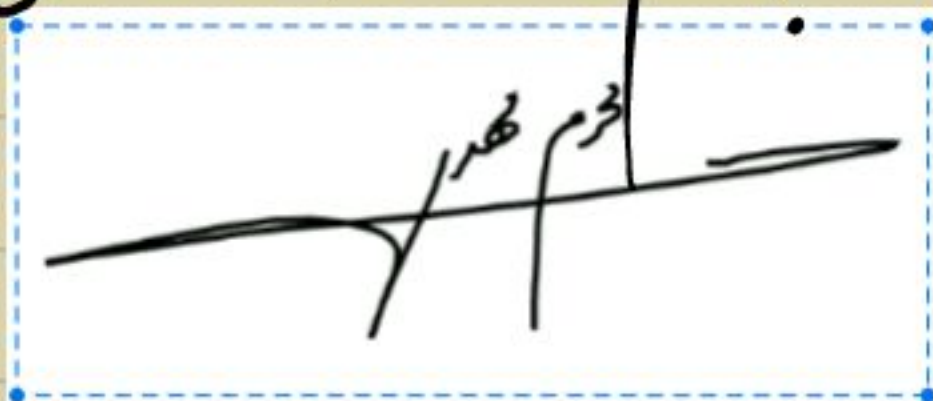


۱۳۹۹، ۷، ۷

به نام خدا حل تریبات درس دوم - فصل اول

حسابان! صفحات ۱۵ و ۱۶



09125102271--09213102271--@moharrammahdi

تمرین

۱ معادله درجه دومی بنویسید که:
الف) ریشه‌های آن $\frac{1}{3}$ و $\frac{2}{3}$ باشند.
ب) یکی از ریشه‌های آن دو برابر دیگری باشد (مسئله چند جواب دارد؟).

$$\alpha = \frac{1}{3} \rightarrow \underline{S} = \alpha + \beta = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} = 1 \quad \text{(الف)}$$

$$\beta = \frac{2}{3} \rightarrow \underline{P} = \alpha\beta = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$$

$$x^2 - Sx + P = 0 \Rightarrow x^2 - x + \frac{2}{9} = 0$$

$$\Rightarrow 9x^2 - 9x + 2 = 0 \quad \text{البته مسترمان طرفین را در عدد ۹ ضرب کرد}$$

(ب)

$$\alpha = 2\beta \Rightarrow S = \alpha + \beta = 2\beta + \beta = 3\beta$$

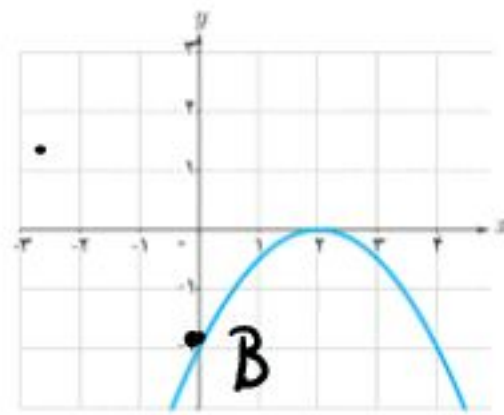
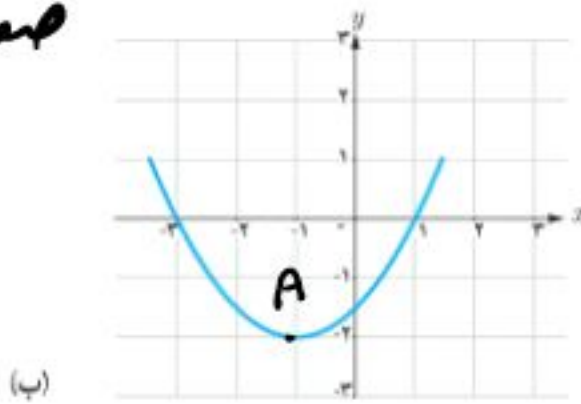
$$\Rightarrow P = \alpha\beta = 2\beta \cdot \beta = 2\beta^2$$

$$\xrightarrow{\text{معادله مورد نظر}} x^2 - 3\beta x + 2\beta^2 = 0$$

مسئله بی شمار جواب دارد و هر مقدار غیر صفری را می‌توان جای β قرار داد

۲ در هر یک از شکل های زیر نمودار سهمی $P(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است. در هر حالت صفرهای تابع $P(x)$ و ضابطه آن را مشخص کنید.

