

# عزادتهای حقیقی



وَأَخْبَارَ مَا أَتَيْنَاهُمْ مِنْ أَخْسَرِ كَلِمٍ تَقْتَضِي  
 ... و او (خداوند) به آنچه نزد آنهاست احاطه دارد و همه چیز را به عدد  
 شمارش کرده است.  
 (سوره جن، آیه ۲۸)



قیات‌الدین حمشید کلشانی زبردست‌ترین حبلان، برجسته‌ترین ریاضی‌دان دینور اسلام و از بزرگ‌ترین  
 مفاخر تاریخ ایران به‌شمار می‌رود کلشانی به روشی کاملاً خلاقانه و از طریق محاسبه و مقایسه محیط  
 چندضلعی‌های محاطی و محیطی نوشت عدد π که عددی حقیقی و گنگ است را تا ۱۶ رقم بعد از اعشار  
 محاسبه کرد که تا حدود ۱۵۰ سال پس از وی کسی در جهان نتوانست با دقت بهتری آن را محاسبه کند. او در  
 ابتدای رساله محیطیه خود به زبان ریاضی به نام خدا را چنین بیان می‌کند:  
 «به نام او که از اندازه نسبت محیط دایره به قطرش آگاه است»

فعالیت

۱- در فصل گذشته با نمایش های مختلف مجموعه های اعداد آشنا شدید. عبارت های زیر را مانند

نمونه کامل کنید:

ردیف	عبارت کلامی	زبان نمادین	محور
۱	عددهای طبیعی بیشتر یا مساوی ۳	$\{x \in \mathbb{N}   x \geq 3\}$ $\{3, 4, 5, \dots\}$	
۲	عددهای حسابی کوچکتر یا مساوی ۲	$\{x \in \mathbb{W}   x \leq 2\}$ $\{0, 1, 2\}$	
۳	عددهای صحیح بین -۲ و ۳	$\{x \in \mathbb{Z}   -2 < x < 3\}$ $\{-1, 0, 1, 2\}$	
۴	عددهای صحیح بزرگتر از -۱	$\{x \in \mathbb{Z}   x > -1\}$ $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$	

نامساوی  $x \geq 3$  برای کدام یک از عددهای زیر درست است؟ ۳ و ۳ و ۵

۱, ۲, ۳, ۴, ۵

۲- می خواهیم بین  $\frac{1}{3}$  و  $\frac{1}{4}$  چند کسر بنویسیم. روش های مختلفی را که چهار دانش آموز

نوشته اند، بررسی و کامل کنید؛ راه حل هر کدام را توضیح دهید.

روش بهار

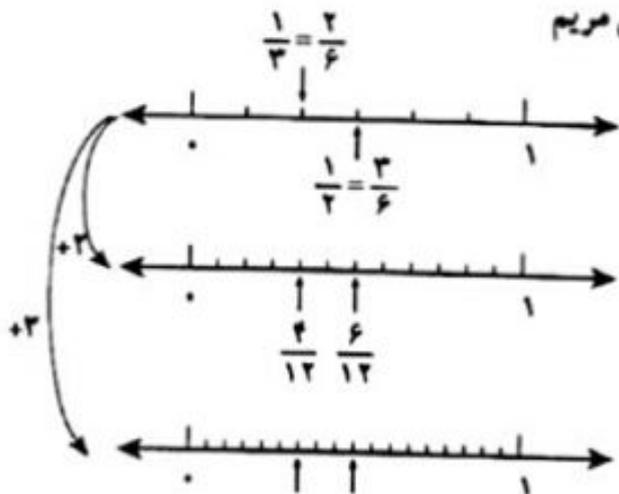
روش مریم

$$\frac{1}{3} < ? < \frac{1}{4}$$

$$\frac{2}{6} < ? < \frac{1}{4}$$

$$\frac{4}{12} < \frac{5}{12} < \frac{6}{12}$$

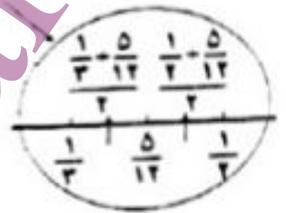
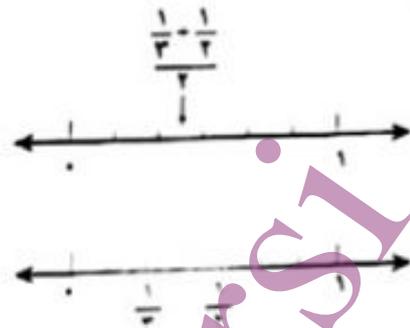
$$\frac{6}{18} < \frac{7}{18} < \frac{8}{18} < \frac{9}{18}$$



$$\frac{1}{3} < ? < \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{\frac{1}{3} + \frac{1}{2}}{2} < \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{3} < \frac{5}{12} < \frac{1}{2}$$



الف) با یکی از روش‌ها توضیح دهید که چرا بین دو کسر می‌توان بی‌شمار کسر پیدا کرد.

