بردار و مختصات

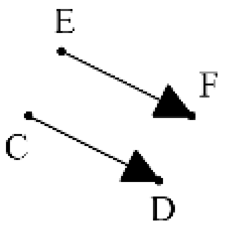
یاد آوری:

بردار: در ریاضی به پاره خط جهت دار، بردار می گوییم.

بردار OA را با $\overrightarrow{OA}$ نشان می دهیم.

تعریف: دو بردار وقتی برابرند که هم راستا، هم اندازه و هم جهت باشند.

مانند بردارهای $\overrightarrow{CD}$ و $\overrightarrow{EF}$:



تعریف: دو بردار را قرینه می گوییم وقتی هم راستا و هم اندازه باشند،

ولی جهت هایشان عکس یکدیگر باشد. مانند دو بردار $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{CD}$

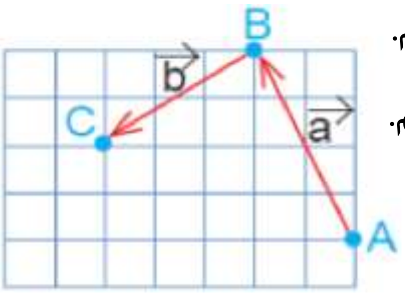
در شکل روبرو:

لطفا مباحث مختصات بردار و بردار انتقال از کتاب درسی هفتم جهت یاد آوری مطالعه گردد.

جمع بردارها

یک مثال: در شکل زیر ابتدا از نقطه ی A بردار انتقال $\vec{a}$ به نقطه ی B می رویم.

یعنی ۲ واحد به سمت چپ (افقی) و ۴ واحد به سمت بالا (عمودی) حرکت می کنیم.

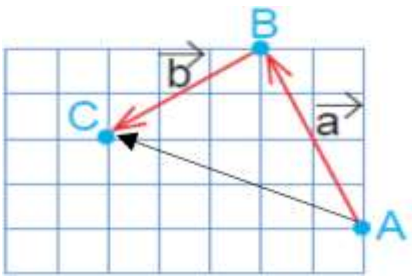


پس بردار انتقال $\vec{a}$ برابر است با : $\vec{a}=\begin{bmatrix} -۲ \\ ۴ \end{bmatrix}$ سپس با بردار انتقال $\vec{b}$ ،

از نقطه ی B به نقطه ی C می رویم: $\vec{b}=\begin{bmatrix} -۳ \\ -۲ \end{bmatrix}$.

نقطه ی A با بردار $\overrightarrow{AC}$ به طور مستقیم به نقطه ی C

منتقل شده است. نام آن را بردار انتقال $\vec{c}$ می گذاریم.



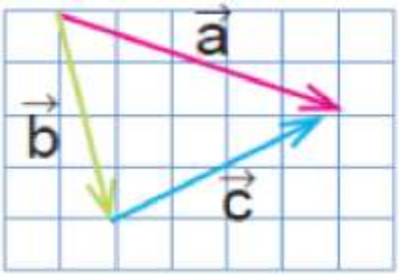
می توان گفت $\vec{c}$ کار دو بردار انتقال $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را انجام

می دهد. به بردار $\vec{c}$ بردار **برآیند** یا **حاصل جمع** می گویند.

اگر بردار های $\vec{a}$ و $\vec{b}$ را با هم جمع کنیم، داریم:

$$\vec{a}+\vec{b}=\begin{bmatrix}-۲\\+۴\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-۳\\-۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۵\\+۲\end{bmatrix}$$

که حاصل آن طبق شکل بالا برابر $\begin{bmatrix}-۵\\+۲\end{bmatrix}=\vec{c}=\overrightarrow{AC}$ است. بنابراین می توان یک تساوی برداری به صورت $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$ نوشت. که تساوی مختصاتی آن هم در بالا نوشته شد.



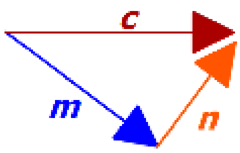
مثال ۱: در شکل روبرو؛ بردار $\vec{a}$ حاصل جمع دو بردار $\vec{b}$ و $\vec{c}$ است

جمع برداری : $\vec{b}+\vec{c}=\vec{a}$

و اگر مختصات آنها را از روی شکل بنویسیم، داریم:

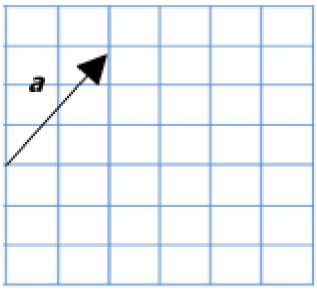
جمع مختصاتی: $\begin{bmatrix}+۱\\-۴\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}+۴\\+۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}+۵\\-۲\end{bmatrix}$

مثال۲: برای شکل زیر یک جمع برداری بنویسید.



پاسخ: همان طور که می بینیم؛ بردارهای $\vec{m}$ و $\vec{n}$ دنبال هم رسم شده اند،

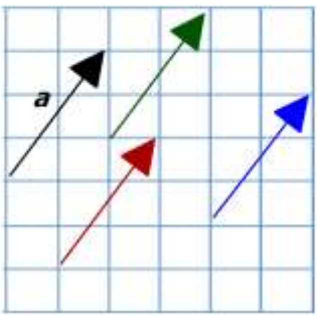
یعنی بردار $\vec{n}$ از انتهای بردار $\vec{m}$ رسم شده است و بردار $\vec{c}$ از اتصال ابتدای $\vec{m}$ به انتهای $\vec{n}$ بدست آمده است پس داریم: $\vec{m}+\vec{n}=\vec{c}$



نکته: بردارهای مساوی را می توان از نقطه های شروع مختلف رسم کرد.

