

فعالیت :

در مدرسه ای دو کلاس هفتم وجود دارد، کلاس (هفتم الف) ۲۰ نفر و کلاس (هفتم ب) ۲۳ نفر هستند. دبیر ورزش می خواهد هر کلاس را برای تمرین به گروههایی با تعداد اعضای مساوی تقسیم کند. در کدام کلاس بهتر می توان گروه بندی کرد؟ بیاید گروه هایی که می شود ایجاد کرد را در هر کلاس بررسی کنیم.

هفتم الف (۲۰): ۱ گروه ۲۰ نفره ، ۲ گروه ۱۰ نفره ، ۳ گروه ۵ نفره ، ۴ گروه ۵ نفره ، ۵ گروه ۴ نفره ، ۱۰ گروه ۲ نفره ، ۲۰ گروه ۱ نفره

هفتم ب (۲۳): ۱ گروه ۲۳ نفره ، ۲۳ گروه ۱ نفره

به طور مختصر می توانیم فقط تعداد اعضای گروه ها را به صورت زیر بنویسیم:

هفتم الف (۲۰) : ۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۲۰

هفتم ب (۲۳) : ۱، ۲۳

همانطور که می بینید کلاس هفتم الف را بهتر می توان دسته بندی کرد و یا بهتر می توان چند تا چند تا شمرد. این مفهوم را در ریاضی **شمارنده** می گویند.

۲۰ : شمارنده های ۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۲۰

برای نوشتن شمارنده های یک عدد می توانید از کمترین عدد طبیعی یعنی ۱ شروع به بررسی کنید، هر عددی که بتوان با آن ، عدد مورد نظر را به دسته های مساوی دسته بندی کرد را بنویسید. به مثال زیر دقت کنید:

۱۵ : شمارنده های ۱، ۳، ۵، ۱۵

همانطور که مشاهده می کنید، عددهایی مانند ۲ و ۴ و ۶ و ۷ و... را ننوشتیم، زیرا با این اعداد ۱۵ را نمی توان به دسته های مساوی دسته بندی کرد و تعدادی باقی می ماند.

تمرین (۱):

شمارنده های هر عدد را مشخص کنید.

شمارنده های ۱۰ : شمارنده های ۹ :

شمارنده های ۱۲ : شمارنده های ۱۱ :

شمارنده های ۱۴ : شمارنده های ۱۳ :

تمرین (۲):

با توجه به شمارنده هایی که در تمرین قبل نوشتید جاهای خالی را کامل کنید.

الف) عدد..... شمارنده همه عددها است. ب) کوچکترین شمارنده هر عدد..... است.

ج) بزرگترین شمارنده هر عدد..... است. د) بعضی عدد ها فقط..... دارند.

فعالیت :

اگر دقت کرده باشید ما در فعالیت قبل فقط در مورد کلاس هفتم الف صحبت کردیم و زیاد در مورد کلاس هفتم ب بحث نکردیم. فکر کنم خودتان علت را متوجه شدید. کلاس هفتم ب که ۲۳ دانش آموز دارد را نمی شود خوب دسته بندی کرد. یا باید دسته های یک نفری بگیریم یا همه کلاس را یک گروه ۲۳ نفره کنیم.

در نوشتن شمارنده ها هم گاهی چنین اتفاقی می افتد مثلاً برای عدد ۱۳ فقط دو تا شمارنده می توان نوشت. یعنی عددهایی هستند که فقط دو تا شمارنده دارند.

« به عددهایی مانند، ۱۳ و ۷ و ۱۱ که فقط ۲ شمارنده دارند و آن دو شمارنده، عدد یک و خود آن عدد است، عدد اول

می گویند.»

تمرین (۳):

شمارنده های عددهای زیر را بنویسید و مشخص کنید کدام یک از آنها اول است.

شمارنده های ۱۹ :

شمارنده های ۲۱ :

شمارنده های ۲۲ :

شمارنده های ۲۳ :

فعالیت :

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲ : شمارنده های ۱۲

می دانیم عدد ۱۲ اول نیست. زیرا

$$۳ \times ۴ = ۱۲$$

$$۲ \times ۶ = ۱۲$$

همچنین می توان عدد ۱۲ را به صورت ضرب های مقابل هم نوشت.

در نتیجه:

« هر عددی را که به توان به صورت حاصل ضرب دو عدد بزرگ تر از یک نوشت، اول نیست.»

برای مثال می خواهیم بفهمیم که آیا عدد ۲۰۱ اول است یا خیر؟ نوشتن شمارنده ها برای اعداد بزرگ کمی سخت به نظر می رسد. ولی اگر بتوانیم بفهمیم که این را می توان به صورت ضرب دو عدد بزرگتر از یک نوشت یا نه، می توان در مورد اول بودن یا نبودنش نظر داد.

در اینجا قواعد بخش پذیری می تواند به ما کمک کند. عدد ۲۰۱ به ۲ بخش پذیر نیست زیرا رقم یکان آن زوج نیست. ولی این عدد به ۳ بخش پذیر است، زیرا مجموع رقمهایش بر ۳ بخش پذیر است. پس حتماً می توان ۲۰۱ را به صورت ضرب عددی در ۳ نوشت. در نتیجه عدد ۲۰۱ اول نیست.