صفرهای تابع
۱، -۳
صند



صفرهای تابع
۲ است
ریشه مضاعف دارد

$$P(x) = 0 \rightarrow x = -3, x = 1$$

α β

$$P(x) = 0 \rightarrow x = 2$$

α

$$y = a(x - \alpha)(x - \beta)$$

$$y = a(x - \alpha)^2$$

$$y = a(x + 3)(x - 1) *$$

$$y = a(x - 2)^2 *$$

نمودار از نقطه $A = (-1, -2)$ عبور

\downarrow x \downarrow y

نمودار از نقطه $B = (0, -2)$

\downarrow x \downarrow y

عبور کرده است

کرده است

$$* -2 = a(-1 + 3)(-1 - 1)$$

$\underbrace{-1 + 3}_2$ $\underbrace{-1 - 1}_{-2}$

$$* -2 = a(0 - 2)^2$$

$$-2 = 4a \Rightarrow a = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$-2 = -2a \Rightarrow a = \frac{-2}{-2} = 1$$

بنابراین:

بنابراین

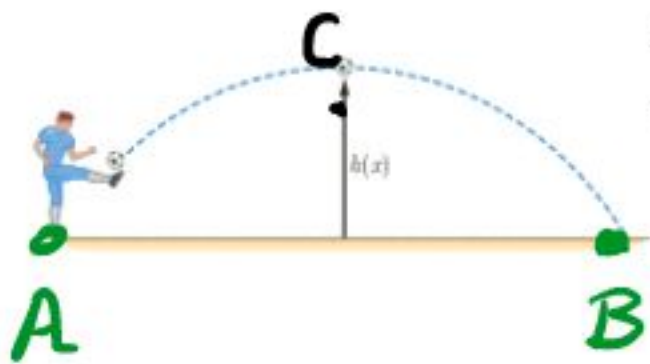
$$P(x) = \frac{1}{2}(x^2 + 2x - 3)$$

$$P(x) = -\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4)$$

$x^2 - 4x + 4$

$$P(x) = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$$

$$P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2$$



یک توپ فوتبال بر اثر ضربه بازیکن طبق شکل روبه‌رو حرکت می‌کند تا دوباره به زمین بخورد. در هر لحظه ارتفاع توپ از سطح زمین را می‌توانیم با رابطه $h(x) = -0.03x(x-36)$ مدل‌سازی کنیم که x فاصله افقی توپ از نقطه اولیه است (بر حسب متر است).
 الف) توپ چند متر افقی را طی می‌کند تا دوباره به زمین بخورد.
 ب) توپ حداکثر تا چه ارتفاعی بالا می‌رود.

الف) صف‌های تابع $h(x)$ را باید بدست آوریم

$$h(x) = 0 \rightarrow -0.03x(x-36) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -0.03x = 0 \rightarrow x = 0 \rightarrow \text{نقطه اولیه توپ} \\ x - 36 = 0 \rightarrow x = 36 \rightarrow \text{نقطه پایانی (محل فرود آمدن توپ)} \end{cases}$$

بنابراین:

توپ ۳۶ متر فاصله افقی را طی می‌کند

ب) در واقع رأس سهمی را باید بدست آوریم (مختصات نقطه C در شکل)

$$h(x) = -0.03x(x-36)$$

$$x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \text{سورا کردن} \rightarrow \text{مختصات} \rightarrow \text{طول}$$

$$h(x) = \underbrace{-0.03}_{a} x^2 + \underbrace{1.08}_{b} x$$

$$\Rightarrow x = \frac{-1.08}{2(-0.03)} = 18$$

طول رأس

$$h(18) = -0.03(18)^2 + 1.08(18) = -9.72 + 19.44 = 9.72$$

بیشترین ارتفاع توپ بر حسب متر

الف) $f(x) = x^3 - 4x$

ب) $g(x) = 2x^3 + x^2 + 3x$

پ) $h(x) = x^3 + 3x^2 + 5$

الف) $x^3 - 4x = 0 \rightarrow x(x^2 - 4) = 0$

راه اول $\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \end{cases}$

$\begin{cases} x^2 - 4 = 0 \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = \pm 2 \end{cases}$

راه دوم $\Rightarrow x(x-2)(x+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x - 2 = 0 \rightarrow x = 2 \\ x + 2 = 0 \rightarrow x = -2 \end{cases}$

ب) $2x^3 + x^2 + 3x = 0 \rightarrow x(2x^2 + x + 3) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ 2x^2 + x + 3 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ b = 1 \\ c = 3 \end{cases} \Rightarrow \Delta = b^2 - 4ac = 1 - 12 = -11 \end{cases}$
 جواب ندارد