مثلا می خواهیم دو بردار مساوی بردار $\vec{a}$ در شکل روبرو رسم کنیم.

مختصات $\vec{a}$ به صورت $\vec{a}=\begin{bmatrix}۲\\۳\end{bmatrix}$ است. پس مختصات



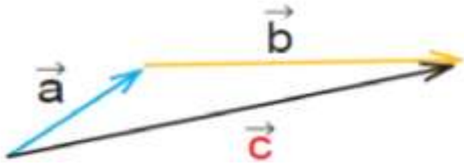
بردارهای رسم شده هم باید همین باشد:

می توان بردارهای دیگری نیز مساوی بردار $\vec{a}$ رسم کرد.

حال با استفاده از نکته بالا می خواهیم حاصل جمع بردارهای

$\vec{a}$ و $\vec{b}$ را رسم کنیم:

ابتدا دو بردار را دنبال هم رسم می کنیم، سپس انتهای $\vec{a}$ را به ابتدای

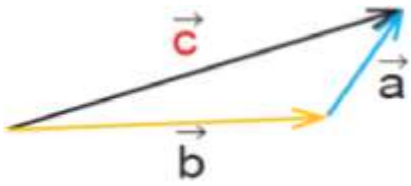


$\vec{b}$ وصل می کنیم بردار حاصل جمع به دست می آید. آن را $\vec{c}$ می نامیم:

پس: $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$

توجه: جمع بردارها خاصیت جابجایی دارد: یعنی اگر در شکل بالا ابتدا $\vec{b}$ را رسم کنیم و سپس $\vec{a}$ را رسم کنیم

باز هم بردار حاصل جمع، بردار $\vec{c}$ خواهد بود:

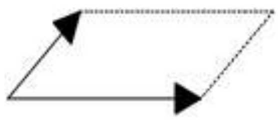


$$\vec{b}+\vec{a}=\vec{c}$$

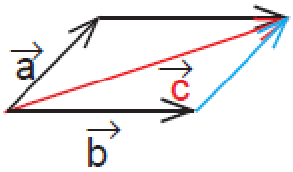
روشی که در بالا برای رسم بردار حاصل جمع گفته شد، روش **مثلثی** نام دارد.

روش دیگر برای رسم حاصل جمع دو بردار، روش **متوازی الاضلاع** نام دارد؛ به این صورت که دو بردار را از یک

نقطه ی دلخواه به صورت اضلاع مجاور یک متوازی الاضلاع



رسم می کنیم، متوازی الاضلاع را تشکیل می دهیم (می دانیم



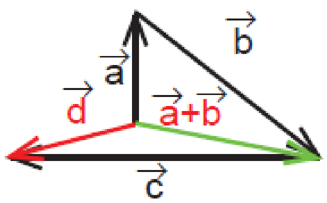
که ضلع های روبروی متوازی الاضلاع با هم برابرند)

و قطر متوازی الاضلاع، بردار حاصل جمع خواهد بود: $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$

برای بدست آوردن حاصل جمع سه بردار، ابتدا حاصل جمع دو بردار را به دست می آوریم و سپس بردار حاصل جمع را با بردار سوم جمع می کنیم:

مثال ۳: حاصل جمع بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ را بدست آورید.

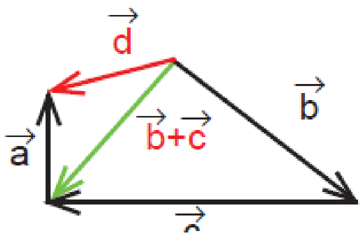
پاسخ: ابتدا بردار $\vec{a}+\vec{b}$ را بدست می آوریم



سپس آن را با $\vec{c}$ جمع می کنیم:

$$(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{d}$$

گفتیم که در جمع، ترتیب بردارها اهمیتی ندارد، پس می توان

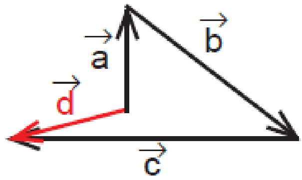


ابتدا $\vec{b}+\vec{c}$ را بدست آورد، سپس آن را با $\vec{a}$ جمع کرد:

$$(\vec{b}+\vec{c})+\vec{a}=\vec{d}$$

همان طور که می بینید باز هم بردار حاصل جمع $\vec{d}$ بدست می آید.

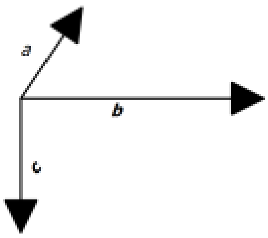
راه حل سوم و البته آسان تر آن است که سه بردار را دنبال هم رسم کنیم (مانند شکل زیر) و سپس ابتدای اولی را به انتهای آخری وصل کنیم:

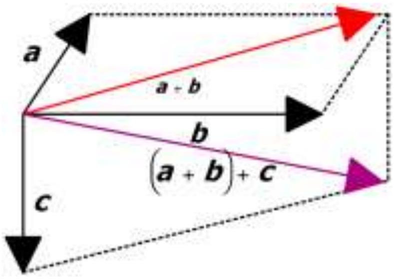


$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$$

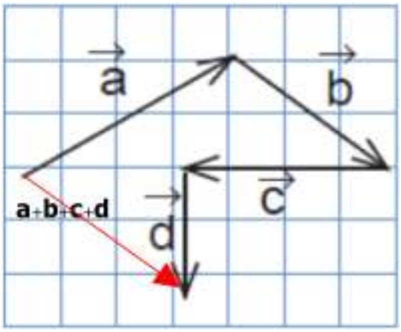
مثال ۴:

۱- حاصل جمع بردارهای زیر را رسم کنید.