تمرین (۴):

مشخص کنید اعداد زیر اول هستند یا نیستند. برای آنهایی که اول نیستند دلیل آورید، یا به صورت ضرب بنویسید.

۲۱

۲۵

۳۳

۳۷

۷۷

فعالیت :

به شمارنده های عدد ۲۴ دقت کنید.

شمارنده های ۲۴ : ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲, ۲۴

در بین شمارنده های عدد ۲۴ کدام یک اول هستند؟ همانطور که مشاهده می کنید، عددهای ۲ و ۳ هم شمارنده ۲۴ هستند و همچنین خودشان نیز اول هستند. ۲ و ۳ را شمارنده های اول ۲۴ می گویند.

در زیر شمارنده های عدد ۳۰ نوشته شده است و زیر شمارنده های اول آن خط کشیده شده است.

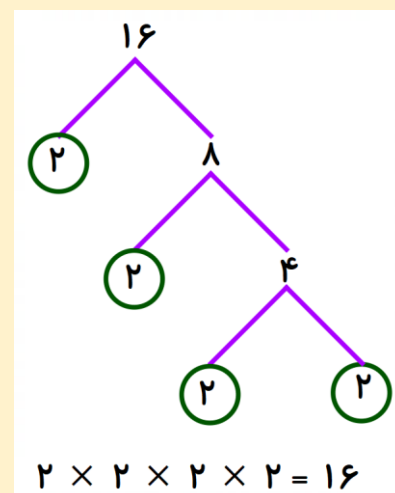
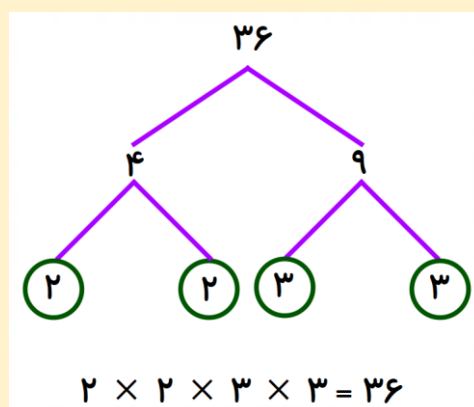
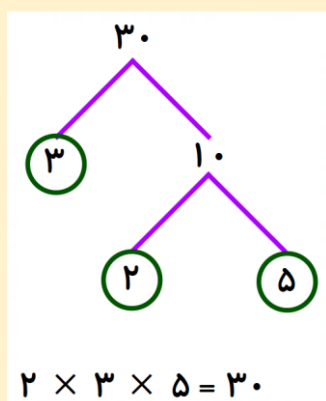
شمارنده های ۳۰ : ۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۱۰, ۱۵, ۳۰

تمرین (۵):

شمارنده های ۳۶ را بنویسید و زیر شمارنده های اول آن خط بکشید.

فعالیت :

در نمودار های زیر هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بزرگتر از یک می نویسیم و این کار را آن قدر ادامه می دهیم تا به شمارنده های اول برسیم. این کار را تجزیه عدد به شمارنده های اول از روش نمودار درختی می گویند.



البته در نمودار درختی ممکن است ضربها به صورت دیگری باشند، مثلاً ممکن است شما برای عدد ۳۰ ضرب ۵×۶ را انتخاب کنید، ولی در نهایت و آخر کار همه شمارنده های اول همانی به دست می آید که در اینجا نوشته شده است.

تمرین (۶):

شمارنده های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده های اول بنویسید.

۴۲

۵۰

۱۰۰

فعالیت :

می خواهیم عددهایی بنویسیم که فقط شمارنده اول ۲ و ۳ داشته باشند. یعنی عددهایی که اگر آنها را تجزیه درختی کردیم فقط شمارنده های اول ۲ و ۳ دیده شود. برای این کار می توانیم از روش حدس و آزمایش استفاده کنیم. یعنی عددی را

بنویسم و تجزیه کنیم و ببینیم که شمارنده هایش چند است. ولی با کمی خلاقیت می توانیم روش بهتری هم برای این کار پیدا کنیم.

مگر در روش تجزیه درختی شمارنده های اول را به صورت ضرب نمی نوشتیم. حال از همین ضرب کمک گرفته و با شمارنده ها عدد می سازیم. در این صورت مطمئن هستیم که عدد به دست آمده حتماً شمارنده های اول ۲ و ۳ دارد.

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$2 \times 2 \times 3 \times 3 = 36$$

به نظر شما چند عدد می توان ساخت که شمارنده های اول ۲ و ۳ داشته باشند؟

تمرین (۷):

الف) پنج عدد بنویسید که فقط شمارنده اول ۳ و ۵ داشته باشد.

ب) پنج عدد بنویسید که فقط شمارنده اول ۲ داشته باشد.

فعالیت :

یکی دیگر از کاربردهای تجزیه درختی در ساده کردن کسرها است. می توان صورت و مخرج را به صورت ضرب شمارنده های اول نوشت و بسیار راحت کسر را ساده کرد. به مثال های زیر دقت کنید.

$$\frac{18}{27} = \frac{2 \times \cancel{3} \times \cancel{3}}{3 \times \cancel{3} \times \cancel{3}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{90}{150} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 3 \times \cancel{5}}{\cancel{2} \times \cancel{3} \times 5 \times \cancel{5}} = \frac{3}{5}$$

تمرین (۸):

کسر های زیر تا جایی که امکان دارد ساده کنید.

$$\frac{28}{42} =$$

$$\frac{36}{48} =$$

$$\frac{20}{50} =$$

تمرین (۹):

چهار کسر بنویسید که بعد از ساده شدن برابر $\frac{2}{7}$ شود.

