

**دیرستان**  
**استعداد های ناب صالحین**  
ناحیه ۳ اهواز

جزوه ی درس ریاضیات پایه نهم  
فصل چهارم : توان و ریشه گیری

**تهیه کننده : فیروز محمودی**

همراه : ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲

@firouz1363



@riazicafe

نکات مهم:

①  $a^m \times a^n = a^{m+n}$

$5^2 \times 5^2 = 5^{2+2} = 5^4$

②  $a^m \times b^m = (a \times b)^m$

$3^5 \times 2^5 = (3 \times 2)^5 = 6^5$

③  $a^m \div a^n = a^{m-n}$

$5^9 \div 5^2 = 5^{9-2} = 5^7$

④  $a^m \div b^m = \left(\frac{a}{b}\right)^m$

$12^5 \div 4^5 = \left(\frac{12}{4}\right)^5 = 3^5$

⑤  $(a^m)^n = a^{m \times n}$

$(5^2)^3 = 5^{2 \times 3} = 5^6$

⑥  $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

$\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^4}$

⑦  $a^{-n} = \frac{1}{a^{+n}}$

$2^{-3} = \frac{1}{2^{+3}} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8}$

⑧  $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^{+n}$

$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \left(\frac{5}{3}\right)^{+2} = \frac{5}{3} \times \frac{5}{3} = \frac{25}{9}$

⑨  $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

$(5 \times 7)^3 = 5^3 \times 7^3$

نکته مهم: هر عدد غیر صفر، به توان صفر برابر ۱ می باشد. یعنی اگر  $a$  عددی غیر صفر باشد، داریم:  $a^0 = 1$

$5^0 = 1$

$(-4)^0 = 1$

$\left(\frac{3}{4}\right)^0 = 1$

$(3, 5)^0 = 1$

مثال:

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ... ) فیروز محمودی شماره : ۰۲۷۲۵۲۰۱۳۷۰۹

صفحه

مثال: حاصل عبارات مقابل را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$$4^5 \times 2^5 \times 12^3 = 12^5 \times 12^3 = 12^8$$

$$5^7 \times 2^7 \times 5^4 \times 3^7 = 5^7 \times 4^7 = 20^7$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

$$(1/5)^{-3} = (5/1)^{-3} = (1/5)^3 = 1/125 = 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$$

$$(1/7)^{-2} \times 7^9 = (7/1)^2 \times 7^9 = 7^2 \times 7^9 = 7^{11}$$

$$(1/25)^{-3} \times 16^5 = (25/1)^{-3} \times (4^2)^5 = (100/25)^3 \times 4^{10} = 4^3 \times 4^{10} = 4^{13}$$



مثال: حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$2^{-3} + 3^{-2} =$$

$$\left. \begin{aligned} 2^{-3} &= \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \\ 3^{-2} &= \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9} \end{aligned} \right\}$$

$$2^{-3} + 3^{-2} = \frac{1}{8} + \frac{1}{9} = \frac{9+8}{72} = \frac{17}{72}$$

الف)  $5^5$       ب)  $17/72$

ج)  $5^5$       د)  $72/17$

مثال: عبارت مقابل را تا حد امکان ساده کنید.

$$\frac{(1/2)^{-9}}{5^{-3}} = \frac{(1/5)^{-9}}{5^{-3}} = \frac{5^9}{5^{-3}} = 5^{9-(-3)} = 5^{12}$$

مثال: حاصل عبارات متقابل را بدست آورید.

$$-(-3)^2 = -(+9) = -9$$

$$\rightarrow (-3)^2 = (-3) \times (-3) = +9$$

$$\left[ \left(-\frac{2}{3}\right)^{-1} \right]^{+2} = \begin{cases} \text{ریشه اول} & \left(-\frac{2}{3}\right)^{-2} = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = +\frac{4}{9} \\ \text{توان دوم} & \left[ \left(-\frac{2}{3}\right)^{+1} \right]^{+2} = \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = +\frac{4}{9} \end{cases}$$

مثال: حاصل عبارات متقابل را بدست آورید.

$$\left[ - \left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} \right]^{-1} = \left[ -(+ \frac{25}{9}) \right]^{-1} = \left(-\frac{25}{9}\right)^{-1} = \left(-\frac{9}{25}\right)^1 = -\frac{9}{25}$$

$$\rightarrow \left(-\frac{2}{5}\right)^{-2} = \left(-\frac{5}{2}\right)^2 = \left(-\frac{5}{2}\right) \times \left(-\frac{5}{2}\right) = +\frac{25}{4}$$

مثال: محاسبه کنید.

$$\left(-2^{-3}\right)^{-1} + \left(\cdot/5\right)^{-3} = \left(-\frac{1}{8}\right)^{-1} + 8 = \left(-\frac{1}{1}\right)^1 + 8 = -1 + 8 = 7$$

$$\left(\cdot/5\right)^{-3} = \left(\frac{5}{1}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$



مثال: محاسبه کنید.

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{-2} \times 27^{-2} = 3^4 \times 3^{-6} = 3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$$

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{-2} = \left(\frac{9}{1}\right)^2 = 9^2 = (3^2)^2 = 3^4$$

$$27^{-2} = (3^3)^{-2} = 3^{-6}$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را به صورت عددی تواندار بنویسید.

$$\frac{8^{-1} \times 2^2}{2^{-2} \times \frac{1}{8}} = \frac{\cancel{8}^{-1} \times 2^2}{2^{-2} \times \cancel{8}^{-1}} = \frac{2^2}{2^{-2}} = 2^{2-(-2)} = 2^4 = 16$$

$$\frac{3^5 \times 2^{-2}}{2^{-9}} = 3^5 \times 2^{-2-(-9)} = 3^5 \times 2^7 = 3^5 \times 2^7 = 4^5$$

$$\frac{2^{-5} \times 2^5 \times 7^{-2}}{2^{-12} \times 7^{-11}} = \frac{2^0 \times 2^{12} \times 7^{11}}{2^0 \times 7^0} = 2^{12} \times 7^{11} = 4^6 \times 7^{11}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-1} \times 8^{-2} = \left(\frac{2}{1}\right)^1 \times (2^3)^{-2} = 2^1 \times 2^{-6} = 2^{-5} = \frac{1}{32}$$

$$\frac{\left(\frac{5}{3}\right)^2 \times \left(\frac{4}{3}\right)^{-2}}{5^5 \div 4^5} = \frac{\left(\frac{5}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2}{\left(\frac{5}{4}\right)^5} = \frac{\left(\frac{5}{4}\right)^2}{\left(\frac{5}{4}\right)^5} = \left(\frac{5}{4}\right)^{-3} = \left(\frac{4}{5}\right)^3 = \frac{64}{125}$$

$$\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{-10} \times 49^5}{42^{11} \div 2^{11}} = \frac{\left(\frac{2}{1}\right)^{10} \times (7^2)^5}{2^{11} \times 7^{11}} = \frac{2^{10} \times 7^{10}}{2^{11} \times 7^{11}} = \frac{2^{-1} \times 7^{-1}}{1} = \frac{1}{14}$$