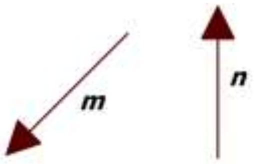




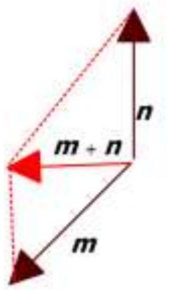
الف) بردار قرمز حاصل جمع بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ است و بردار بنفش بردار $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ است. (روش متوازی الاضلاع)



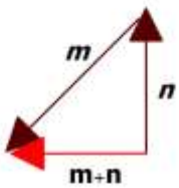
ب) همان طور که می بینید برای بدست آوردن بردار حاصل جمع، کافی است ابتدای بردار اول را به انتهای بردار آخر وصل کنیم.



ج) در این قسمت برای تمرین بیشتر از هر دو روش استفاده کردیم.

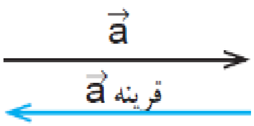


روش متوازی الضلاع



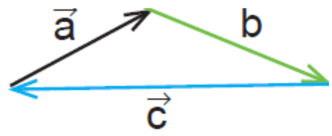
روش مثلثی

نکته: جمع بردارهای قرینه، برابر بردار صفر است.



آن را با $\vec{o}$ نشان می دهیم و مختصات آن به صورت $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ است.

قرینه ی $\vec{a}$ را با $-\vec{a}$ نشان می دهیم: $\vec{a}+(-\vec{a})=\vec{o}$



۲- حاصل جمع بردارهای a و b و c چیست؟ چرا؟

پاسخ: همان طور که می بینید ابتدای بردار a و انتهای بردار c

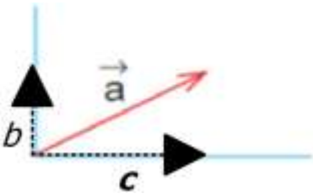
بر یکدیگر منطبق هستند پس حاصل جمع بردارهای a و b و c برابر بردار صفر است:

$$\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{o}$$

*دانش آموزان عزیز در این قسمت می توانید تمرین های صفحه ۷۳ کتاب درسی خود را حل کنید.

تجزیه ی بردار

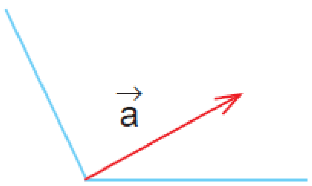
تجزیه ی یک بردار در راستاهای داده شده یعنی دو بردار به دست بیاوریم که حاصل جمع آنها بردار داده شده باشد.

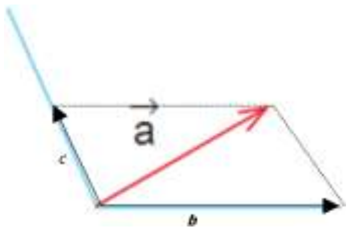


در شکل روبرو بردار a در راستاهای آبی رنگ تجزیه شده است. همان طور

که می بینید تصویر بردار $\vec{a}$ را بر راستاهای داده شده، رسم کرده ایم.

می توان بردار a را به صورت حاصل جمع $\vec{b}$ و $\vec{c}$ نوشت: $\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$.





مثال۴: بردار a را در راستاهای داده شده تجزیه کنید

بردارهای $\vec{b}$ و $\vec{c}$ را با استفاده از روش متوازی الضلاع

طوری رسم می کنیم که $\vec{b}+\vec{c}$ برابر

بردار a شود.

تمرین۱: مختصات دو بردار را که حاصل جمعشان بردار $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$ باشد، بنویسید.

پاسخ: این سوال جواب های متفاوتی دارد. در اینجا دو تا از آنها را می نویسیم:

$$\begin{bmatrix} ۱ \\ ۲ \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} ۲ \\ ۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ۳ \\ ۱ \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} ۰ \\ ۳ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix}$$

شما می توانید جوابهای دیگری بنویسید؟

تمرین۲: در تساوی روبرو x و y را بدست آورید.

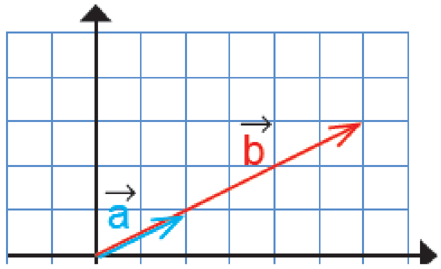
$$\begin{bmatrix} ۳ \\ -۴ \end{bmatrix}+\begin{bmatrix} x \\ -۲ \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} ۷ \\ y \end{bmatrix}$$

پاسخ: باید جمع طولهای دو بردار برابر ۷ و مجموع عرضهای آنها برابر y

شود. بنابراین :

$$\begin{cases} ۳+x=۷ \\ -۴+(-۲)=y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=۷-۳=۴ \\ y=-۴+(-۲)=-۶ \end{cases}$$

ضرب عدد در بردار



بردارهای a و b در شکل زیر را در نظر بگیرید:

این دو بردار هم جهت هستند اما اندازه ی بردار b سه برابر اندازه ی بردار a است.