ب) آیا مجموعه عددهای گویا را می‌توان با نوشتن اعضا نشان داد؟ چرا؟

ج) آیا می‌توان مجموعه عددهای گویا را با محور اعداد نمایش داد؟

د) عددهای گویا را به زبان نمادین معرفی کنید.

$$\left\{ \frac{a}{b} \mid a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N} \right\} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

### کار در کلاس

۱- بین  $\frac{2}{5}$  و  $\frac{3}{4}$  سه کسر پیدا کنید؛ روش خود را توضیح دهید.

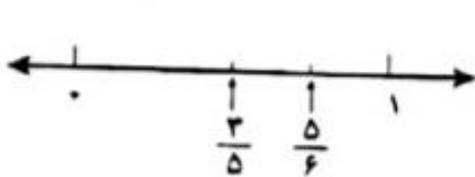
۲- بین  $-\frac{1}{4}$  و  $-1$  دو کسر پیدا کنید؛ روش خود را توضیح دهید.

### فعالیت

۱- می‌خواهیم کسرهای  $\frac{3}{5}$  و  $\frac{5}{6}$  و  $\frac{7}{8}$  و  $\frac{5}{9}$  را به ترتیب از کوچک به بزرگ بنویسیم.

روش‌های مختلفی را که دانش‌آموزان به کار برده‌اند با هم مقایسه کنید؛ هر کدام را توضیح دهید و در

صورت لزوم کامل کنید.



روش شاهد: شاهد به صورت تقریبی کسره‌های  $\frac{3}{5}$  و  $\frac{5}{6}$  را روی محور مشخص کرده است. آیا به نظر شما استفاده از این روش برای نمایش دو کسر دیگر مناسب است؟

روش مرتضی: مرتضی مخارج مشترک کسرها را پیدا کرد و با هم مخارج کردن کسرها، آنها را مقایسه می‌کند. توضیح دهید که عدد ۳۶۰ چگونه به دست می‌آید. کار مرتضی را کامل کنید:

$$\frac{5}{9} = \frac{200}{360}$$

$$\frac{7}{8} = \frac{315}{360}$$

$$\frac{5}{6} = \frac{300}{360}$$

$$\frac{3}{5} = \frac{216}{360}$$

روش مجید: مجید به کمک ماشین حساب، نمایش اعشاری هر کسر را تا دو رقم اعشار نوشت. شما کار او را کامل، و کسرها را مقایسه کنید:

$$\frac{5}{9} = 0.55$$

$$\frac{7}{8} = 0.87$$

$$\frac{5}{6} = 0.8\bar{3}$$

$$\frac{3}{5} = 0.6$$

در مورد روش‌های مختلف و ویژگی‌های هر کدام در کلاس گفت‌وگو کنید.

۲- با کمک ماشین حساب، نمایش اعشاری کسره‌های زیر را تا دو رقم اعشار بنویسید:

$$\frac{1}{7} = 0.142857142$$

$$\frac{1}{9} = 0.1111$$

$$\frac{7}{6} = 1.1\bar{6}$$

$$\frac{1}{5} = 0.2$$

$$\frac{1}{3} = 0.3333$$

$$\frac{3}{8} = 0.375$$

الف) ماشین حساب شما تا چند رقم را روی صفحه نمایش نشان می‌دهد؟ اگر هم  
ب) بین مقدارهای اعشاری این کسرها چه تفاوتی هست؟ بعضی از کسرها دوره تناوب دارند.

