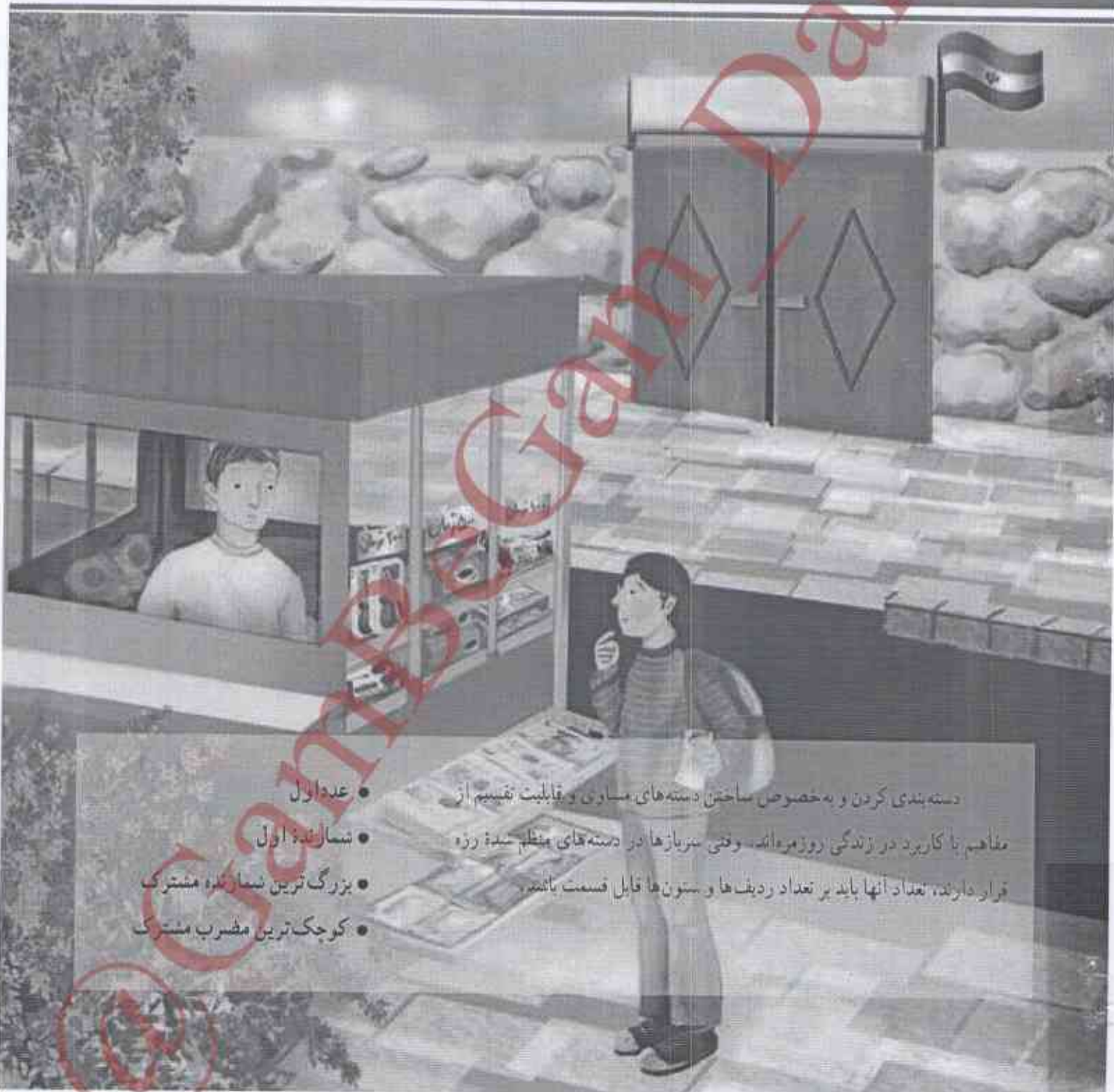


۶ فصل ۰

شمارنده‌ها و اعداد اول



- دسته‌بندی کردن و به‌خصوص ساختن دسته‌های مساوی و قابلیت تقسیم از مفاهیم با کاربرد در زندگی روزمره‌اند. وقتی سبزه‌ها در دسته‌های منظم سبزه رزه قرار دارند، تعداد آنها باید بر تعداد ردیف‌ها و ستون‌ها قابل قسمت باشند.
- عدد اول
- شمارنده اول
- بزرگ‌ترین شمارنده مشترک
- کوچک‌ترین مضرب مشترک