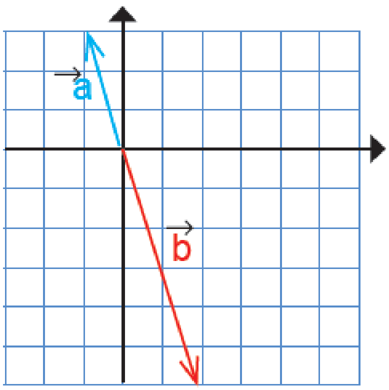
$$a=\begin{bmatrix}۲\\۱\end{bmatrix}\qquad b=\begin{bmatrix}۶\\۳\end{bmatrix}$$

مختصات آنها را می نویسیم و با هم مقایسه می کنیم:

همان طور که می بینید طول و عرض در ۳ ضرب شده اند:

$$۳\times\begin{bmatrix}۲\\۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۶\\۳\end{bmatrix}\qquad ۳\times\vec{a}=\vec{b}$$

اکنون دو بردار زیر را در نظر بگیرید:



همانطور که می بینید این دو بردار هم جهت نیستند. در واقع دو جهت مخالف دارند. حال مختصات آنها را می نویسیم:

$$a=\begin{bmatrix}-۱\\+۳\end{bmatrix}\qquad b=\begin{bmatrix}+۲\\-۶\end{bmatrix}$$

$$(-۲)\times\begin{bmatrix}-۱\\۳\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}+۲\\-۶\end{bmatrix}\Rightarrow(-۲)\times\vec{a}=\vec{b}$$

این دو بردار هم راستا هستند ولی هم جهت نیستند.

پس برای بدست آوردن حاصل ضرب یک عدد در یک بردار آن عدد را در طول و عرض آن بردار ضرب می کنیم:

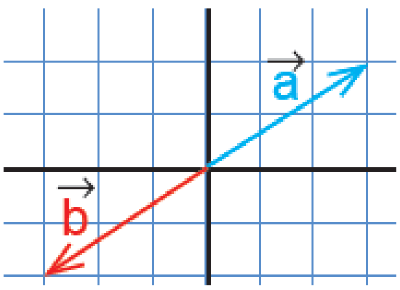
نتیجه:

$$k\times\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}kx\\ky\end{bmatrix}$$

* اگر عدد مثبتی را در یک بردار ضرب کنیم، بردار حاصل، هم راستا و هم جهت بردار اولی است.

* اگر یک عدد منفی در بردار ضرب شود، بردار حاصل، هم راستا ولی در خلاف جهت بردار اولی است.

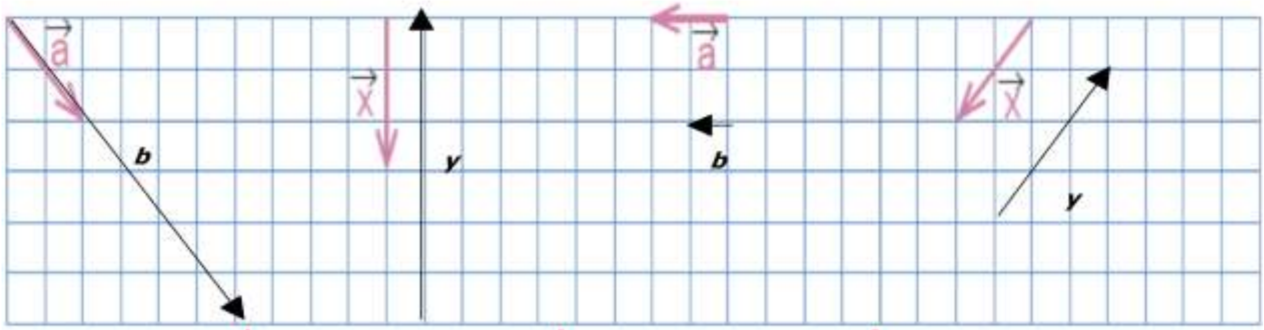
نکته: اگر بردار b قرینه ی بردار a باشد: (شکل روبرو)



می نویسیم: $\vec{b}=-\vec{a}$ یا $\vec{b}=(-۱)\times\vec{a}$

$$\vec{a}=\begin{bmatrix}x\\y\end{bmatrix}\Rightarrow\vec{b}=-\vec{a}=\begin{bmatrix}-x\\-y\end{bmatrix}$$

مثال۱: با توجه به بردارهای داده شده، بردار مورد نظر را رسم کنید.



