

### ۱- تقسیم یک جمله‌ای بر یک جمله‌ای

- برای تقسیم دو یک جمله‌ای بر یکدیگر از قوانین ساده کردن کسرها و نیز قوانین مربوط به ساده کردن توان‌ها استفاده می‌کنیم.

مثال  $\frac{14x^5y}{2x^2y^2} = \frac{7x^3}{y}$  و  $\frac{-18a^2xz^4}{27x^6z} = \frac{-2a^2z^3}{3x^5}$

### ۲- تقسیم چند جمله‌ای بر یک جمله‌ای

اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  اعدادی صحیح و  $d$  عددی صحیح و غیر صفر باشد، داریم:

$$\frac{a+b+c}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d}$$

به طور مشابه برای تقسیم چند جمله‌ای  $12x^3 - 18x + 2$  بر  $6$  به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\frac{12x^3 - 18x + 2}{6} = \frac{12x^3}{6} - \frac{18x}{6} + \frac{2}{6} = 2x^3 - 3x + \frac{1}{3}$$

## فعالیت

توضیح دهید که هر یک از تقسیم‌های زیر چگونه انجام شده است؛ جاهای خالی را پر و حل را کامل کنید.

الف)  $\frac{2a^4 + 5a^3 - 8a}{4a^2} = \frac{2a^4}{4a^2} + \frac{5a^3}{4a^2} - \frac{8a}{4a^2} = \frac{1}{2}a^2 + \frac{5a}{4} - \frac{2}{a}$

ب)  $\frac{14x^3yz - 6xy + 3x^2y^2z^2}{2x^2y^2z} = \frac{14x^3yz}{2x^2y^2z} - \frac{6xy}{2x^2y^2z} + \frac{3x^2y^2z^2}{2x^2y^2z}$   
 $= \frac{7x}{y} - \frac{3}{xy^2z} + \frac{3z}{2}$

ج)  $(8y^3 - 4y^2 + 12y) \div (-4y^2) = \frac{8y^3 - 4y^2 + 12y}{-4y^2} =$   
 $= \frac{8y^3}{-4y^2} - \frac{4y^2}{-4y^2} + \frac{12y}{-4y^2} = -2y + 1 - \frac{3}{y}$

تقسیم‌های زیر را انجام دهید.

الف)  $\frac{-21a^4b^2c}{28ab^6} = -\frac{3a^3c}{4b^4}$

ب)  $\frac{24x^6y - 2z + 3xyz}{x^2z} = \frac{24x^4y}{z} - \frac{2}{x^2} + \frac{3y}{x}$

۳- تقسیم چند جمله‌ای بر چند جمله‌ای  
 اگر تقسیم مقابل را در نظر بگیریم:  $26 \overline{) 8}$  ← مقسوم  
 $26 \overline{) 8}$  ← مقسوم  
 $26 \overline{) 8}$  ← مقسوم  
 $26 \overline{) 8}$  ← مقسوم  
 خارج قسمت  
 باقیمانده

عدد ۲۶ را مقسوم، ۸ را مقسوم علیه، ۳ را خارج قسمت و ۲ را باقی مانده می‌نامیم. رابطه‌های تقسیم بالا به صورت زیر است:

$$\begin{cases} 3 \times 8 + 2 = 26 \\ 2 < 8 \end{cases}$$

مثال: چند جمله‌ای  $2x^2 - 7x - 15$  را بر چند جمله‌ای  $x - 5$  تقسیم کنید.

چند جمله‌ای  $2x^2 - 7x - 15$  را مقسوم و  $x - 5$  را مقسوم علیه می‌نامیم. در اولین گام باید مقسوم و مقسوم علیه را بر حسب توان‌های نزولی متغیر موجود (در اینجا  $x$ ) مرتب کرد. در مثال ما چند جمله‌ای‌های مورد نظر مرتب شده هستند.

اکنون اولین جمله مقسوم را بر اولین جمله مقسوم علیه تقسیم می‌کنیم؛ یعنی:  $\frac{2x^2}{x} = 2x$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 7x - 15 \quad | \quad x - 5 \\ + 2x^2 - 10x \quad \quad \quad 2x \\ \hline \end{array}$$

حاصل ضرب  $2x$  در  $x - 5$  را به دست می‌آوریم و آن را از عبارت مقسوم کم می‌کنیم:

$$2x^2 - 7x - 15 - (2x^2 - 10x) = 2x^2 - 7x - 15 - 2x^2 + 10x = +3x - 15$$

برای آسان‌تر شدن، می‌توانیم پس از محاسبه حاصل ضرب  $2x$  در  $x - 5$ ، در کادر بالا علامت عبارت حاصل را قرینه کنیم و محاسبه را انجام دهیم؛ یعنی:

داخل کادر

$$\begin{array}{r|l} 2x^2 - 7x - 15 & x - 5 \\ + 2x^2 - 10x & 2x \\ \hline & 3x - 15 \end{array}$$

اکنون دوباره  $2x-15$  را بر  $x-5$  تقسیم و مراحل قبل را تکرار می‌کنیم؛ یعنی اولین جمله عبارت  $2x-15$  را بر اولین جمله  $x-5$  تقسیم می‌کنیم. توجه داریم که این چند جمله‌ای‌ها نیز باید برحسب توان‌های نزولی مرتب شده باشند؛ داریم:  $\frac{2x}{x} = 2$ . این تقسیم‌ها را تا زمانی ادامه می‌دهیم که یا باقیمانده صفر شود یا درجه چند جمله‌ای باقیمانده از درجه مقسوم علیه کمتر شود.

$$\begin{array}{r|l} 2x^2 - 7x - 15 & x - 5 \\ \pm 2x^2 \pm 10x & 2x + 3 \\ \hline & 3x - 15 \\ & \pm 3x \pm 15 \\ \hline & 0 \end{array}$$

وقتی باقیمانده صفر باشد، می‌گوییم مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است.

## فعالیت

۱- تقسیم‌های زیر را انجام دهید و مراحل کار را توضیح دهید. جاهای خالی را پر و حل را کامل کنید.

الف) 
$$\begin{array}{r|l} 4x^3 - 3x^2 + x + 7 & x^2 - 2 \\ \pm 4x^3 & \boxed{4x} - 3 \\ \hline & -3x^2 + 9x + 7 \\ & \pm 3x^2 \pm \boxed{6} \\ \hline & \boxed{9x} + 1 \end{array}$$

$$\frac{4x^3}{x^2} = 4x$$

درجه چند جمله‌ای از درجه مقسوم علیه کمتر شده

باقیمانده این تقسیم چیست؟

$$9x + 1$$

ب) 
$$\begin{array}{r|l} x^2 - 5x - 24 & x - 8 \\ + x^2 - 8x & \boxed{x} + \boxed{3} \\ \hline & 3x - 24 \\ & + 3x - 24 \\ \hline & 0 \end{array}$$

$$\frac{x^2}{x} = x$$

$$\frac{-5x}{x} = -5$$

باقیمانده صفر است

۵

$$\begin{array}{r} 2m^0 + 2m^1 - 2m^2 + 2m^3 - 2m^4 + \dots \quad | \quad m+3 \\ \underline{-2m^0 + 4m^1} \\ -2m^1 - 2m^2 + 2m^3 - 2m^4 + \dots \\ \underline{+2m^1 - 4m^2} \\ 2m^2 + 2m^3 - 4m^4 + \dots \\ \underline{-2m^2 + 4m^3} \\ -2m^3 - 2m^4 + \dots \\ \underline{-2m^3 + 4m^4} \\ -2m^4 - 2m^5 + \dots \\ \underline{+2m^4 - 4m^5} \\ 2m^5 + 2m^6 - 4m^7 + \dots \end{array}$$

۶

$$\begin{array}{r} x^4 - 2x^3 + x^2 - 2x + 1 \quad | \quad x-2 \\ \underline{+2x^3 - 4x^2} \\ 2x^2 - 2x + 1 \\ \underline{+4x^2 - 8x} \\ 6x - 2x + 1 \\ \underline{-12x + 24} \\ 14x - 23 \end{array}$$

۷

$$\begin{array}{r} 3y^2 - 10y - 25 \quad | \quad y-2 \\ \underline{-6y^2 + 12y} \\ 16y - 25 \\ \underline{-32y + 64} \\ -16y + 39 \end{array}$$

سوال ۲

$$\begin{array}{r} -km^4 - 2m^3 + m^2 + a \quad | \quad m+1 \\ \underline{-km^4 - km^3} \\ -2m^3 + m^2 + a + km^3 \\ \underline{+2m^3 - 2m^2} \\ -m^2 + a + km^3 + 2m^2 \\ \underline{+m^2 - m} \\ -m + a + km^3 + 3m^2 \end{array}$$

رابطه  $(-m+1)(-km^3 - km^2 - m^2 - m - 2) + 7$

$$\begin{array}{r} x^4 + m^2 + a \\ \underline{+m^2 - m} \\ x^4 + 2m^2 + a - m \\ \underline{+2m^2 - 2m} \\ x^4 + 4m^2 + a - 2m \\ \underline{+2m^2 - 2m} \\ x^4 + 6m^2 + a - 4m \\ \underline{+2m^2 - 2m} \\ x^4 + 8m^2 + a - 6m \\ \underline{+2m^2 - 2m} \\ x^4 + 10m^2 + a - 8m \end{array}$$