تمرین (۱):

شمارنده های هر عدد را مشخص کنید.

۹ : شمارنده های ۱,۳,۹

۱۰ : شمارنده های ۱,۲,۵,۱۰

۱۱ : شمارنده های ۱,۱۱

۱۲ : شمارنده های ۱,۲,۳,۴,۶,۱۲

۱۳ : شمارنده های ۱,۱۳

۱۴ : شمارنده های ۱,۲,۷,۱۴

تمرین (۲):

با توجه به شمارنده هایی که در تمرین قبل نوشتید جاهای خالی را کامل کنید.

الف) عدد **یک** شمارنده همه عددها است. ب) کوچکترین شمارنده هر عدد **یک** است.

ج) بزرگترین شمارنده هر عدد **خودش** است. د) بعضی عدد ها فقط **دو شمارنده** دارند.

تمرین (۳):

شمارنده های عددهای زیر را بنویسید و مشخص کنید کدام یک از آنها اول است.

۱۹ : شمارنده های ۱,۱۹ (عدد ۱۹ اول است)

۲۱ : شمارنده های ۱,۳,۷,۲۱

۲۲ : شمارنده های ۱,۲,۱۱,۲۲

۲۳ : شمارنده های ۱,۲۳ (عدد ۲۳ اول است)

تمرین (۴):

مشخص کنید اعداد زیر اول هستند یا نیستند. برای آنهایی که اول نیستند دلیل آورید، یا به صورت ضرب بنویسید.

۲۱

۲۵

۳۳

۳۷

۷۷

3×7

5×5

3×11

اول

7×11

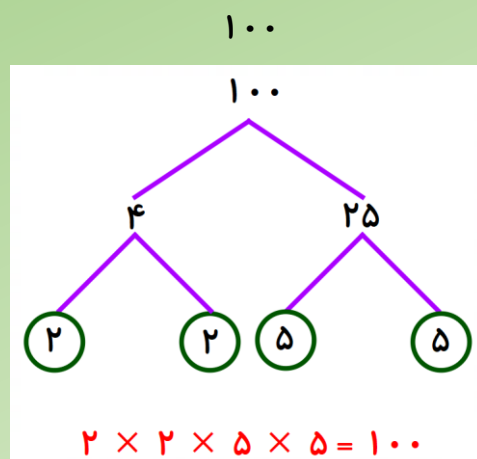
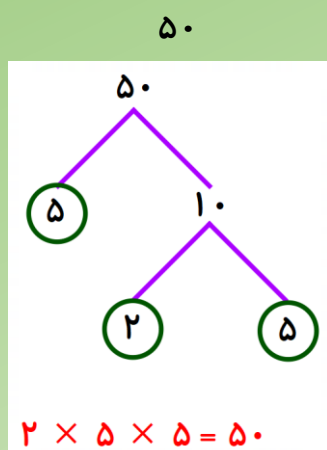
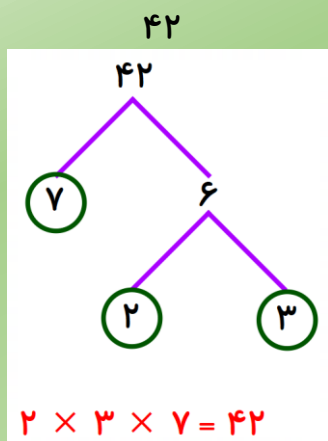
تمرین (۵):

شمارنده های ۳۶ را بنویسید و زیر شمارنده های اول آن خط بکشید.

۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۹, ۱۲, ۱۸, ۳۶

تمرین (۶):

شمارنده های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده های اول بنویسید.



تمرین (۷):

الف) پنج عدد بنویسید که فقط شمارنده اول ۳ و ۵ داشته باشد.

$3 \times 5 = 15$ $3 \times 3 \times 5 = 45$ $3 \times 5 \times 5 = 75$ $3 \times 3 \times 5 \times 5 = 225$ $3 \times 3 \times 3 \times 5 = 135$

ب) پنج عدد بنویسید که فقط شمارنده اول ۲ داشته باشد.

$2 \times 2 = 4$ $2 \times 2 \times 2 = 8$ $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$

تمرین (۸):

کسر های زیر تا جایی که امکان دارد ساده کنید.

$$\frac{28}{42} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{7}}{\cancel{2} \times 3 \times \cancel{7}} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{36}{48} = \frac{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 3 \times \cancel{3}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times 2 \times 2 \times \cancel{3}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{20}{50} = \frac{\cancel{2} \times 2 \times \cancel{5}}{\cancel{2} \times 5 \times \cancel{5}} = \frac{2}{5}$$

تمرین (۹):

چهار کسر بنویسید که بعد از ساده شدن برابر $\frac{2}{7}$ شود.

$$\frac{2 \times 2}{2 \times 7} = \frac{4}{14}$$

$$\frac{3 \times 2}{3 \times 7} = \frac{6}{21}$$

$$\frac{2 \times 3 \times 2}{2 \times 3 \times 7} = \frac{12}{42}$$

$$\frac{5 \times 2}{5 \times 7} = \frac{10}{35}$$

بیشمار کسر می توان نوشت.