$$1 \div 3 = 0.33333$$

در نمایش اعشاری کسر  $\frac{1}{3}$ ، رقم ۳ به طور متناوب تکرار می‌شود و انتها ندارد؛ ولی نمایش اعشاری کسر  $\frac{1}{5}$  متناهی یا مختوم است؛ چون تمام رقم‌های اعشار آن مشخص است و به انتها می‌رسد. از نماد زیر برای نمایش عددهای اعشاری متناوب استفاده می‌کنیم:

$$\frac{1}{3} = 0.3333\dots = 0.3\bar{3}$$

$$\frac{7}{6} = 1.1666\dots = 1.1\bar{6}$$

## کار در کلاس

نمایش اعشاری هریک از کسرهای زیر را بنویسید:

$$\frac{5}{11} = 0.\overline{45}$$

$$\frac{7}{22} = \frac{7}{9} = 0.\overline{77}$$

$$\frac{5}{223} = \frac{5}{6} = 0.\overline{83}$$

$$\frac{7}{2211} = \frac{7}{22} = 0.\overline{318}$$

$$\frac{3}{220} = \frac{3}{20} = 0.\overline{15}$$

$$\frac{5}{22} = \frac{5}{16} = 0.\overline{3125}$$

اگر به نمایش اعشاری کسرهای بالا دقت کنید، خواهید دید که فقط کسرهای نمایش اعشاری مختوم دارد که (پس از ساده شدن) مخرج آنها شمارنده اولی به جز ۲ و ۵ ندارد.

## تمرین

۱- پس از معالجه هر قسمت، کسر مرکب را تا حد امکان ساده کنید:

$$1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2}$$

$$-1 + \frac{3}{4} = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{1}{8} = \frac{17}{24}$$

$$\frac{5}{6} + 2\frac{1}{2} = \frac{17}{3}$$

۲- حاصل عبارت‌های زیر را بدست آورید.

$$\left(-2\frac{5}{6} + 3\frac{1}{2}\right) + \left(-1 - \frac{1}{9}\right) = \frac{1 - \frac{1}{2} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{6} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2}} + 5\frac{1}{3} = \frac{\frac{2}{4} - \frac{1}{4} + \frac{3}{4}}{\frac{5}{6} - \frac{3}{4} + \frac{1}{2}} + \frac{17}{3} = \frac{\frac{2}{4}}{\frac{10}{12} - \frac{9}{12} + \frac{6}{12}} + \frac{17}{3} = \frac{\frac{2}{4}}{\frac{7}{12}} + \frac{17}{3} = \frac{2}{4} \times \frac{12}{7} + \frac{17}{3} = \frac{6}{7} + \frac{17}{3} = \frac{6 + 37}{21} = \frac{43}{21}$$

$$-\frac{1}{2} + \frac{-5}{6} + \frac{7}{3} \times \frac{7}{5} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{2} - \frac{5}{6} + \frac{49}{15} + \frac{2}{3} = -\frac{1}{2} - \frac{5}{6} + \frac{49}{15} + \frac{4}{6} = \frac{-3 - 5 + 49 + 4}{30} = \frac{45}{30} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{5}{6} - \frac{7}{8} + \left(2 + \frac{-6}{5}\right) = \frac{5}{6} - \frac{7}{8} + 2 - \frac{6}{5} = \frac{5}{6} - \frac{7}{8} + \frac{10}{5} - \frac{6}{5} = \frac{5}{6} - \frac{7}{8} + \frac{4}{5} = \frac{20}{24} - \frac{21}{24} + \frac{19.2}{24} = \frac{20 - 21 + 38}{24} = \frac{37}{24}$$

$$-10 + \frac{-1}{2} = \frac{-20}{2} + \frac{-1}{2} = \frac{-21}{2}$$

۳- عددهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید:

$$-\frac{20}{7} < -\frac{2}{3} < \frac{4}{4} < \frac{1}{1} < 2$$

$$-\frac{92}{24} < -\frac{14}{24} < \frac{11}{24} < \frac{11}{24} < \frac{41}{24}$$

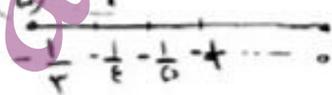
$$\text{الف) } \frac{5}{8}, -\frac{2}{3}, \frac{2}{4}, 2, -\frac{20}{6} = -\frac{22}{7} \Rightarrow \frac{11}{24}, -\frac{14}{24}, \frac{11}{24}, \frac{41}{24}, -\frac{92}{24}$$

$$\text{ب) } \frac{16}{5}, -\frac{2}{3}, 2, 10, -\frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{5}{12} \Rightarrow \frac{22}{5}, -\frac{2}{3}, \frac{20}{5}, -\frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{5}{12}$$

$$-\frac{5}{6} < -\frac{2}{3} < \frac{14}{12} < 2, 10 < \frac{57}{12} < \frac{42}{12}$$

