

## درس ۲ معیارهای گرایش به مرکز

### فعالیت

ص ۸۴



در یک باغ، برای تعیین میزان محصولات گردو، چهار نوع درخت گردو وجود دارد که میزان محصولات انواع گردوها برحسب تعداد به شرح زیر است:

نوع گردو	گردوی نوع اول	گردوی نوع دوم	گردوی نوع سوم	گردوی نوع چهارم
میزان محصول گردو (تعداد)	۵۰۰۰	۲۵۰۰	۲۵۰۰۰	۱۰۰۰

$$\bar{x} = \frac{1000 + 25000 + 2500 + 5000}{4} = \frac{43500}{4} = 10875$$

الف) میانگین تعداد گردوی تولید شده برای این چهار نوع درخت چه تعداد است؟  
 حال اگر علاوه بر داشتن اطلاعات میزان تولید گردو برای هر نوع درخت گردو، تعداد درخت‌های باغ مطابق جدول زیر مشخص شده باشند:

نوع	گردوی نوع اول	گردوی نوع دوم	گردوی نوع سوم	گردوی نوع چهارم
میزان محصول گردو برای هر درخت (تعداد)	۵۰۰۰	۲۵۰۰	۲۵۰۰۰	۱۰۰۰
تعداد درخت‌ها	۱۰	۵	۷	۳

ب) آیا می‌توان میانگین تعداد گردوی تولید شده در قسمت (الف) را در این حالت به عنوان میانگین گردوی تولید شده برای این چهار نوع درخت گردو در نظر گرفت؟ **خیر**  
 ب) میانگین گردوی تولید شده در این حالت، به چه صورت است؟

$$\bar{x} = \frac{(3 \times 1000) + (7 \times 25000) + (5 \times 2500) + (10 \times 5000)}{3 + 7 + 5 + 10} = \frac{45000}{25} = 1800$$

ص ۱



دانش آموزی در کنکور سراسری شرکت می کند و نتیجه کارنامه آزمون آن به شرح زیر است:

مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی	زبان انگلیسی	ادبیات و زبان فارسی	دین و زندگی
درصد	۷۱	۶۵	۸۰	۵۲	۹۵	۱۰۰
ضریب درس	۴	۳	۱	۱	۲	۳

الف) متوسط درصد مواد امتحانی این دانش آموز بدون احتساب ضرایب مواد امتحانی چه عددی است؟  
ب) متوسط درصد مواد امتحانی این دانش آموز با احتساب ضرایب مواد امتحانی را کامل کنید.

$$\bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^6 w_i x_i}{\sum_{i=1}^6 w_i} = \frac{4 \times 71 + \dots + \dots + \dots + 3 \times 100}{4 + \dots + \dots + \dots + 3}$$

پ) کدام متوسط مناسب است؟

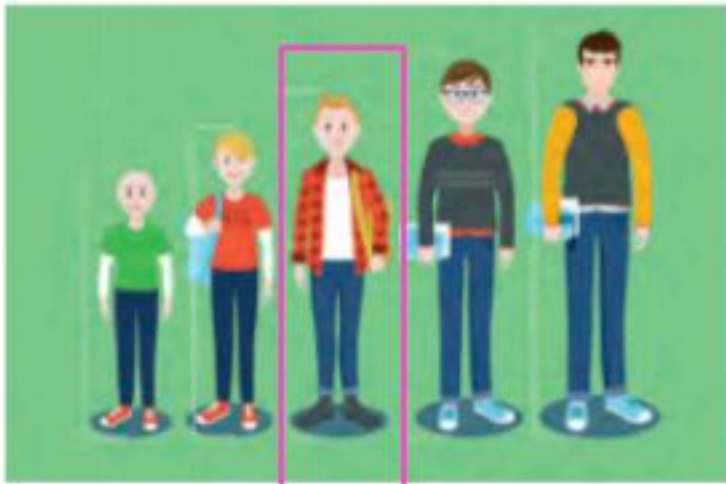
$$\text{الف) } \bar{x} = \frac{100 + 95 + 52 + 80 + 65 + 71}{6} = \frac{473}{6} = 78,83 \text{ درصد}$$

$$\text{ب) } \bar{x}_w = \frac{\sum_{i=1}^6 w_i x_i}{\sum_{i=1}^6 w_i} = \frac{(4 \times 71) + (3 \times 75) + (1 \times 80) + (1 \times 52) + (4 \times 95) + (3 \times 100)}{4 + 3 + 1 + 1 + 4 + 3} = \frac{1291}{17} = 75,94 \text{ درصد}$$

پ) متوسط حساب شده در قسمت (ب) مناسب است.

## فعالیت

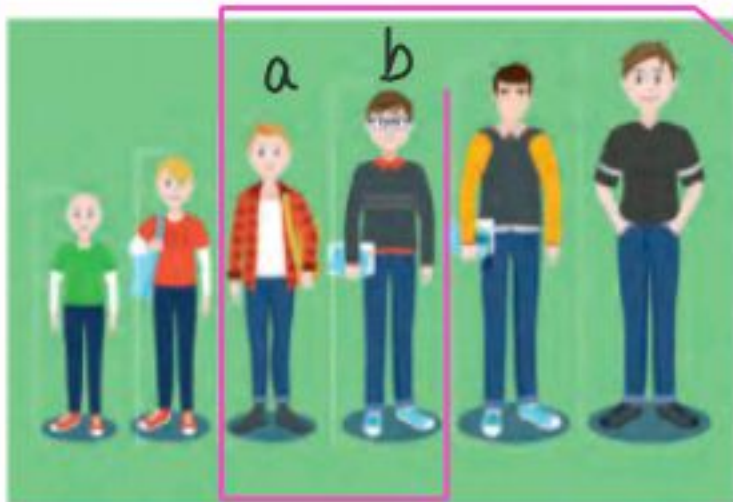
ص ۸۶



شکل الف

در شکل الف افرادی را به ترتیب قد، در یک صف مرتب کرده‌اند و داده‌های مربوط به اندازه قد آنها (برحسب سانتی‌متر)، به صورت روبه‌رو می‌باشند.

در شکل الف در بین پنج فرد، کدام فرد از نظر قد در وسط صف قرار گرفته است؟



شکل ب

حال به شکل ب توجه کنید. در بین شش فرد، کدام فرد در وسط صف قرار دارد؟

همان‌طور که مشاهده می‌شود، به راحتی نمی‌توانید عدد وسط در این حالت را پیدا کنید. برای به دست آوردن عدد وسط در این حالت مراحل زیر را انجام دهید:

الف) دو فردی که در جایگاه وسط صف قرار گرفته‌اند را پیدا کنید.

ب) میانگین این دو عدد را به عنوان عدد وسط قد این افراد به دست آورید.

در این شکل، اندازه‌ها مشخص نیست اگر عددی دیگر در نظر بگیریم

$$\left. \begin{array}{l} a = 154 \text{ cm} \\ b = 142 \text{ cm} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{فرض کنید} \\ \text{فرد} \end{array} \rightarrow \text{عدد وسط قدر این افراد} = \frac{154 + 142}{2} = 148$$



در یک شعبه بانک تراکنش‌های مالی بسیاری در یک روز انجام می‌گردد. یک تراکنش مالی ممکن است انتقال مبلغی از حساب پس‌انداز یک مشتری به حساب جاری مشتری دیگری در یک بانک باشد. این تراکنش را می‌توان به دو عملیات تقسیم کرد: بدهکار کردن حساب پس‌انداز یک مشتری به اندازه مبلغ مورد نظر و طلبکار کردن حساب جاری مشتری دیگر به اندازه همان مبلغ است.

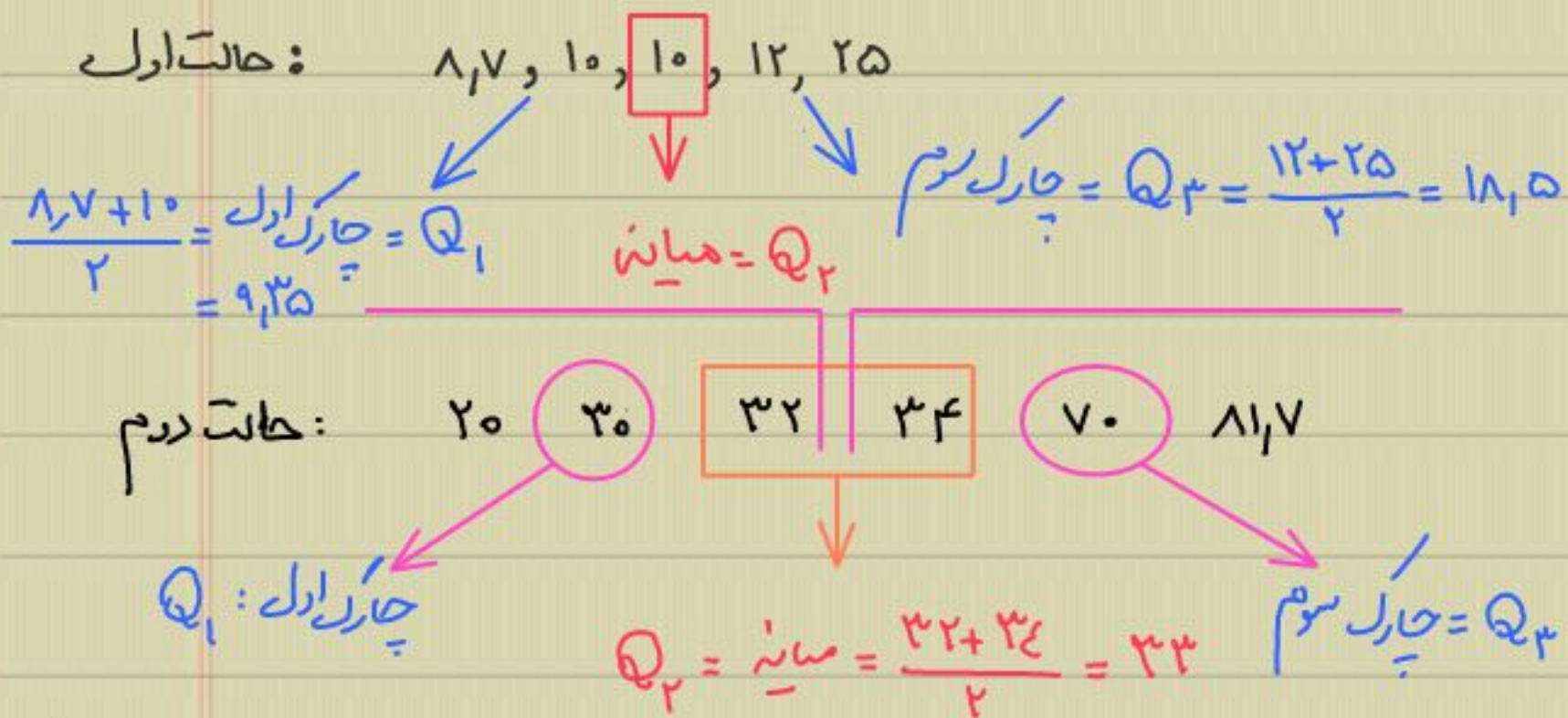
الف) فرض کنید تراکنش‌های مالی در بازه زمانی ۸ تا ۹ صبح یک شعبه بانک (به میلیون تومان) به شرح زیر گردآوری شود.

۲۵ ۱۲ ۱۰ ۸۷ ۱۰

■ میانه، چارک اول و سوم مربوط به تراکنش‌های مالی بر اساس داده‌های جمع‌آوری شده را مشخص کنید.  
 ب) حال فرض کنید تراکنش‌های مالی دیگری در بازه زمانی ۹ تا ۱۰ صبح در همان شعبه بانک (به میلیون تومان) به شرح زیر گردآوری شود.

۲۴ ۳۲ ۲۰ ۸۱۷ ۷۰

■ در این حالت نیز میانه، چارک اول و سوم مربوط به تراکنش‌های مالی بر اساس داده‌های جمع‌آوری شده را مشخص کنید.



فعالیت

۸۸۴

به تصاویر روبه‌رو توجه کنید. در شکل (الف)، (ب) و (پ) یک‌سری از حالت‌های صورتک را مشاهده می‌کنید. تعداد این حالت‌ها را در شکل (الف)، (ب) و (پ) در جدول زیر کامل کنید.

شکل الف

شکل ب

شکل پ

شماره صورتک‌ها	انواع صورتک‌ها	شکل الف	شکل ب	شکل پ
۱		۲	۲	۲
۲		۱	۲	۱
۳		۱	۲	۲
۴		۲	۲	۲
۵		۲	۲	۴
۶		۱	۲	۱

- در شکل الف کدام صورتک بیشتر از همه تکرار شده است؟ شماره ۱
- در شکل ب کدام صورتک بیشتر از همه تکرار شده است؟ همه برابر هستند
- در شکل پ کدام صورتک بیشتر از همه تکرار شده است؟ شماره ۱ و شماره ۵

کار در کلاس

۸۸۴

در یک مسابقه برناب دارت، سه نفر شرکت کرده‌اند. بر اساس ۱۰ برتایی که آنها انجام داده‌اند، امتیازهای زیر به دست آمده است:



- مد نفر اول چه عددی است؟ ۹ و ۱۰
- مد نفر دوم چه عددی است؟ مَدَنرَدَر
- مد نفر سوم چه عددی است؟ ۹

۸	۸	۹	۱۰	۹	۵	۷	۱۰	۹	۱۰	نفر اول
۷	۴	۵	۳	۲	۱	۶	۸	۹	۱۰	نفر دوم
۷	۲	۵	۹	۱۰	۱۰	۷	۹	۹	۹	نفر سوم



دو کارخانه تولید لامپ را در نظر بگیرید. کارخانه (الف)، لامپ‌های کم مصرف و کارخانه (ب)، لامپ‌های پر مصرف تولید می‌کند. مدیر این دو کارخانه می‌خواهد در مورد طول عمر لامپ‌های تولیدی کارخانه‌هایشان تحقیقی انجام دهد. بر اساس داده‌های سال‌های گذشته در کارخانه (الف) و (ب)، طول عمر پنج لامپ بر حسب ماه ثبت شده است و نتایج را به صورت زیر جمع‌آوری می‌نماید.

لامپ انتخاب شده	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم
طول عمر لامپ تولید شده در کارخانه (الف)	۱۷	۱۵	۱۴	۱۵	۱۶
طول عمر لامپ تولید شده در کارخانه (ب)	۰	۱۵	۰	۱۶	۱۳

- آیا میانگین طول عمر لامپ‌های تولید شده در کارخانه (الف)، معیار گرایش به مرکز خوبی برای طول عمر لامپ‌های تولید شده کارخانه (الف) است؟ **بله، چون عددهای مرتبط با طول عمر لامپ‌ها در این کارخانه به هم نزدیک هستند**
- به دلیل وجود لامپ‌های تولید شده با طول عمر صفر در کارخانه (ب) آیا باز هم میانگین طول عمر لامپ‌های تولید شده در کارخانه (ب)، معیار گرایش به مرکز خوبی برای طول عمر لامپ‌های تولید شده است؟ چه معیار گرایش به مرکزی مناسب است؟
- مدیر کارخانه بر اساس فروش سال گذشته، متوجه شده است که لامپ‌های کم مصرف با نور سفید در منازل مردم رایج شده است. اگر او بخواهد برای امسال لامپ‌های کم مصرف با نور سفید تولید کند، کدام معیار گرایش به مرکز، برای تعداد این لامپ‌های تولیدی به او کمک می‌کند؟

میانگین، معیار خوبی نیست. دلیل دیگر دانه پرت (دور افتاده)، میانه مناسب است

$$\hat{x} \rightarrow \text{مد}$$

تمرین

۹۰

۱ تعداد حمله های یک تیم فوتبال در شش مسابقه گذشته به صورت ۴۸، ۴۵، ۴۴، ۴۵، ۴۲، ۴۳ است. میانگین تعداد حملات این تیم در شش بازی گذشته را به دست آورید؟

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i}{6} \rightarrow \bar{x} = \frac{43 + 42 + 45 + 44 + 45 + 41}{6} = \frac{260}{6} = 43,5$$

$$\bar{x} = 40 + \left( \frac{3 + 2 + 5 + 4 + 5 + 1}{6} \right) = 40 + \frac{21}{6} = 40 + 3,5 = 43,5$$

۲ بالاترین دما در هر یک از روزهای هفته گذشته اندازه گیری شده و نتایج زیر به دست آمده است. معدل یا میانگین دما در هفته گذشته چه عددی است؟

۵۵، ۲۷، ۲۹، ۳۲، ۲۸، ۳۱، ۲۹

معدل یا میانگین را

$$\bar{x} = \frac{55 + 27 + 29 + 32 + 28 + 31 + 29}{7} = \frac{231}{7} = 33$$

ج)  $4, 7, 7, 13 \rightarrow 7 = \text{مد}$  میانگین  $= \frac{7+7}{2} = 7$

۳ میانگین و مد هر یک از داده های زیر را به دست آورید؟

الف) ۱۵، ۸، ۳، ۱۰  
ج) ۷، ۴، ۱۳، ۷

ب) ۶۰، ۵۰، ۴۰، ۲۴، ۳۰۰  
ت) ۲۳، ۱۲، ۱۲، ۲۳

الف) ۸، ۹، ۹، ۹، ۹  
ت) ۵، ۱۲، ۹، ۶، ۴

الف) ۸، ۹، ۹، ۹، ۹  $\rightarrow$  مد = ۹ میانگین = ۹

ب) ۲۴، ۴۰، ۵۰، ۶۰، ۳۰۰  $\rightarrow$  مد ندارد میانگین = ۵۰

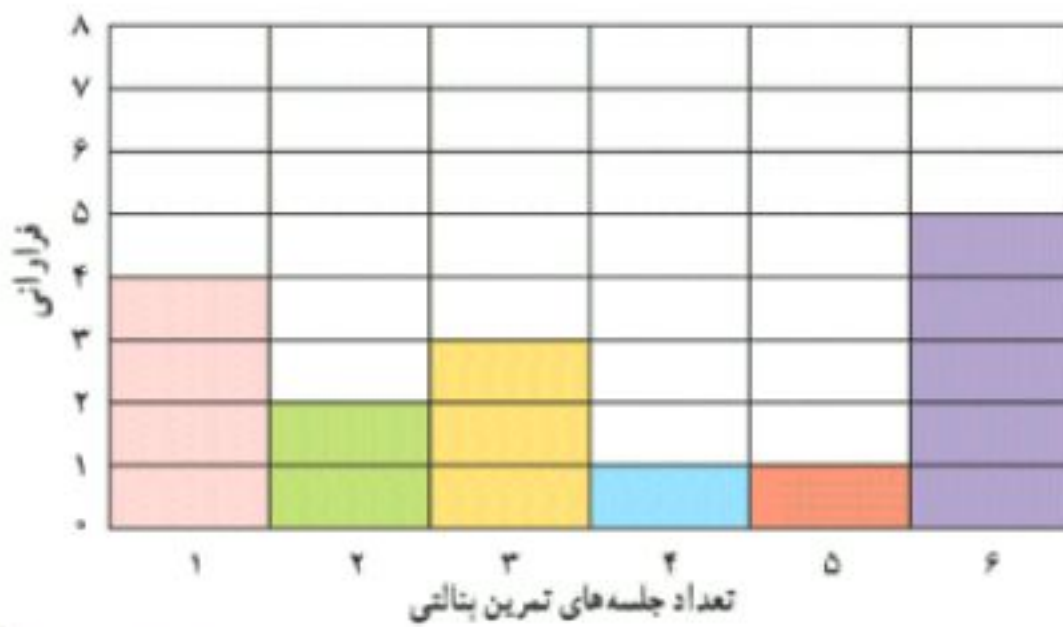
پ) ۳، ۸، ۱۰، ۱۵  $\rightarrow$  مد ندارد میانگین  $= \frac{8+10}{2} = 9$

ت) ۴، ۵، ۶، ۹، ۱۲  $\rightarrow$  مد ندارد میانگین = ۶

ث) ۱۲، ۱۲، ۲۳، ۲۴  $\rightarrow$  مد ندارد میانگین  $= \frac{12+23}{2} = 17,5$

۷

۴ نمودار زیر، نمودار میله‌ای مربوط به تعداد ضربات پنالتی گل شده یک بازیکن در شش جلسه تمرین پنالتی است. با توجه به نمودار، میانگین، میانه و مد تعداد ضربات گل شده را به دست آورید؟



$$\text{میانگین} = \frac{4+2+3+1+1+5}{6} = \frac{16}{6} = 2,77$$

$$\text{میان} = \frac{2+3}{2} = 2,5 \rightarrow \text{مرتبه کردن } 1, 1, 2, 3, 4, 5$$

$$\text{مد} = 1$$

۵ در جدول زیر، نمرات درس ریاضی ۱۰ دانش آموز گردآوری شده و میانگین نمرات داده شده است. علامت‌های سؤال چه اعدادی اند؟

۱۷/۵	۱۹	۱۷	۱۶	۲۰	نمرات درس ریاضی
۱۶	۱۵	۱۸	?	۱۸	
↓ α					میانگین نمرات = ۱۵/۶۵
					مد نمرات = ?

$$\bar{x} = \frac{20+16+17+19+17,5+18+a+18+15+14}{10} = \frac{a+157,5}{10}$$

$$\frac{a+157,5}{10} = 15,75 \rightarrow a+157,5 = 157,5 \rightarrow a = 0$$

$$\text{مد} = 17, 18$$

۸





۶ داده‌های زیر مدت زمان مطالعه یک دانش‌آموز را در روزهای هفته نشان می‌دهد.

روزهای هفته	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنج شنبه	جمعه
مدت زمان مطالعه (ساعت)	۲	۱/۵	۲/۵	۱/۵	۲	۳	۳

این دانش‌آموز به طور میانگین چند ساعت در روز، در هفته گذشته مطالعه کرده است؟

$$\bar{x} = \frac{۲ + ۱,۵ + ۲,۵ + ۱,۵ + ۲ + ۳ + ۳}{۷} = \frac{۱۵/۵}{۷} = ۲,۲۱۴ \text{ ساعت}$$

۷ یک شرکت بیمه برای تعیین حق بیمه شخص ثالث در سال آینده، نمونه‌ای از خسارت‌های پرداخت شده امسال را جمع‌آوری نموده است. میانگین خسارت‌های پرداخت شده برابر ۸۵ میلیون ریال به دست آمده است در صورتی که میانگین و مد آن برای این خسارت‌های پرداخت شده برابر ۴۲/۲ میلیون ریال و عدد ۹۰ میلیون ریال می‌باشد. به نظر شما مدیر شرکت، کدام معیار گرایش به مرکز را به منظور تعیین حق بیمه در سال آینده در نظر بگیرد تا اینکه این شرکت ضرر نکند؟

$$\bar{x} = ۸۵$$

$$\text{میانگین} = ۴۲,۲$$

$$\text{مد} = ۹۰$$

اگر فقط خواهد ضرر کند میانگین مناسب است اما اگر به فکر کسب درآمد بیشتر باشد مد را انتخاب می‌کند

ولی انتخاب میانگین تطابقاً به ضرر شرکت و به نفع بیمه شدگان

خواهد بود

۸ دانش آموزی در کنکور سراسری شرکت می کند و نتیجه کارنامه آزمون آن به شرح زیر است:

مواد امتحانی	ریاضیات	فیزیک	شیمی	زبان انگلیسی	ادبیات و زبان فارسی	دین و زندگی
درصد	۵۳	۴۰	۶۷	۳۴	۸۰	۶۷
ضریب درس	۴	۳	۱	۱	۲	۳

توجه: با عدد ۷۳ شده غلط است چون در هر فیزیکی از ۱۰۰ بستر می شود  
 اگر معدل موزون درصد این دانش آموز ۷۳ باشد، درس فیزیک را چند درصد زده است؟  
 ← عدد را به ۷۳ کاهش می دهیم

$$\bar{x} = \frac{(4 \times 53) + 3a + (1 \times 67) + (1 \times 34) + (2 \times 80) + (3 \times 67)}{4 + 3 + 1 + 1 + 2 + 3} = 73$$

$$\frac{824 + 3a}{17} = 73 \rightarrow 824 + 3a = 1241$$

$$3a = 1241 - 824 = 417 \rightarrow a = \frac{417}{3} = 139$$

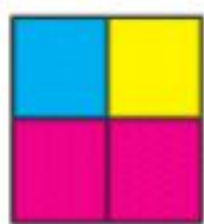
۹ میانگین ۵ داده آماری ۱۷ است، اگر دو عدد ۱۷ و ۱۱ را به داده های قبلی اضافه کنیم، میانگین جدید چه عددی خواهد شد؟

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i}{5} = 17 \rightarrow \sum_{i=1}^5 x_i = 5 \times 17 = 85$$

جمع ۵ عدد

$$جمع ۷ عدد = 85 + 17 + 11 = 113$$

$$میانگین جدید = \frac{113}{7} = 16,142$$



$$\begin{pmatrix} 470 & 580 \\ 690 & 690 \end{pmatrix}$$



$$\begin{pmatrix} 470 & 470 \\ 580 & 690 \end{pmatrix}$$

رنگ‌ها	طیف رنگ‌ها
	۴۵۰ تا ۴۹۵
	۴۹۵ تا ۵۷۰
	۵۷۰ تا ۵۹۰
	۵۷۰ تا ۶۲۰
	۶۲۰ تا ۷۵۰

۱۰ دو دانش آموز، جدول‌های چهارخانه‌ای را به صورت روبه‌رو رنگ‌آمیزی کرده‌اند، بر اساس جدول مربوط به طیف رنگ‌ها، جدول عددی این دو شکل به صورت روبه‌رو نشان داده شده است :  
 حال جدول عددی مربوط به این دو شکل را ابتدا با هم جمع و سپس هریک از اعضای جدول عددی را به عدد ۲ تقسیم می‌کنیم.  
 جدول عددی حاصل را به دست آورده و شکل مورد نظر را با توجه به جدول طیف رنگ‌ها، به دست آورید. آیا این شکل میانگین دو شکل بالا است؟

برای پاسخ به این سؤال، کاربرد علم آمار در علوم شناختی و مغز را مطالعه کنید. عدد مربوط به طیف رنگ‌ها در جدول موجود در حاشیه نشان داده شده است.

$$\left[ \begin{array}{cc} \frac{470 + 580}{2} & \frac{580 + 470}{2} \\ \frac{690 + 580}{2} & \frac{690 + 690}{2} \end{array} \right] = \begin{bmatrix} 525 & 525 \\ 640 & 690 \end{bmatrix}$$