فعالیت :

قرار است دانش آموزان پایه هفتم یک دبیرستان به اردو بروند. آنها می خواهند در این اردو چادر بزنند. تعداد افراد داخل چادر ها باید مساوی باشد.

کلاس هفتم الف ، ۳۶ دانش آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می توان برپا کرد؟

چادرها برای ۳۶ نفر: ۱ نفره ، ۲ نفره ، ۳ نفره ، ۴ نفره ، ۶ نفره ، ۹ نفره ، ۱۲ نفره ، ۱۸ نفره ، ۳۶ نفره

کلاس هفتم ب ، ۳۰ دانش آموز دارد. برای این کلاس چه چادرهایی می توان برپا کرد؟

چادرها برای ۳۰ نفر: ۱ نفره ، ۲ نفره ، ۳ نفره ، ۵ نفره ، ۶ نفره ، ۱۰ نفره ، ۱۵ نفره ، ۳۰ نفره

اگر قرار باشد یک نوع چادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، چادرهای چند نفره مناسب است؟ می توانید با نگاه به چادرهای هر کلاس، چادرهای مشترک برای هر دو کلاس را پیدا کنید. ۱ نفره ، ۲ نفره ، ۳ نفره ، ۶ نفره

اگر قرار باشد از چادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش آموزان یک چادر بیشترین تعداد باشد، چادر چند نفره مناسب است؟ بله درست حدس زدید، چادر ۶ نفره مناسب ترین است.

در این مسئله چادرها را به چه مبحثی از ریاضی می توانید ارتباط دهید؟ بله می توان به شمارنده ها ارتباط داد. در نتیجه:

۳۶ : تمام شمارنده های ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸، ۳۶

۳۰ : تمام شمارنده های ۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰

۱، ۲، ۳، ۶ : شمارنده های مشترک ۳۶ و ۳۰

۶ : بزرگ ترین شمارنده مشترک ۳۶ و ۳۰

« شمارنده های یک عدد را مقسوم علیه های آن نیز می گویند؛ بنابراین بزرگ ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ ترین مقسوم علیه مشترک است که به اختصار (م.م.م) می نویسند. (ب.م.م) دو عدد a و b را به صورت (a, b) نشان می دهند.»

$$(30, 36) = 6$$

پس می توان (ب.م.م) ۳۰ و ۳۶ را به صورت مقابل نشان داد.

تمرین (۱):

تساوی های زیر را کامل کنید.

: تمام شمارنده های ۱۸

: تمام شمارنده های ۲۷

:شمارنده های مشترک ۱۸ و ۲۷

$$(18, 27) =$$

تمرین (۲):

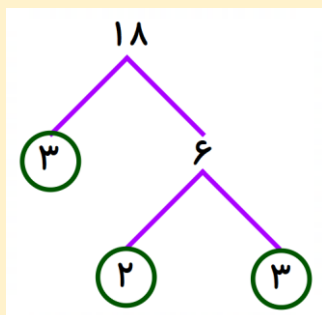
با نوشتن تمام شمارنده های دو عدد (ب.م.م) آنها را پیدا کنید.

$$(۱۴, ۱۲) =$$

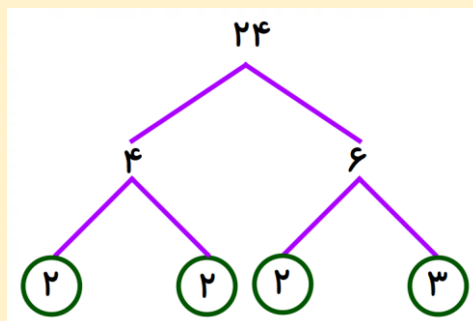
$$(۲۰, ۳۰) =$$

فعالیت :

یکی دیگر از روشهای به دست آوردن (ب.م.م) استفاده از روش تجزیه است. به مثال زیر دقت کنید.



$$۱۸ = ۲ \times ۳ \times ۳$$



$$۲۴ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$(۱۸, ۲۴) = ۲ \times ۳ = ۶$$

مشاهده می کنید که در این روش هم، با انتخاب شمارنده های اول مشترک همان جواب به دست می آید. به مثال های زیر دقت کنید.

$$۵۴ = ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۳$$

$$۹۰ = ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۵$$

\Rightarrow

$$(۵۴, ۹۰) = ۲ \times ۳ \times ۳ = ۱۸$$

$$۷۲ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳$$

$$۱۲۰ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۵$$

\Rightarrow

$$(۷۲, ۱۲۰) = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ = ۲۴$$

تمرین (۳):

با تجزیه عددها به شمارنده های اول (ب.م.م) دو عدد را پیدا کنید.

$$(۴۸, ۳۶) =$$

$$(۴۵, ۳۰) =$$

تمرین (۴):

عددهای زیر تجزیه شده اند، (ب.م.م) های خواسته شده را به دست آورید.