$$\text{الف) } \frac{10}{11}, \frac{12}{13}$$

$$\text{ب) } 0, -\frac{1}{2}$$



$$\frac{1 \times 13}{11 \times 13} = \frac{13 \times 2}{13 \times 2} = \frac{24}{28} > \frac{241}{287} > \frac{242}{284} > \frac{243}{283} > \frac{12 \times 11}{13 \times 11} = \frac{132 \times 2}{132 \times 2} = \frac{246}{286}$$

$$\text{ب) } \frac{14}{5}, -\frac{2}{3}, 2, 10, -\frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{57}{12}$$

$$2, 10, 5, -10, 2, 10, -10, 2, 10, 5, 2, 10$$

$$-10 < -10 < 2, 10, 2, 10 < 5, 2, 10 < 2, 10$$

$$-\frac{5}{6} < -\frac{2}{3} < \frac{14}{12} < 2, 10 < \frac{57}{12} < \frac{42}{12}$$

سؤال 3:

$$\text{ب) } 0, -\frac{1}{2}$$

$$-\frac{1 \times 2}{2 \times 2} = -\frac{2}{4}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 0$$

سؤال 4:





مثال:  $\sqrt{7}$  بین دو عدد صحیح ۲ و ۳ فرار دارد.

می دانیم ۴ و ۹ دو عدد مجذور کامل قبل و بعد از ۷ است؛ یعنی:

$$4 < 7 < 9 \Rightarrow \sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9} \Rightarrow 2 < \sqrt{7} < 3$$

### کار در کلاس

$$\sqrt{5}, \sqrt{4}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{8.5}, \sqrt{10}$$

۱- بین  $\sqrt{5}$  و  $\sqrt{10}$  چهار عدد گنگ بنویسید.

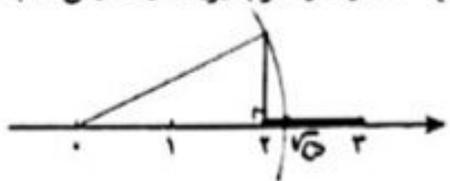
$$\sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}, \sqrt{8}, \sqrt{9}$$

۲- بین دو عدد ۲ و ۳، چهار عدد گنگ بنویسید.

۳- الف) مجموعه A به صورت  $A = \{x \in \mathbb{Q} \mid 2 \leq x \leq 3\}$  را در نظر بگیرید. آیا نمایش A به صورت زیر درست است؟ نظیر

$$\sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{9}$$

$$2 < \sqrt{5} < 3$$



ب) نقطه نمایش  $\sqrt{5}$  را روی محور مشخص کنید.

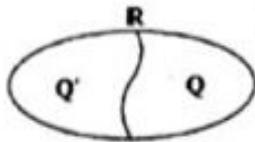
ضلع شصت

عددها به دو دسته، عددهای گویا و عددهای گنگ دسته بندی

می شود. اجتماع مجموعه عددهای گویا و عددهای اصم را

مجموعه عددهای حقیقی می نامیم و آن را با  $\mathbb{R}$  نمایش می دهیم.

نساوی  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{Q}'$  بین سه مجموعه  $\mathbb{Q}$  و  $\mathbb{Q}'$  و  $\mathbb{R}$  برقرار است.



مثال:

$$0 \in \mathbb{R}$$

$$\sqrt{0} \in \mathbb{R}$$

$$-\frac{5}{6} \in \mathbb{Q}$$

$$0.75 \in \mathbb{R}$$

$$0.1212212221222... \in \mathbb{R}$$

$$\pi \in \mathbb{R}$$

$$\frac{5}{\sqrt{2}} \in \mathbb{R}$$

### کار در کلاس

۱- داخل  $\bigcirc$  علامت  $\in$  یا  $\notin$  بگذارید:

$$1 \in \mathbb{Z}$$

$$0.1 \in \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{18} \in \mathbb{R}$$

