درس ۲ مجموعه ـ زیر مجموعه

کار در کلاس

ص ۱۹ کتاب

۱ فرض کنید $A=\{a,b\}$، درستی یا نادرستی هر یک از گزاره‌های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) $\{a\}\in A$ ← ن

ب) $\varnothing\in A$ ← ن

پ) $\{a\}\subseteq A$ ← د

ت) $b\subseteq A$ ← ن

ث) $a\in A$ ← د

ج) $\{a,b\}\subseteq A$ ← د

عضو $\in$ مجموعه — وقتی از علامت $\in$ استفاده می‌کنیم

مجموعه $\subseteq$ مجموعه — وقتی از علامت $\subseteq$ استفاده می‌کنیم

الف) عضو $\{a\}$ داخل A نیست

ب) $\varnothing$ یک مجموعه است و علامت $\varnothing$ هم در داخل مجموعه A نیست

ت) b یک عضو از مجموعه A است

۲ کدام یک از مجموعه‌های زیر برابر با تهی و کدام یک ناتهی‌اند؟

الف) $\{x\in\mathbb{Z} \mid x^2=9 \text{ و } 2x=4\}$

ب) $\{x\in\mathbb{Z} \mid x+8=8\}$

پ) $\{x\in\mathbb{Z} \mid x\neq x\}$

ت) $\{x\in\mathbb{N} \mid x^2=7x\}$

الف)

$x^2=9 \rightsquigarrow x=\pm 3$

$2x=4 \rightsquigarrow x=2$

$\xrightarrow{\text{اشتراک ندارند}} \ = \varnothing$

صفحه ۲۰

ب) $x+8=8 \longrightarrow x=0 \longrightarrow \{0\}$ ناتهی

عددی وجود ندارد که با خودش برابر نباشد

پ) $x \neq x \longrightarrow \{\ \}$ تهی

ت) $x^2=7x \longrightarrow x(x-7)=0 \longrightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=7\in N \end{cases} \rightarrow \{7\}$ ناتهی

۲ مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضای آنها مشخص کنید.

$A=\{x\in\mathbb{Z} \mid |x|\leq 2\}$

$B=\{m\in\mathbb{Z} \mid m^3=m\}$

$C=\{k\in\mathbb{R} \mid k^2-1=0\}$

$D=\{a\in S \mid$ فضای نمونه پرتاب یک تاس است $S\}$

$A: |x|\leq 2 \longrightarrow -2\leq x\leq 2 \xrightarrow{\in\mathbb{Z}} A=\{-2,-1,0,1,2\}$

$B: m^3=m \longrightarrow m^3-m=0 \rightarrow \underset{m=0}{m}\,\underset{m=-1}{(m+1)}\,\underset{m=1}{(m-1)}=0 \xrightarrow{\in\mathbb{Z}} B=\{0,\pm 1\}$

$C: k^2-1=0 \longrightarrow k^2=1 \longrightarrow k=\pm 1 \longrightarrow C=\{-1,+1\}$

$D: \{1,2,3,4,5,6\}$

۴ با توجه به مجموعه‌ها در قسمت ۳، درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر را مشخص کنید.

$B \in A$ → ن $B \subseteq A$ → د $A \cap D \subseteq C$

$B \subseteq C \cup A$ $C \not\subseteq A$ ۱ $B - D \subseteq A$ ۲

$A \cap D = \{1, 2\} \not\subseteq \{-1, 1\} = C$ نادرست

$B = \{0, \pm 1\} \subseteq C \cup A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ درست

۱ $C = \{-1, 1\} \not\not\subseteq A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ نادرست

۲ $B - D = \{0, -1\} \subseteq A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ درست

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه

ص ۲۰ کتاب

فعالیت

مجموعه $A=\{a, b, c\}$ را در نظر بگیرید.

۱ همهٔ زیرمجموعه‌های A را بنویسید.