پ) $x^3 + 3x^2 + 5 = 0 \quad x^2 = t$

$t^2 + 3t + 5 = 0 \rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 3 \\ c = 5 \end{cases} \Rightarrow \Delta = 9 - 20 = -11$

معادله جواب ندارد \leftarrow تابع هیچ صفری ندارد

الف) $x^2 - 3x - 4 = 0$

ب) $(\frac{x^2}{3} - 2)^2 - 7(\frac{x^2}{3} - 2) + 6 = 0$

پ) $(4 - x^2)^2 - (4 - x^2) = 12$

تغییر متغیر

الف) $x^2 = t \Rightarrow t^2 - 3t - 4 = 0$ (1) $t - 4 = 0 \rightarrow t = 4$
(2) $t + 1 = 0 \rightarrow t = -1$
 $(t - 4)(t + 1) = 0 \Rightarrow$

ب) $x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$
 $x^2 = -1$ جواب ندارد غیر ممکن

ب) $\frac{x^2}{3} - 2 = u \Rightarrow u^2 - 7u + 4 = 0$ (1) $u - 7 = 0$
(2) $u - 1 = 0$
 $(u - 7)(u - 1) = 0 \Rightarrow$

ب) $\frac{x^2}{3} - 2 = 7 \Rightarrow \frac{x^2}{3} = 9 \rightarrow x^2 = 27$
 $x = \pm \sqrt{27} = \pm 3\sqrt{3}$

$\frac{x^2}{3} - 2 = 1 \Rightarrow \frac{x^2}{3} = 3 \rightarrow x^2 = 9 \rightarrow x = \pm 3$

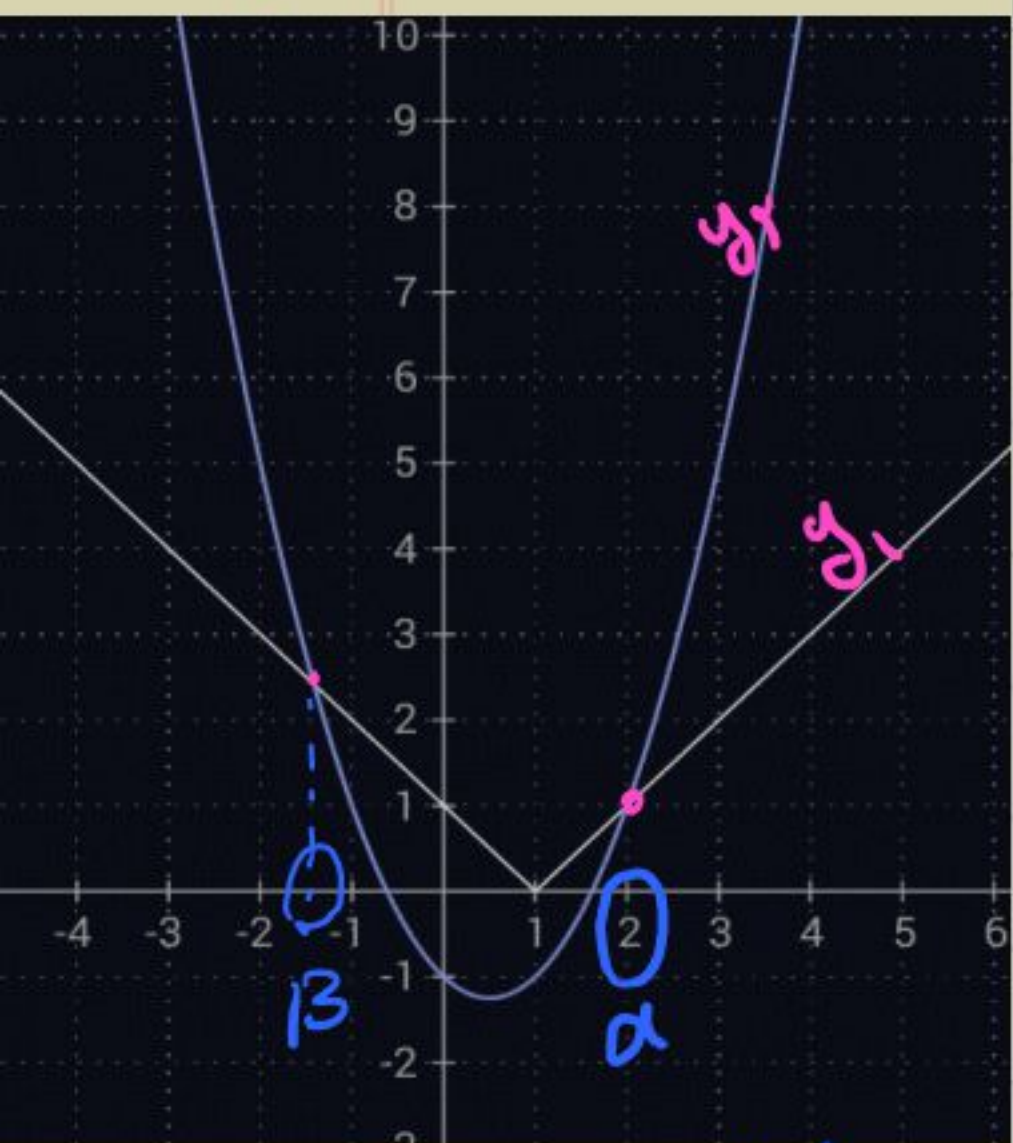
ب) $4 - x^2 = y \Rightarrow y^2 - y - 12 = 0$ (1) $y - 4 = 0$
(2) $y + 3 = 0$
 $(y - 4)(y + 3) = 0 \Rightarrow$
 $y = 4$
 $y = -3$