$$\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{2}} \in \mathbb{R}$$

$$-5 \in \mathbb{R}$$

$$-\frac{7}{3} \notin \mathbb{Z}$$

$$\sqrt{25} \notin \mathbb{Q}'$$

$$\frac{0}{6} \in \mathbb{R}$$

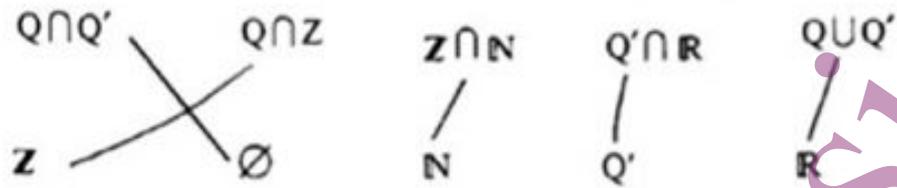
$$\sqrt{2/5} \in \mathbb{Q}'$$

$$\sqrt{0.19} \in \mathbb{Q}'$$

$$\sqrt{0.09} \in \mathbb{Q}$$

$$\frac{9}{-1} \in \mathbb{Z}$$

۲- مجموعه‌های سطر اول را به مجموعه مناسب در سطر دوم وصل کنید. هر مجموعه در سطر اول با یک مجموعه در سطر دوم مساوی است.



### فعالیت

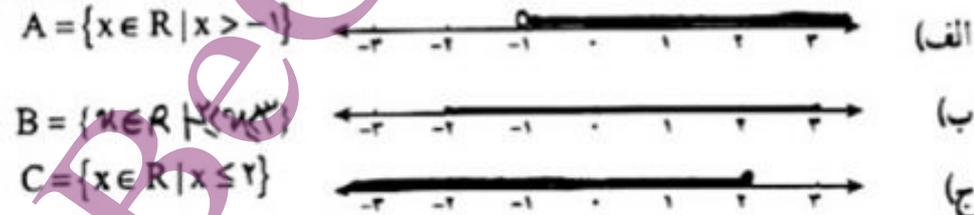
با توجه به اینکه مجموعه عددهای حقیقی تمام عددها را شامل می‌شود، مجموعه‌های زیر را مانند نمونه روی محور نشان دهید:



با توجه به مجموعه A چرا نقطه ۲ روی محور توپر و نقطه ۳ روی محور توخالی است؟ چون عدد ۲ عضو مجموعه A است و عدد ۳ عضو مجموعه A نیست.

### کار در کلاس

۱- مجموعه‌های زیر را روی محور نشان دهید و با توجه به محور، مجموعه متناظر آن را بنویسید:



۲- با توجه به سه مجموعه A و B و C در سؤال ۱ عبارات درست را با علامت ✓ مشخص کنید:

- $\sqrt{13} \in A$  ✓
- $0.252552555... \in B$  ✓
- $\sqrt{7} \in A$  ✓
- $1000 \in C$  ✓
- $\sqrt{15} \in A$  ✓
- $\sqrt{7} \in C$  ✗

۳- کدام یک از مجموعه‌های زیر با مجموعه نقاط روی شکل زیر، برابر است؟



۱- با توجه به مجموعه‌های داده شده، سایر سطرها را مانند سطر اول کامل کنید :

مجموعه اعداد	$\sqrt{3/2}$	$\frac{1}{2}$	0	$\pi$	$-\frac{3}{4}$	$0.292292229.....$	-10	$\frac{6}{2}$
N طبیعی	x	x	x	x	x	x	x	✓
W حسابی	x	x	✓	x	x	x	x	✓
Z صحیح	x	x	✓	x	x	x	✓	✓
Q گویا	x	✓	✓	x	✓	✓	✓	✓
Q' گنگ	✓	x	x	✓	x	x	x	x
R حقیقی	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

۲- در هر یک از حالت‌های الف و ب تفاوت دو مجموعه را با ذکر دلیل بنویسید :  
 الف)  $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 1/5 < x < 5\}$  ,  $B = \{x \in \mathbb{Q} \mid 1/5 < x < 5\}$   
 ب)  $C = \{4, 5, 6, 7, 8\}$  ,  $D = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 < x < 9\}$

۳- طرف دوم تساوی‌های زیر را کامل کنید :  
 الف)  $1 + \sqrt{5}$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟  
 ب)  $1 + \sqrt{5} < 4$  بین هر دو عدد، چهار عدد گنگ بنویسید :  
 ج)  $\sqrt{2}, \sqrt{4/1}$   
 د)  $\sqrt{3}, 6$   
 ه) الف) 6 و 7 ب)  $\sqrt{2}, \sqrt{4/1}$

۱)  $N \cup Z = Z$     ۲)  $R - Q' = Q$     ۳)  $Z \cap N = \emptyset$     ۴)  $R \cap Q' = Q'$