مثال: حاصل عبارات مقابل کدام است؟

$$\frac{1}{4^{-1} + 3^{-1}} = \frac{1}{\frac{1}{4} + \frac{1}{3}} = \frac{1}{\frac{3+4}{12}} = \frac{12}{7}$$

- (الف) ۲ ✓
- (ب)  $\frac{1}{7}$
- (ج) ۹
- (د)  $\frac{1}{9}$

$$4^{-1} + 3^{-1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{3} = \frac{3+4}{12} = \frac{7}{12}$$

سؤال مهم امتحانی: مناسبه کنید.

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}}{2^5 \times 2^{-8}} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{1}\right)^2}{2^{-3}} = \frac{\left(\frac{2}{1}\right)^2}{-\frac{1}{8}} = \frac{4}{-\frac{1}{8}} = -\frac{1}{4^2} = -\frac{1}{16}$$

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

مثال: حاصل عبارات معادل را به صورت عددی تواندار بنویسید

$$\frac{7^{15} \times (0.04)^{-4}}{7^{-3}} = \frac{7^{15} \times 5^{12}}{7^{-3}} = 7^{15+15} = 7^{30} = 25^{12} = (5^2)^{12} = 5^{24}$$

$(0.04)^{-4} = \left(\frac{4}{100}\right)^{-4} = \left(\frac{100}{4}\right)^4 = 25^4 = (5^2)^4 = 5^8$



$$\left(\frac{1}{8}\right)^{-3} \times 14^{-5} \times (0.5)^{-11} = 2^9 \times 2^{-20} \times (0.5)^{-11} = 2^{-11} \times (0.5)^{-11} = 1^{-11} = \frac{1}{1^{11}} = \frac{1}{1} = 1$$

$\left(\frac{1}{8}\right)^{-3} = \left(\frac{1}{2^3}\right)^{-3} = 2^3 = (2^3)^3 = 2^9$

$14^{-5} = (2^4)^{-5} = 2^{-20}$

مثال: معادله معادل را حل کنید

$$\left(\frac{0.2}{2}\right)^{-3x} = 25^4 \Rightarrow \left(\frac{2}{10}\right)^{-3x} = (5^2)^4$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{3x} = 5^{12} \Rightarrow 5 = 5^{12} \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{3} = 4$$

مثال: جواب معادله معادل کدام است؟ (بنویسید دولتی ۹۷ گلستان)

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{2x+3} = \left(\frac{5}{2}\right)^{2-5x}$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{2x+3} = \left(\frac{2}{5}\right)^{-(2-5x)}$$

$$2x+3 = -(2-5x)$$

$$2x+3 = -2+5x$$

$$2x-5x = -2-3$$

$$-3x = -5$$

$$x = \frac{-5}{-3} = +\frac{5}{3}$$

الف)  $\frac{5}{3}$  ✓  
ب)  $-\frac{5}{3}$   
ج)  $-\frac{1}{5}$   
د)  $\frac{1}{3}$

بنابراین گزینه الف درست می باشد.

مثال: معادله‌ی مقابل را حل کنید.

$$\left(\frac{1}{8}\right)^{1-x} = 4^{3x}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{2^3}\right)^{-(1-x)} = (2^2)^{3x}$$

$$2^{-1+x} = 2^{6x}$$

$$(2^3)^{-1+x} = 2^{6x}$$

$$2^{-2+3x} = 2^{6x}$$

$$\Rightarrow -2+3x = 6x$$

$$+3x - 6x = +2$$

$$-3x = +2$$

$$x = \frac{+2}{-3} = \textcircled{-1}$$

مثال: اعداد مقابل را از کوچک به بزرگ (از چپ به راست) مرتب کنید.  $\left(\frac{1}{8}\right)^7$ ,  $4^{-9}$ ,  $(\frac{1}{5})^{20}$

$$\left(\frac{1}{8}\right)^7 = \left(\frac{1}{2^3}\right)^7 = 2^{-21} = \frac{1}{2^{21}}$$

$$4^{-9} = (2^2)^{-9} = 2^{-18} = \frac{1}{2^{18}}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{20} = \left(\frac{1}{5}\right)^{20} = \left(\frac{1}{5}\right)^{-20} = 5^{-20} = \frac{1}{5^{20}}$$



چون صورت این سه کسری با هم برابرند، بنابراین کسری کوچکتر است که صورت آن بزرگتر باشد بنابراین:

$$\frac{1}{2^{21}} < \frac{1}{2^{18}} < \frac{1}{5^{20}}$$

$$\left(\frac{1}{8}\right)^7 < (\frac{1}{5})^{20} < 4^{-9}$$

پس داریم؟

مثال: اگر  $4^x = 5$  و  $4^y = 125$  باشد، حاصل  $\frac{x+y}{y-x}$  چقدر است؟ (نمونه دولتی تبریز ۹۷)

$$4^y = 125 = 5^3 = (4^x)^3 = 4^{3x} \Rightarrow y = 3x$$

$$\frac{x+y}{y-x} = \frac{x+3x}{3x-x} = \frac{4x}{2x} = 2$$

الف) ۴

ب) ۲ ✓

ج) -۲

د) -۱

نکته: مربع (توان دوم) اعداد  $+5$  و  $-5$  برابر  $25$  می باشد یعنی

$$(+5)^2 = +25$$

$$(-5)^2 = +25$$

به همین دلیل دو عدد  $+5$  و  $-5$  را ریشه های دوم عدد  $+25$  می گویند و آنها را با نمادهای زیر نشان می دهند.

$$+25 \text{ ریشه های دوم عدد } = +\sqrt{25} \text{ و } -\sqrt{25}$$

مثال: ریشه های دوم عدد  $9$  عبارتند از:  $+\sqrt{9}$  و  $-\sqrt{9}$

مثال: ریشه های دوم عدد  $49$  عبارتند از:  $+\sqrt{49}$  و  $-\sqrt{49}$

به طور کلی می توان گفت که: اگر  $a$  یک عدد مثبت باشد دارای دو ریشه ی دوم  $+\sqrt{a}$  و  $-\sqrt{a}$  می باشد.  
نکته ی مهم: اعداد منفی ریشه ی دوم ندارند.