$A_1 = \{\ \}$ تهی $A_4 = \{c\}$

$A_2 = \{a\}$ $A_5 = \{a, b\}$ $A_7 = \{b, c\}$

$A_3 = \{b\}$ $A_6 = \{a, c\}$ $A_8 = \{a, b, c\}$

۲ با دو رقم ۰ و ۱ می‌توانیم زیرمجموعه $B=\{b , c\}$ از مجموعهٔ A را با کد سه رقمی ۰۱۱ مشخص کنیم؛ چون $a \notin B$ متناظر با آن کد ۰ و $c \in B$ و b متناظر با آنها کد ۱ را در نظر گرفته‌ایم. همچنین زیرمجموعهٔ $\{a\} \subseteq A$ را با کد ۱۰۰ متناظر می‌کنیم. اکنون شما بقیهٔ زیرمجموعه‌های A را با کدهایی سه رقمی نظیر کنید.

۳ با این روش کدگذاری و به کمک اصل ضرب (سال گذشته در فصل شمارش، بدون شمردن خوانده‌اید) تعداد زیرمجموعه‌های A را تعیین کنید.

رقم اوّل — رقم دوم — رقم سوم

۲ × ۲ × ۲ = $۲^{۳}$ = ۸

۴ فرض کنید $A=\{a_1 , a_2 , a_3 , a_4\}$، با روش کدگذاری با رقم‌های ۰ و ۱ و به کمک اصل ضرب تعیین کنید که A چند زیرمجموعه دارد.

رقم اوّل — رقم دوم — رقم سوم — رقم چهارم

۲ × ۲ × ۲ × ۲ = $۲^{۴}$ = ۱۶

۵ اگر $A=\{a_1 , a_2 , a_3 , \dots , a_n\}$ در این صورت، با این روش کدگذاری مشخص کنید که A چند زیرمجموعه دارد.

رقم اول — رقم دوم — رقم سوم — رقم nام

۲ × ۲ × ۲ … × ۲ = ۲^{n}

ص ۲۰

مثال : مجموعه $A=\{a , \{a\} , \varnothing\}$ را در نظر بگیرید و همهٔ زیرمجموعه‌های A را در یک مجموعه بنویسید.

$P(A)$ — ۳ عضو

$۲^{۳} = ۸$ زیرمجموعه

$$P(A)=\{\ \{\ \},\ \{a\},\ \{\{a\}\},\ \{\varnothing\},\ \{a,\{a\}\},\ \{a,\varnothing\},\ \{\{a\},\varnothing\},\ \{a,\{a\},\varnothing\}\ \}$$

09213102271 - 09125102271 - @moharrammahdi - @Riazi101112forall2

خواندنی

مجموعهٔ همهٔ زیرمجموعه‌های A، مجموعهٔ توانی A نامیده می‌شود و آن را با $P(A)$ نمایش می‌دهیم.

اگر A، n عضو داشته باشد، در این صورت $P(A)$، 2^n عضو دارد.

اگر $A \subseteq B$ به‌طوری که $A \neq B$، آن‌گاه A زیرمجموعهٔ محض یا سرهٔ B نامیده می‌شود.

افراز یک مجموعه

صفحه ۲۱ کتاب

فعالیت

۱ مجموعهٔ $A=\{a, b, c\}$ را در نظر بگیرید. تمام زیرمجموعه‌های A به غیر از $\varnothing$ را بنویسید.

$\{a,b,c\}$ $\{a\}$ $\{b\}$ $\{c\}$ $\{a,b\}$ $\{a,c\}$ $\{b,c\}$

۲ از بین زیرمجموعه‌های ناتهی A که در بالا نوشتید، دو زیرمجموعه چنان در نظر بگیرید که اوّلاً اشتراکی نداشته باشند و ثانیاً اجتماع آنها برابر با A شود.

۳ همهٔ جواب‌های ممکن برای قسمت قبل را به‌دست آورید.