شمارنده کی بد عدد

فعالیت

۱- دانش آموزان یک مدرسه در کلاس های ورزشی ثبت نام کرده اند. جدول تعداد ثبت نام شده ها و تعداد نفرات هر تیم در آن رشته در جدول زیر مشخص شده است. در کدام رشته ورزشی تعداد ثبت نام شده ها مناسب است؟ چرا؟
 در کدام رشته تعداد ثبت نام شده ها مناسب نیست؟ چرا؟ ثبت نام در تیم های زیر بجز ۶ و ۱۵ مناسب نیست و هر وضع در تیم فوتبال ضعیف تر است

رشته ورزشی	فوتسال	والیبال	بسکتبال	بینگ پنگ	بدینتون
تعداد ثبت نام شده ها	۲۱	۱۲	۱۳	۹	۷
تعداد نفرات هر تیم	۱۲	۶	۵	۳	۲

یا هیچ مناسب

با کمترین جابه جایی نفرات، پیشنهادی ارائه کنید تا تعداد نفرات تمام رشته ها مناسب شوند.
 ۲- عدد ۶ را مانند نمونه به صورت ضرب دو عدد طبیعی بنویسید و معنی کنید.

یعنی دو دسته ۳ تایی $۶ = ۲ \times ۳$

$۶ = ۳ \times ۲$

سه دسته ۲ تایی

$۶ = ۱ \times ۶$

یک دسته ۶ تایی

$۶ = ۶ \times ۱$

شش دسته ۱ تایی

۳- عدد ۱۰ را مانند نمونه تقسیم کنید و یک تساوی بنویسید و آن را معنی کنید. (تقسیم ها نباید باقی مانده بیاورند).

$۱۰ \div ۲ = ۵$

یعنی ۱۰ را می توان ۲ تا ۲ تا شمرد

$۱۰ \div ۵ = ۲$

$۱۰ \div ۱۰ = ۱$

$۱۰ \div ۱ = ۱۰$

۴- دایره را مانند نمونه به دسته های مساوی تقسیم کنید. یعنی مشخص کنید ۱۲ را چند تا چند تا می شود شمرد. به



این ترتیب شمارنده های عدد ۱۲ به دست می آید.

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۱۲ : شمارنده های ۱۲

فعالیت دست و زری

اصلاح شود

۱- با یکی از روش های بالا شمارنده های هر عدد را مشخص کنید.

شمارنده های ۱۴ : ۱، ۲، ۷، ۱۴

شمارنده های ۱۵ : ۱، ۳، ۵، ۱۵

شمارنده های ۹ : ۱، ۳، ۹

شمارنده های ۸ : ۱، ۲، ۴، ۸

۲- عدد ۲، شمارنده ۴ هست. ۴ هم شمارنده ۱۲ است. آیا می توان نتیجه گرفت که ۲ شمارنده ۱۲ هم هست؟ چرا؟

ا شمارنده b هست و b شمارنده c است پس a شمارنده c است

۳- به طور کلی اگر a شمارنده b باشد، b هم شمارنده c باشد، آیا می توان نتیجه گرفت که a شمارنده c هم هست؟ چرا؟

کتابخانه

آری

۱- آیا عدد ۱۷ شمارنده ۲۴۷ هست؟ چرا؟ خیر، چون عدد طبیعی وجود ندارد که در ۱۷ ضرب شود حاصل ۲۴۷ شود

۲- آیا اگر عددی بر ۳ بخش پذیر بود، می توان گفت که ۳ شمارنده آن است؟ بلی

۳- عدد بنویسد که ۵ شمارنده آنها باشد. ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵

عددی بر ۱۵ بخش پذیر است

۴- کدام یک از عددهای رویه رو بر ۱۵ بخش پذیر است؟ چرا؟ ۳۶۰، ۵۵۵، ۹۲۴، ۲۴۵

که بر ۳ و ۵ بخش پذیر باشند

۵- تمام شمارنده های عددهای زیر را بنویسید. ۲۰، ۱۰، ۵، ۴، ۲، ۱

۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴

۲۴

۱۸ → ۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸

۳۰ → ۱، ۲، ۳، ۵، ۶، ۱۰، ۱۵، ۳۰

۴۰ → ۱، ۲، ۴، ۵، ۸، ۱۰، ۲۰، ۴۰

۶- جملات درست را با ✓ و جملات نادرست را با × مشخص کنید. دلیل نادرست بودن آن جمله را بنویسید.

