تکانه کمیتی فیزیکی است که اجسام در حال حرکت، آن را دارند. تکانه را می توان به صورت « جرم در حرکت» تعریف کرد. همانطور که همه اجسام جرم دارند، همه اجسام در حال حرکت، تکانه دارند. اندازه تکانه هر جسم، به دو کمیت بستگی دارد: جرم و سرعت. اینکه چه مقدار از جسم حرکت می کند و اینکه این مقدار از جسم، با چه سرعتی حرکت می کند. اگر به صورت معادله ریاضی بخواهیم بیان کنیم، می نویسیم:

$$\text{تکانه} = \text{جرم} \times \text{سرعت}$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

- تکانه، یک کمیت برداری است و جهت آن، همان جهت بردار سرعت است.
- اگر جسمی ساکن باشد، تکانه آن صفر است. چون سرعت آن صفر است.
- یکای تکانه (Kg.m/s) است.

## تکانه و قانون دوم نیوتون

قانون اول نیوتون می گوید: اگر جسمی ساکن و یا در حال حرکت با سرعت ثابت باشد، تا زمانی که نیرویی به آن وارد نشود، در حالت خود باقی می مانند. حال فرض کنیم به جسمی که با سرعت $v_1$ حرکت می کند، نیروی F وارد شود و به سرعت نهایی $v_2$ برسد:

بنابر قانون دوم نیوتون داریم:

$$\vec{F} = m\vec{a} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{m(\overrightarrow{v_2} - \overrightarrow{v_1})}{\Delta t} = \frac{m\overrightarrow{v_2} - m\overrightarrow{v_1}}{\Delta t} = \frac{\overrightarrow{p_2} - \overrightarrow{p_1}}{\Delta t}$$

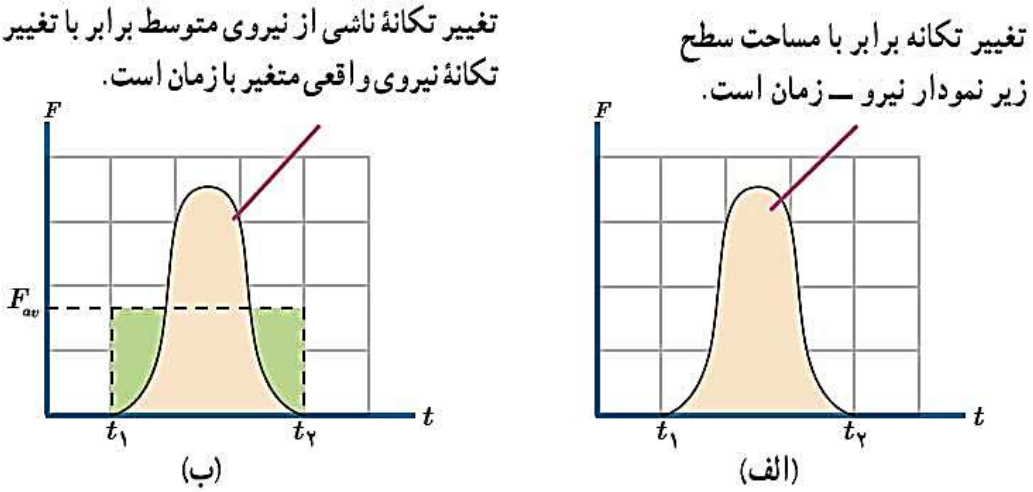
همانطور که می بینیم نیروی وارد شده به صورت تغییرات کمیت mv ، یعنی تغییرات تکانه بر زمان نشان داده شده است.

$$\vec{F} = \frac{\Delta\vec{p}}{\Delta t}$$

تغییر تکانه را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\Delta\vec{p} = \vec{F} \times \Delta t$$

**اما در شرایط واقعی، به ندرت نیرو ثابت است. در این شرایط این رابطه را برای بازه های زمانی کوتاهی که در آن، میتوان نیرو را ثابت در نظر گرفت، استفاده کرد. برای بازه زمانی بزرگ، به جای نیروی خالص باید نیروی خالص متوسط را در رابطه قرار داد. تغییر تکانه یک جسم را می توان از مساحت زیر نمودار نیرو-زمان محاسبه کرد.**




**در شکل الف، برای به دست آوردن تغییر تکانه ، بازه زمانی $t_1$ تا $t_2$ را به بازه های زمانی بسیار کوچک تقسیم کرده که در آن بازه، نیرو ثابت است. در شکل ب، نیروی خارجی متوسط وارد شده در بازه زمانی $t_1$ تا $t_2$ را در نظر گرفته است و مساحت زیر نمودار نیروی متوسط-زمان را به دست آورده است.**

## نقش کیسه هوا در تصادف های رانندگی

**جاسازی کیسه هوا در خودروها، یکی از روش های معمول ایجاد ایمنی است. ساز و کار این وسیله، به این صورت است که هنگام بروز حادثه که به تغییر سرعت ناگهانی خودرو می انجامد، بر اثر یک واکنش شیمیایی سریع، گازی در یک کیسه پلاستیکی تولید می شود و کیسه پر از گاز در مقابل راننده و سرنشین قرار می گیرد.**

برخورد آنها به کیسه هوا، مدت زمان تغییر سرعت یا زمان توقف آنها را بسیار طولانی می کند. در نتیجه طبق رابطه $F=\Delta p/\Delta t$ با افزایش $\Delta t$ نیروی متوسط وارد بر سرنشینان کاهش می یابد و بدین ترتیب از وارد شدن آسیب جدی به آنها جلوگیری می شود.

زمان توقف در برخورد با جسم سخت در حدود هزارم ثانیه است، در حالی که کیسه هوا، این زمان را تا چند ثانیه افزایش می دهد. از اینرو نیروی وارد بر سرنشین تا حدود یک هزارم، کاهش می یابد.

## رابطه بین انرژی جنبشی و تکانه

میدانیم انرژی جنبشی هم به سرعت و جرم جسم بستگی دارد. اما تفاوت آن با تکانه چیست؟

1- انرژی جنبشی یک کمیت نرده ای است و جهت ندارد. اما تکانه یک کمیت برداری است و جهت دارد.
2- اندازه تکانه متناسب با اندازه سرعت است اما اندازه انرژی جنبشی با توان دوم سرعت متناسب است.

$$\mathrm{K}=\frac{1}{2}mv^2=\frac{1}{2}\frac{(mv)^2}{m}=\frac{p^2}{2m}$$

مثال 1:

گلوله ای به جرم 10g با سرعت 5 متر بر ثانیه در جهت مثبت محور x در حال حرکت است.

الف) تکانه گلوله را تعیین کنید.

ب) انرژی جنبشی گلوله را به دست آورید.

پاسخ:

الف:تکانه گلوله از رابطه زیر به دست می آید:

$$\vec{p}=m\vec{v}=(10\times10^{-3}kg)\times\left(5\frac{m}{s}\right)\vec{\imath}=\left(5\times10^{-2}\frac{m}{s}\right)\vec{\imath}$$

ب) رابطه انرژی جنبشی به صورت زیر است:

$$\mathrm{K}=\frac{p^2}{2m}=\frac{\left(5\times10^{-2}\frac{m}{s}\right)^2}{2\times10\times10^{-2}}=0.125J$$

**مثال2:**

**شکل روبرو صحنه ای از یک آزمون تصادف را نشان می دهد که در آن خودرویی به جرم 1200kg به دیواری برخورد کرده و سپس برمی گردد. اگر تندی اولیه و نهایی خودرو به ترتیب 54km/h و 9km/h باشد و تصادف 0.15s طول بکشد،**

**الف)تغییر تکانه خودرو را پیدا کنید.**

**ب)اندازه و جهت نیروی متوسط وارد بر خودرو را تعیین کنید.**

**پاسخ:**

**الف)**

$$v_2 = 9\frac{km}{h} = 2.5\frac{m}{s}$$

$$v_1 = 54\frac{km}{h} = 15\frac{m}{s}$$

$$\Delta\vec{v} = (2.5 - 15) = -12.5\frac{m}{s}$$

$$\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v} = 1200kg \times \left(-12.5\frac{m}{s}\right)\vec{i} = -15000\frac{kg.m}{s}\vec{i}$$

**ب)نیروی وارد شده از رابطه زیر به دست می آید:**

$$\vec{F} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t} = \frac{-15000}{0.150} = (-1 \times 10^5 N)\vec{i}$$

**مثال3:**

**اگر جرم جسم B ، $\frac{5}{8}$ جرم جسم A و تکانه جسم A ، $\frac{4}{3}$ تکانه جسم B باشد، نسبت انرژی جنبشی جسم A به انرژی جنبشی جسمB ، کدام است؟**

**پاسخ:**

$$m_B = \frac{5}{8} m_A$$

$$p_A = \frac{4}{3} p_B$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \rightarrow \frac{K_A}{K_B} = (\frac{p_A}{p_B})^2 \times \left(\frac{m_B}{m_A}\right) = \frac{16}{9} \times \frac{5}{8} = \frac{10}{9}$$

**مثال 4:**

**شخصی به جرم 60 کیلوگرم از یک بلندی روی یک تشک سقوط می کند. اگر تندی او هنگام رسیدن به تشک 5m/s باشد و پس از 0.2 ثانیه متوقف شود، اندازه نیروی متوسطی که تشک بر او وارد می کند، چقدر است؟**

**پاسخ:**

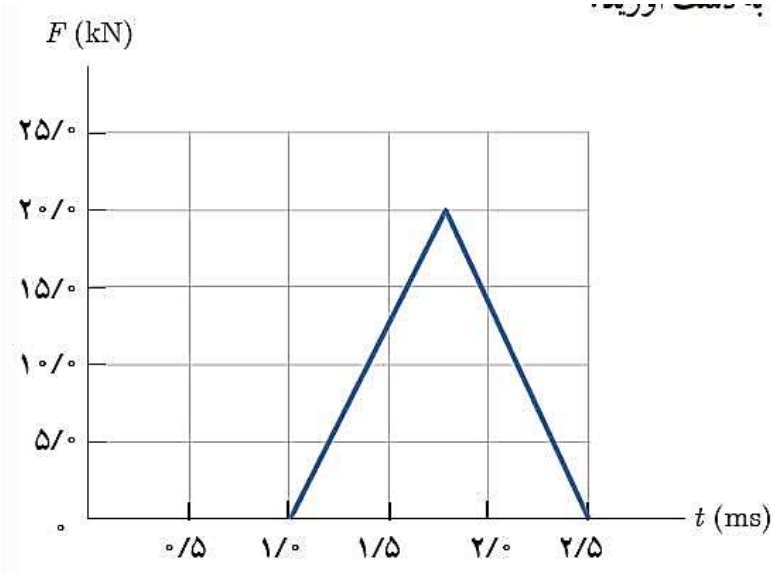
**از رابطه زیر برای محاسبه نیروی وارد شده استفاده می کنیم:**

$$|F| = \left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right| = \left|\frac{m\Delta v}{\Delta t}\right| = \left|\frac{60kg \times (v_2 - v_1)}{0.2s}\right|$$

**$V_2$ یعنی سرعت نهایی برابر با صفر است بنابر این:**

$$|F| = \left|\frac{60kg \times (0 - 5m/s)}{0.2s}\right| = |-1500N| = 1500N$$

**مثال 5: شکل زیر، منحنی نیروی خالص بر حسب زمان را برای توپ بیسبالی که با چوب بیسبال به آن ضربه زده شده است، نشان می دهد. تغییر تکانه توپ و نیروی خالص متوسط وارد بر آن را بدست آورید.**




**پاسخ :**

**مساحت زیر نمودار F-t برابر تغییر تکانه است. بنابراین داریم:**

$$\Delta p = s = \frac{(2.5-1)\times 10^{-3}\times 20\times 10^{3}}{2} = 15\ \frac{kg.m}{s}$$

$$F_{av} = \left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right| = \frac{15}{1.5\times 10^{-3}} = 10000\ N$$

## تمرین ها

**تمرین 1: سرعت گلوله ای به جرم 0.2kg تحت اثر نیروی ثابتی از $V_1=10i-8j$ به $V_2=6i-5j$ می رسد.(در SI). اگر زمان تاثیر نیرو برابر با 0.1 ثانیه باشد، بزرگی نیرو چند نیوتون است؟**

**پاسخ:**

$$\overrightarrow{V_2} = 6\vec{\imath} - 5\vec{\jmath}$$

$$\overrightarrow{V_1} = 10\vec{\imath} - 8\vec{\jmath}$$

$$\Delta V = -4\vec{\imath} + 3\vec{\jmath} \rightarrow |\Delta V| = 5\frac{m}{s}$$

$$\Delta p = m|\Delta V| = 0.2kg \times 5\frac{m}{s} = 1\frac{kg.m}{s}$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{1}{0.1} = 10N$$

**تمرین 2: تکانه جسم A برابر با تکانه جسم B است. اگر جرم جسم A دوبرابر جرم جسم B باشد، انرژی جنبشی آن چند برابر انرژی جنبشی جسم B است؟**

**پاسخ:**

$$p_A = p_B$$

$$m_A = 2m_B$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \rightarrow \frac{K_A}{K_B} = (\frac{p_A}{p_B})^2 \times \left(\frac{m_B}{m_A}\right) = \frac{1}{2}$$

**تمرین 3: تکانه اتومبیلی به جرم یک تن با تکانه ی کامیونی به جرم پنج تن برابر است. انرژی جنبشی کامیون چند برابر انرژی جنبشی اتومبیل است؟**

**پاسخ:**

**کمیت های مربوط به کامیون را با A و کمیت های مربوط به ماشین را با B نشان می دهیم:**

$$p_A = p_B$$

$$m_A = 5m_B$$

$$K = \frac{p^2}{2m} \rightarrow \frac{K_A}{K_B} = (\frac{p_A}{p_B})^2 \times \left(\frac{m_B}{m_A}\right) = \frac{1}{5}$$

**تمرین 4: جسمی به جرم 2kg روی سطح افقی بدون اصطکاکی با سرعت 5m/s در حال حرکت است. اگر نیروی افقی F=3N در جهت حرکت جسم به مدت 4 ثانیه بر جسم وارد شود، در پایان این مدت تکانه جسم چند $\frac{kg,m}{s}$ می شود؟**

**پاسخ:**

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = 3N = \frac{\Delta p}{4s} \rightarrow \Delta p = 12\ kg.\frac{m}{s}$$

$$\Delta p = m\Delta v = mv_2 - mv_1 \rightarrow 12 = p_2 - 2kg \times 5\frac{m}{s} \rightarrow$$

$$p_2 = 22\ kg.\frac{m}{s}$$

**تمرین 5: جسمی به جرم 50g از ارتفاع 60 متری رها می شود و در لحظه ای، سرعت آن به 14m/s میرسد و یک ثانیه پس از آن، سرعت جسم به 23m/s می رسد. تغییر تکانه جسم در این یک ثانیه، چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟**

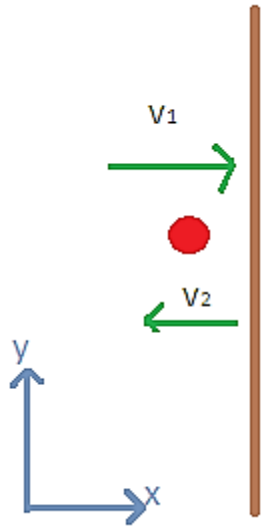
**پاسخ:**

$$\Delta p = m\Delta v = m(v_2 - v_1) \rightarrow \Delta p = 50 \times 10^{-3} kg \times (23 - 14)\frac{m}{s}$$

$$\Delta p = \frac{5 \times 9}{100} = 0.45\frac{kgm}{s}$$

**تمرین 6: گلوله ای به جرم 0.05kg با تندی افقی 20m/s به دیواری برخورد می کند و به صورت افقی با تندی 15m/s در جهت مخالف بر می گردد. اندازه تغییر تکانه گلوله را محاسبه کنید.**

**پاسخ:**

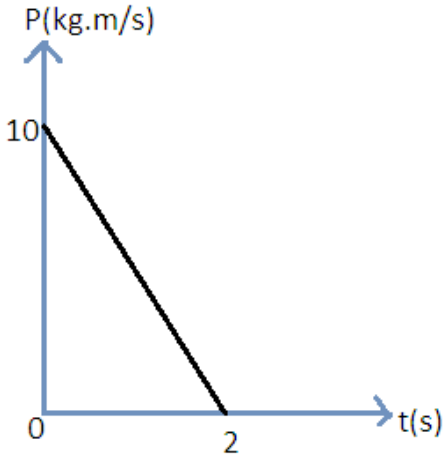



**چون سرعت اولیه و ثانویه در خلاف جهت هم هستند، یک جهت را مانند شکل جهت مثبت محور مختصات می گیریم و سرعت ها را علامت گذاری می کنیم:**

$$\Delta p = m(v_2 - v_1) = 0.05kg \times (-15\frac{m}{s} - 20\frac{m}{s}) = -1.75\ kg.m/s$$

$$|\Delta p| = 1.75\ kg.\frac{m}{s}$$

**تمرین 7: نمودار تغییرتکانه متحرکی بر حسب زمان در SI، مطابق شکل روبه رو است. اندازه نیروی خالص متوسط وارد بر این متحرک در بازه زمانی صفر تا 2ثانیه چند نیوتون است؟**




**پاسخ:**

**از رابطه زیر برای به دست آوردن نیروی متوسط استفاده می کنیم:**

$$|F| = \left|\frac{\Delta p}{\Delta t}\right| = \left|\frac{(p_2 - p_1)}{2s}\right| = \left|\frac{(0 - 10)}{2s}\right| = 5N$$