۴- عبارات درست را با ✓ و عبارات نادرست را با × مشخص کنید. برای عبارات درست مثال بزنید.  
 ۱)  عددی وجود دارد که صحیح و گویا باشد. مثال:  $\sqrt{3}$  هم عدد گنگ هست و هم صحیح  
 ۲)  عددی وجود دارد که گویا و گنگ باشد.  
 ۳)  عددی وجود دارد که حقیقی و گنگ باشد. مثال:  $\sqrt{3}$  هم عدد گنگ هست و هم حقیقی  
 ۴)  عددی وجود دارد که حقیقی و طبیعی باشد. مثال:  $5$  هم عدد طبیعی هست و هم حقیقی

۷- در نمایش اعشاری عدد  $\sqrt{10}$  و عدد  $\frac{3}{11}$  چه تفاوتی هست؟  
 عدد  $\sqrt{10}$  دوره تناوب ندارد ولی کسر  $\frac{3}{11}$  دوره تناوب دارد.  
 $\frac{3}{11} = \overline{27}$      $\sqrt{10} = 3.16227766...$

الف)  $\sqrt{4}, \sqrt{3}, \sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{11}, \sqrt{13}, \sqrt{17}$

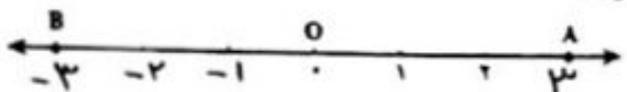
ب)  $\sqrt{34} = 4, \sqrt{8}, \sqrt{7}, \sqrt{4}, \sqrt{5}, \sqrt{3}$

ج)  $4 = \sqrt{16}, \sqrt{37}, \sqrt{38}, \sqrt{39}, \sqrt{40}, \sqrt{49} = 7$

د)  $5 = \sqrt{25}, \sqrt{20}, \sqrt{15}, \sqrt{4}, \sqrt{3}, \sqrt{4} = 2$

## فعالیت

۱- با توجه به شکل به سؤالات زیر پاسخ دهید :



$$A = 3$$

$$B = -3$$

نقاط A و B چه عددی را نمایش می دهد؟

فاصله نقطه A از O یا طول پاره خط OA چقدر است؟ ۳ واحد

فاصله نقطه B از O یا طول پاره خط OB چقدر است؟ ۳ واحد

می خواهیم نقاطی را روی محور بیابیم که فاصله آن از O برابر ۲ باشد. ۲ و -۲

۲- نقطه C را روی محور نمایش دهید به طوری که طول OC برابر ۲ باشد؛ چند نقطه می توان

یافت؟ ۲ نقطه

فاصله نقطه نمایش عدد a را از مبدأ، قدر مطلق a می نامیم و با علامت |a| (بخوانید

قدر مطلق a) نمایش می دهیم؛ بنابراین در مثال بالا می توان نوشت:  $|-2| = |2| = 2$

مثال: فاصله نقاط نظیر دو عدد  $\frac{2}{3}$  و  $-\frac{2}{3}$  تا مبدأ برابر  $\frac{2}{3}$  است؛ پس قدر مطلق هر دو عدد

$$\frac{2}{3} \text{ و } (-\frac{2}{3}) \text{ برابر } \frac{2}{3} \text{ است؛ یعنی: } |\frac{2}{3}| = |-\frac{2}{3}| = \frac{2}{3}$$

مثال: قدر مطلق  $\sqrt{5}$  را به صورت  $|\sqrt{5}|$  نشان می دهیم که مساوی  $\sqrt{5}$  است. قدر مطلق

$0.4$  را به صورت  $|0.4|$  نشان می دهیم که مساوی  $0.4$  است.

قدر مطلق صفر، مساوی صفر و قدر مطلق عددهای مثبت برابر خود آن عدد

است. قدر مطلق هر عدد منفی، قرینه آن است. اگر a یک عدد حقیقی باشد:

$$a = 0 \Rightarrow |a| = 0$$

$$a > 0 \Rightarrow |a| = a$$

$$a < 0 \Rightarrow |a| = -a$$

مثال: به محاسبات زیر توجه کنید:

$$|10 - 20 + 5| = |-5| = 5$$

$$|(-6) \times (+10)| = |-60| = 60$$

۱- جملات سمت راست را به عبارات مناسب در سمت چپ وصل کنید :