نکته: مکعب (توان سوم) عدد  $2$  برابر  $8$  می باشد زیرا  $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$  بنابراین عدد  $8$  را ریشه ی سوم عدد  $8$  می گوئیم و آنرا با صورت زیر نمایش می دهیم.

$$8 \text{ ریشه ی سوم } = \sqrt[3]{8} = 2$$

مثال: می دانیم که  $5^3 = 125$  بنابراین می گوئیم عدد  $5$  ریشه ی سوم عدد  $125$  می باشد و می نویسیم

$$\sqrt[3]{125} = 5$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

$$\sqrt[3]{4^3} = 4 \quad \xrightarrow{\text{دلیل}} \quad 4^3 = 4^3$$

$$\sqrt{10000} = 100 \quad \xrightarrow{\text{دلیل}} \quad 100^2 = 10000$$

$$\sqrt{-27} = -3 \quad \xrightarrow{\text{دلیل}} \quad (-3)^2 = -27$$



نکته: هر عدد فقط یک ریشه ی سوم دارد.



مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

$$\sqrt[3]{\frac{27}{1000}} = \sqrt[3]{\frac{27}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{27}}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{3}{10} = 0,3$$

$$\sqrt[3]{-\frac{1}{1000}} = \sqrt[3]{-\frac{1}{1000}} = \frac{\sqrt[3]{-1}}{\sqrt[3]{1000}} = \frac{-1}{10} = -0,1$$

$$\sqrt{\frac{125}{27}} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{27}} = \frac{5}{3}$$

$$\sqrt{-22} = -2 \xrightarrow{\text{دلیل}} (-2)^5 = -32$$

$$\sqrt{-8} = -2 \xrightarrow{\text{دلیل}} (-2)^3 = -8$$

نکته: اگر  $a, b$  دو عدد مثبت باشند، داریم:

$$\sqrt{a \times b} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

نکته: اگر  $a, b$  دو عدد دلخواه باشند، داریم:

$$\sqrt[3]{a \times b} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$$

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

نکته مهم:

$$\sqrt{x^2} = |x| \longrightarrow \sqrt{(-7)^2} = |-7| = +7$$

$$\sqrt[3]{x^3} = x \longrightarrow \sqrt[3]{(-2)^3} = -2$$

در حالت کلی داریم:

اگر $n$ فرد باشد:	$\sqrt[n]{a^n} = a$
اگر $n$ زوج باشد:	$\sqrt[n]{a^n} =  a $



مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

$$\sqrt[4]{5^4} = 5$$

$$\sqrt[4]{(-5)^4} = |-5| = +5$$

$$\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$$

نمونه‌های سوالات امتحانی:

۱- عبارات مقابل را تا حد امکان ساده کنید.

$$\sqrt[3]{27} - \sqrt[3]{8} = 3 - 2 = 1$$

$$\begin{aligned} -\sqrt[3]{(-7)^3} + \sqrt[3]{(-3)^3} &= -(-7) + 1 - 3 \\ &= +7 + (+3) = +10 \end{aligned}$$

$$\sqrt[5]{-2} \times \sqrt[5]{14} = \sqrt[5]{-2 \times 14} = \sqrt[5]{-28} = -2$$

$$\sqrt[3]{2} \times \sqrt[3]{-4} = \sqrt[3]{2 \times (-4)} = \sqrt[3]{-8} = -2$$

$$\frac{\sqrt[3]{54}}{\sqrt[3]{-2}} = \sqrt[3]{\frac{54}{-2}} = \sqrt[3]{-27} = -3$$

$$\begin{aligned} \sqrt{18} &= \sqrt{9 \times 2} \\ &= \sqrt{9} \times \sqrt{2} \\ &= 3 \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

۲- عدد  $\sqrt{18}$  با کدام عدد برابر است؟

$$4\sqrt{3} \quad \text{ج}$$

$$2\sqrt{3} \quad \text{الف}$$

$$3\sqrt{2} \quad \text{د}$$

$$3\sqrt{4} \quad \text{ب}$$

۳- عبارات مقابل را تا حد امکان ساده کنید.

$$\begin{aligned} \sqrt{50} &= \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} \\ &= 5 \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2} \end{aligned}$$

$$\sqrt{50} - \sqrt{32} = 5\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = 1\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{32} &= \sqrt{16 \times 2} = \sqrt{16} \times \sqrt{2} \\ &= 4 \times \sqrt{2} = 4\sqrt{2} \end{aligned}$$



۳ عبارات مقابل را تا حد امکان ساده کنید

$$(\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{75}) \div \sqrt{3} = \frac{\sqrt{3} + \sqrt{12} + \sqrt{75}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{8\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 8$$

$$\begin{aligned} \sqrt{75} &= \sqrt{25 \times 3} = \sqrt{25} \times \sqrt{3} \\ &= 5 \times \sqrt{3} = 5\sqrt{3} \\ \sqrt{12} &= \sqrt{4 \times 3} = \sqrt{4} \times \sqrt{3} \\ &= 2 \times \sqrt{3} = 2\sqrt{3} \end{aligned}$$

۵ ساده کنید

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{54} &= \sqrt[3]{27 \times 2} = \sqrt[3]{27} \times \sqrt[3]{2} = 3 \times \sqrt[3]{2} = 3\sqrt[3]{2} \\ 4\sqrt[3]{54} - 5\sqrt[3]{14} &= 4 \times 3\sqrt[3]{2} - 5 \times 2\sqrt[3]{2} = 12\sqrt[3]{2} - 10\sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2} \\ \sqrt[3]{14} &= \sqrt[3]{8 \times 2} = \sqrt[3]{8} \times \sqrt[3]{2} \\ &= 2 \times \sqrt[3]{2} = 2\sqrt[3]{2} \end{aligned}$$

۶ عبارات مقابل را تا حد امکان ساده کنید. (با عهده دانی آموز)

$$(7\sqrt{20} - 4\sqrt{45} - \sqrt{80}) \div 2\sqrt{5} =$$

۷ عبارات مقابل را تا حد امکان ساده کنید

$$\frac{\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[3]{4 \times 3}}{\sqrt[3]{3}} = \frac{\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{3}} = \sqrt[3]{\frac{12}{3}} = \sqrt[3]{4} = 2$$

$$\sqrt[3]{-27} \times \sqrt[3]{-27} = (-3) \times (-3) = +9$$



تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

صفحه

همراه : ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲

فیروز محمودی

مثال: عبارت مقابل را تا حد امکان ساده کنید.