۱) $\to \{a\}, \{b,c\}$

۲) $\to \{c\}, \{a,b\}$

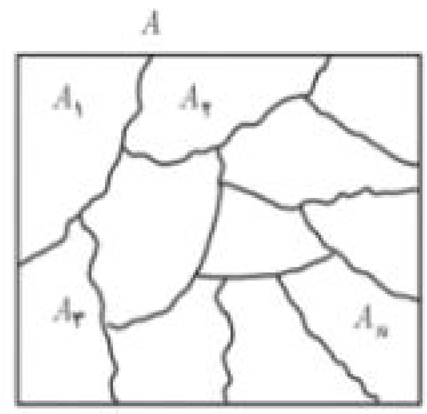
۳) $\to \{b\}, \{a,c\}$

۴ آیا می‌توان سه زیرمجموعه در قسمت ۱ چنان یافت که اشتراک دوبه‌دوی آنها تهی باشد و اجتماع آنها برابر با A شود؟

بله $\{a\}, \{b\}, \{c\}$

فرض کنیم $A \neq \varnothing$ یک مجموعه و $A_1, A_2, \dots, A_n$ زیر مجموعه‌های A باشند. مجموعهٔ A به n زیرمجموعه $A_1, A_2, \dots, A_n$ افراز شده است، هرگاه سه شرط زیر برقرار باشند.

افراز مجموعه



شرایط

I) $\forall\, 1 \leq i \leq n;\ A_i \neq \varnothing$

II) $\forall i, j\ (i \neq j;\ A_i \cap A_j = \varnothing)$

III) $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n = \bigcup_{i=1}^{n} A_i = A$

کار در کلاس صفحه ۲۱ کتاب

مجموعهٔ {۱, ۲, ۳, ..., ۹}=A را در نظر بگیرید، کدام یک از حالت‌های زیر یک افراز برای A محسوب می‌شود؟

۱) {۱, ۳, ۵} و {۲, ۶} و {۴, ۸, ۹} ← ن اجتماع ۳ مجموعه عدد ۷ را ندارد.

۲) {۱, ۳, ۵} و {۲, ۴, ۶, ۸} و {۵, ۷, ۹} ← ن دو مجموعه عضو مشترک دارند.

۳) {۱, ۳, ۵} و {۲, ۴, ۶, ۸} و {۷, ۹} ← د هر ۳ شرط افراز را دارد.

کار در کلاس ص ۲۳ کتاب

۱) برای مجموعه‌های A و B با مرجع U ثابت کنید که $A \subseteq A \cup B$.

اثبات:

$$\forall x;\ (x \in A \Rightarrow x \in A \vee x \in B) \Rightarrow x \in A \cup B$$

بنابراین داریم:

$$\forall x; (x \in A \Rightarrow x \in A \cup B) \Rightarrow A \subseteq A \cup B$$

درستی استدلال بالا را توضیح دهید.

هر عضو از مجموعه‌ی A حتماً در مجموعه‌ی $A \cup B$ است

پس مجموعه‌ی A زیرمجموعه‌ی $A \cup B$ است.

۲ فرض کنیم A و B و C و D چهار مجموعه با مرجع U باشند، ثابت کنید : اگر $A\subseteq B$ و $C\subseteq D$ آن‌گاه $A\cup C\subseteq B\cup D$.

اثبات : جاهای خالی را پر کنید :

$$\forall x;[x\in (A\cup C)]\Rightarrow \begin{cases} x\in A \Rightarrow x\in B & (\text{زیرا } A\subseteq B) \\ \vee & \vee \\ x\in C \Rightarrow x\in D & (\text{زیرا } C\subseteq D) \end{cases} \Rightarrow x\in B \ \vee \ x\in D \Rightarrow x\in (B\cup D)$$

بنابراین داریم :

$$\forall x;\ [x\in (A\cup C) \Rightarrow x\in (B\cup D)] \Rightarrow A\cup C \subseteq B\cup D$$

۳ فرض کنیم A و B و C سه مجموعه با مرجع U باشند، ثابت کنید : اگر $A\subseteq C$ و $B\subseteq C$ آن‌گاه $(A\cup B)\subseteq C$.