$$۲۸ = ۲ \times ۲ \times ۷$$

$$۱۲ = ۲ \times ۲ \times ۳$$

$$۳۶ = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳$$

$$(۲۸, ۱۲) =$$

$$(۲۸, ۳۶) =$$

$$(۱۲, ۳۶) =$$

$$(۱۲, ۳۶, ۲۸) =$$

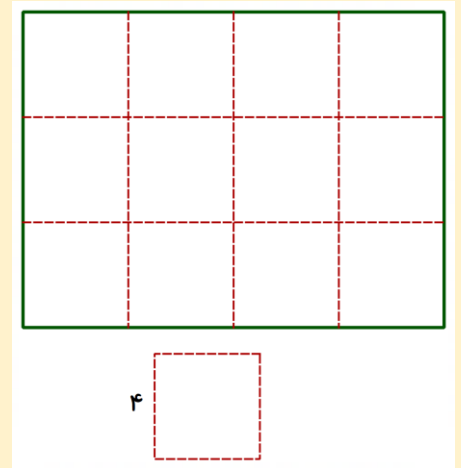
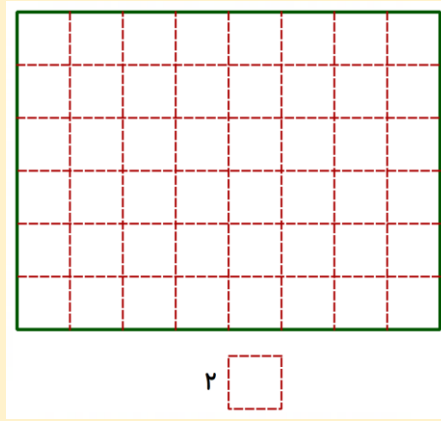
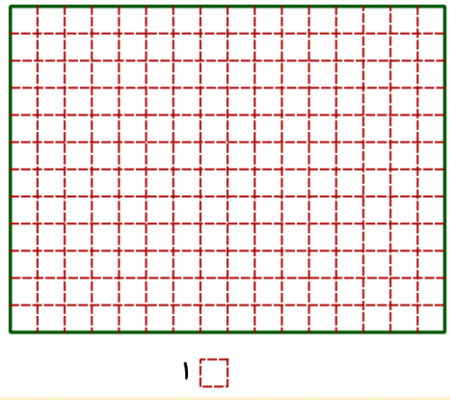
فعالیت :

یکی از کاربردهای (ب.م.م) در حل مسائل است. به مسئله زیر دقت کنید.

می خواهیم یک قاب مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی متر را با کاشی های مربعی پر کنیم. ضلع این کاشی مربعی

چه عددهایی می تواند باشد؟

برای درک بهتر به شکل های زیر دقت کنید.



حال می خواهیم این مسئله را به درس شمارنده ها مرتبط کنیم.

به نظر شما طول ۱۶ سانتیمتری را با مربع هایی به ضلع چند سانتی متری می توانیم پر کنیم؟ اینها همان شمارنده های ۱۶ هستند.

شمارنده های ۱۶: ۱, ۲, ۴, ۸, ۱۶

شمارنده های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

عرض ۱۲ سانتی متری چه طور؟

شمارنده های مشترک ۱۶ و ۱۲: ۱, ۲, ۴

حالا شمارنده های مشترک این دو عدد.

می بینید در اینجا هم همان جواب شکل ها به دست آمد. پس از این به بعد می توانیم از شمارنده ها در حل اینگونه مسئله ها استفاده کنیم.

$$(16, 12) = 4$$

ضلع بزرگترین مربع برای پوشاندن این قاب چند سانتی متری است؟

تمرین (۵):

می خواهیم درون جعبه ای به ابعاد ۳۰ و ۳۶ و ۶۰ سانتی متری را با مکعب هایی پر کنیم. از مکعب هایی به اندازه ضلع چند سانتی متری می توانیم استفاده کنیم؟

برای اینکه تعداد کمتری مکعب استفاده کنیم، ضلع مکعب باید چند سانتی متر باشد؟

تمرین (۱): تساوی های زیر را کامل کنید.

۱۸ : تمام شمارنده های ۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸

۲۷ : تمام شمارنده های ۱، ۳، ۹، ۲۷

شمارنده های مشترک ۱۸ و ۲۷ : ۱، ۳، ۹

$(18, 27) = 9$

تمرین (۲): با نوشتن تمام شمارنده های دو عدد (ب.م.م) آنها را پیدا کنید.

۱۴ : تمام شمارنده های ۱، ۲، ۷، ۱۴

۱۲ : تمام شمارنده های ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲

شمارنده های مشترک ۱۴ و ۱۲ : ۱، ۲

$(14, 12) = 2$

۲۰ : تمام شمارنده های ۱، ۲، ۴، ۵، ۱۰، ۲۰

۳۰ : تمام شمارنده های ۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰

شمارنده های مشترک ۲۰ و ۳۰ : ۱، ۲، ۵، ۱۰

$(20, 30) = 10$

تمرین (۳): با تجزیه عددها به شمارنده های اول (ب.م.م) دو عدد را پیدا کنید.

$$48 = \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3}$$

$$36 = \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3} \times \underline{3}$$