$\vec{b}=۳\vec{a}$ | $\vec{y}=-۲\vec{x}$ | $\vec{b}=\frac{۱}{۲}\vec{a}$ | $\vec{y}=-\frac{۳}{۲}\vec{x}$

در هر مورد می توانیم مختصات هر بردار و بردار حاصل ضرب را نیز بدست آوریم:

برای مثال:

$$\vec{x}=\begin{bmatrix}-۲\\-۲\end{bmatrix}\Rightarrow\vec{y}=-\frac{۳}{۲}\times\begin{bmatrix}-۲\\-۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۳\\۳\end{bmatrix}$$

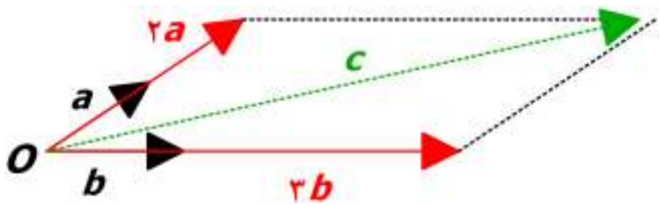
هم چنین برای بردار a می توانیم بنویسیم:

$$\vec{a}=\begin{bmatrix}-۲\\۰\end{bmatrix}\Rightarrow\vec{b}=\frac{۱}{۲}\times\begin{bmatrix}-۲\\۰\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۱\\۰\end{bmatrix}$$

مثال۲: بردارهای a و b مفروض هستند.

الف) بردار $\vec{c}=۲\vec{a}+۳\vec{b}$ را رسم کنید.

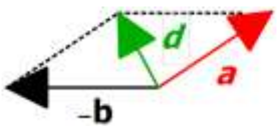
پاسخ: ابتدا بردارهای a و b را از نقطه ی دلخواه O رسم می کنیم،



سپس بردارهای $۲\vec{a}$ و $۳\vec{b}$ را رسم می کنیم؛

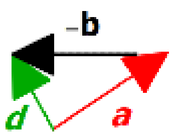
و سپس بردار حاصل جمع c را پیدا می کنیم.

ب) بردار $\vec{d}=\vec{a}-\vec{b}$ را رسم کنید.



پاسخ: باید بردارهای a و $-\vec{b}$ را با هم جمع کنیم.

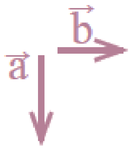
ابتدا بردار های a و $-\vec{b}$ را از یک نقطه رسم می کنیم: روش متوازی الاضلاع



یا دنبال هم رسم می کنیم: روش مثلثی

و همانطور که می بینید بلوار حاصل جمع در هر دو شکل، یکسان است.

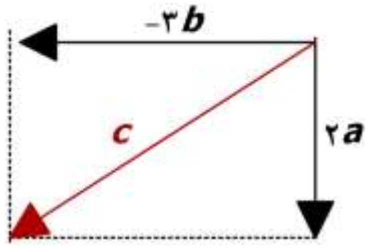
مثال۳: با توجه به بردارهای روبرو، بردار c را رسم کنید.



$$\vec{c}=۲\vec{a}-۳\vec{b}=۲\vec{a}+(-۳\vec{b})$$

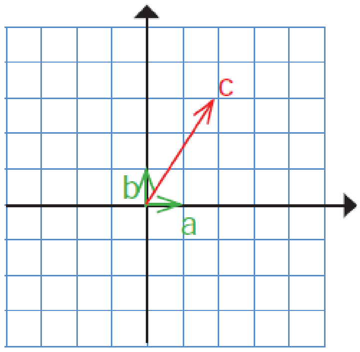
توضیح : ابتدا بردارهای $۲\vec{a}$ و $-۳\vec{b}$ را از یک نقطه رسم می کنیم

سپس به روش متوزی الاضلاع، بردار حاصل جمع $\vec{c}$ را رسم می کنیم.

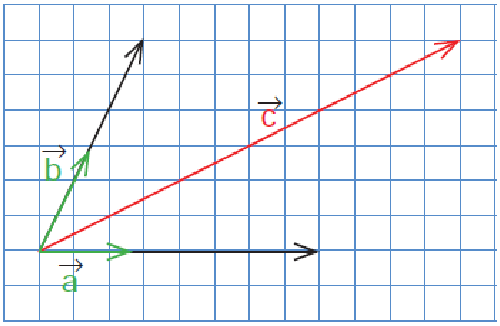


مثال۴: در هر شکل بردار c را بر حسب بردارهای a و b بنویسید.

الف)



ب)



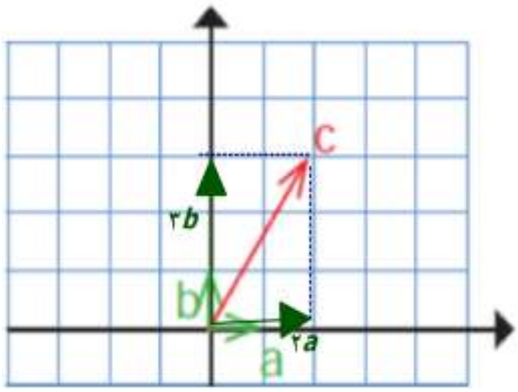
پاسخ الف): بر حسب نوشتن یعنی بردار c را به صورت

حاصل جمع مضرب هایی از بردارهای a و b بنویسیم.