$$(\sqrt{2} + \sqrt{3}) \cdot (3\sqrt{2} - \sqrt{3}) = 3\sqrt{4} - \sqrt{6} + 3\sqrt{6} - \sqrt{9}$$

$$= 4 - \sqrt{6} + 3\sqrt{6} - 3 = 1 + 2\sqrt{6}$$

مثال: حداقل سه عدد صحیح مثبت بنویسید که اگر به جای  $a$  قرار دهیم، نامساوی زیر درست باشد.

$$\sqrt[3]{a} < \sqrt{4} \Rightarrow \sqrt[3]{a} < 2 \Rightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{8}$$

بنابراین فقط کافی است که عدد مورد نظر از ۸ کمتر باشد.

$$a = 5 \Rightarrow \sqrt[3]{5} < \sqrt[3]{8}$$

$$a = 7 \Rightarrow \sqrt[3]{7} < \sqrt[3]{8}$$

$$a = 2 \Rightarrow \sqrt[3]{2} < \sqrt[3]{8}$$

مثال: محاسبه کنید.

$$2\sqrt[3]{14} \times 3\sqrt[3]{4} = 2 \times 3 \times \sqrt[3]{14} \times \sqrt[3]{4} = 6 \times \sqrt[3]{44}$$

$$= 6 \times 4 = 24$$

$$\frac{\sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{40}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{18 \times 40}}{\sqrt[3]{5}} = \sqrt[3]{\frac{18 \times 40}{5}} = \sqrt[3]{214} = 4$$



مثال: حاصل  $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$  را در هر یک از حالت‌های زیر بدست آورید.

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = x + y$$

(الف)  $x, y$  هر دو مثبت باشند ( $x > 0, y > 0$ )

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = -x + y$$

(ب)  $x$  منفی و  $y$  مثبت است ( $x < 0, y > 0$ )

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = x + (-y) = x - y$$

(ج)  $x$  مثبت و  $y$  منفی است ( $x > 0, y < 0$ )

نماد علمی

به کمک ماشین حساب حاصل ضربهای مقابل را انجام دهید.

$$۳,۵۷ \times ۱۰ = ۳۵,۷$$

$$۰,۲۷۳۵ \times ۱۰۰ = ۲,۷۳۵$$

$$۴۵۳,۲۸۹۱ \times ۱۰۰۰ = ۴۵۳۲۸۹,۱$$

$$۰,۰۰۰۲۷۵ \times ۱۰۰ = ۰,۲۷۵$$

$$۹۴۸,۲ \times ۱۰۰۰ = ۹۴۸۲۰۰$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

$$۳,۵۷۵ \times ۱۰^{+۲} = ۳,۵۷۵ \times ۱۰۰ = ۳۵۷,۵$$

$$۰,۰۰۰۳۵۱ \times ۱۰^{+۲} = ۰,۰۰۰۳۵۱ \times ۱۰۰۰ = ۰,۳۵۱$$

$$۲۵۳,۱ \times ۱۰^{+۴} = ۲۵۳,۱ \times ۱۰۰۰۰ = ۲۵۳۱۰۰۰$$

$$۳۲۱ \times ۱۰^{+۵} = ۳۲۱ \times ۱۰۰۰۰۰ = ۳۲۱۰۰۰۰۰$$

$$۳,۷۵ \times ۱۰^{+۱} = ۳,۷۵ \times ۱۰ = ۳۷,۵$$



باتوجه به مساویات بالا می توان گفت که:

الف) اگر یک عدد اعشاری را در  $۱۰^{+۱}$  ضرب کنیم میزان یک رقم به سمت راست جابجایی شود

$$۹۵۷,۷۵۱ \times ۱۰^{+۱} = ۹۵۷۷,۵۱$$

ب) اگر یک عدد اعشاری را در  $۱۰^{+۲}$  ضرب کنیم، میزان دو رقم به سمت راست جابجایی شود.

$$۳,۷۵۱۲ \times ۱۰^{+۲} = ۳۷۵,۱۲$$

به کمک ماشین حساب، حاصل تقسیم های زیر را بدست آورید.

$$۳۵۴,۹۸ \div ۱۰ = ۳۵,۴۹۸ \quad \rightarrow \quad \frac{۳۵۴,۹۸}{۱۰} = ۳۵,۴۹۸$$

$$۴۷۵,۲۱ \div ۱۰۰ = ۴,۷۵۲۱ \quad \rightarrow \quad \frac{۴۷۵,۲۱}{۱۰۰} = ۴,۷۵۲۱$$

$$۹۵۸۳,۲۱ \div ۱۰۰۰ = ۹,۵۸۳۲۱ \quad \rightarrow \quad \frac{۹۵۸۳,۲۱}{۱۰۰۰} = ۹,۵۸۳۲۱$$

$$۰,۲ \div ۱۰۰۰۰ = ۰,۰۰۰۰۲ \quad \rightarrow \quad \frac{۰,۲}{۱۰۰۰۰} = ۰,۰۰۰۰۲$$

$$۱۲ \div ۱۰۰۰۰ = ۰,۰۰۱۲ \quad \rightarrow \quad \frac{۱۲}{۱۰۰۰۰} = ۰,۰۰۱۲$$

مثال، حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

$$۵۴۲,۳۴ \times ۱۰^{-۱} = ۵۴۲,۳۴ \times \frac{۱}{۱۰^۱} = \frac{۵۴۲,۳۴}{۱۰} = ۵۴,۲۳۴$$

$$۰,۲۵ \times ۱۰^{-۲} = ۰,۲۵ \times \frac{۱}{۱۰^۲} = \frac{۰,۲۵}{۱۰۰} = ۰,۰۰۲۵$$

$$۱۳۷۵,۴۲ \times ۱۰^{-۳} = ۱۳۷۵,۴۲ \times \frac{۱}{۱۰^۳} = \frac{۱۳۷۵,۴۲}{۱۰۰۰} = ۱,۳۷۵۴۲$$

با توجه به هماسبات بالا می توان نتیجه گرفت که:

الف) اگر یک عدد اعشاری را در  $۱۰^{-۱}$  ضرب کنیم، میزان یک رقم به سمت چپ جابجایی شود.

$$۳۴۵,۲ \times ۱۰^{-۱} = ۳۴,۵۲$$

ب) اگر یک عدد اعشاری را در  $۱۰^{-۲}$  ضرب کنیم، میزان دو رقم به سمت چپ منتقل می شود.

$$۳۴۵,۲ \times ۱۰^{-۲} = ۳,۴۵۲$$

ج) اگر یک عدد اعشاری را در  $۱۰^{-۳}$  ضرب کنیم، میزان سه رقم به سمت چپ منتقل می شود.

