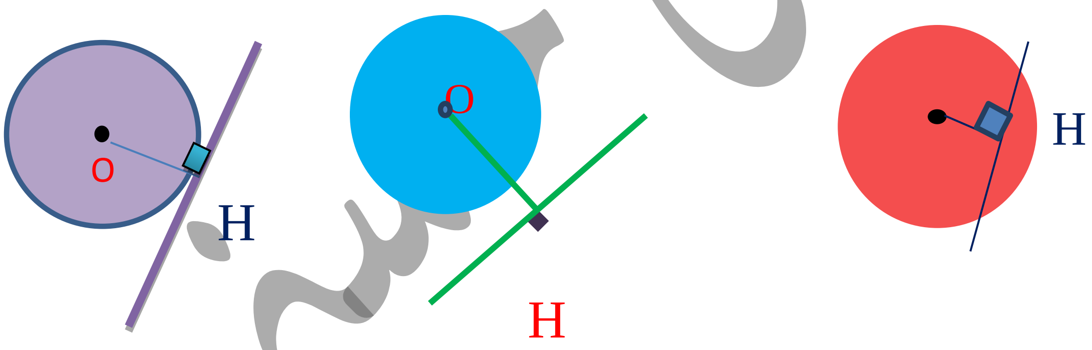
تاریخچه

مهم ترین مسئله ای که می توانست ریاضی دانان مصری وبابلی را به خود مشغول دارد محاسبه ی مساحت دایره بود برای این کار از رابطه استفاده می کردند : $S=[\frac{8}{9}d]$ که در آن d قطر دایره بود . منشاپیدایش این رابطه تقریب زدن دایره با یک ۸ضلعی بوده است. اگر این رابطه را با πr^2 مقایسه کنیم مقدار π برابر است با ۳/۶۱ می شود که تقریب خوبی در زمان خودش بوده است.

نکات مهم

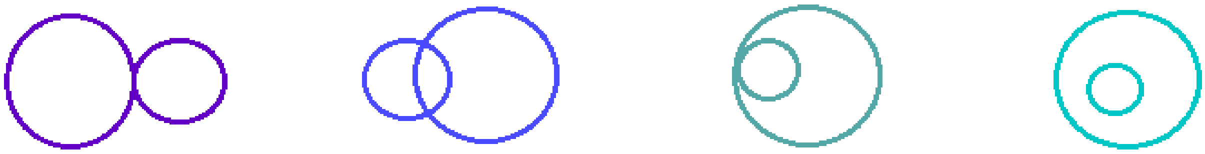
1-خط و دایره در۳ وضعیت نسبت به هم قرار می گیرند:



OH=R   OH>R   OH<R

۲-مماس بر دایره در نقطه ی تماس بر شعاع دایره عمود است.

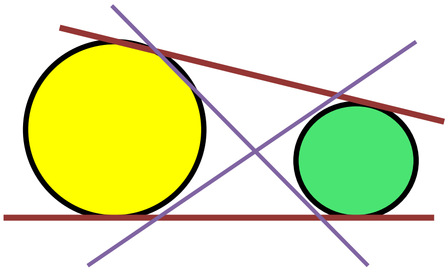
۳-دو دایره در ۵ وضعیت نسبت به هم قرار دارند.اگر OO=d باشد و شعاع دو دایره را با R و r نشان دهیم



$d=R+r$ $R-r<d<R+r$ $d=R-r$ $d<R-r$

۴-مماس مشترک دو دایره خطی است که بر هر دو دایره مماس شود ،مانند دو دایره ی زیر که ۴ مماس مشترک دارد.

- درسایر وضعیت های دو دایره در(نکته قبل) معین کنید دو دایره چند مماس مشترک دارند؟

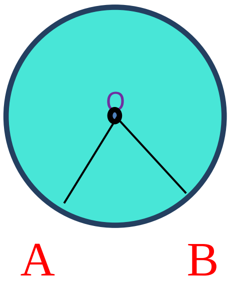


۵-عمود منصف هر وتر دایره از مرکز دایره می گذرد. به بیان دیگر از مرکزدایره بر هر وتری از دایره عمود رسم کنیم آن را نصف می کند.