✓ - عدد ۲۹ اول است. فقط دو شمارنده دارد. × - هر عدد حداقل ۲ شمارنده دارد. عدد یک فقط یک شمارنده دارد

× - تمام عددهای اول، فرد هستند؛ چون اگر زوج باشند، عدد ۲ شمارنده آنها می شود. عدد ۲ زوج است ولی اول است

✓ - اگر عددی غیر از خودش و یک شمارنده دیگری داشته، حتماً اول نیست. چون پس از دو شمارنده دارد

۷- در کلاس ۴ گروه ۳ نفره و ۶ گروه ۴ نفره وجود دارد. دانش آموزان این کلاس را در چند حالت می توان به گروه هایی با تعداد

$12 \times 3 = 36$

۱۲ گروه سه نفره

$24 + 12 = 36$

نفر

$9 \times 4 = 36$

۹ گروه چهار نفره

مساوی که تعداد نفرات هر گروه بین ۲ و ۷ نفر باشند، تقسیم کرد؟

$4 \times 9 = 36$

۴ گروه شش نفره

۸- وقتی می نویسیم $3 \times 6 = 18$ ، آیا می توان نتیجه گرفت که هم ۳ و هم ۶ شمارنده های ۱۸ هستند؟ چرا؟

بلی - چون ۱۸ را می توان 3×6 و 2×9 و 4×4.5 و 1×18 نمایش کرد

آیا می توان نتیجه گرفت که همیشه تعداد شمارنده های یک عدد زوج است؟ خیر مثال ۹

۹- آیا حاصل ضرب دو عدد اول می تواند عددی اول باشد؟ چرا؟ خیر چون عدد حاصل را می توان به صورت حاصل ضرب دو عدد بزرگ تر از یک نوشت

۱۰- هر عبارت را کامل کنید.

- مجموع دو عدد طبیعی فرد همیشه عددی _____ نوع است.

- مجموع دو عدد طبیعی زوج همیشه عددی _____ نوع است.

- مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد همیشه عددی _____ نوع است.

پس از تکمیل کردن جمله های فوق (می توانید با حدس و آزمایش جمله ها را کامل کنید.) به سوال زیر پاسخ دهید.

$3 + 5 = 8$

آیا حاصل جمع دو عدد اول همواره یک عدد اول می باشد؟ خیر غیر اول اول اول



۱- تمام شمارنده‌های عددهای زیر را بنویسید.

شمارنده‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

شمارنده‌های ۳۵: ۱, ۵, ۷, ۳۵

شمارنده‌های ۱۴: ۱, ۲, ۷, ۱۴

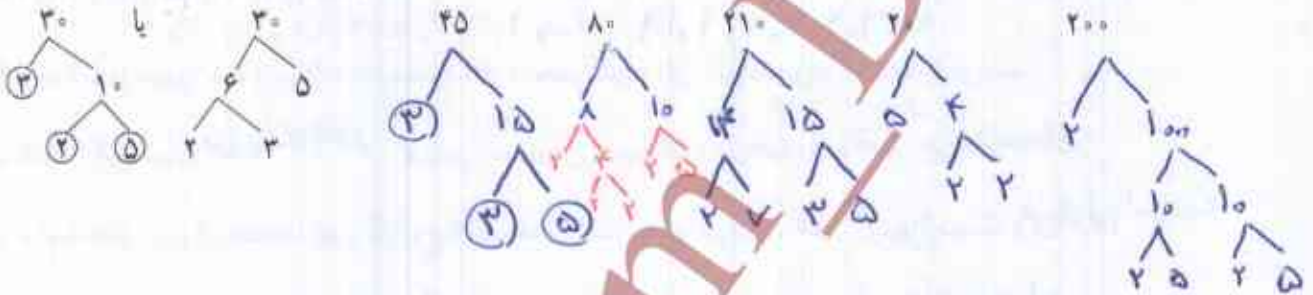
شمارنده‌های ۹: ۱, ۳, ۹

در هر قسمت، بر شمارنده‌هایی که عدد اول هستند، خط بکشید.

