad n(A) = 3 \quad A \text{ تعداد زیرمجموعه های } 2^3 = 8$$

۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$m - n = 2n - 1$$

$$m = 3n - 1$$

$$\left. \begin{aligned} m + 1 &= 3n - 1 + 1 = 3n \Rightarrow \frac{n}{3} = 2 \Rightarrow n = 8 \\ m &= 3(n) - 1 = 23 \end{aligned} \right\} \Rightarrow m + n = 23 + 8 = 31$$

۱۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$m_1 = \frac{3 - 0}{-6} = -\frac{1}{2} \Rightarrow m'_1 = 2$$

$$y = m'_1 x \Rightarrow y = 2x$$

۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$f(1 - \sqrt{2}) = (1 - \sqrt{2})^2 + |2(1 - \sqrt{2})| = 1 - 2\sqrt{2} + 2 - 2 + 2\sqrt{2} = 1$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left|2\left(-\frac{1}{2}\right)\right| = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

$$1 - \frac{5}{4} = -\frac{1}{4}$$

۲۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$m = 2 \Rightarrow m = -\frac{1}{2} \Rightarrow y - (-5) = -\frac{1}{2}(x - 2) \Rightarrow y + 5 = -\frac{1}{2}x + 1$$

$$y = -\frac{1}{2}x - 4 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = -4$$

۲۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{وزن برحسب کیلوگرم} = \frac{\text{نماتوب}}{\text{مجذور طول قد برحسب متر}}$$

$$25 = \frac{\text{وزن}}{(1/6)^2}$$

$$\text{کیلوگرم} = 25 \times 2/56 = 64$$

۲۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

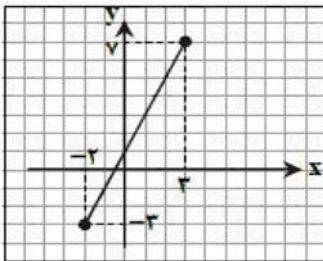
$$2y = -mx - 3 \Rightarrow y = -\frac{m}{2}x - \frac{3}{2} \xrightarrow{(-1, 2)}$$

$$2 = \frac{m}{2} - \frac{3}{2} \Rightarrow 4 = m - 3 \Rightarrow m = 7 \Rightarrow \text{شیب خط} = -\frac{7}{2} = -3\frac{1}{2}$$

۲۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$y = mx + 4 \xrightarrow{f(-1) = 2} 2 = -m + 4 \Rightarrow m = 2$$

$$\frac{m}{m'} = \frac{2}{-\frac{1}{2}} = -4$$



۲۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: برای رسم نمودار تابع خطی $y = mx + n$ ، دو نقطه از نمودار را در دستگاه مختصات مشخص می‌کنیم و سپس آن دو نقطه را به وسیله خط به هم وصل می‌کنیم و از طرفین امتداد می‌دهیم. با توجه به نکته، کافی است دو نقطه از تابع خطی را در دستگاه مختصات مشخص کنیم. برای راحتی در رسم می‌توان نقاط شروع و پایان دامنه را در نظر گرفت.

$$x = -2 \Rightarrow y = 2(-2) + 1 = -3$$

$$x = 3 \Rightarrow y = 2(3) + 1 = 7$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ است.

۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر آن عدد را x در نظر بگیریم، مکعب دو برابر عدد به صورت $(2x)^3$ می‌باشد، پس تابع $f(x)$ به صورت زیر است:

$$\begin{cases} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ f(x) = (2x)^3 - 4 = 8x^3 - 4 \end{cases}$$

۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

نکته: معادله خطی که از دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) می‌گذرد، عبارت است از:

$$y - y_1 = \underbrace{\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}}_{\text{شیب خط}} (x - x_1)$$

با توجه به نکته، معادله خطی که از نقاط $(p, 0)$ و $(0, q)$ می‌گذرد را می‌نویسیم:

$$\text{شیب خط } m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0 - q}{p - 0} = -\frac{q}{p}$$

$$\text{معادله خط: } y - 0 = -\frac{q}{p}(x - p) \Rightarrow y = -\frac{q}{p}x + q$$

$$\frac{y}{q} + \frac{x}{p} = 1$$

با تقسیم طرفین معادله فوق بر $q \neq 0$ داریم:

راه حل دوم:

می‌دانیم خط از دو نقطه $(p, 0)$ و $(0, q)$ گذشته است، پس این نقاط باید در معادله خط صدق کند. با توجه به گزینه‌ها، مختصات این نقاط تنها در گزینه ۲ صدق می‌کند.

راه حل سوم:

نکته: معادله خطی که طول از مبدأ آن p و عرض از مبدأ آن q باشد، برابر $1 = \frac{x}{p} + \frac{y}{q}$ می‌باشد.

۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$m = \frac{3 - 2}{1 - (-1)} = \frac{1}{2}$$

$$y - 3 = \frac{1}{2}(x - 1) \quad y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$2y = x + 5$$

۲۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: هر تابع به صورت $f(x) = mx + h$ یک تابع خطی نامیده می‌شود.

با توجه به نکته و رابطه داده‌شده داریم:

$$f(x) = mx + h : \begin{cases} f(3) = 3m + h \\ f(2) = 2m + h \end{cases} \Rightarrow f(3) - f(2) = 4 \Rightarrow 3m + h - 2m - h = 4 \Rightarrow m = 4 (*)$$

$$\begin{cases} f(6) = 6m + h \\ f(4) = 4m + h \end{cases} \Rightarrow f(6) - f(4) = 6m + h - 4m - h = 2m \stackrel{(*)}{=} 2 \times 4 = 8 \quad \text{بنابراین:}$$

۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: شیب خطی که از دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) می‌گذرد برابر است با: $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

نکته: ضابطه هر تابع خطی به صورت $f(x) = mx + n$ است که در آن شیب آن خط است. با توجه به اینکه $f(2) = 2$ و $f(-2) = 0$ ، می‌توان فهمید این تابع خطی از دو نقطه $(2, 2)$ و $(-2, 0)$ می‌گذرد، پس شیب این خط برابر است با:

فرض کنیم ضابطه تابع خطی به صورت $f(x) = mx + n$ باشد، در این صورت با توجه به اینکه شیب این خط برابر $\frac{1}{4}$ است، نتیجه می‌شود $m = \frac{1}{4}$. پس:

$$f(x) = \frac{1}{4}x + n \xrightarrow{f(-2) = 0} f(-2) = \frac{1}{4}(-2) + n \Rightarrow 0 = -\frac{1}{2} + n \Rightarrow n = \frac{1}{2}$$


بنابراین ضابطه تابع خطی به صورت $f(x) = \frac{1}{4}x + \frac{1}{2}$ است. بنابراین: $f(4) = \frac{1}{4} \times 4 + \frac{1}{2} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

(شیب خط مورد نظر)

$$m = \frac{-1}{2} \Rightarrow \left. \begin{matrix} m' = 2 \\ A(2, -1) \end{matrix} \right\} \Rightarrow \left. \begin{matrix} y + 1 = 2(x - 2) \\ x = 0 \end{matrix} \right\} \Rightarrow y = -5$$

۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

۳۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: در سهمی $y = ax^2 + bx + c$ اگر $a < 0$ ، شکل سهمی به صورت  است و در این حالت، سهمی در نقطه رأس خود دارای بیشترین مقدار (ماکسیمم) است.

با توجه به نکته، تنها در گزینه ۴ ضریب x^2 عددی منفی است و سهمی در نقطه رأس خود دارای بیشترین مقدار است.

۳۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. راه حل اول: در سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ ، نقطه‌ای به طول $x = \frac{-b}{2a}$ طول

رأس سهمی است. با قرار دادن این مقدار در ضابطه سهمی، عرض رأس سهمی به دست می‌آید. ابتدا ضابطه داده شده را ساده می‌کنیم:

$$y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 5 \Rightarrow y = -\frac{1}{4}(x^2 + 4x + 4) + 5 \Rightarrow y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 3 + 5$$

مطابق نکته، طول رأس این سهمی برابر $x = -\frac{b}{2a} = -\frac{(-2)}{2 \times (-\frac{1}{4})} = -2$ است، پس عرض رأس سهمی برابر است

$$y = -\frac{1}{4}(-2)^2 - 2(-2) + 3 = -\frac{1}{4} \times 4 + 4 + 3 = -1 + 4 + 3 = 6$$

با:

بنابراین رأس سهمی نقطه $(-2, 6)$ است.

راه حل دوم:

نکته: رأس سهمی به معادله $y = a(x-h)^2 + k$ به صورت (h, k) است.

مطابق نکته، رأس سهمی $y = -\frac{1}{4}(x - (-2))^2 + 5$ نقطه $(-2, 6)$ است.

۳۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته: در سهمی به معادله $x = \frac{-b}{2a}$ رأس سهمی است. خطی که از این رأس به موازات محور عرض‌ها رسم شود، محور تقارن سهمی است.