راهنمایی : از ویژگی قسمت ۲ استفاده کنید.

$$\forall x:\ x\in (A\cup B) \Rightarrow \begin{cases} x\in A \xrightarrow{A\subseteq C} x\in C \\ x\in B \xrightarrow{B\subseteq C} x\in C \end{cases} \longrightarrow x\in C$$

یعنی داریم :

$$\forall x:\ x\in (A\cup B) \Longrightarrow x\in C \Longrightarrow (A\cup B)\subseteq C$$

راه دوم : $\left.\begin{matrix} A\subseteq C \\ B\subseteq C \end{matrix}\right| \longrightarrow (A\cup B)\subseteq (C\cup C) \longrightarrow (A\cup B)\subseteq C$

دو مجموعه مساوی

فرض کنیم A و B دو مجموعه با مرجع U باشند به طوری که هر عضو A، عضوی از B و هر عضو B عضوی از A باشد؛ یعنی $A\subseteq B$ و $B\subseteq A$، در این صورت A با B مساوی است و می‌نویسیم : $A=B$. به عبارت دیگر می‌توان تساوی دو مجموعه را به صورت زیر نوشت :

$$A=B \Leftrightarrow [(A\subseteq B)\wedge (B\subseteq A)]$$

09213102271 - 09125102271 - @moharrammahdi - @Riazi101112forall2

کار در کلاس ص ۲۳ کتاب

فرض کنید $A=\{1, 2\}$، کدام یک از مجموعه‌های زیر با A مساوی است؟ (با ذکر دلیل).

الف) $\{x\in \mathbb{Q} \mid x^2-3x+2=0\}$

ب) $\{x\in \mathbb{R} \mid 1\leq x\leq 2\}$

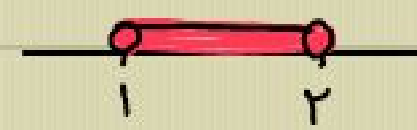
پ) $\{x\in \mathbb{Q} \mid 2x^2+3x+1=0\}$

ت) $\{x\in \mathbb{N} \mid 1\leq x\leq 2\}$

✓ الف) $x^2-3x+2=0 \rightarrow (x-2)(x-1)=0$

$x=2 \,,\, x=1 \xrightarrow{x\in Q} \{1,2\}$

✗ ب) $1\leqslant x \leqslant 2 \xrightarrow{x\in \mathbb{R}}$



✗ پ) $2x^2+3x+1=0$

$a+c=b \longrightarrow x=-1 \,,\, x=\frac{-c}{a}=-\frac{1}{2}$

$\xrightarrow{x\in Q} \left\{-1, -\frac{1}{2}\right\}$

✓ ت) $1\leqslant x\leqslant 2 \xrightarrow{x\in N} \{1,2\}$

09213102271 - 09125102271 - @moharrammahdi - @Riazi101112forall2

تمرین ص ۲۴، ۲۵ کتاب

۱ مجموعه‌های زیر را که شامل شکل‌های هندسی در صفحه هستند، در نظر بگیرید:

$A=\{x \mid$ یک چهارضلعی است $x\}$

$B=\{x \mid$ یک مستطیل است $x\}$

$C=\{x \mid$ یک لوزی است $x\}$

$D=\{x \mid$ یک مربع است $x\}$

کدام یک از روابط زیر درست است؟(با ذکر دلیل)

الف) $D\subseteq C$ ب) $B\subseteq D$

پ) $A\subseteq B$ ت) $D\subseteq A$

الف) ✓ $D\subseteq C$ یعنی، هر مربع یک لوزی است

ب) X $B\subseteq D$ یعنی، هر مستطیل یک مربع است

پ) X $A\subseteq B$ یعنی، هر چهارضلعی، یک مستطیل است

ت) ✓ $D\subseteq A$ یعنی، هر مربع یک چهارضلعی است

۲ فرض کنید $A=\{1,2,3,\ldots,8,9\}$ و $B=\{2,4,6,8\}$ و $C=\{1,3,5,7,9\}$ و $D=\{3,4,5\}$ و $E=\{3,5\}$.