۶-از هر ۳ نقطه غیر واقع بر یک خط راست فقط یک دایره می توان گذراند.

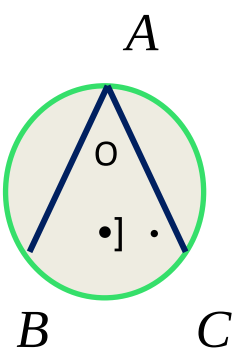
۷-پنج نوع زاویه در هر دایره می توان رسم کرد:

۱- زاویه مرکزی : راس زاویه مرکز دایره باشد و اضلاع آن شعاع های دایره. اندازه ی زاویه ی مرکزی با کمان مقابل برا بر است.



$\hat{O}=AB$

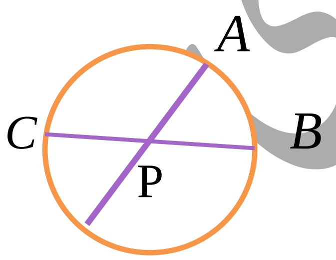
۲- زاویه محاطی :راس زاویه روی محیط دایره باشد و اضلاع آن دو وتر دایره . اندازه ی زاویه ی محاطی برابر است با نصف کمان مقابل.



$\hat{A}=\frac{\widehat{BC}}{۲}$

۳-زاویه داخلی: زاویه ای که از برخورد دو وتر داخل دایره پدید می آید.

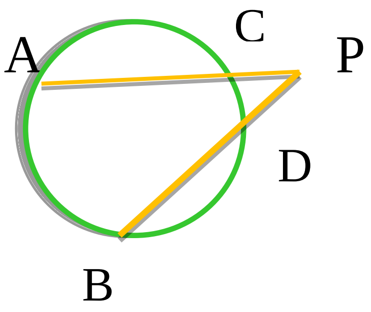
- *زاویه داخلی برابر با میانگین دو کمان مقابل به آن در دو طرف خودش است.*



$\hat{P}=\frac{\widehat{AB}+\widehat{DC}}{2}$

۴- *زاویه خارجی*: *زاویه ای که از امتداد دو وتر خارج دایره تشکیل می شود*

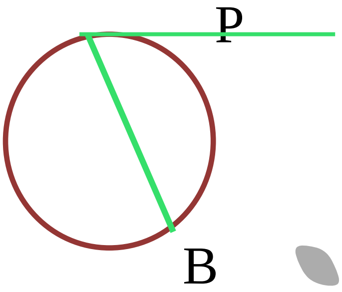
❖ *زاویه خارجی برابر با نصف اختلاف دو کمان مقابلش است.*



$$\hat{P} = \frac{\overset{\frown}{AB} - \overset{\frown}{DC}}{2}$$

۵- *زاویه ی ظلی*: *زاویه ای که راس آن روی دایره ،یک ضلع آن وتر دایره و ضلع دیگرش مماس بر دایره باشد.*

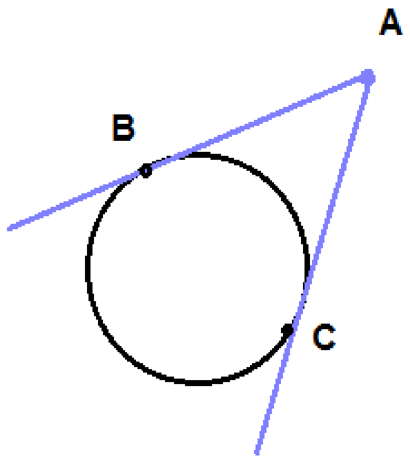
❖ *زاویه ی ظلی برابر با نصف کمان داخل آن است.*



$$\hat{P} = \frac{\overset{\frown}{PB}}{2}$$

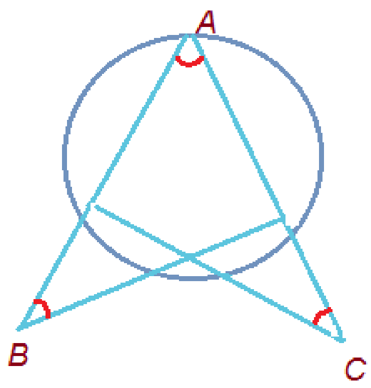
از نقطه ای بیرون دایره ۲مماس بر دایره رسم می کنیم که می دانیم مساوی اند،از طرفی زاویه ی بین دو..مل کمان مقابل دایره است.