\Rightarrow

$$(48, 36) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$45 = \underline{3} \times \underline{3} \times \underline{5}$$

$$30 = \underline{2} \times \underline{3} \times \underline{5}$$

\Rightarrow

$$(45, 30) = 3 \times 5 = 15$$

تمرین (۴): عددهای زیر تجزیه شده اند، (ب.م.م) های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$(28, 12) = 2 \times 2 = 4 \quad (28, 36) = 2 \times 2 = 4 \quad (12, 36) = 2 \times 2 \times 3 = 12 \quad (12, 36, 28) = 2 \times 2 = 4$$

تمرین (۵):

می خواهیم درون جعبه ای به ابعاد ۳۰ و ۳۶ و ۶۰ سانتی متری را با مکعب هایی پر کنیم. از مکعب هایی به اندازه ضلع چند سانتی متری می توانیم استفاده کنیم؟

۳۰ : تمام شمارنده های ۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰
۳۶ : تمام شمارنده های ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸، ۳۶

۶۰ : تمام شمارنده های ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۱۰، ۱۲، ۱۵، ۲۰، ۳۰، ۶۰

شمارنده های مشترک ۳۰ و ۳۶ و ۶۰ : ۱، ۲، ۳، ۶

$$(36, 30, 60) = 6$$

برای اینکه تعداد کمتری مکعب استفاده کنیم، ضلع مکعب باید چند سانتی متر باشد؟

فعالیت :

به ضرب های زیر دقت کنید

$$3 \times 1 = 3 \quad 3 \times 2 = 6 \quad 3 \times 3 = 9 \quad 3 \times 4 = 12 \quad 3 \times 5 = 15 \quad 3 \times 6 = 18$$

همانطور که می بینید عدد ۳ به ترتیب در اعداد طبیعی ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ و ۶ ضرب شده است. حاصل این ضرب ها را

مضرب های طبیعی یا به صورت خلاصه **مضرب های ۳** می نامیم. به نظر شما مضرب های ۳ را تا کجا می توان ادامه داد؟

مضرب های عدد ۳ را می توان به صورت مقابل نوشت.

مضرب های ۳ : ۳, ۶, ۹, ۱۲, ۱۵, ۱۸, ...

علامت ... در نوشتن مضرب ها به چه معنا است؟ بله درست گفتید، بدین معنی است که مضرب های یک عدد پایان ندارند.

تمرین (۱):

مضرب های عددهای زیر را بنویسید. (حداقل ۸ مضرب را بنویسید و بعد علامت سه نقطه را بگذارید).

مضرب های ۲ :

مضرب های ۵ :

مضرب های ۷ :

تمرین (۲):

به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) اولین مضرب ۹:

ب) چهارمین مضرب ۶:

ج) دهمین مضرب ۸:

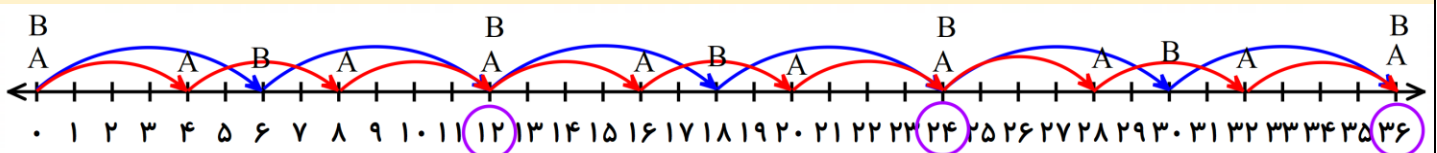
د) ۵۴ چندمین مضرب ۹ است؟

ه) ۸۰ چندمین مضرب ۲ است؟

و) ۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟

فعالیت :

در یک بازی رایانه ای مهره A ، ۴ تا ۴ تا حرکت می کند و مهره B ، ۶ تا ۶ تا حرکت می کند. در شروع بازی هر دو مهره روی عدد صفر هستند. حرکت های آبی مربوط به مهره A و حرکت های قرمز مربوط به مهره B است.



مشاهده می کنید که مهره های A و B در عددهای ۱۲ و ۲۴ و ۳۶ روی هم قرار می گیرند. به نظر شما اگر این بازی را ادامه دهیم آیا باز هم عدد های هستند که این دو مهره با هم روی آنها قرار بگیرند؟

حال بیایم این بازی را با درسی که یاد گرفته ایم ارتباط دهیم. درست حدس زدید این حرکت ها مضرب ها هستند.

مضرب های ۴ : ۴, ۸, ۱۲, ۱۶, ۲۰, ۲۴, ۲۸, ۳۲, ۳۶, ...

مضرب های ۶ : ۶, ۱۲, ۱۸, ۲۴, ۳۰, ۳۶, ...

در عدد هایی که دو مهره روی هم قرار گرفته اند، مضرب های مشترک ۴ و ۶ هستند.

مضرب های مشترک ۴ و ۶ : ۱۲, ۲۴, ۳۶, ...

همانطور که مشاهده می کنید، مضارب مشترک هم ادامه دار هستند و پایانی ندارند. آیا می توانید چند تا از این مضرب ها را بگویید؟ به همین خاطر در مضرب ها همیشه اولین مضرب مشترک که کوچکترین مضرب مشترک است بسیار مهم است.

۱۲ : کوچک ترین مضرب مشترک ۴ و ۶

« کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد، اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می توان پیدا کرد. کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد a و b را به طور اختصار (ک.م.م) می گویند و به صورت $[a, b]$ نمایش می دهند.»

$$[4, 6] = 12$$

در نتیجه برای فعالیت می توان نوشت.