در هر یک از حالت‌های زیر مشخص کنید: X می‌تواند کدام یک از این مجموعه‌ها باشد؟

الف) X و B عضو مشترکی ندارند. ب) $X\subseteq A$ ولی $X\not\subseteq C$

پ) $X\subseteq D$ ولی $X\not\subseteq B$ ت) $X\subseteq C$ ولی $X\not\subseteq A$

الف) C, E | ب) B, D, A | پ) E, D | ت) چنین مجموعه‌ای نداریم

صفحه ۲۸

۳ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف) $\varnothing=\{\varnothing\}$ ب) $\varnothing\subseteq\{\varnothing\}$

پ) $\varnothing\notin\{\varnothing\}$ ت) $\underbrace{\{\varnothing,\{\varnothing\}\}}_{*} \in \underbrace{\{\varnothing,\underline{\{\varnothing,\{\varnothing\}\}},\{\varnothing\}\}}_{A}$

الف) ✗ مجموعه تهی = مجموعه تک عضوی شامل علامت تهی

ب) ✓ مجموعهٔ تک عضوی $\{\varnothing\}$ دارای ۲ زیر مجموعه است که یکی از آنها تهی است.

پ) ✗ علامت $\varnothing$ داخل مجموعه‌ی $\{\varnothing\}$ قرار دارد و عضو آن مجموعه است.

ت) ✓ داخل مجموعه‌ی A عضو * وجود دارد.

۴ کدام یک از مجموعه‌های زیر باهم مساوی‌اند؟

$A=\{m\in\mathbb{Z} \mid |m|<2\}$ $B=\{x\in\mathbb{Z} \mid x^3=x\}$

$C=\{y\in\mathbb{Z} \mid y^2\leq 2y\}$ $D=\{m\in\mathbb{Z} \mid m^2\leq 1\}$

$E=\{m\in\mathbb{Z} \mid m^3+2m=3m^2\}$

$A: x\in\mathbb{Z} \quad |m|<2 \longrightarrow -2<m<2 = \{-1,0,1\}$

$B: x\in\mathbb{Z} \quad x^3=x \longrightarrow x^3-x=0 \longrightarrow x(x^2-1)=0 \longrightarrow \{-1,0,1\}$

$C: y\in\mathbb{Z} \quad y^2\leq 2y \longrightarrow y^2-2y\leq 0$

y		0		2	
y^2-2y	$+$	●	$-$	●	$+$

$\rightarrow \{0,1,2\}$

صفحه ۳۹

D: $m\in\mathbb{Z}\,,\ m^2\leqslant 1 \to m^2-1\leqslant 0$

m		-1		1	
m^2-1	$+$	0	$-$	0	$+$

$\{-1,0,1\}=D$

E: $m\in\mathbb{Z} : m^3+2m=3m^2 \to m^3-3m^2+2m=0$

$m(m^2-3m+2)=0$

$m(m-2)(m-1)=0 \longrightarrow \{0,2,1\}=E$

نتیجه:

$A=B=D \qquad C=E$

۵ مثال‌هایی از مجموعه‌های دلخواه A و B و C بیاورید که برای آنها حکم‌های زیر درست باشند.