یعنی در شکل روبه رو داریم:



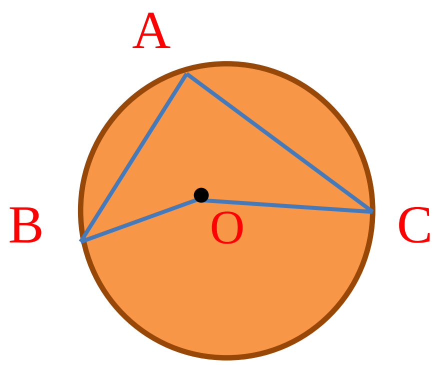
$$\hat{A}+\overset{\frown}{BC}=180^\circ$$

در شکل پایین که بارها از آن سوال مطرح شده است داریم:



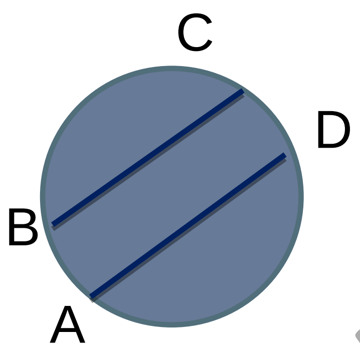
$\hat{A}$۲$+B\hat{}+\hat{C}=180^\circ$

در دایره ی روبه رو داریم:



$$\hat{A} = \hat{B} + \hat{C}$$

کمان های بین دو وتر موازی با هم مساوی ند.

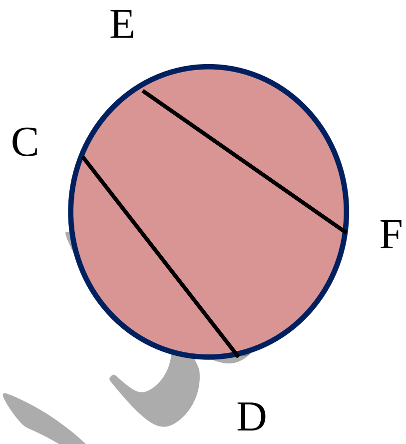


$$\overset{\frown}{AB} = \overset{\frown}{DC}$$

هر چند ضلعی محیطی که تعداد اضلاعش زوج باشد،بین اضلاع آن رابطه ای شبیه رابطه ی بالا برقرار است.
مثلا" در شش ضلعی محیطی داریم :

$$AB+CD+EF=BC+DE+FA$$

اگر دو کمان در یک دایره مساوی باشند، وتر نظیر آن ها نیز مساوی است و بالعکس.



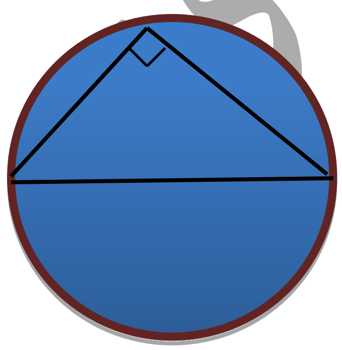
$CD=EF \Rightarrow \overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{EF}$

$\overset{\frown}{CD}=\overset{\frown}{EF} \Rightarrow CD=EF$

زاویه ای محاطی رو به روی قطر قایمه است.

ازاین نکته به راحتی نکته ی زیر که در هندسه ی (۲)گفتیم نیز نتیجه می شود :

در مثلث قایم الزاویه : میانه ی وارد بر وتر = نصف وتر

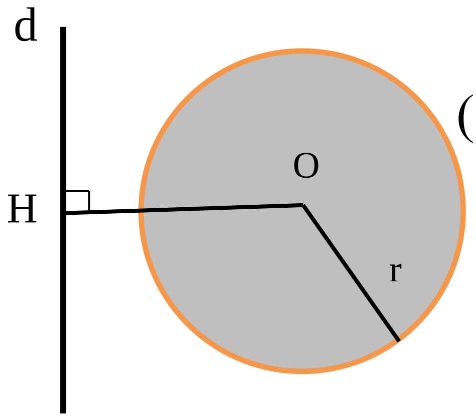


وضعیت خطوط نسبت به دایره

منظور از فاصله ی یک خط از دایره، فاصله ی مرکز دایره ی مورد نظر تا آن خط است.

