

۱) معادلات درجه دوم زیر را حل کنید.

$$1) x^2 - x + 5 = 0 \quad a=1 \quad b=-1 \quad c=5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(5) = 1 - 20 = -19 < 0$$

معادله جواب ندارد.

$$2) 2x^2 + x - 1 = 0 \quad a=2 \quad b=1 \quad c=-1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 1 - 4(2)(-1) = 1 + 8 = 9 \rightarrow x = \frac{-1 \pm 3}{4} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-1+3}{4} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} \\ x = \frac{-1-3}{4} = \frac{-4}{4} = -1 \end{cases}$$

$$3) 4x^2 - 4x + 1 = 0 \rightarrow (2x)^2 - 2(2x) + 1 = (2x-1)^2 = 0 \rightarrow 2x-1=0 \rightarrow x = \frac{1}{2}$$

$$4) x^2 + 17x - 18 = 0 \rightarrow (x+18)(x-1) = 0 \rightarrow x = -18, \quad x=1$$

$$5) 2x^2 - x + 4 = 0 \rightarrow a=2 \quad b=-1 \quad c=4$$

$$\Delta = (-1)^2 - 4(2)(4) = 1 - 32 = -31 < 0$$

معادله ریشه ندارد.

$$6) x^2 + \sqrt{3}x - 1 = 0 \quad a=1 \quad b=\sqrt{3} \quad c=-1$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (\sqrt{3})^2 - 4(1)(-1) = 3 + 4 = 7$$

$$x = \frac{-\sqrt{3} \pm \sqrt{7}}{2}$$

۲) معادله  $2x^2 - 3x - 5 = 0$  را به روش  $\Delta$  حل کنید. با محاسبه ریشه‌های  $x_1$  و  $x_2$  حاصل ضرب آنها را

دست آورید.

$$a=2$$

$$b=-3$$

$$c=-5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4(2)(-5) = 9 + 40 = 49 \rightarrow x = \frac{3 \pm 7}{4} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{3+7}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2} = x_1 \\ x = \frac{3-7}{4} = \frac{-4}{4} = -1 = x_2 \end{cases}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{5}{2} \times -1 = -\frac{5}{2}$$

۳) اگر یکی از جواب‌های معادله  $2x^2 - ax + 28 = 0$  برابر  $-4$  باشد جواب دیگر این معادله چیست؟

در معادله به جای  $x$ ،  $-4$  قرار می‌دهیم چون جواب‌ها در معادله صدق می‌کند.

$$2(-4)^2 - a(-4) + 28 = 0 \rightarrow 2 \times 16 + 4a + 28 = 0$$

$$60 = -4a \rightarrow a = -15$$

$$2x^2 + 15x + 28 = 0$$

$$a=2$$

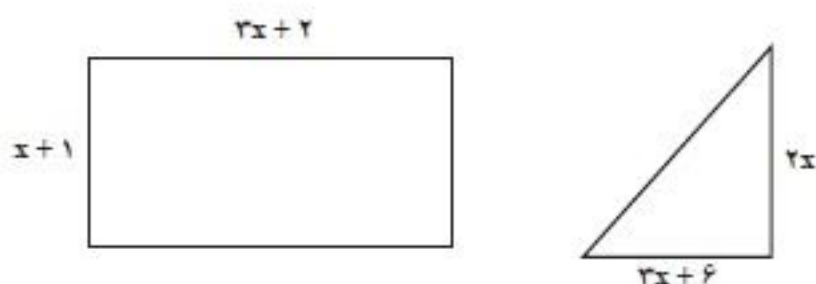
$$b=15$$

$$c=28$$

$$\Delta = (15)^2 - 4(2)(28) = 1$$

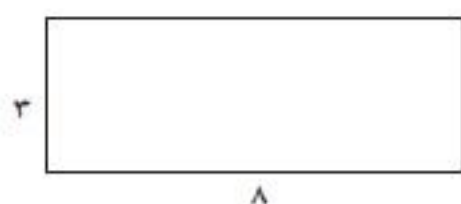
$$x = \frac{-15 \pm 1}{4} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{-15+1}{4} = \frac{-14}{4} = -\frac{7}{2} \\ x = \frac{-15-1}{4} = \frac{-16}{4} = -4 \end{cases}$$