$$۳۴۵,۲ \times ۱۰^{-۳} = ۰,۳۴۵۲$$



مثال : محاسبات معادل را

$$35,43 \times 10^{+1} = 354,3$$

$$5,7351 \times 10^{+2} = 573,51$$

$$1389,21 \times 10^{-3} = 1,38921$$

$$12,1 \times 10^{-2} = 0,121$$

$$11 \times 10^{-3} = 0,011$$

$$921,7 \times 10^{-5} = 0,09217$$

$$91,271 \times 10^{-5} = 0,0091271$$

$$3,5 \times 10^{+4} = 35000$$

$$24 \times 10^{+5} = 2400000$$

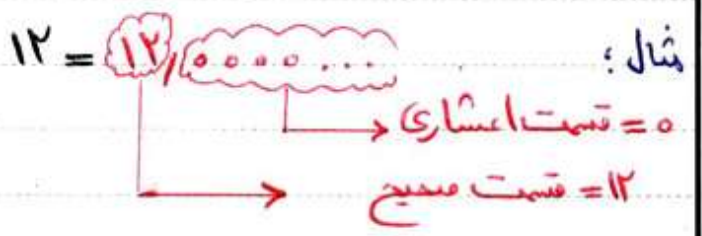
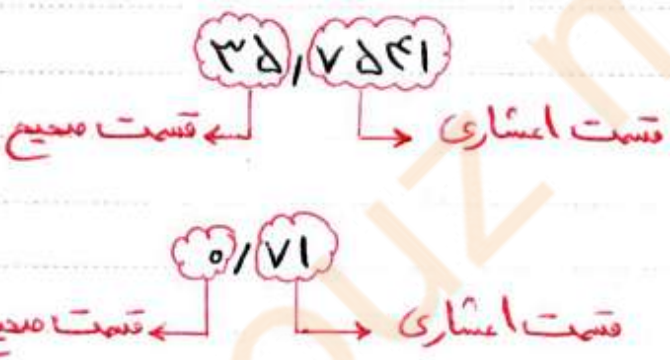
$$1,78261 \times 10^{+3} = 1782,61$$

$$3573,4 \times 10^{-5} = 0,35734$$



نکته مهم : در هر عدد اعشاری

- الف) به عدد سمت چپ **میز** « قسمت صحیح » گفته می شود.
- ب) به عدد سمت راست **میز** « قسمت اعشاری » گفته می شود.



نهاد علمی : برای نوشتن اعداد بسیار بزرگ و یا بسیار کوچک و برای راحتی در انجام محاسبات مثل این اعداد، می توانیم آنها را به فرم زیر بنویسیم.

$$\text{نهاد علمی یک عدد} = a \times 10^n$$

که در آن :

الف)  $a$  عددی اعشاری است که قسمت صحیح آن نقطه یک رقم دارد و آن یک رقم هم صفر نیست

ب)  $n$  عددی صحیح است. ( $n$  می تواند هر عدد صحیحی باشد)

مثال: بناد علمی اعداد مقابل را بنویسید.

$$۷۵۷,۲۳ = ۷,۵۷۲۳ \times 10^{+۲}$$

در این عدد، قسمت صحیح سه رقمی است، بنابراین باید صغیر را دو رقم به سمت چپ منتقل کنیم تا قسمت صحیح آن یک رقمی شود. سپس برای اینکه صغیر را دوبار به جای اول خود برگردانیم، عدد  $۷,۵۷۲۳$  را در عدد  $10^{+۲}$  ضرب می‌کنیم تا صغیر دو رقم به سمت راست جابجا شود.

$$۰,۰۰۰۵۷۳ = ۵,۷۳ \times 10^{-۴}$$

$$۳۲,۵۰۰۷ = ۳,۲۵۰۰۷ \times 10^{+۱}$$

$$۰,۵۴۷ = ۵,۴۷ \times 10^{-۱}$$

$$۰,۰۰۰۰۰۰۰۱۹۷ = ۱,۹۷ \times 10^{-۸}$$

$$۳۵۷۰۰۰۰ = ۳,۵۷ \times 10^{+۶}$$

مثال: بناد علمی اعداد مقابل را بدست آورید.

$$۱۷۳,۵۴ \times 10^{-۳} = \underbrace{۱,۷۳۵۴ \times 10^{+۲}}_{\times 10^{-۳}} \times 10^{-۳} = ۱,۷۳۵۴ \times 10^{-۱}$$

$$\frac{۹۶۵۱}{۲۰۰} = \frac{۹۶۵۱ \times ۵}{۲۰۰ \times ۵} = \frac{۴۸۲۵۵}{۱۰۰۰} = ۴۸,۲۵۵ = ۴,۸۲۵۵ \times 10^{+۱}$$

$$\frac{۵۷}{۵۰۰} = \frac{۱۱۴}{۱۰۰۰} = ۰,۱۱۴ = ۱,۱۴ \times 10^{-۱}$$

$$۲۸ \times ۳۵۰۰ = ۹۸۰۰۰ = ۹,۸ \times 10^{+۴}$$





مثال: سرعت نور  $300000000$  متر بر ثانیه است. مسافتی که نور در ۲ ساعت طی می کند چند متر است. (جواب را به صورت نماد علمی بنویسید)

جواب: می دانیم که دو ساعت  $120$  دقیقه می باشد  $(2 \times 60 = 120)$  و هر دقیقه  $60$  ثانیه است بنابراین  $2$  ساعت برابر است با  $7200$  ثانیه  $(120 \times 60 = 7200)$  بنابراین باید مسافتی که نور در  $7200$  ثانیه طی می کند را مناسبه کنیم.

$$216000000000 = 7200 \times 300000000 = 7200 \times 3 \times 10^8 = 216 \times 10^{12}$$

مثال: عبارت مقابل را ساده کنید.  
راهنمایی: هر کدام را به صورت نماد علمی بنویسید

$$\frac{0.0002 \times 0.00004 \times 7000000 \times 0.5}{18000 \times 0.0007 \times 10^{-7}} = \frac{3 \times 10^{-4} \times 4 \times 10^{-5} \times 7 \times 10^7 \times 5 \times 10^{-1}}{18 \times 10^4 \times 7 \times 10^{-4} \times 10^{-7}}$$

$$= \frac{3 \times 4 \times 7 \times 5 \times 10^{-4-5+7-1}}{18 \times 7 \times 10^{4-4-7}}$$

$$= \frac{18 \times 5 \times 10^{-5}}{18 \times 7 \times 10^{-7}} = \frac{18 \times 10^{-1} \times 5 \times 10^{-5}}{18 \times 7 \times 10^{-7}}$$

$$= \frac{5 \times 10^{-4}}{7 \times 10^{-7}}$$

$$= 5 \times 10^{-4-(-7)}$$

$$= 5 \times 10^{+3}$$

مثال: نماد علمی عدد مقابل را بنویسید.

$$357000 \times 10^{-12} = 3,57 \times 10^5 \times 10^{-12} = 3,57 \times 10^{-7}$$



### گویا کردن عبارتهای رادیکالی

گاهی اوقات برای ساده کردن یک عبارت رادیکالی، باید مخرج کسرها را از حالت رادیکالی خارج کنیم که با این عمل «گویا کردن» می‌گوئیم.