شمارنده‌های اول ۳۵ چه عددهایی اند؟ ۵ و ۷. شمارنده اول عدد ۹ چه عددی است؟ ۳

۲- مانند نمونه هر عدد را به صورت ضرب دو عدد بنویسید. این کار را آن قدر ادامه دهید تا به شمارنده‌های اول آن عدد

برسید.



۳- با توجه به نمودارهای درختی بالا می‌توان عددها را به صورت ضرب عددهای اول نوشت:

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$45 = 3 \times 3 \times 5$$

$$80 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5$$

$$210 = 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$2 = 2 \times 1$$

$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

شمارنده‌های اول عددهای اولی هستند که با استفاده از حاصل ضرب و تکرار آنها، می‌توان عددهای مختلفی را به دست

آورد.

$$12 = 3 \times 2 \times 2$$

با شمارنده‌های اول (۲ و ۳) عددهای مختلف را با ضرب کردن بسازید. مانند نمونه‌ها بنویسید.

$$1 \times 2 = 2$$

$$1 \times 3 = 3$$

$$2 \times 3 = 6$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$2 \times 3 \times 3 = 18$$

$$2 \times 2 \times 2 \times 3 = 24$$

$$2 \times 2 = 4$$

$$3 \times 3 = 9$$

$$2 \times 2 \times 2 = 8$$

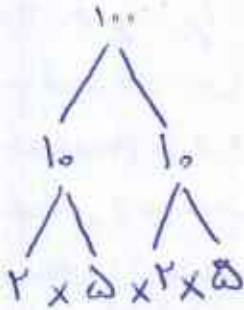
$$2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

$$3 \times 2 \times 3 = 27$$

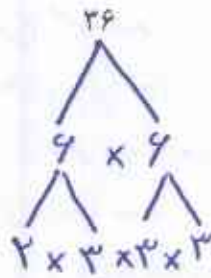
$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

ویژگی عددهای به دست آمده این است که شمارنده‌های اول آنها عددهای ۲ و ۳ هستند.

شمارنده‌های اول عددهای زیر را با رسم نمودار درختی پیدا کنید و آنها را به صورت ضرب شمارنده اول بنویسید.



$$100 = 2 \times 2 \times 5 \times 5$$



$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$



$$8 = 2 \times 2 \times 2$$

۱- در دوره دبستان آموختید که چگونه کسرها را ساده کنید. به مثال‌های زیر توجه کنید.

$$\frac{4}{6} = \frac{2 \times 2}{2 \times 3} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{18}{27} = \frac{2 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$$

با تجزیه کردن، عددهای صورت و مخرج، کسرها را تا حد امکان ساده کنید. در واقع شمارنده‌های مشترک صورت و مخرج را ساده کنید.

$$\frac{20}{50} = \frac{2 \times 2 \times 5}{2 \times 5 \times 5} = \frac{2}{5}$$

$$\frac{28}{42} = \frac{2 \times 2 \times 7}{2 \times 3 \times 7} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{81}{32} = \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{81}{32}$$

۲- مساحت یک مستطیل که طول و عرض آن عددهای طبیعی اند ۱۸ شده است. تمام حالت‌هایی را که طول و عرض

مستطیل می‌توانند داشته باشند، بنویسید.

$$\begin{aligned} 1 \times 18 &= 18 \\ 2 \times 9 &= 18 \\ 3 \times 6 &= 18 \end{aligned}$$

طول و عرض این مستطیل چه ارتباطی با مساحت آن دارند؟ **شماره‌های عدد ۱۸**

می‌باشند

$$a = 2^2 \times 3^1 \times 5^2 \quad T(a) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$12 - 3 = 9$$