تمرین (۳):

(ک.م.م) دو عدد ۱۲ و ۱۶ را پیدا کنید.

مضرب های عدد ۱۲ :

مضرب های عدد ۱۶ :

مضرب های مشترک ۱۲ و ۱۶ :

$$[12, 16] =$$

فعالیت :

می خواهیم (ک.م.م) دو عدد ۱۲ و ۱۸ را به دست آوریم. در فعالیت قبل یاد گرفتید که با نوشتن مضرب ها می توان عدد (ک.م.م) را پیدا کرد. اگر مضرب ها را بنویسید، مشاهده می کنید که (ک.م.م) دو عدد برابر ۳۶ می شود. ولی در این فعالیت می خواهیم به شما نشان دهیم، که با تجزیه هم می توان کوچک ترین مضرب مشترک دو عدد را یافت.

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$[12, 18] = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36$$

به نحوه به دست آوردن (ک.م.م) دقت کنید. چه اتفاقی افتاده است؟

برای اینکه بهتر درک کنید به مثال های زیر دقت کنید.

$$60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

$$150 = 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$[60, 150] = 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5 = 300$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$[36, 90] = 2 \times 3 \times 3 \times 2 \times 5 = 180$$

$$A = 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$B = 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

$$[A, B] = 3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5$$

همانطور که می بینید برای به دست آوردن (ک . م . م) ابتدا عامل های مشترک را می نویسیم و در ادامه هرچه باقی ماند نوشته می شود و با ضرب آنها کوچک ترین مضرب مشترک به دست می آید.

تمرین (۴):

(ک . م . م) هر جفت از عددهای زیر را به دست آورید. (ابتدا عددها را تجزیه کنید).

$$18 =$$

$$30 =$$

$$[18, 30] =$$

$$20 =$$

$$50 =$$

$$[20, 50] =$$

$$24 =$$

$$12 =$$

$$[24, 12] =$$

فعالیت :

یکی از مهم ترین کاربردهای (ک . م . م) در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است. به مثال زیر دقت کنید.

$$\frac{3}{20} + \frac{7}{15} =$$

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$[20, 15] = 5 \times 2 \times 2 \times 3 = 60$$

$$\frac{3 \times 3}{20 \times 3} + \frac{7 \times 4}{15 \times 4} = \frac{9}{60} + \frac{28}{60} = \frac{37}{60}$$

تمرین (۵):

حاصل تفریق زیر را با کمک (ک . م . م) مخرج به دست آورید.

$$\frac{7}{12} - \frac{5}{18} =$$

فعالیت :

بعضی از مسئله ها هم را می توان با کمک (ک . م . م) حل کرد. به مسئله زیر و حل آن دقت کنید.

«در یک خیابان شهرداری هر ۱۰ متر یک نهال درخت کاشته است. اداره برق هم هر ۱۵ متر یک چراغ نصب کرده است. اگر

اولین درخت و تیر چراغ برق در ابتدای خیابان کنار هم باشند. بعد از چند متر باز هم درخت کنار تیر چراغ برق قرار می

گیرد؟»

۱۰ مضرب های عدد ۱۰ : ۱۰, ۲۰, ۳۰, ۴۰, ۵۰, ۶۰, ...

۱۵ مضرب های عدد ۱۵ : ۱۵, ۳۰, ۴۵, ۶۰, ۷۵, ...

۱۵ و ۱۰ مشترک های مضرب : ۳۰, ۶۰, ...

$$[10, 15] = 30$$

یا از طریق تجزیه

$$10 = 2 \times 5$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$[10, 15] = 5 \times 2 \times 3 = 30$$

بعد از ۳۰ متر درخت در کنار تیر چراغ برق قرار می گیرد.

تمرین (۶):

در ایستگاه راه آهن تهران هر ۲۰ دقیقه یک قطار به سمت غرب می رود و هر ۳۵ دقیقه هم یک قطار به سمت شرق می رود. اگر راس ساعت ۱۲ ظهر دو قطار هم زمان به سمت غرب و شرق از ایستگاه خارج شوند. در چه ساعتی هم زمان دو قطار از ایستگاه خارج می شوند؟

فعالیت :

به (ب . م . م) های زیر دقت کنید. آیا می توانید روشی برای ذهنی به دست آوردن آنها بگویید.

$$(5, 15) = 5$$

$$(12, 6) = 6$$

$$(14, 7) = 7$$

$$(30, 15) = 15$$

مشاهده می کنید که در تمام این مثال ها دو عدد بر هم بخش پذیرند، در این صورت (ب . م . م) آنها، عدد کوچک تر است.

به (ک . م . م) های زیر دقت کنید.

$$[5, 15] = 15$$

$$[12, 6] = 12$$

$$[14, 7] = 14$$

$$[30, 15] = 30$$

برای (ک . م . م) چه قانونی برای زمانی که دو عدد بر هم بخش پذیرند مشاهده می کنید؟

تمرین (۷):

به صورت ذهنی تساوی های زیر را کامل کنید.

$$(16, 8) =$$

$$[24, 12] =$$

$$(9, 27) =$$

$$[35, 7] =$$

$$(20, 100) =$$

$$[18, 36] =$$

$$(42, 21) =$$

$$[10, 50] =$$

تمرین (۱):

مضرب های عددهای زیر را بنویسید. (حداقل ۸ مضرب را بنویسید و بعد علامت سه نقطه را بگذارید).

مضرب های ۲ : $۲, ۴, ۶, ۸, ۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۸, ۲۰, \dots$

مضرب های ۵ : $۵, ۱۰, ۱۵, ۲۰, ۲۵, ۳۰, ۳۵, ۴۰, ۴۵, ۵۰, \dots$

مضرب های ۷ : $۷, ۱۴, ۲۱, ۲۸, ۳۵, ۴۲, ۴۹, ۵۶, ۶۳, ۷۰, \dots$

تمرین (۲):

به سوالات زیر پاسخ دهید.

الف) اولین مضرب ۹ : $۱ \times ۹ = ۹$

ب) چهارمین مضرب ۶ : $۶ \times ۴ = ۲۴$

ج) دهمین مضرب ۸ : $۸ \times ۱۰ = ۸۰$

د) ۵۴ چندمین مضرب ۹ است؟ $۵۴ \div ۹ = ۶$

ه) ۸۰ چندمین مضرب ۲ است؟ $۸۰ \div ۲ = ۴۰$

و) ۱۴۴ چندمین مضرب ۶ است؟ $۱۴۴ \div ۶ = ۲۴$

تمرین (۳):

(ک . م . م) دو عدد ۱۲ و ۱۶ را پیدا کنید.

مضرب های عدد ۱۲ : $۱۲, ۲۴, ۳۶, ۴۸, ۶۰, ۷۲, ۸۴, ۹۶, \dots$

مضرب های عدد ۱۶ : $۱۶, ۳۲, ۴۸, ۶۴, ۸۰, ۹۶, ۱۱۲, \dots$

مضرب های مشترک ۱۲ و ۱۶ : $۴۸, ۹۶, \dots$

$$[۱۲, ۱۶] = ۴۸$$

تمرین (۴):

(ک . م . م) هر جفت از عددهای زیر را به دست آورید. (ابتدا عددها را تجزیه کنید).

$$۱۸ = \underline{۲} \times \underline{۳} \times \underline{۳}$$

$$۳۰ = \underline{۲} \times \underline{۳} \times \underline{۵}$$

$$[۱۸, ۳۰] = \underline{۲} \times \underline{۳} \times \underline{۵} \times \underline{۳} = ۹۰$$

$$۲۰ = \underline{۲} \times \underline{۲} \times \underline{۵}$$

$$۵۰ = \underline{۲} \times \underline{۵} \times \underline{۵}$$

$$[۲۰, ۵۰] = \underline{۲} \times \underline{۵} \times \underline{۲} \times \underline{۵} = ۱۰۰$$

$$۲۴ = \underline{۲} \times \underline{۲} \times \underline{۲} \times \underline{۳}$$

$$۱۲ = \underline{۲} \times \underline{۲} \times \underline{۳}$$

$$[۲۴, ۱۲] = \underline{۲} \times \underline{۲} \times \underline{۳} \times \underline{۲} = ۲۴$$

تمرین (۵):

حاصل تفریق زیر را با کمک (ک . م . م) مخرج به دست آورید.

$$\frac{7}{12} - \frac{5}{18} =$$

$$12 = \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{3}$$

$$18 = \underline{2} \times \underline{3} \times \underline{3}$$

$$[12, 18] = \underline{2} \times \underline{3} \times \underline{2} \times \underline{3} = 36$$

$$\frac{7_{\times 3}}{12_{\times 3}} - \frac{5_{\times 2}}{18_{\times 2}} = \frac{21}{36} - \frac{10}{36} = \frac{11}{36}$$

تمرین (۶):

در ایستگاه راه آهن تهران هر ۲۰ دقیقه یک قطار به سمت غرب می رود و هر ۳۵ دقیقه هم یک قطار به سمت شرق می رود. اگر راس ساعت ۱۲ ظهر دو قطار هم زمان به سمت غرب و شرق از ایستگاه خارج شوند. در چه ساعتی هم زمان دو قطار از ایستگاه خارج می شوند؟

مضرب های عدد ۲۰ : ۲۰, ۴۰, ۶۰, ۸۰, ۱۰۰, ۱۲۰, ۱۴۰, ...

مضرب های عدد ۳۵ : ۳۵, ۷۰, ۱۰۵, ۱۴۰, ۱۷۵, ...

مضرب های مشترک ۲۰ و ۳۵ : ۱۴۰, ...

$$[20, 35] = 140$$

یا از طریق تجزیه

$$20 = \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{5}$$

$$35 = \underline{5} \times \underline{7}$$

$$[20, 35] = \underline{5} \times \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{7} = 140$$

۱۴۰ دقیقه بعد دو قطار با هم از ایستگاه خارج می شوند. یا ساعت ۲:۲۰

تمرین (۷):

به صورت ذهنی تساوی های زیر را کامل کنید.

$$(16, 8) = 8$$

$$[24, 12] = 24$$

$$(9, 27) = 9$$

$$[35, 7] = 35$$

$$(20, 100) = 20$$

$$[18, 36] = 36$$

$$(42, 21) = 21$$

$$[10, 50] = 50$$