مثال: فرض کنید می‌خواهیم مخرج کسر  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  را از حالت رادیکالی خارج کنیم، به همین منظور ما باید صورت و مخرج این کسر را در عدد  $\sqrt{3}$  ضرب کنیم.

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

مثال: مخرج کسرهایی زیر را گویا کنید.

$$\frac{10}{\sqrt{5}} \qquad \frac{2}{\sqrt{3}} \qquad \frac{6}{\sqrt{10}}$$

جواب:

$$\frac{10}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{\sqrt{25}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\frac{2}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{9}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$$

$$\frac{6}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{6\sqrt{10}}{\sqrt{100}} = \frac{6\sqrt{10}}{10} = \frac{3\sqrt{10}}{5}$$



سؤال: حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\frac{10}{\sqrt{2}} - \sqrt{18} \xrightarrow{\text{گویای کنیم}} \frac{10}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{10\sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\frac{10}{\sqrt{2}} - \sqrt{18} = 5\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{18} &\xrightarrow{\text{تجزیای کنیم}} \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} \\ &= 3 \times \sqrt{2} \\ &= 3\sqrt{2} \end{aligned}$$

الف)  $\sqrt{12}$

ب)  $3\sqrt{8}$

ج)  $2\sqrt{2}$

د)  $3\sqrt{10}$

بنابراین گزینه ج درست می‌باشد.

نکته مهم: برای گویا کردن مخرج کسرها این که مخرج آنها با فرم  $\sqrt[n]{a^m}$  می باشد، فقط کافی است که صورت و مخرج آن کسر را در  $\sqrt[n]{a^{n-m}}$  ضرب کنیم.

مثال: مخرج کسر  $\frac{1}{\sqrt[3]{8}}$  را گویا کنید.

جواب: باید صورت و مخرج این کسر را در  $\sqrt[3]{5^{3-2}}$  یا همان  $\sqrt[3]{5^1}$  ضرب کنیم. بنابراین:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{8}} \times \frac{\sqrt[3]{5^1}}{\sqrt[3]{5^1}} = \frac{\sqrt[3]{5^1}}{\sqrt[3]{8 \times 5^1}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{5}$$

مثال: مخرج کسرها را گویا کنید.

$$\frac{12}{\sqrt[3]{3}} \quad \frac{3}{\sqrt[3]{9}} \quad \frac{12}{\sqrt[3]{8}}$$

جواب: می دانیم که  $\sqrt[3]{4}$  همان  $\sqrt[3]{4^1}$  می باشد. بنابراین:

$$\frac{12}{\sqrt[3]{4^1}} \times \frac{\sqrt[3]{4^2}}{\sqrt[3]{4^2}} = \frac{12 \sqrt[3]{4^2}}{\sqrt[3]{4^3}} = \frac{12 \sqrt[3]{16}}{4} = 3 \sqrt[3]{16}$$

$$\frac{3}{\sqrt[3]{9^1}} \times \frac{\sqrt[3]{9^2}}{\sqrt[3]{9^2}} = \frac{3 \sqrt[3]{9^2}}{\sqrt[3]{9^3}} = \frac{3 \sqrt[3]{81}}{9} = \frac{\sqrt[3]{81}}{3}$$

$$\frac{12}{\sqrt[3]{8^3}} \times \frac{\sqrt[3]{8^2}}{\sqrt[3]{8^2}} = \frac{12 \sqrt[3]{8^2}}{\sqrt[3]{8^5}} = \frac{12 \sqrt[3]{64}}{8} = \frac{3 \sqrt[3]{64}}{2}$$



نکته: در مثال قبل مخرج عبارت  $\frac{3}{\sqrt[3]{9}}$  را با روش دیگری نیز می توانیم گویا کنیم که روش کار با این صورت است.

می دانیم که:  $\sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3^2}$  بنابراین چون فرجه و توان یک واحد اختلاف دارند، صورت و مخرج کسر  $\frac{3}{\sqrt[3]{9}}$  را در  $\sqrt[3]{3^1}$  ضرب می کنیم.

$$\frac{3}{\sqrt[3]{9}} = \frac{3}{\sqrt[3]{3^2}} \times \frac{\sqrt[3]{3^1}}{\sqrt[3]{3^1}} = \frac{3 \sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{3^3}} = \frac{3 \sqrt[3]{3}}{3} = \sqrt[3]{3}$$

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

همراه: ۰۲۷۲۵۲۰۱۳۷۰۹ صفحه

مثال: مخرج کسر  $\frac{1}{\sqrt[3]{25}}$  را گویا کنید.

جواب: می دانیم که عبارت  $25^3$  همان  $5^6$  می باشد زیرا:

$$25^3 = (5^2)^3 = 5^6$$

بنابراین داریم:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{25}} = \frac{1}{\sqrt[3]{5^2}} \times \frac{\sqrt[3]{5^4}}{\sqrt[3]{5^4}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^6}} = \frac{\sqrt[3]{5^2}}{5}$$

نکته:  $\sqrt[3]{5^3} = 151 = 5$

مثال: مخرج کسر  $\frac{1}{\sqrt{(2x)^4}}$  را گویا کنید.

جواب:

$$\frac{1}{\sqrt{(2x)^4}} \times \frac{\sqrt{(2x)^4}}{\sqrt{(2x)^4}} = \frac{\sqrt{(2x)^4}}{\sqrt{(2x)^8}} = \frac{\sqrt{(2x)^4}}{2x}$$

مثال: مخرج کسر  $\frac{1}{\sqrt{\frac{2}{3}}}$  را گویا کنید.

جواب:

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{1}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$



بنابراین داریم:

$$\frac{1}{\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2}$$

مثال: مخرج کسر  $\frac{1}{\sqrt[5]{3x}}$  را گویا کنید.