طبق فرض $x = -1$ ، طول رأس سهمی $y = -2x^2 + bx + c$ است، پس با استفاده از نکته بالا داریم:

$$-\frac{b}{2a} = -1 \Rightarrow -\frac{b}{2 \times (-2)} = -1 \Rightarrow \frac{b}{4} = -1 \Rightarrow b = -4$$

۳۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

مختصات نقطه رأس سهمی: $(x_0, y_0) \Rightarrow y_0 = a(x_0 - x_0)^2 + y_0$

$$\begin{cases} x_0 = h = 2 \\ y_0 = k = 2 \end{cases} \Rightarrow y = a(x - 2)^2 + 2$$

$$0 = a(0 - 2)^2 + 2 \Rightarrow 4a + 2 = 0 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$$

از مبدأ مختصات می‌گذرد:

$$a + h + k = -\frac{1}{4} + 2 + 2 = \frac{7}{4}$$

۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$2 = -2(-1)^2 + b(-1) + c \Rightarrow b - c = -4 \Rightarrow a - c = 1$$

$$2 = a(-1)^2 + b(-1) - 3 \Rightarrow -b + a = 5$$

$$x_0 = -\frac{b}{2a} = 2 \Rightarrow 4a = -b \Rightarrow 4a + b = 0$$

$$\begin{cases} a - b = 5 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow 5a = 5 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow b = -4 \Rightarrow c = 0$$

در نتیجه:

$$\begin{cases} f(x) = -2x^2 - 4x \\ x' + x'' = -\frac{-4}{-2} = -2 \end{cases}, \begin{cases} g(x) = x^2 - 4x - 3 \\ x_1 + x_2 = -\frac{-4}{1} = 4 \end{cases}$$

$$4 - (-2) = 6$$

۳۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$2a < 0 \Rightarrow a < 0$$

$$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4(2a)(-3) < 0 \Rightarrow b^2 + 24a < 0$$

$$-3 = 2a(-1)^2 + b(-1) - 3 \Rightarrow 2a - b = 0 \Rightarrow b = 2a$$

$$(2a)^2 + 24a < 0 \Rightarrow 4a(a + 6) < 0 \Rightarrow -6 < a < 0$$

در نتیجه:

$$-12 < 2a < 0 \Rightarrow \frac{-12 < b < 0}{-18 < a + b < 0}$$

۳۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$y = ax^2 + 4x + 1$$

$$a = -4$$

چون ضریب x^2 منفی است سهمی رو به پایین بوده و شکل آن \cap می‌باشد

۳۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: اگر معادله تابع درجه دوم به صورت $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) باشد، طول رأس سهمی از رابطه $x = -\frac{b}{2a}$ به دست می‌آید.

نکته: اگر معادله تابع درجه دوم به صورت $y = a(x - h)^2 + k$ ($a \neq 0$) باشد، مختصات رأس سهمی نقطه (h, k) است.

نکته: اگر در معادله سهمی $a > 0$ (ضریب جمله درجه دوم)، شکل سهمی به صورت \cup خواهد بود. در این حالت سهمی در نقطه رأس خود دارای کمترین مقدار است و اگر $a < 0$ ، شکل سهمی به صورت \cap خواهد بود و در این حالت سهمی در نقطه رأس خود دارای بیشترین مقدار است.

با توجه به نکات، در گزینه‌های ۲ و ۳ چون $a < 0$ ، سهمی دارای بیشترین مقدار است. برای دو گزینه ۱ و ۴ به تعیین نقاط رأس سهمی می‌پردازیم:

$$\text{گزینه ۱: } y = (x + 1)^2 + 3 \Rightarrow \text{مختصات راس} = (-1, 3) \quad \times$$

$$\text{گزینه ۴: } y = x^2 - 2x + 4 \Rightarrow \text{راس } x = -\frac{b}{2a} = \frac{2}{2} = 1 \Rightarrow y = 1^2 - 2(1) + 4 = 3 \Rightarrow \text{مختصات راس} = (1, 3) \quad \checkmark$$

۴۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ابتدا ضابطه تابع مساحت را بر حسب x می‌نویسیم. اگر محیط برابر ۲۴ باشد، مجموع طول و عرض مستطیل برابر ۱۲ می‌شود، پس اگر طول یکی از اضلاع x باشد، طول ضلع دیگر $12 - x$ می‌باشد، بنابراین:

$$S(x) = x(12 - x) = -x^2 + 12x$$

چون ضریب x^2 منفی است، پس این سهمی دارای بیشترین مقدار است. کافی است مختصات رأس این سهمی را به دست آوریم:

$$\text{راس } x = -\frac{b}{2a} = \frac{-12}{-2} = 6 \Rightarrow \text{راس} = -(6)^2 + 12(6) = 36$$

بنابراین بیشترین مقدار مساحت به ازای $x = 6$ به دست می‌آید.

۴	۳	۲	۱	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۵
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۶
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۷
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۱
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۳
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۵
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۷
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۱۸
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۱۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۱
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۲۳
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۵
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۶
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۷
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۸
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۲۹
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۰
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۱
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۲
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۳
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۴
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ۳۵
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۶
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۷
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۸
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۳۹
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ۴۰