اگر متوازی الاضلاعی تشکیل دهیم که بردار c قطر آن باشد،

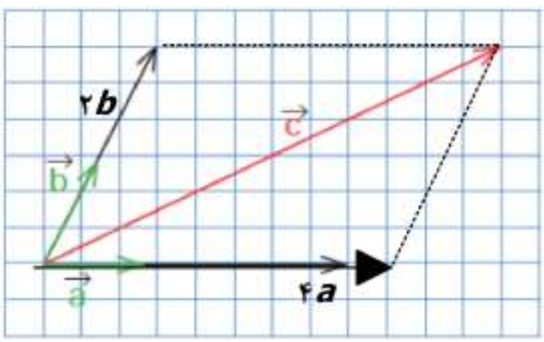
مانند شکل روبرو: بردار c برابر می شود با: $\vec{c}=۲\vec{a}+۳\vec{b}$

(در شکل روبرو طول بردارهای a و b هر کدام یک واحد است)



پاسخ ب) (در این مثال می توانیم طول بردارهای a و b

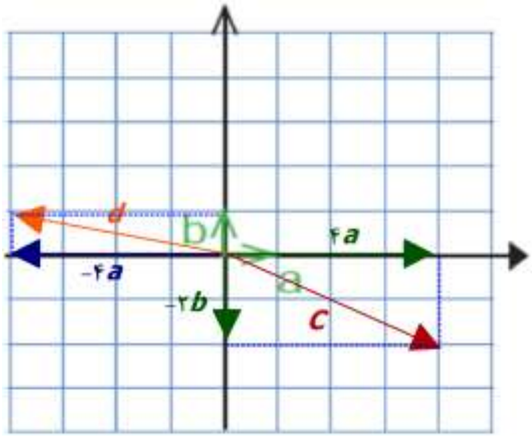
را با خط کش اندازه بگیریم.) $\vec{c}=۴\vec{a}+۲\vec{b}$

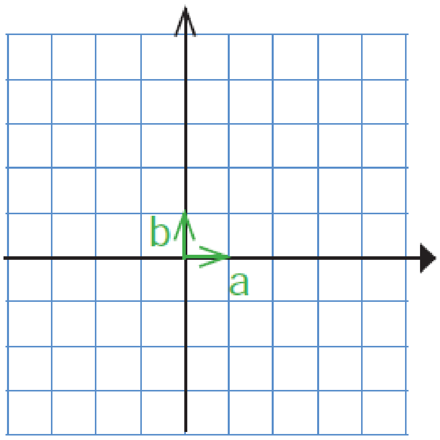


مثال۵: با توجه به بردارهای a و b ، بردارهای c و d را رسم کنید.

$$\vec{c} = ۴\vec{a} - ۲\vec{b}$$

$$\vec{d} = (-۴\vec{a}) + \vec{b}$$





مثال۶: حاصل عبارت روبرو را بدست آورید.

$$-۴\begin{bmatrix} -۵ \\ ۷ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} -۴\times(-۵) \\ -۴\times ۷ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲۰-۲ \\ -۲۸+۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱۸ \\ -۲۷ \end{bmatrix}$$

مثال۷: معادله های مختصات زیر را حل کنید. (توجه کنید که در اینجا x یک بردار است.)

الف) $$\begin{bmatrix} ۲ \\ ۵ \end{bmatrix} + x = \begin{bmatrix} -۴ \\ ۶ \end{bmatrix} \Rightarrow x = \begin{bmatrix} -۴ \\ ۶ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲ \\ ۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۴-۲ \\ ۶-۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۶ \\ ۱ \end{bmatrix}$$

ب) $$-۳x = \begin{bmatrix} ۱۵ \\ -۹ \end{bmatrix} \Rightarrow x = \begin{bmatrix} \frac{۱۵}{-۳} \\ \frac{-۹}{-۳} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۵ \\ ۳ \end{bmatrix}$$

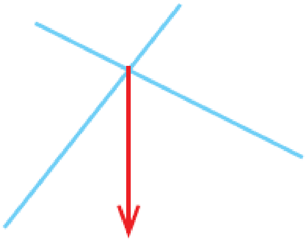
مثال۸: با توجه به بردارهای a و b ، مختصات بردار c را بدست آورید.

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix}, \vec{b} = \begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix} \qquad \vec{c} = \vec{a} - ۲\vec{b}$$

پاسخ: مختصات بردارهای a و b را در معادله ی بالا جایگزین می کنیم:

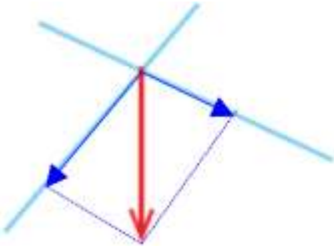
$$\vec{c} = \vec{a} - ۲\vec{b} = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix} - ۲\begin{bmatrix} -۲ \\ ۳ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲+۴ \\ ۱-۶ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۶ \\ -۵ \end{bmatrix}$$

مثال۹: بردار داده شده را روی امتدادهای رسم شده تجزیه کنید.



پاسخ: به روش متوازی الاضلاع

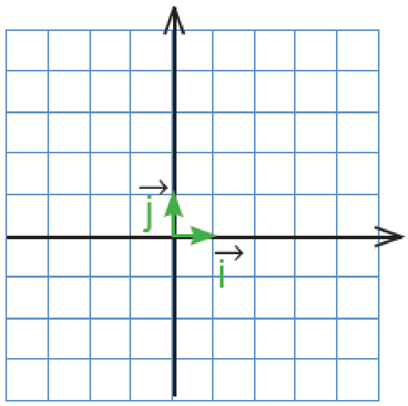
عمل می کنیم :



* دانش آموزان عزیز در اینجا می توانید تمرینهای صفحه ۷۶ و ۷۷ کتاب درسی خود را حل کنید.