۱- خط و دایره هیچ نقطه ی مشترکی ندارند یا خط از خارج دایره می گذرد :

$$OH>r$$

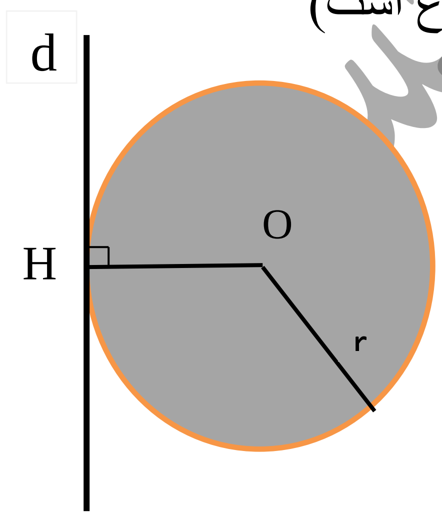


(یعنی فاصله ی خط ازمرکز دایره بیشتراست)

۲-خط و دایره یک نقطه ی مشترک دارند یا خط بر دایره مماس است :

$$OH=r$$

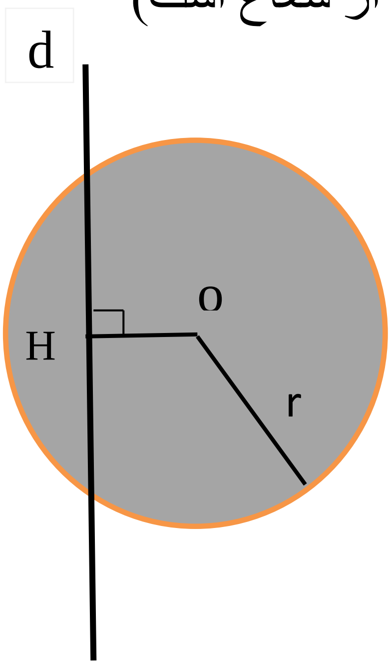
(یعنی فاصله ی خط ازمرکزدایره، برابرشعاع است)



۳-خط و دایره دو نقطه ی مشترک دارند یا خط از داخل دایره می گذرد :

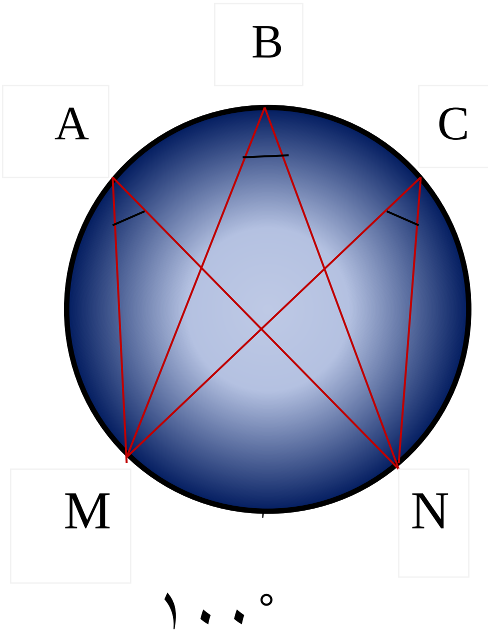
OH<r

(یعنی فاصله ی خط از مرکز دایره ،کمتر از شعاع است)



☒در حالتی که خط بر دایره مماس است (OH=r)با توجه به اینکه کوتاه ترین فاصله همیشه پاره خط عمود می باشد،پس ***شعاع دایره در نقطه ی تماس بر خط مماس است.***

☒اگر محیط یک دایره را به ۳۶۰ قسمت مساوی تقسیم نماییم هر قسمت را(که یک کمان است)طبق تعریف یک درجه در نظر می گیریم. پس ***کمان یک درجه،برابر با*** $\frac{1}{360}$***محیط هر دایره ی دلخواه می باشد.***