ب) $4 - x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0$
 $4 - x^2 = -3 \Rightarrow x^2 = 7 \rightarrow x = \pm \sqrt{7}$

تعداد و مقدار تقریبی ریشه‌های معادله $|x-1| = x^2 - x - 1$ را با استفاده از روش هندسی به دست آورید.

راه اول

$$\underbrace{|x-1|}_{y_1} = \underbrace{x^2 - x - 1}_{y_2}$$



ریشه داریم

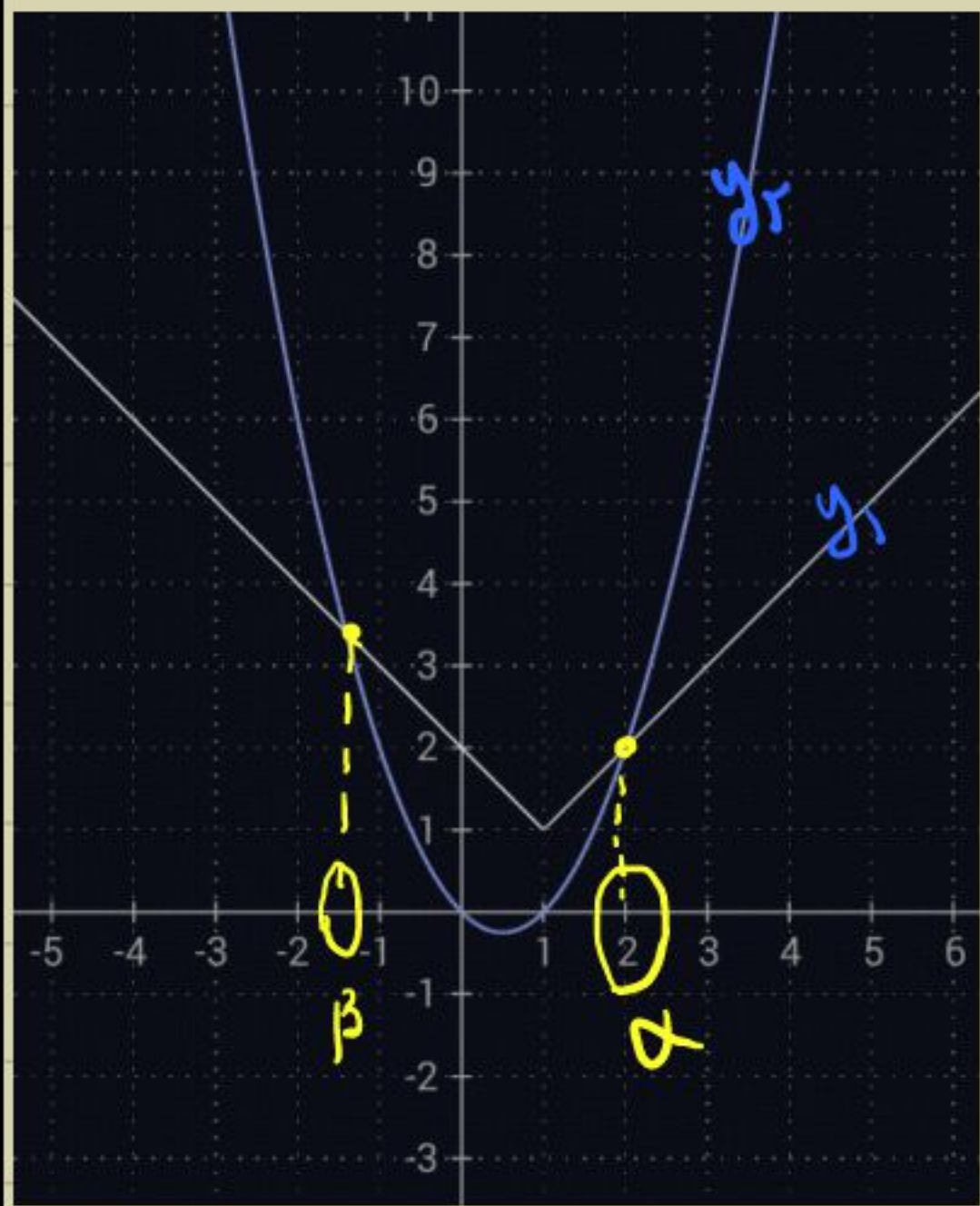
$$\alpha = 2$$

$$-2 < \beta < -1$$

عدد بین -۲ و -۱

راه دوم

$$\underbrace{|x-1|+1}_{y_1} = \underbrace{x^2 - x}_{y_2}$$

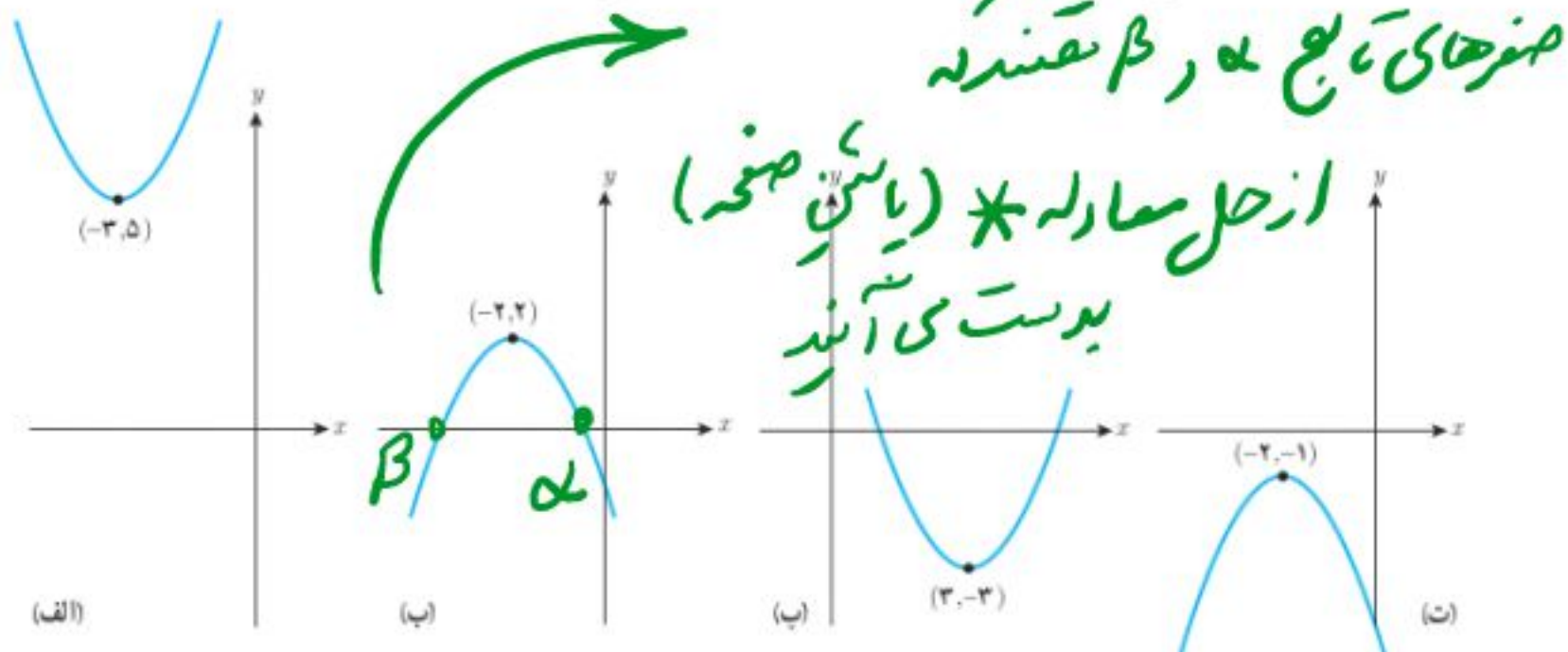


ریشه داریم

$$\alpha = 2$$

$$-2 < \beta < -1$$

هر یک از سهمی‌های زیر نمودار حالتی از تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ است که در آن $|a| = 1$ است و نقطه رأس سهمی نیز داده شده است. صفرهای تابع را در صورت وجود به دست آورید و ضابطه تابع را مشخص کنید.