بردارهای واحد مختصات

همان طور که می دانیم برای اندازه گیری هر کمیتی از یک واحد استفاده می کنیم. مثلا واحد اندازه گیری زمان، ساعت یا دقیقه یا ثانیه است و واحد اندازه گیری زاویه درجه است. برای اندازه گیری بردار نیز به واحد نیاز داریم. این واحد باید از جنس بردار باشد. با توجه به اینکه بردار در صفحه ی مختصات با دو محور نمایش داده می شود، به واحدی روی هر دو محور نیاز داریم:



بردار $\vec{i}$ بردار واحد طول و بردار $\vec{j}$ بردار واحد عرض نام دارد.

مختصات آنها به صورت

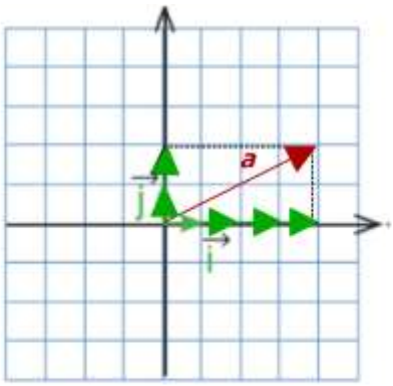
$$\vec{i}=\begin{bmatrix}۱\\۰\end{bmatrix} \quad و \quad \vec{j}=\begin{bmatrix}۰\\۱\end{bmatrix}$$

است.

هر بردار را می توانیم به صورت حاصل جمع مضربهایی

از دو بردار $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بنویسیم.

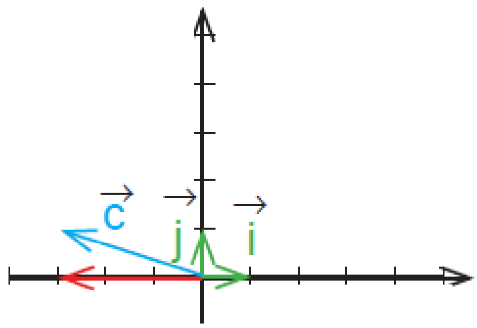
مثلا در شکل زیر، بردار $\vec{a}$ برابر است با: $\vec{a}=۴\vec{i}+۲\vec{j}$



همچنین می توانیم مختصات بردار $\vec{a}$ را با استفاده از بردارهای

واحد بدست آوریم:

$$\vec{a}=۴\vec{i}+۲\vec{j}=۴\begin{bmatrix}۱\\۰\end{bmatrix}+۲\begin{bmatrix}۰\\۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴+۰\\۰+۲\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}۴\\۲\end{bmatrix}$$



مثال۱: بردار $\vec{c}$ را بر حسب بردارهای $\vec{i}$ و $\vec{j}$ و سپس به صورت مختصاتی بنویسید.

پاسخ: با توجه به شکل می توانیم بنویسیم: $\vec{c} = -۳\vec{i} + \vec{j}$

و مختصات آن: $\vec{c} = -۳\begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۳+۰ \\ ۰+۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۳ \\ ۱ \end{bmatrix}$

مثال۲: بردار زیر را بر حسب $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بنویسید.

$$\begin{bmatrix} ۳ \\ ۴ \end{bmatrix} = ۳\begin{bmatrix} ۱ \\ ۰ \end{bmatrix} + ۴\begin{bmatrix} ۰ \\ ۱ \end{bmatrix} = ۳\vec{i} + ۴\vec{j}$$

یا از این پس می توانیم به صورت مختصر بنویسیم:

$\begin{bmatrix} ۲ \\ ۰ \end{bmatrix} = ۲\vec{i} + ۰\vec{j} = ۲\vec{i}$ ، $\begin{bmatrix} ۰ \\ -۶ \end{bmatrix} = ۰\vec{i} - ۶\vec{j} = -۶\vec{j}$ ، $\begin{bmatrix} ۲ \\ -۵ \end{bmatrix} = ۲\vec{i} - ۵\vec{j}$

مثال۳: طرف دوم تساوی های زیر را بنویسید.

$۳\vec{j} = \begin{bmatrix} ۰ \\ ۳ \end{bmatrix}$ $\quad ۲\vec{i} - \vec{j} = \begin{bmatrix} ۲ \\ -۱ \end{bmatrix}$ $\quad \vec{i} + \vec{j} = \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱ \end{bmatrix}$

مثال۴: معادله ی برداری زیر را حل کنید.

$$۲\vec{i} - \vec{j} + ۳\vec{x} = \begin{bmatrix} -۶ \\ ۳ \end{bmatrix}$$

پاسخ: برای حل معادله های برداری می توانیم از دو روش استفاده کنیم: ۱- روش بردارهای واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$

۲- روش مختصاتی

۱- روش بردارهای واحد:

در این روش مانند حل معادله، علامت جملات پس از انتقال به طرف دیگر معادله تغییر می کند و جملات مشابه با هم جمع می شوند.

$$۲\vec{i} - \vec{j} + ۳\vec{x} = -۶\vec{i} + ۳\vec{j}$$
$$۳\vec{x} = -۶\vec{i} + ۳\vec{j} - ۲\vec{i} + \vec{j}$$
$$۳\vec{x} = (-۶-۲)\vec{i} + (۳+۲)\vec{j}$$
$$۳\vec{x} = -۸\vec{i} + ۴\vec{j}$$
$$\vec{x} = \frac{-۸}{۳}\vec{i} + \frac{۴}{۳}\vec{j}$$