- |                                     |                   |
|-------------------------------------|-------------------|
| الف) دو عدد $a$ و $b$ مثبت است.     | ۱) $a > 0, b < 0$ |
| ب) عدد $a$ نامنفی است.              | ۲) $a > 0, b > 0$ |
| ج) دو عدد $a$ و $b$ منفی است.       | ۳) $a \geq 0$     |
| د) عدد $a$ مثبت و عدد $b$ منفی است. | ۴) $a < 0, b < 0$ |
| ه) عدد $a$ نامثبت است.              | ۵) $a \leq 0$     |

۲- هر عبارت سمت راست، نتیجه منطقی یک عبارت در سمت چپ است. عبارات مناسب

را به هم وصل کنید :

- |                     |                        |
|---------------------|------------------------|
| الف) $a > 0, b > 0$ | ۱) $ab < 0$            |
| ب) $a < 0, b < 0$   | ۲) $ab > 0, a + b > 0$ |
| ج) $a < 0, b > 0$   | ۳) $ab > 0, a + b < 0$ |

۳- هر عبارت سمت راست، نتیجه منطقی یک عبارت در سمت چپ است. عبارات مناسب

را به هم وصل کنید :

- |                   |                         |
|-------------------|-------------------------|
| الف) $a > 0$      | ۱) $ a  = -a$           |
| ب) $a > 0, b > 0$ | ۲) $ a  = a$            |
| ج) $a < 0$        | ۳) $ a + b  = a + b$    |
| د) $a < 0, b < 0$ | ۴) $ a + b  = -(a + b)$ |

۴- عبارات زیر را به زبان ریاضی بنویسید و برای هر کدام مثال بنویسید :

مثال:  $a = -5$   
 $b = 3$

- (۱) قدر مطلق حاصلضرب دو عدد، مساوی با حاصلضرب قدر مطلق آنهاست.
- (۲) قدر مطلق مجموع دو عدد، از مجموع قدر مطلق های آن دو عدد، کوچک تر یا مساوی است.

فعالیت

مقدار تقریبی عددهای زیر تا یک رقم اعشار نوشته شده است :

$$\sqrt{2} = 1/4 \quad \sqrt{3} \approx 1,7 \quad \sqrt{5} = 2/2 \quad \sqrt{6} = 2/4 \quad \sqrt{7} = 2/6$$

$$|a \times b| = |a| \times |b|$$

$$|-5 \times 3| = 5 \times 3$$

$$|-15| = 5 \times 3$$

$$15 = 15$$

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

$$|-5 + 3| \leq |-5| + |3|$$

$$|-2| \leq 5 + 3$$

$$2 \leq 5 + 3$$

$$2 \leq 8$$

با توجه به مقادیر تقریبی صفحه قبل، تساوی های زیر را مانند نمونه کامل کنید و دلیل خود را توضیح

دهید:

$$|1 - \sqrt{2}| = -(1 - \sqrt{2}) = -1 + \sqrt{2} = \sqrt{2} - 1$$

دلیل:  $\sqrt{2} = 1/4$  پس  $1 - \sqrt{2}$  عددی منفی می شود:

$$1) |2 - \sqrt{3}| = 2 - \sqrt{3}$$

دلیل:  $\sqrt{3} = 1,7$  پس  $2 - \sqrt{3}$  عددی مثبت می شود.

$$2) |\sqrt{7} - \sqrt{8}| = -(\sqrt{7} - \sqrt{8}) = \sqrt{8} - \sqrt{7}$$

دلیل:  $\sqrt{7} = 2,6$  و  $\sqrt{8} = 2,8$

$$3) |2\sqrt{5} - \sqrt{5}| = 1\sqrt{5} = \sqrt{5}$$

دلیل:  $\sqrt{5} - \sqrt{5}$  عددی منفی می شود.

$$4) |-4 - \sqrt{3}| = -(-4 - \sqrt{3}) = 4 + \sqrt{3}$$

دلیل:  $\sqrt{3} = 1,7$  پس  $4 - \sqrt{3}$  عددی منفی است.