(الف) سهمی رو به بالا $\Rightarrow a \oplus \Rightarrow a = 1 \checkmark$

رأس سهمی $\left[\begin{array}{l} -3 \rightarrow x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow -3 = \frac{-b}{2(1)} \rightarrow -b = -6 \\ b = 6 \checkmark \end{array} \right.$

$f(-3) = 5$

$f(x) = ax^2 + bx + c \xrightarrow{\quad} 1(-3)^2 + 6(-3) + c = 5$

$9 - 18 + c = 5$

$c = 14 \checkmark$

$f(x) = x^2 + 6x + 14$

نمودار تابع x را قطع نمی‌کند صفر تابع وجود ندارد

(ب) سهمی رو به پایین $\Rightarrow a \ominus \Rightarrow a = -1 \checkmark$

رأس سهمی $\left[\begin{array}{l} -2 \rightarrow x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow -2 = \frac{-b}{2(-1)} \Rightarrow -b = 4 \Rightarrow b = -4 \checkmark \end{array} \right.$

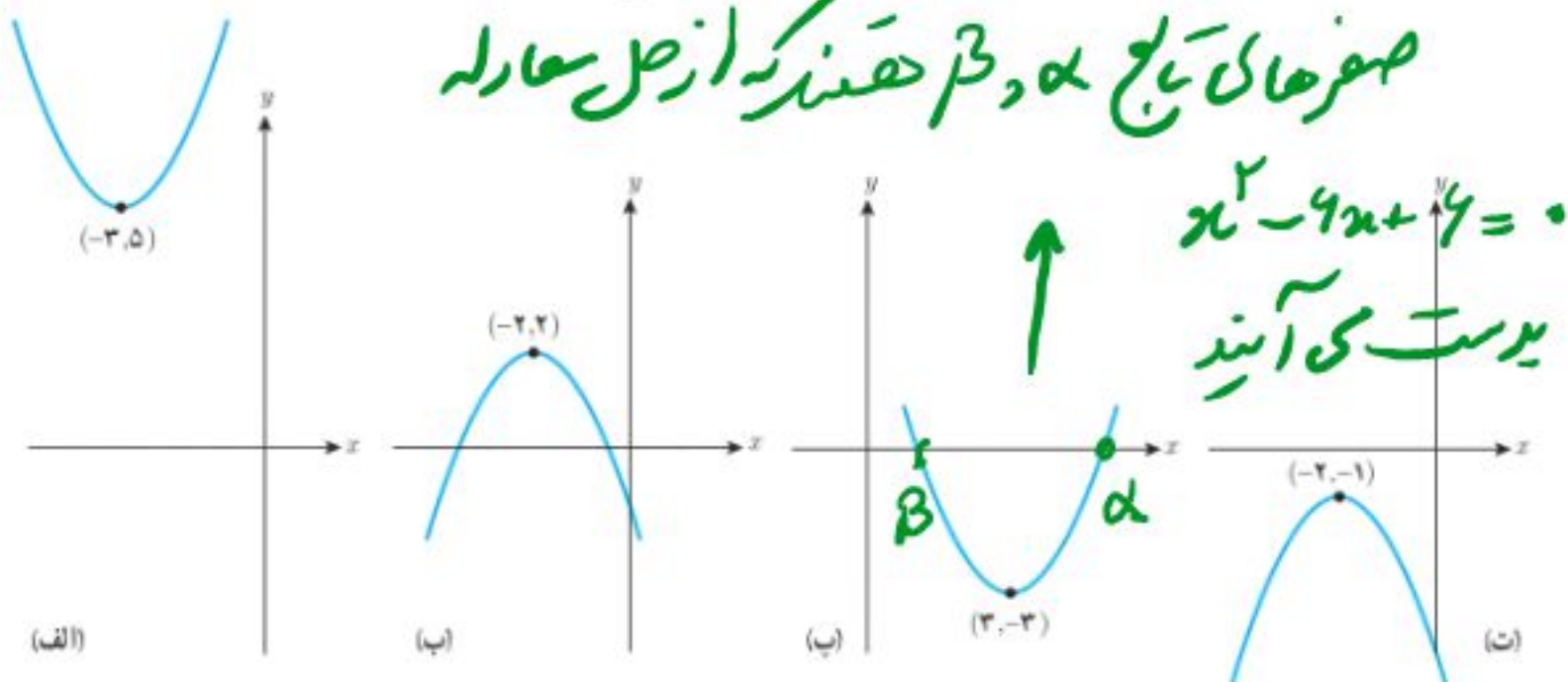
$f(-2) = 2 \xrightarrow{\text{جایگذاری}} -1(-2)^2 + (-4)(-2) + c = 2$

$-2 + 8 + c = 2 \Rightarrow c = -4 \checkmark$

$* f(x) = -x^2 - 4x - 4$

هر یک از سهمی‌های زیر نمودار حالتی از تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ است که در آن $|a| = 1$ است و نقطه رأس سهمی نیز داده شده است. صفرهای تابع را در صورت وجود به دست آورید و ضابطه تابع را مشخص کنید.

صفرهای تابع α و β هستند از اصل معادله



(پ) سهمی رو به بالا $\Rightarrow a \oplus \Rightarrow a = 1 \checkmark$

رأس سهمی $\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix} \rightarrow \frac{-b}{2a} = 3 \rightarrow \frac{-b}{2(1)} = 3 \rightarrow -b = 6 \rightarrow b = -6 \checkmark$

$f(3) = -3 \Rightarrow 1(3)^2 - 6(3) + c = -3$

$9 - 18 + c = -3 \Rightarrow c = 6 \checkmark$

$f(x) = x^2 - 6x + 6$

(ت) سهمی رو به پایین $\Rightarrow a \ominus \Rightarrow a = -1 \checkmark$

رأس سهمی $\begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} \rightarrow \frac{-b}{2a} = -2 \rightarrow \frac{-b}{2(-1)} = -2 \rightarrow b = -4 \checkmark$

$f(-2) = -1 \Rightarrow -1(-2)^2 - 4(-2) + c = -1$

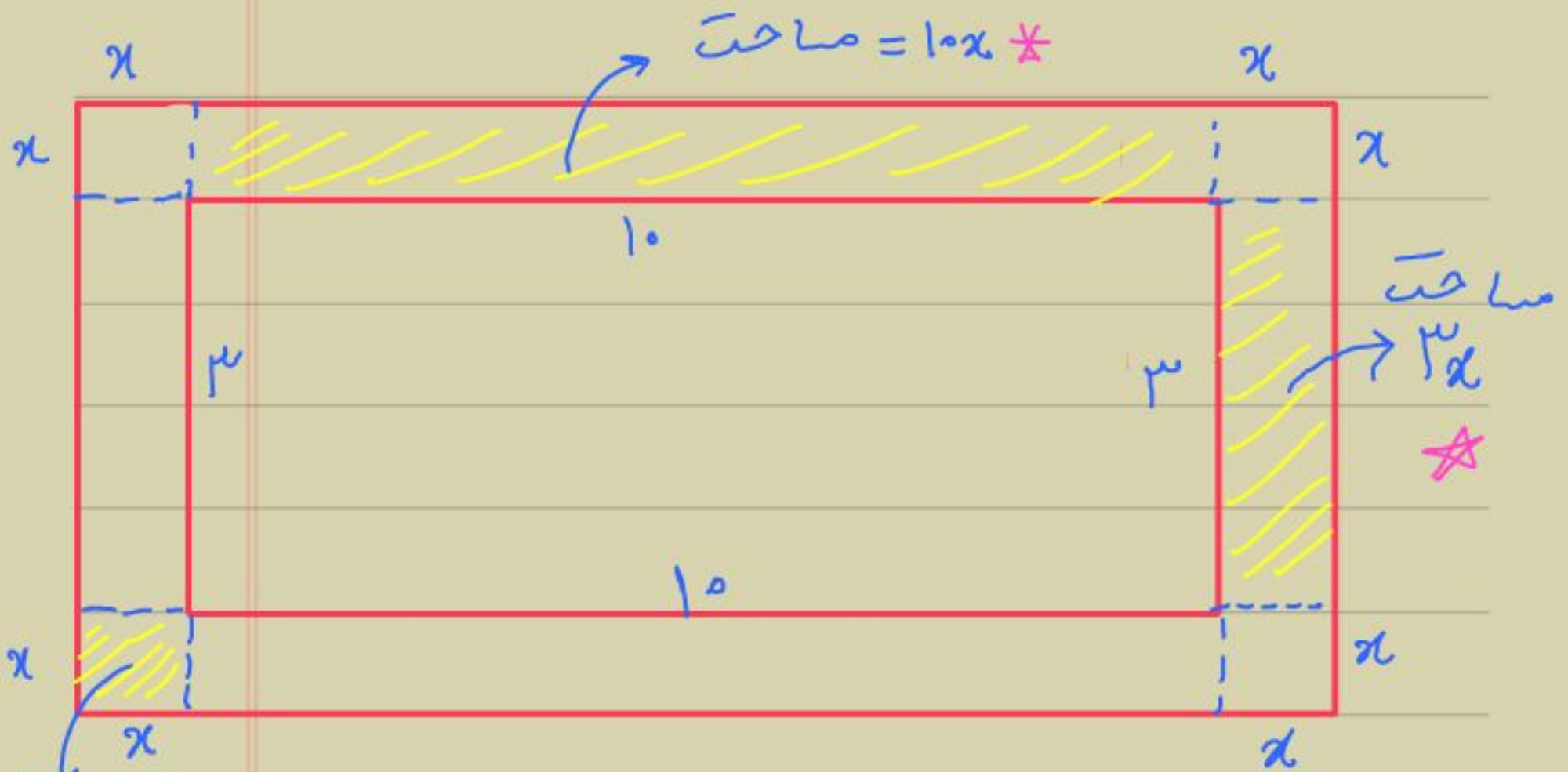
$-4 + 8 + c = -1 \Rightarrow c = -5 \checkmark$

$f(x) = -x^2 - 4x - 5$

نمودار تابع هر طوری را قطع نمی‌کند. صفر تابع وجود ندارد



۸ یک استخر مستطیل شکل به ابعاد طول ۱۰ و عرض ۳ متر داریم که یک آبراه بتونی در اطرافش است. اگر این آبراه دارای بهنای یکسان و مساحت ۱۴ مترمربع باشد، بهنای آن را محاسبه کنید.



$$\text{مساحت} = x^2$$

$$2x^2 + 2(10x) + 2(3x) = 14$$

$$2x^2 + 26x - 14 = 0 \Rightarrow x^2 + 13x - 7 = 0$$

$$a=1, b=13, c=-7$$

$$\Delta = 13^2 - 4(1 \cdot -7) = 169 + 28 = 197$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$\frac{-13 + 14}{2} = \frac{1}{2}$$

بهنای آبراه

$$\frac{-13 - 14}{2} = -13.5$$

غیر قابل



طول یک نوع کاشی یک سانتی متر بلندتر از چهار برابر عرض آن است. برای پوشانیدن دیواری به مساحت $52/8$ مترمربع تعداد دو هزار کاشی مصرف شده است. طول هر کاشی چند سانتی متر است؟

$$52,8 \text{ m}^2 = 52,8 (100 \text{ cm})^2$$

$$= 528000 \text{ cm}^2$$

سانتی متر مربع

$4x+1$



$$\text{مساحت هر کاشی} = x(4x+1) = 4x^2 + x$$

$$2000(4x^2 + x) = 528000 \xrightarrow{\div 2000}$$

$$4x^2 + x = 264 \rightarrow 4x^2 + x - 264 = 0$$

\downarrow a \downarrow b \downarrow c

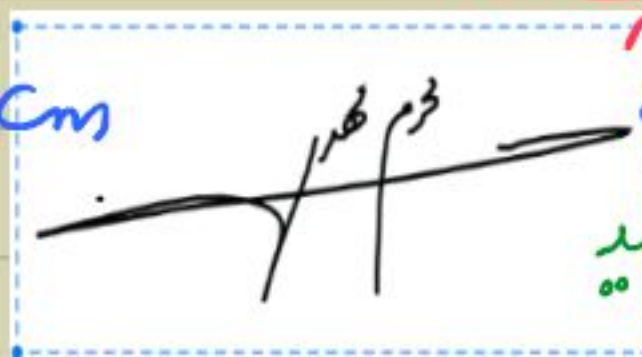
$$\Delta = 1 - 16(-264) = 1 + 4224 = 4225$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-1 \pm 65}{8} \rightarrow x_1 = \frac{-1+65}{8} = \frac{64}{8} = 8$$

$$x_2 = \frac{-1-65}{8} = \frac{-66}{8}$$

$$\text{طول هر کاشی} = 4(8) + 1 = 33 \text{ cm}$$

۱۳۹۹، ۷، ۷



غوق قورل
سر بلدیو سرفور باشدی