شمارنده‌ی غیراول

(۴) رابطه دوم

اصل اول ۱۰۰، ۱۵۰، ۲۰۰، ۲۵۰، ۳۰۰، ۳۵۰، ۴۰۰، ۴۵۰، ۵۰۰، ۵۵۰، ۶۰۰، ۶۵۰، ۷۰۰، ۷۵۰، ۸۰۰، ۸۵۰، ۹۰۰، ۹۵۰، ۱۰۰۰

۱- شمارنده‌های اول صورت یک کسر ۲ و ۳ هستند. شمارنده‌های اول مخرج آن کسر ۵ و ۷ هستند. آیا این کسر ساده

می‌شود؟ چرا؟ **خیر - زیرا از جیب نیستند**

$$\frac{21}{35}, \frac{4}{10}, \frac{9}{15}$$

۲- سه کسر بنویسید که پس از ساده شدن برابر $\frac{3}{5}$ شود.

۳- با شمارنده‌های اول ۲ و ۳ چند عدد تولید می‌شود که بین 3^0 و 5^0 باشند؟ **۳۳، ۳۶، ۴۸**

۴- عدد a پس از تجزیه به صورت مقابل درآمده است.

$$a = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

شمارنده‌های اول آن چه عددی‌اند؟ ۴ شمارنده این عدد را بنویسید که اول نباشند. **۱، ۴، ۶، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰، ۳۵، ۴۰، ۴۵، ۵۰، ۶۰، ۷۵، ۸۰، ۹۰، ۱۰۰**

۵- عدد b پس از تجزیه به صورت مقابل درآمده است.

$$b = 4 \times 3 \times 15 \times 6$$

شمارنده‌های اول آن چه عددی‌هستند؟ **۲، ۳، ۵**

$$b = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 2 \times 3$$

۶- عددهای زیر را با رسم نمودار درختی تجزیه کرده و شمارنده‌های اول آنها را مشخص کنید.

$$180 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \quad 297 = 3 \times 3 \times 3 \times 11 \quad 104 = 2 \times 2 \times 2 \times 13$$

۷- عددهای ۷ و ۵ و ۱۳ اول هستند. شمارنده‌های اول آنها را بنویسید. بر اساس آن تعریف دیگری برای عددهای اول

ارائه کنید. **اعداد اول عددی هستند که تنها زوی اول (نها خودشان باشند)**

۸- جملات درست را با \checkmark و نادرست را با \times مشخص کنید. دلیل نادرستی را توضیح دهید.

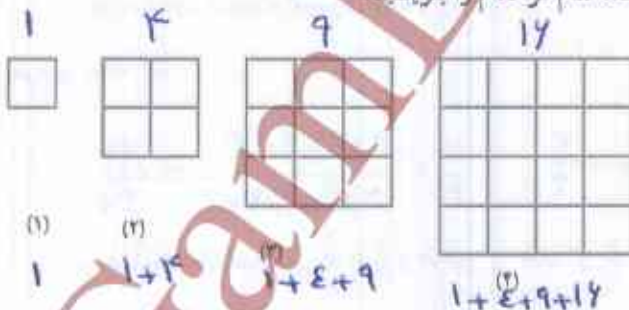
\times الف) تمام عددها شمارنده اول دارند. **عددی تنها زوی اول ندارد** اعدادی که تنها زوی اول دارند **اعداد اول هستند**

\checkmark ب) اگر عددی زوج باشد یکی از شمارنده‌های اولش ۲ است.

\times ج) هیچ عددی پیدا نمی‌شود که ۵ شمارنده اول داشته باشد. **$2 \times 3 \times 5 \times 7 \times 11 = 2310$**

\checkmark د) تعداد عددهای اول بی پایان‌اند.

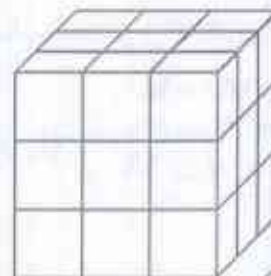
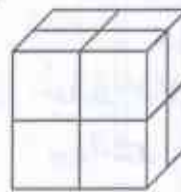
۹- الگوهای شکل‌ها را به الگوهای عددی تبدیل کنید. جمله n ام هر کدام را بنویسید.