۲- روش مختصاتی:

در این روش، مختصات بردارها را می نویسیم.

$$۲\vec{i}-\vec{j}+۳\vec{x}=\begin{bmatrix}-۶\\ ۳\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}۲\\ -۱\end{bmatrix}+۳\vec{x}=\begin{bmatrix}-۶\\ ۳\end{bmatrix}$$

$$۳\vec{x}=\begin{bmatrix}-۶\\ ۳\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}۲\\ -۱\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-۶-۲\\ ۳-(-۱)\end{bmatrix}$$

$$۳\vec{x}=\begin{bmatrix}-۸\\ ۴\end{bmatrix}\Rightarrow \vec{x}=\begin{bmatrix}\frac{-۸}{۳}\\ \frac{۴}{۳}\end{bmatrix}$$

مثال۵: اگر $\vec{a}=۳\vec{i}-۲\vec{j}$ و $\vec{b}=۲\vec{i}+\vec{j}$، مختصات بردارهای x و y را بدست آورید.

$$\vec{x}=۵\vec{a}+۳\vec{b} \qquad\qquad \vec{y}=\vec{a}-۲\vec{b}$$

پاسخ: بردارهای a و b را در معادله ی داده شده جایگزین می کنیم.

$$\vec{x}=۵\vec{a}+۳\vec{b}=۵(۳\vec{i}-۲\vec{j})+۳(۲\vec{i}+\vec{j})=$$

$$۱۵\vec{i}-۱۰\vec{j}+۶\vec{i}+۳\vec{j}=(۱۵+۶)\vec{i}+(-۱۰+۳)\vec{j}=۲۱\vec{i}-۷\vec{j}$$

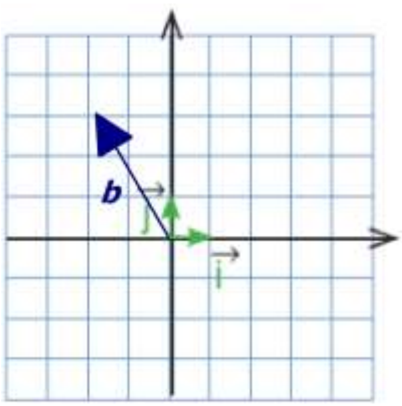
$$\vec{y}=\vec{a}-۲\vec{b}=۳\vec{i}-۲\vec{j}-۲(۲\vec{i}+\vec{j})=$$

$$۳\vec{i}-۲\vec{j}-۴\vec{i}-۲\vec{j}=-\vec{i}-۴\vec{j}$$

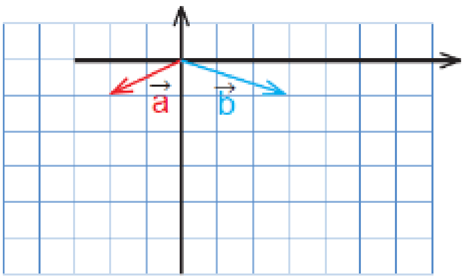
مثال۶: بردار $\vec{b}=\begin{bmatrix}-۲\\ ۳\end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات رسم کنید

و آن را بر حسب بردارهای واحد $\vec{i}$ و $\vec{j}$ بنویسید.

$$\vec{b}=-۲\vec{i}+۳\vec{j}$$



مثال۷: با توجه به شکل زیر مختصات بردار c را با دو روش زیر پیدا کنید.

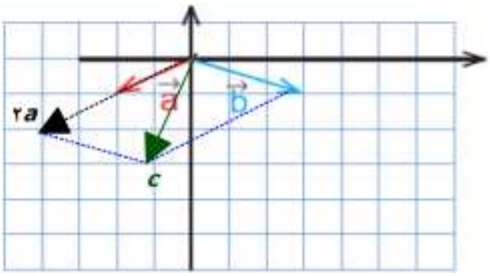


$$\vec{c} = ۲\vec{a} + \vec{b}$$

الف) رسم شکل و نوشتن مختصات بردار c از روی شکل:

ابتدا بردار $۲a$ را رسم می کنیم و سپس آن را با بردار b

جمع می کنیم. با توجه به شکل روبرو مختصات $\vec{c}$ بدست می آید:



$$\vec{c} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۳ \end{bmatrix}$$

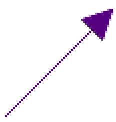
ب) پیدا کردن مختصات $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و قرار دادن آنها در معادله ی $\vec{c}$:

$$\vec{c} = ۲\vec{a} + \vec{b} = ۲\begin{bmatrix} -۲ \\ -۱ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۳ \\ -۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۴+۳ \\ -۲-۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۱ \\ -۳ \end{bmatrix}$$

روش الف هندسی و با استفاده از رسم است و حتما باید از کاغذ شطرنجی استفاده کنیم یا اندازه گیری دقیق انجام دهیم. اما روش ب سریع تر ما را به پاسخ یعنی مختصات $\vec{c}$ می رساند.

نکته: می دانیم اگر طول و عرض یک بردار هر دو مثبت باشند،

شکل تقریبی آن به صورت روبرو خواهد بود:



حال می توانیم جدول زیر را کامل کنیم:

طول	+	−	+	−
عرض	+	+	−	−
شکل تقریبی				

*دانش آموزان عزیز در اینجا می توانید تمرین های صفحه ۸۰ و ۸۱ کتاب درسی خود را حل کنید.