سوال ۳  $x(m+1) = x^2 + \epsilon m$

عرف =  $\frac{مخرج}{مقلد لا قاع}$

$$\begin{array}{r} 2x^3 + 15x^2 + 28x \quad | \quad x^2 + \epsilon m \\ \underline{-2x^3 + 15x^2} \\ 28x + \epsilon m \end{array}$$

عرف  $2m+7$

سوال ۴ شرط تجزیه باقی مانده باید برابر صفر باشد

$$\begin{array}{r} 20x^3 + 23x^2 - 10x + a \quad | \quad \epsilon m + 3 \\ \underline{-20x^3 + 15\epsilon x^2} \\ 8\epsilon x^2 - 10x + a + 3\epsilon m \\ \underline{-8\epsilon x^2 + 4\epsilon m} \\ -14x + a + 3\epsilon m + 4\epsilon m \\ \underline{+14x - 14\epsilon} \\ a + 14\epsilon \end{array}$$

$a+14=0$  خواهد بود  $a = -14$

الف

$$\begin{array}{r} 4x^3 - 19x^2 + 14x - 4 \quad | \quad -x + 2 \\ \underline{-4x^3 + 8x^2} \phantom{+ 14x - 4} \\ -7x^2 + 14x - 4 \\ \underline{+7x^2 + 14x} \\ 2x - 4 \\ \underline{-2x + 4} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -x^2 + 8x - 12 \quad | \quad x + 4 \\ \underline{+x^2 + 4x} \\ 4x^2 + 8x - 12 \\ \underline{-4x^2 + 16x} \\ -28x - 12 \\ \underline{+28x + 112} \\ 100 \end{array}$$

۲- تقسیم زیر را انجام دهید و رابطه تقسیم را بنویسید. حل را کامل کنید.

$$\begin{array}{r} 10x^2 - 3x^2 + 2x - 19 \quad | \quad -3 + 2x^2 \\ \underline{+10x^2 - 15x^2} \\ 12x^2 + 2x - 19 \\ \underline{+12x^2 - 18} \\ 2x - 1 \end{array}$$

رابطه های تقسیم:

$$(5x^2 + 9)(2x^2 - 3) + 2x - 1 = 10x^2 - 3x^2 + 2x - 19$$

درجه چند جمله ای  $2x - 1$  از  $2x^2 - 3$  کمتر است.

### کاردرکلاس

تقسیم های زیر را انجام دهید.

الف)  $6x^2 - 19x^2 + 16x - 4 \quad | \quad 2 - x$

ب)  $-x^2 - 12 + 8x \quad | \quad x + 6$

### تمرین

۱- تقسیم های زیر را انجام دهید.

الف)  $\frac{-2x^2y^2z^2}{18xz^5} = \frac{-xy^2z^2}{9}$

ب)  $\frac{2a^2y^2 - a^2y^2 + 15xy}{-5y^2} = -\frac{2a^2}{5y} + \frac{a^2}{5} - \frac{3x}{y}$

ج)  $(x^2 - 27) \div (x - 2)$

د)  $(3y^2 - 10y - 24) \div (3y - 4)$

ه)  $2x^5 + 5x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 3 \quad | \quad x + 3$

۲- خارج قسمت و باقیمانده تقسیم زیر را مشخص کنید و درستی عمل تقسیم را با نوشتن روابط

تقسیم نشان دهید.  $-3x^4 + 4x^6 + x^2 + 5 \quad | \quad 1 - x$

۳- حجم یک جعبه به شکل مکعب مستطیل برابر با  $2x^2 + 15x^2 + 28x$  است. اگر ارتفاع این

جعبه  $x$  و طول آن  $x + 4$  باشد، عرض آن را به دست آورید.

۴- اگر چند جمله ای  $20x^2 + 23x^2 - 10x + a$  بر  $4x + 3$  بخش پذیر باشد،  $a$  را به دست آورید.

۵- خارج قسمت و باقیمانده تقسیم عبارت  $2x^2 - 9x + 9$  را بر هر یک از عبارت های زیر به دست آورید.

$x + 3$  و  $x - 3$  و  $2x - 3$  و  $2x + 3$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \quad | \quad x + 3 \\ \underline{-2x^2 + 6x} \\ -15x + 9 \\ \underline{+15x - 45} \\ -36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \quad | \quad x - 3 \\ \underline{-2x^2 + 6x} \\ -15x + 9 \\ \underline{+15x - 45} \\ -36 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \quad | \quad x - 3 \\ \underline{-2x^2 + 6x} \\ -3x + 9 \\ \underline{+3x - 9} \\ 0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2x^2 - 9x + 9 \quad | \quad x - 4 \\ \underline{-2x^2 + 8x} \\ -x + 9 \\ \underline{+x - 4} \\ 5 \end{array}$$