مثال: اگر  $a = \frac{1}{4}$  و  $b = \sqrt{2}$  و  $c = -3$  باشد، حاصل عبارت  $|a+b+c|$  را به دست می آوریم:

$$|a+b+c| = \left| \frac{1}{4} + \sqrt{2} + (-3) \right| = \left| -2/5 + \sqrt{2} \right|$$

چون  $\sqrt{2} = 1/4$  است، عددی منفی است  $-2/5 + \sqrt{2}$  پس حاصل عبارت مساوی با  $-( -2/5 + \sqrt{2} )$  یعنی  $\sqrt{2} - 2/5$  است.

$$\underbrace{|3 - \sqrt{5}|}_{\text{مثبت}} + \underbrace{|-2 - \sqrt{5}|}_{\text{منفی}} = (3 - \sqrt{5}) - (-2 - \sqrt{5})$$

مثال:

$$= 3 - \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} = 5$$

فعالیت

جدول زیر را کامل کنید:

$\sqrt{a^2}$	$\sqrt{(-3)^2}$	$\sqrt{3^2}$	$\sqrt{6^2}$	$\sqrt{(-6)^2}$	$\sqrt{(-7)^2}$	$\sqrt{(-127)^2}$	$\sqrt{325^2}$
حاصل	3	3	6	6	7	127	325

از فعالیت بالا چه نتیجه ای می گیرید؟ حاصل جذر هر عدد همیشه به صورت قدر مطلق نوشته می شود.

با توجه به فعالیت بالا و مفهوم قدر مطلق، می توانیم بنویسیم:

$$\sqrt{a^2} = |a|$$

مثال: برای محاسبه  $\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2}$  خواهیم داشت:

$$\sqrt{(1 - \sqrt{3})^2} = \underbrace{|1 - \sqrt{3}|}_{\text{منفی}} = -(1 - \sqrt{3}) = -1 + \sqrt{3}$$

## کار در کلاس

۱- عبارت های زیر را با هم مقایسه کنید :

الف)  $|(-7)^2| \bigcirc |-7|^2$

ب)  $|-8+5| \bigcirc |-8|+|5|$

ج)  $|3-9| \bigcirc |3|-|9|$

۲- عبارات زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید :

$|0| = 0$     $|- \frac{4}{3}| = \frac{4}{3}$     $|7^2 - 7^2| = 0$     $|0.2^2 - 0.2^2| = 0$     $7^4 - 7^2 = 2401$     $7^4 - 7^2 = 2401$

الف)  $\sqrt{(-2595)^2} = |-2595| = 2595$    ب)  $\sqrt{(1394)^2} = |1394| = 1394$

ج)  $\sqrt{(-3 + \sqrt{10})^2} = |-3 + \sqrt{10}| = \sqrt{10} - 3$    د)  $\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = |2 - \sqrt{5}| = -(2 - \sqrt{5}) = \sqrt{5} - 2$

## تمرین

۱- اگر  $a = 0/25$ ،  $b = -\frac{1}{4}$ ،  $c = \frac{1}{2}$  باشد، حاصل عبارت زیر را به دست آورید :

$|a+b| + 2|a-b-c| = |0 + (-\frac{1}{4})| + 2|0 - (-\frac{1}{4}) - \frac{1}{2}| = |-\frac{1}{4}| + 2|-\frac{1}{4}| = \frac{1}{4} + \frac{1}{2} = \frac{3}{4}$

۲- عبارات زیر را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید :

الف)  $|-3\sqrt{5}| = 3\sqrt{5}$    ب)  $|\sqrt{5} - 5\sqrt{3}| = 5\sqrt{3} - \sqrt{5}$    ج)  $|1 + \sqrt{5}| = 1 + \sqrt{5}$

۳- جای خالی را با عدد مناسب پر، و جواب هابن را در کلاس یا سایر دوستانان مقایسه کنید :

$|5-12| > 1 + 5 \rightarrow 12-5 = 7$     $1+5 = 6$     $7 > 6$

۴- مقدار عددی عبارت  $|a|+a$  را به ازای  $a = -2$ ،  $a = 0$  و  $a = 2$  به دست آورید. آیا می توانید

عدد حقیقی به جای  $a$  قرار دهید که حاصل  $|a|+a$  منفی باشد؟

۵- با ارائه یک مثال، نادرست بودن تساوی  $\sqrt{a^2} = a$  را نشان دهید.

۶- حاصل عبارات روبرو را به دست آورید :

$\sqrt{(\sqrt{2}-1)^2} = |\sqrt{2}-1| = \sqrt{2}-1$     $\sqrt{(1-\sqrt{10})^2} = |1-\sqrt{10}| = -(\sqrt{10}-1) = -\sqrt{10}+1 = 1-\sqrt{10}$

$|a|+a \Rightarrow |-2|+(-2) = 2-2 = 0$   
 $a = -2$

$|a|+a \Rightarrow |0|+0 = 0$   
 $a = 0$

$|a|+a \Rightarrow |2|+2 = 2+2 = 4$   
 $a = 2$

سؤال ۴: