

بسمه تعالی

درس نامه و نکات کلیدی و حل تمرین های فصل هفتم پایه هفتم

سمیه انصاری - عبدالهادی آرامی - عبدالله بهزادی

درس اول: تعریف توان

توان: عبارتی مانند: $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ را در ریاضیات برای ساده تر شدن به صورت 2^5 می نویسیم و آن را

چنین می خوانیم: **۲ به توان ۵**

در عبارت 2^5 ، ۲ را **پایه** و ۵ را **توان** می نامیم. درست شبیه همان کاری که در ساده کردن و خلاصه

کردن جمع انجام می دادیم. $(2 + 2 + 2 + 2 + 2 = 5 \times 2)$

مثال: کدامیک از عبارتهای زیر a^n را درست توصیف می کند؟

الف) a را n بار در خودش ضرب کنیم. ب) n را a بار در خودش ضرب کنیم.

پاسخ: با توجه به توضیحات بالا گزینه الف درست می باشد.

* به توان ، نما یا قوه هم گفته می شود .

قوانین توان

* هر عدد به توان یک برابر خودش می شود :

$$\text{مثلاً} \quad a^1 = a$$

* عدد یک به توان هر عددی برابر یک می شود :

$$\text{مثلاً} \quad 1^2 = 1$$

* هر عدد (به جز صفر) به توان صفر برابر ۱ می شود :

$$\text{مثلاً} \quad 15^0 = 1$$



* عدد صفر به توان هر عددی (به جز صفر) برابر صفر می شود :

$$\text{مثلاً } 0 = 0.15$$

* صفر به توان صفر معنا ندارد و تعریف نشده است :
تعریف نشده $0^0 = 0$

نقش پرانتز در اعداد توان دار

- اگر عددی منفی داخل پرانتز به توان زوج رسید ، حاصل عددی مثبت می شود :

مثال:

$$(-5)^2 = (-5) \times (-5) = 25$$

- اگر توان عددی منفی داخل پرانتز بود ، پرانتز در توان رساندن عدد نقشی ندارد :

مثال:

$$(-5^2) = -(5 \times 5) = -25$$

- اگر عددی منفی بدون پرانتز به توان برسد ، حاصل عددی منفی می شود :

مثال:

$$-7^2 = -(7 \times 7) = -49$$

- اگر یک کسر داخل پرانتز به توان برسد ، توان شامل صورت و مخرج می شود:

مثال:

$$\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$$

- اگر کسری بدون پرانتز به توان برسد یا توان در صورت یا مخرج کسر باشد، پرانتز هیچ نقشی در توان

ندارد:

$$\left(\frac{3^2}{5}\right) = \frac{3 \times 3}{5} = \frac{9}{5} \quad \frac{5}{2^2} = \frac{5}{2 \times 2} = \frac{5}{4}$$

مثال:

- اگر یک عبارت جبری داخل پرانتز به توان برسد ، تک تک جمله‌های عبارت به توان می‌رسند:

مثال:

$$(\Delta ab)^2 = \Delta^2 a^2 b^2 = 2\Delta a^2 b^2$$

- اگر جمله‌ای از یک عبارت جبری توان نداشت توانش ۱ است :

مثال:

$$\gamma a^2 b y^4 = \gamma a^2 b^1 y^4$$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس اول را حل کنید.



درس دوم: محاسبه عبارت توان دار

با توجه به درس توان، ترتیب انجام دادن عملیات مختلف ریاضی به صورت :

(۱) پرانتز (۲) توان (۳) ضرب و تقسیم (۴) جمع و تفریق، انجام می شود

مثال:

$$\frac{4^3 \times 4 + 9 - 6}{5^2 + 2^3} = \frac{64 \times 4 + 9 - 6}{25 + 8} = \frac{256 + 9 - 6}{33} = \frac{259}{33}$$

گسترده توانی یک عدد

در نوشتن گسترده توانی هر عدد، ارزش مکانی رقم‌ها را به صورت توانی از ۱۰ می نویسیم.