جواب:

$$\frac{1}{\sqrt[5]{3x}} = \frac{1}{\sqrt[5]{(3x)^1}} \times \frac{\sqrt[5]{(3x)^4}}{\sqrt[5]{(3x)^4}} = \frac{\sqrt[5]{(3x)^4}}{\sqrt[5]{(3x)^5}} = \frac{\sqrt[5]{(3x)^4}}{3x}$$

مثال: مخرج کسر  $\frac{1}{2\sqrt{3}}$  را گویا کنید.

$$\frac{1}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{3}}{2 \times 3} = \frac{\sqrt{3}}{6}$$

مثال: الف) برای گویا کردن مخرج کسر  $\frac{1}{\sqrt{a}}$  باید صورت و مخرج این کسر را در  $\sqrt{a}$  ضرب کنیم.  
 ب) برای گویا کردن مخرج کسرهایی به فرم  $\frac{1}{\sqrt[3]{a}}$  باید صورت و مخرج را در  $\sqrt[3]{a^2}$  ضرب کنیم.

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

صفحه

نکته ی مهم : برای گویا کردن مخرج کسرهایی به فرم  $\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}$  باید صورت و مخرج کسرا در  $\sqrt{a}+\sqrt{b}$  ضرب کنیم

مثال: مخرج کسر  $\frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}}$  را گویا کنید.

$$\frac{1}{\sqrt{4}-\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{4}+\sqrt{5}}{\sqrt{4}+\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{4}+\sqrt{5}}{1} = \sqrt{4}+\sqrt{5}$$

$$(\sqrt{4}-\sqrt{5}) \cdot (\sqrt{4}+\sqrt{5}) = \sqrt{34} + \sqrt{20} - \sqrt{20} - \sqrt{25} = 4 - 5 = 1$$

$$= 4 - 5 = 1$$

مثال: دو برابر عدد  $\frac{1}{\sqrt{2}}$  برابر است با:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times 2 = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{2}{1} = \frac{\sqrt{2}}{1} = \sqrt{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

- الف)  $2\sqrt{2}$  (ب)  $\frac{1}{\sqrt{8}}$   
 ج)  $\sqrt{8}$  (د)  $\sqrt{2}$

مثال: حاصل عبارت مقابل کدام است؟ (نمونه دولتی اردبیل ۹۷)

$$\frac{\sqrt[3]{5}}{5} \div \frac{\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{25}} = \frac{\sqrt[3]{5}}{5} \times \frac{\sqrt[3]{25}}{\sqrt[3]{4}} = \frac{\sqrt[3]{125}}{5\sqrt[3]{4}} = \frac{5}{5\sqrt[3]{4}} = \frac{1}{\sqrt[3]{4}}$$

الف)  $\frac{\sqrt[3]{20}}{2}$  (ب)  $\frac{\sqrt[3]{4}}{2}$   
 ج)  $\frac{\sqrt[3]{2}}{2}$  (د)  $\frac{\sqrt[3]{5}}{4}$

ولی به نظر من رسد که عدد  $\frac{1}{\sqrt[3]{4}}$  در گزینه ها نیست. اگر مخرج همین کسرا گویا کنیم، داریم:

$$\frac{1}{\sqrt[3]{4}} = \frac{1}{\sqrt[3]{2^2}} \times \frac{\sqrt[3]{2^1}}{\sqrt[3]{2^1}} = \frac{\sqrt[3]{2^1}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{\sqrt[3]{2}}{2}$$



بنابراین گزینه ی ج درست می باشد.

مثال: مخرج کسره‌های مقابل را توپا کنید.

$$\frac{2}{\sqrt{4}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{4 \cdot 2}} = \frac{\cancel{2}\sqrt{2}}{\cancel{4}_2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\frac{1}{\sqrt{x^2}} \times \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x^3}} = \frac{\sqrt{x^3}}{\sqrt{x^2 \cdot x^3}} = \frac{\sqrt{x^3}}{x}$$

$$\frac{2}{\sqrt{\frac{2}{3}}} = \frac{2}{\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}\sqrt{3}$$

$$\frac{2}{\sqrt{7} + \sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{7} - \sqrt{5}}{\sqrt{7} - \sqrt{5}} = \frac{2(\sqrt{7} - \sqrt{5})}{7 - 5} = \sqrt{7} - \sqrt{5}$$

بمثال بالای معنای قبل توجه کن

$$\frac{15}{2\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{15\sqrt{5}}{2\sqrt{25}} = \frac{15\sqrt{5}}{2 \times 5} = \frac{\cancel{15}_3\sqrt{5}}{\cancel{10}_2} = \frac{3\sqrt{5}}{2}$$



مثال: در کدام گزینه مخرج کسر  $\frac{5}{\sqrt{25}}$  گویا شده است؟ (همانند استانی اردیبه ۹۷)

$$\frac{5}{\sqrt{25}} = \frac{5}{\sqrt{5^2}} \times \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{5^2}} = \frac{5\sqrt{5^2}}{\sqrt{5^4}} = \frac{5\sqrt{5^2}}{5^2} = \frac{5\sqrt{5^2}}{5^2}$$

- الف)  $\sqrt{5}$       ب)  $\sqrt[3]{5}$   
 ج)  $5$       د)  $\frac{1}{\sqrt{5}}$

مثال: حاصل عبارت مقابل کدام است؟ (بنویس دولتی - مازندران ۹۷)

$$\frac{\frac{2}{\sqrt{2}} \times 3\sqrt{3}}{4\sqrt{\frac{3}{2}} - 2\sqrt{4}}$$

- الف)  $4$       ب)  $2$   
 ج)  $8$       د)  $20$

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ... ) فیروز محمودی شماره : ۰۲۷۲۵۲۰۱۳۷۰۹

۱- با توجه به مجموعه های مقابل؛

$$A = \{-2x + 1 \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 2\} = \{-2 \times 0 + 1, -2 \times 1 + 1, -2 \times 2 + 1\} = \{1, -1, -3\}$$

$$B = \{x - 1 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3\} = \{1 - 1, 2 - 1, 3 - 1\} = \{0, 1, 2\}$$

$$C = B - A = \{0, 1, 2\} - \{1, -1, -3\} = \{0, 2\}$$

حاصل عبارات مقابل را بدست آورید.

$$A \cap B \cap C = \emptyset$$

$$A \cup B = \{1, -1, -3, 0, 2\}$$

$$(A \cup C) - B = \{1, -1, -3, 0, 2\} - \{0, 1, 2\} = \{-1, -3\}$$

$$\rightarrow A \cup C = \{1, -1, -3, 0, 2\}$$

$$n(B - C) = 1 \rightarrow$$

چون مجموعه ای B - C فقط یک عضو دارد.

$$\rightarrow B - C = \{0, 1, 2\} - \{0, 2\} = \{1\} \rightarrow \text{تک عضوی}$$