۴ مساحت مثلث و مستطیل در شکل زیر مساوی اند، طول و عرض این مستطیل چقدر است؟



$$(x+1)(3x+2) = \frac{1}{2}x(3x+6)$$

$$3x^2 + 5x + 2 = \frac{3}{2}x^2 + 3x \rightarrow 2 = 6x - 5x \rightarrow x = 2$$



$x=2$  طول و عرض مستطیل  
 $\rightarrow x+1 \xrightarrow{\text{عرض}} 3$   
 $\rightarrow 3x+2 \xrightarrow{\text{طول}} 8$

۵ کدام یک از معادلات زیر به ازای هر مقدار  $a$  همواره دارای جواب‌های حقیقی است؟

الف)  $x^2 + ax - 1 = 0$

$a=1$

$b=a$

$c=-1$

همواره مثبت است پس جواب دارد.  $\Delta = b^2 - 4ac = (a)^2 - 4(1)(-1) = a^2 + 4 > 0$

ب)  $x^2 - x + a = 0$

$a=1$

$b=-1$

$c=a$

بستگی به  $a$  دارد.  $\Delta = b^2 - 4ac = (-1)^2 - 4(1)(a) = 1 - 4a$

❖ نشان دهید در معادله درجه دوم  $ax^2+bx+c=0$  اگر  $a+c=b$  باشد یکی از ریشه‌ها برابر  $-1$  و دیگری  $x = -\frac{c}{a}$  است.

$$-b = -(a+c)$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \rightarrow \frac{-(a+c) \pm \sqrt{+(a+c)^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x = \frac{-a-c \pm \sqrt{a^2+c^2+2ac-4ac}}{2a} \rightarrow \frac{-a-c \pm \sqrt{(a-c)^2}}{2a}$$

دو حالت دارد

$$x = \frac{-\cancel{a}-c+\cancel{a}-c}{2a} = \frac{-2c}{2a} = -\frac{c}{a}$$

$$x = \frac{-a-\cancel{c}-a+\cancel{c}}{2a} = \frac{-2a}{2a} = -1$$

❖ با تعیین ریشه‌های معادله نشان دهید حاصل ضرب ریشه‌های معادله درجه دوم  $ax^2+bx+c=0$  برابر  $\frac{c}{a}$  است.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{(-b + \sqrt{b^2 - 4ac})(-b - \sqrt{b^2 - 4ac})}{2a \times 2a} = \text{انحاد مزدوج}$$

$$x_1 \times x_2 = \frac{(-b)^2 - \sqrt{(b^2 - 4ac)^2}}{4a^2} = \frac{\cancel{b^2} - \cancel{b^2} + \cancel{4}ac}{\cancel{4}a^2} = \frac{c}{a}$$

❖ نشان دهید در هر معادله درجه دوم  $ax^2+bx+c=0$  اگر مجموع ضرایب معادله برابر صفر باشد  $(a+b+c=0)$  یکی از ریشه‌های معادله  $x=1$  و دیگری  $x = \frac{c}{a}$  است.  $a+c=-b$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{a+c \pm \sqrt{(a+c)^2 - 4ac}}{2a} = \frac{(a+c) \pm \sqrt{(a-c)^2}}{2a}$$

$$x_1 = \frac{a+\cancel{c}+a-\cancel{c}}{2a} = \frac{2a}{2a} = 1$$

$$x_2 = \frac{\cancel{a}+c-\cancel{a}+c}{2a} = \frac{2c}{2a} = \frac{c}{a}$$