الف) $A\in B$ و $B\in C$ و $A\notin C$

ب) $A\in B$ و $B\in C$ و $A\in C$

پ) $A\in B$ و $A\subseteq B$

الف) $A=\{1\} \qquad B=\{\{1\},2\} \qquad C=\{\{\{1\},2\},3\}$

ب) $A=\{a,b\} \qquad B=\{\{a,b\},c\} \qquad C=\{\{a,b\},\{\{a,b\},c\}\}$

ج) $A=\{x,y\} \qquad B=\{\{x,y\},x,y,z\}$

صفحه ۴۰

۶ اگر دو عضو از مجموعه A حذف کنیم، تعداد زیرمجموعه‌های آن ۳۸۴ واحد کم می‌شود، مجموعهٔ A چند زیرمجموعه دارد؟

مجموعه‌ی n عضوی A $\longrightarrow$ 2^n تعداد زیرمجموعه‌ها

حذف ۲ عضو $\longrightarrow$ مجموعه‌ی $(n-2)$ عضوی $\longrightarrow$ 2^{n-2} تعداد زیرمجموعه‌ها

$$2^n - 2^{n-2} = 384$$

$$2^n - \frac{2^n}{2^2} = 384 \longrightarrow 2^n - \frac{2^n}{4} = 384$$

$$2^n\left(1 - \frac{1}{4}\right) = 384 \longrightarrow 2^n \times \frac{3}{4} = 384$$

$$\boxed{2^n = \frac{4 \times \cancel{384}^{128}}{\cancel{3}_{1}} = 4 \times 128 = 2^2 \times 2^7 = 2^9}$$

$n = 9$ مجموعه A دارای ۹ عضو است

تعداد زیرمجموعه‌های A $= 2^9 = 512$

صفحه ۴۱

۷ اگر $A=\{۲, x+۲y, ۴\}$ و $B=\{۴, ۵, x-y\}$ و $A=B$ در این صورت، مقادیر x و y را بیابید.

$A=\{۲, x+۲y, \underline{۴}\}$

$B=\{\underline{۴}, ۵, x-y\}$

$\xRightarrow{\text{باید}}$ $x-y=۲$ *

$x+۲y=۵$

$-\begin{cases} x-y=۲ \\ x+۲y=۵ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \cancel{-x}+y=-۲ \\ \cancel{x}+۲y=۵ \end{cases}$

$۳y=۳$

$\boxed{y=۱}$ $\rightarrow$ *

$x-۱=۲$

$x=۲+۱$

$\boxed{x=۳}$

۸ ثابت کنید برای مجموعه‌های A و B با مرجع U داریم : $A-B\subseteq A$.

$\forall x : (x\in(A-B)) \Rightarrow \begin{cases} x\in A \\ \wedge \\ x\notin B \end{cases} \longrightarrow x\in A$

$\forall x\in(A-B) \Longrightarrow x\in A \longrightarrow (A-B)\subseteq A$

۹ فرض کنیم A و B و C سه مجموعه با مرجع U باشند، ثابت کنید: اگر $A \subseteq B$ آن‌گاه:

الف) $A \cup C \subseteq B \cup C$ ب) $A \cap C \subseteq B \cap C$

فرض: $A \subseteq B \longrightarrow \forall x \in A \overset{*}{\Rightarrow} x \in B$

الف) $\forall x \in (A \cup C) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in A \xrightarrow{*} x \in B \\ \text{یا} \qquad\qquad \text{یا} \\ x \in C \qquad\quad x \in C \end{array} \right) \Rightarrow x \in (B \cup C)$

ب) $\forall x \in (A \cap C) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in A \xrightarrow{*} x \in B \\ \text{وَ} \qquad\qquad \text{وَ} \\ x \in C \qquad\quad x \in C \end{array} \right) \Rightarrow x \in (B \cap C)$

۱۰ مجموعه‌های A و B و C و D با مرجع U را در نظر بگیرید، ثابت کنید: اگر $A \subseteq B$ و $C \subseteq D$ آن‌گاه:

الف) $A \cap C \subseteq B \cap D$ ب) $A \cap C \subseteq B \cup D$

$A \subseteq B \longrightarrow \forall x \in A \Rightarrow x \in B$ ①

$C \subseteq D \longrightarrow \forall x \in C \Rightarrow x \in D$ ②

الف) $\forall x \in (A \cap C) \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \in A \xrightarrow{1} x \in B \\ \text{وَ} \qquad\qquad \text{وَ} \\ x \in C \xrightarrow{2} x \in D \end{array} \right) \Rightarrow x \in (B \cap D)$

صفحه ۴۳

نکته: میدانیم $(A\cap C) \subseteq (A\cup C)$ بنابراین: $\forall x \in (A\cap C) \Rightarrow x \in (A\cup C)$

ب) $\forall x \in (A\cap C) \Rightarrow x \in (A\cup C) \Rightarrow$

$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x\in A \xrightarrow{1} x\in B \\ \text{یا} \qquad\qquad \text{یا} \\ x\in C \xrightarrow{2} x\in D \end{array}\right) \rightarrow x\in (B\cup D)$$

پس: $\forall x \in (A\cap C) \Rightarrow x\in (B\cup D) \longrightarrow (A\cap C) \subseteq (B\cup D)$

۱۱ الف) فرض کنید: $A\subseteq\varnothing$ ثابت کنید: $A=\varnothing$. ب) فرض کنید $U\subseteq A$ ثابت کنید: $A=U$.

الف)
$$\left(\begin{array}{ll} \rightarrow A\subseteq\varnothing & \text{فرض} \\ \rightarrow \varnothing\subseteq A & \text{تهی زیرمجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است} \end{array}\right) \rightarrow A=\varnothing$$

ب)
$$\left(\begin{array}{ll} \rightarrow U\subseteq A & \text{فرض} \\ \rightarrow A\subseteq U & \text{هر مجموعه زیرمجموعه‌ی مجموعه‌ی مرجع است} \end{array}\right) \rightarrow A=U$$

توجه: اگر ۲ مجموعه هر کدام زیرمجموعه‌ی دیگری باشد مساوی هستند.

صفحه ۴۴

۱۲ هرگاه A و B دو مجموعه با مرجع U باشند و $A \cap B = \varnothing$ در این صورت ثابت کنید :

الف) $B - A = B$ ب) $B \subseteq A'$

الف) $\forall x \in (B-A) \Rightarrow \begin{cases} x \in B \\ \text{و} \\ x \notin A \end{cases} \Rightarrow x \in B$

$\forall x \in (B-A) \Rightarrow x \in B \xrightarrow{\text{یعنی}} (B-A) \subseteq B$ ①

$\forall x \in B \xrightarrow{A \cap B = \varnothing} x \in B, x \notin A \rightarrow x \in (B-A)$

یعنی $B \subseteq (B-A)$ ②

$\{1,2\} \Rightarrow (B-A) = B$

ب) $\forall x \in B \xrightarrow[A \cap B = \varnothing]{} x \notin A \rightarrow x \in A'$

$\forall x \in B \rightarrow x \in A'$

یعنی : $B \subseteq A'$

صفحه ۴۵

۱۳ فرض کنید: $X=\{a,b,c,d,e,f,g\}$، کدام یک از حالت‌های زیر یک افراز برای X محسوب می‌شود.

الف) $\{d,g\}$ و $\{b\}$ و $\{a,c,e\}$

ب) $\{b,e,f\}$ و $\{c,d\}$ و $\{a,e,g\}$

پ) $\{d,f\}$ و $\{c\}$ و $\{a,b,e,g\}$

ت) $\{a,b,c,d,e,f,g\}$

ث) $\{e\}$ و $\{f,g\}$ و $\{d\}$ و $\{b,c\}$ و $\{a\}$

الف ← افراز نیست — عضو f در هیچ مجموعه‌ای قرار ندارد.

ب ← افراز نیست — عضو e در دو مجموعه مشترک است.

پ ← افراز است — هر ۳ شرط افراز را دارد.

ت ← افراز است — افراز تک عضوی.

ث ← افراز است — هر ۳ شرط افراز را دارد.

پایان درس دوم   با آرزوی بهترینها