۲- حاصل عبارت مقابل کدام است؟

$$\left(\frac{1}{9}\right)^{\sqrt{2}} \times 27^{\sqrt{2}} = 3^{-2\sqrt{2}} \times 3^{12\sqrt{2}} = 3^{-2\sqrt{2} + 12\sqrt{2}} = 3^{10\sqrt{2}}$$

- (الف)  $3^{12}$
- (ب)  $\frac{1}{9}$
- (ج)  $9^{-8}$
- (د)  $\frac{3}{11}$

۳- بناد علمی اعداد مقابل را بنویسید.

$$0.00000572 = 5,72 \times 10^{-6}$$

$$35,751 \times 10^{-4} = 3,5751 \times 10^{-1} \times 10^{-4} = 3,5751 \times 10^{-5}$$



تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

همراه: ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲

صفحه

۷- اگر  $a = -\frac{1}{4}$ ،  $b = +3$ ،  $c = -2$  باشد، حاصل عبارت مقابل را بدست آورید.

$$-|c| - |8a - b| = -|-2| - \left| 8 \times \left(-\frac{1}{4}\right) - (+3) \right|$$

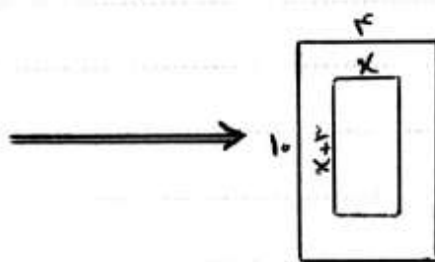
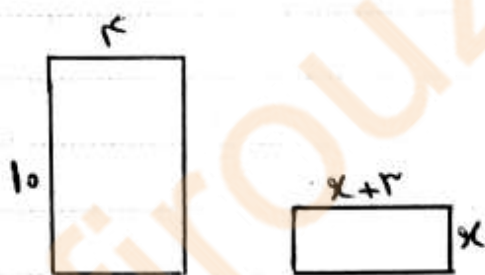
$$= -(+2) - (+7) = -2 - 7 = -9$$

۸- حاصل عبارت مقابل را بدست آورید.

$$\sqrt{(2-\sqrt{7})^2} + \sqrt{7} |1-\sqrt{7}| = |2-\sqrt{7}| + \sqrt{7} |1-\sqrt{7}| = -2 + \sqrt{7} + \sqrt{7}(-1 + \sqrt{7})$$

$$= -2 + \sqrt{7} - \sqrt{7} + 7 = -2 + 7 = +5$$

۹- دو مستطیل مقابل متشابه می باشند، مساحت مستطیل کوچک چقدر است؟



$$\frac{10}{x+3} = \frac{x}{x} \Rightarrow 10x = x(x+3)$$

$$10x = x^2 + 3x$$

$$10x - 3x = x^2$$

$$7x = x^2 \Rightarrow x = \frac{7x}{x} = 7$$

طول  $x+3 = 7+3 = 10$

عرض  $x = 7$

مساحت مستطیل کوچک = طول  $\times$  عرض =  $7 \times 7 = 49$

بنابراین طول و عرض مستطیل کوچک عبارتند از:



۷- حاصل عبارت مقابل را بدست آورید.

$$\sqrt{(3-\sqrt{18})^2} - |-3\sqrt{2}| = |3-\sqrt{18}| - (3\sqrt{2}) =$$

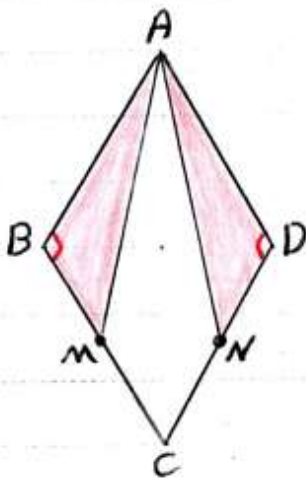
$$= -3 + \sqrt{18} - 3\sqrt{2} = -3$$

نکته: دانش آموز عزیز باید توجه داشته باشد که  $\sqrt{18}$  همان  $3\sqrt{2}$  می باشد، زیرا:

$$\sqrt{18} = \sqrt{9 \times 2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2}$$

$$= 3 \times \sqrt{2} = 3\sqrt{2}$$

۸- در لوزی مقابل نقاط  $M$  و  $N$  به ترتیب وسط منفرجهای  $BC$  و  $DC$  قرار گرفته اند. دلیل همبستگی مثلتهای  $ABM$  و  $ADN$  را بنویسید.



فرض	$BM = MC, DN = NC$ و $ABCD$ لوزی می باشد <span style="float: right;">□</span>
حکم	$ABM \cong ADN$

$$\left. \begin{array}{l} BM = DN \\ \hat{B} = \hat{D} \\ AB = AD \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{طبق فرض} \\ \text{ویژگی لوزی} \\ \text{هر دو منفرجهای لوزی} \end{array} \rightarrow \triangle ABM \cong \triangle ADN \text{ (ض.ض.)}$$

۹ حاصل عبارت مقابل را بدست آورید.

$$\frac{\sqrt[3]{-25} \times \sqrt[3]{10}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{-25 \times 10}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{-250}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{-250}{2}} = \sqrt[3]{-125} = -5$$

$$\sqrt[3]{-2} \times \sqrt[3]{4} = \sqrt[3]{-2 \times 4} = \sqrt[3]{-8} = -2$$



۱۰- عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید.

$$A = \left\{ 2^{|x|} \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x \leq +1 \right\} = \left\{ 2^{-1}, 2^0, 2^1 \right\}$$

$$= \{2^{-1}, 2^0, 2^1\} = \left\{ \frac{1}{2}, 1, 2 \right\}$$

$$B = \left\{ \left(\frac{1}{2}\right)^{-x} \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3 \right\} = \left\{ 2^x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3 \right\} = \{2^1, 2^2, 2^3\}$$

$$= \{2, 4, 8\}$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-x} = \left(\frac{2}{1}\right)^x = 2^x$$

۱۱- عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید.

$$A = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{9}, \frac{1}{12} \right\} = \left\{ \frac{1}{3^x} \mid x \in \mathbb{N}, x < 5 \right\} \text{ یا } \left\{ \frac{1}{3^x} \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 4 \right\}$$

$$B = \{1, 2, 4, 8, 16, \dots\} = \{2^x \mid x \in \mathbb{W}\}$$

$$C = \left\{ \frac{2}{3}, \frac{2}{4}, \frac{2}{5} \right\} = \left\{ \frac{x}{x+1} \mid x \in \mathbb{N}, 1 < x < 5 \right\} \text{ یا } \left\{ \frac{x}{x+1} \mid x \in \mathbb{N}, 2 \leq x \leq 4 \right\}$$