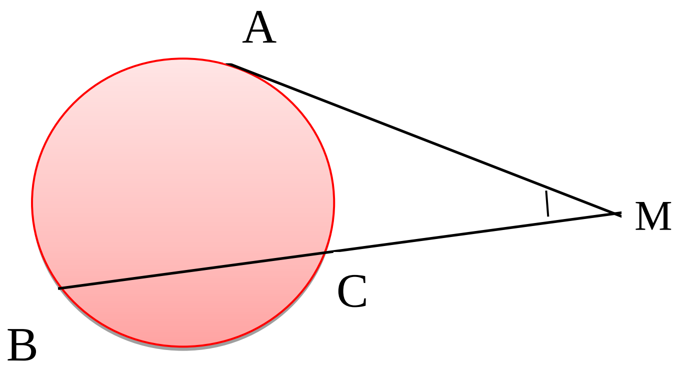
$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = ?$$

$$\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \frac{\overset{\frown}{MN}}{2} = \frac{100°}{2} = ۵۰°$$

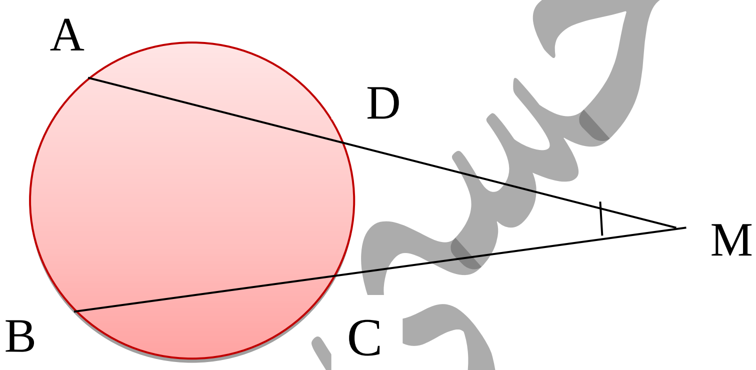
تمام زوایای محاطی مقابل به یک کمان با هم برابرند.
مانند شکل بالا

تقسیم دایره به کمان های مساوی

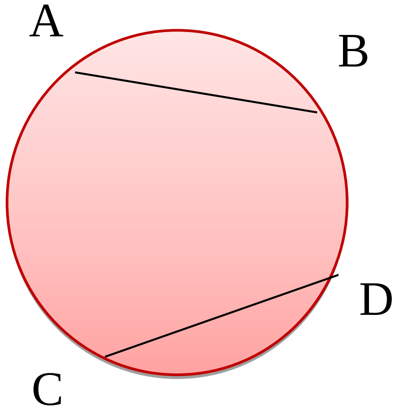
برای تقسیم دایره به nکمان مساوی ،ابتدا مقدار $\frac{360^\circ}{n}$ را به دست آورده و زاویه های مرکزی $\frac{360^\circ}{n}$ را به طور متوالی رسم می کنیم. چون کمان های مقابل به زوایای مرکزی برابر،مساوی اند،در نتیجه دایره به nکمان مساوی تقسیم می شود.



$MA^2=MC\times MB$

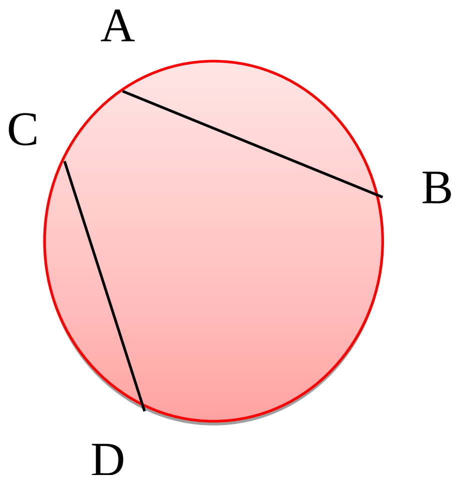


$MD\times MA=MC\times MB$



$\overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD} \Rightarrow AB=CD$

<u>وتر های نظیر کمان های مساوی با یکدیگر برابر می باشند.</u>



$$AB=CD \Rightarrow \overset{\frown}{AB}=\overset{\frown}{CD}$$

☒ <u>کمان های نظیر وتر های مساوی با یکدیگر برابر می باشند.</u>