مثال:

$$7304 = 7000 + 300 + 4 = 7 \times 10^3 + 3 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس دوم را حل کنید.



درس سوم: ساده کردن عبارات های توان دار

(۱) در ضرب عددهای توان دار با پایه های مساوی ، یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را جمع می کنیم:

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \quad \text{مثال:}$$

$$(-5)^3 \times (-5)^4 = (-5)^{3+4} = (-5)^7$$

(۲) در ضرب عددهای توان دار با توان های مساوی ، پایه ها را در هم ضرب و یکی از توانها را می نویسیم:

$$a^n \times b^n = (a \times b)^n \quad \text{مثال:}$$

$$7^5 \times (-2)^5 = (7 \times -2)^5 = (-14)^5$$

(۳) اگر پایه ها مثل هم نبود . مثلاً یکی عدد و دیگری کسر بود. سعی می کنیم آنها را به یک شکل تبدیل

کنیم:

مثال:

$$\left(\frac{3}{4}\right)^7 \times (0.75)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^7 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^9$$

(۴) یک عدد توان دار را در صورت نیاز می توان به صورت ضرب دو یا چند عدد توان دار تبدیل کرد.

مثال:

$$5^9 = 5^6 \times 5^2 \times 5^1 \quad 20^7 = 4^7 \times 5^7$$

این خواص کمک به حل بسیاری از سوالات اعداد توان دار می نماید.

مثال:

الف) اگر $2^{10} = 1024$ باشد ، حاصل 2^{12} را به دست آورید.

$$2^{12} = 2^{10} \times 2^2 = 1024 \times 4 = 4096$$

ب) گسترده ی عدد توان دار زیر را بنویسید :

$$۱۵^۹ = (۳ \times ۵)^۹ = ۳^۹ \times ۵^۹$$

ج) ساده کردن عبارت های توان دار :

$$\underbrace{۲^۳ \times ۲^۴}_{\text{ضرب پایه های مساوی}} \times ۵^۷ = \underbrace{۲^۷ \times ۵^۷}_{\text{ضرب توان های مساوی}} = ۱۰^۷$$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس سوم را حل کنید.



درس چهارم: جذر یا ریشه دوم

هر گاه عددی در خودش ضرب شود، حاصل را مجذور یا مربع آن عدد می‌گوییم.

* هر عدد صحیح مثبت دارای دو ریشه دوم، یکی مثبت و دیگری منفی است. مانند عدد ۲۵ که دو ریشه

دوم $+۵$ و -۵ دارد

* به ریشه ی دوم مثبت هر عدد حقیقی جذر آن عدد گفته می‌شود.

* علامت جذر $\sqrt{\quad}$ است.

* جذر هر عدد مانند ۹، ریشه دوم مثبت آن نیز گفته می‌شود.

* اعداد منفی جذر ندارند. زیرا حاصل ضرب هیچ عددی در خودش، منفی نمی‌شود.

* عدد صفر تنها یک ریشه دارد که آن خود عدد صفر است.

جذر دقیق:

* اعداد طبیعی که جذر دقیق طبیعی دارند، یعنی جذر آنها یک عدد طبیعی می‌شود را مربع کامل طبیعی گویند.

مانند ۱، ۴، ۹، ۱۶، ۲۵... برای رسیدن به جذر کامل از خود سؤال کنید چه عددی در خودش ضرب

شده که عدد زیر رادیکال را تشکیل داده است؟

$$\sqrt{۸۱} = ۹$$

مثال:

• برخی اعداد گویا نیز جذر دقیق دارند. می‌توان آنها را مربع کامل گویا نامید.

$$\sqrt{۰/۸۱} = \sqrt{\frac{۸۱}{۱۰۰}} = \frac{۹}{۱۰} = ۰/۹$$

مثال:

جذر تقریبی

* در جذر گرفتن از برخی اعداد حاصل آنها را نمی توان به صورت دقیق مشخص کرد. مانند $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, ...

بنابراین باید جذر این دسته اعداد را به صورت تقریبی محاسبه کرد. برای رسیدن به جذر تقریبی یک عدد

ابتدا باید معلوم کنید که عدد زیر رادیکال شما بین کدام دو عدد صحیح قرار گرفته است مانند $\sqrt{18}$ که

بین دو رادیکال $\sqrt{16}$ و $\sqrt{25}$ قرار گرفته یعنی:

$$\sqrt{16} < \sqrt{18} < \sqrt{25}$$

پس $\sqrt{18}$ بین دو عدد ۴ و ۵ قرار گرفته است .

بسیار مهم :

ضمناً می توانید اگر به عدد کوچکتر نزدیک بود : $0/1$ ، $0/1$ به عدد کوچکتر اضافه کنید تا به حدود جذر

مورد نظر برسید و اگر به عدد بزرگتر نزدیک بود : $0/1$ ، $0/1$ از عدد بزرگتر کم کنید تا به حدود جذر

مورد نظر برسید .

عدد	۴/۱	۴/۲	۴/۳	۴/۴
مجدور	۱۶/۸۲	۱۷/۶۴	۱۸/۴۹	۱۹/۳۶

پس داریم : $\sqrt{18} \approx 4/2$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس چهارم را حل کنید.



۱) در جای خالی عدد یا کلمه مناسب بنویسید.



الف) عدد $\sqrt{10}$ بین دو عدد صحیح متوالی ۳ و ۴ قرار دارد.

ب) ریشه های دوم هر عدد مثبت **قرینه** یکدیگرند.

پ) حاصل عبارت $\sqrt{25} - 16$ برابر با ۳ است.

ت) حاصل عبارت -4^2 برابر با عدد ۱۶- است.

۲) درستی یا نادرستی هریک از رابطه های زیر را مشخص کنید.

$(7 - 5)^2 = 7^2 - 5^2$ غ $\sqrt{\frac{64}{16}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{16}}$ ص

$(5 + 3)^\circ = 3^\circ + 5^\circ$ غ $(5 \times 2)^3 = 5^3 \times 2^3$ ص

۴) مقدار تقریبی جذرهای زیر را بدست آورید.

$\sqrt{23} \approx 4/8$

عدد	۴/۹	۴/۸	۴/۷
مجذور	۲۴/۰۱	۲۳/۰۴	۲۲/۰۹

$\sqrt{61} = 7/8$

عدد	۷/۹	۷/۸
مجذور	۶۲/۴۱	۶۰/۸۴

$$\sqrt{43} = 6/6$$

عدد	6/1	6/2	6/3	6/4	6/5	6/6
مجذور	37/21	38/44	39/69	40/96	42/25	43/56

$$\sqrt{55} = 7/4$$

عدد	7/1	7/2	7/3	7/4	7/5
مجذور	50/41	51/84	53/29	54/76	56/25

5) حاصل عبارتهای زیر را به صورت یک عدد تواندار بنویسید.

$$\left(\frac{12}{5}\right)^4 \times 2/4^3 \times \left(2\frac{2}{5}\right)^2 = \left(\frac{12}{5}\right)^9 \qquad 7^5 \times 28^2 \times 4^5 = 28^5 \times 28^2 = 28^7$$

6) ابتدا اعداد زیر را به صورت گسترده بنویسید سپس آنها را به صورت تواندار بنویسید.

$$5006 = 5000 + 6 = 5 \times 10^4 + 0 \times 10^3 + 0 \times 10^2 + 0 \times 10^1 + 6 \times 10^0$$

$$120584 = 100000 + 20000 + 500 + 80 + 4$$

$$= 1 \times 10^5 + 2 \times 10^4 + 0 \times 10^3 + 5 \times 10^2 + 8 \times 10^1 + 4 \times 10^0$$

7) اعداد زیر را به صورت ضرب اعداد تواندار بنویسید.

$$2700 = 2^2 \times 3^3 \times 5^2$$

$$576 = 2^6 \times 3^2$$