مجموعی n ام = $n \times n$
 مجموعی n ام (مربعی) = $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$

رابطه‌ی یک

رابطه‌ی دوم



۷۹

(۱)

(۲)

(۳)

تعداد اول = $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$

رابطه‌ی دوم

رابطه‌ی اول

مجموعی n ام = n^3



۱- قرار است دانش‌آموزان سال اول یک مدرسه به اردو بروند. آنها می‌خواهند در اردو جادر بزنند. تعداد افراد جادرها باید مساوی باشند. کلاس اول الف ۳۶ دانش‌آموز دارد. در این کلاس از جادرهای چند نفره می‌توان استفاده کرد؟ چرا؟

شمارنده‌های ۳۶: ۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸، ۳۶

چون این اعداد را می‌شمارند و باقیمانده‌ی تقسیم عدد ۳۶ بر آنها برابر صفر است و جادرها به صورت مساوی پر می‌شود

کلاس اول ب، ۲۴ دانش‌آموز دارد. برای این کلاس چه جادرهایی می‌توان

شمارنده‌های ۲۴: ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۹، ۱۲، ۱۸، ۲۴

بر با کرد؟ چرا؟

زیرا در تقسیم ۲۴ باین اعداد باقیمانده صفر می‌شود و جادرها به صورت مساوی پر می‌شود

اگر قرار باشد یک نوع جادر، برای هر دو کلاس تهیه کنیم، جادرهای چند نفره مناسب است؟ چرا؟

۱، ۲، ۳، ۶

چون در تقسیم ۳۶، ۲۴ باین اعداد باقیمانده صفر می‌شود و جادرها به صورت مساوی پر می‌شود

اگر قرار باشد از جادر مشترک برای دو کلاس استفاده شود و تعداد دانش‌آموزان یک جادر بیشترین تعداد باشد تا جادر

کمتری تهیه شود، جادر چند نفره مناسب است؟ ۶ نفره

۲- دو عدد ۲۴ و ۱۸ را در نظر بگیرید. می‌خواهیم بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد را پیدا کنیم.

امید از روش زیر استفاده کرد:

شمارنده‌های مشترک دو عدد = { ۱، ۲، ۳، ۶ }

تمام شمارنده‌های ۱۸: { ۱، ۲، ۳، ۶، ۹، ۱۸ }

بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد = ۶

تمام شمارنده‌های ۲۴: { ۱، ۲، ۳، ۴، ۶، ۸، ۱۲، ۲۴ }

احمد از روش زیر استفاده کرد. او ابتدا عددها را به صورت ضرب شمارنده‌های اول نوشت.

$$18 = 2 \times 3 \times 3 \quad 24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$\xrightarrow{\text{ب. م. م.}} 2 \times 3 = 6$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

سپس حاصل ضرب قسمت‌های مشترک آنها را مشخص کرد تا بزرگ‌ترین شمارنده مشترک مشخص شود.

شمارنده‌های یک عدد را مقسوم‌علیه‌های آن نیز می‌گویند بنابراین بزرگ‌ترین شمارنده مشترک دو عدد همان بزرگ‌ترین

مقسوم‌علیه مشترک است که به اختصار آن را ب.م.م می‌نویسند. ب.م.م دو عدد را به صورت اورا نشان می‌دهند. مانند:

$$(18, 24) = 6$$

آیا می‌توانید بگویید در فعالیت بالا احمد از چه روشی استفاده کرده است؟

از ضرب عوامل‌های مشترک ۱۸ و ۲۴ استفاده کرده



شماره‌های ۱۲: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

شماره‌های ۲۰: ۱, ۲, ۴, ۵, ۱۰, ۲۰

شماره‌های ۱۴: ۱, ۲, ۷, ۱۴

شماره‌های ۳۰: ۱, ۲, ۳, ۵, ۶, ۱۰, ۱۵, ۳۰

شماره‌های مشترک ۱۴ و ۱۲: ۱, ۲

شماره‌های مشترک ۲۰ و ۳۰: ۱, ۲, ۵, ۱۰

$$(12, 14) = 2$$

$$(20, 30) = 10$$

۱- با نوشتن تمام شماره‌های دو عدد ب.م.م آنها را پیدا کنید.

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$(14, 12) = 14 = 2 \times 7$$

$$20 = 1 \times 2 \times 5$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$2 \times 5 = 10$$

۲- با تجزیه عددها به شماره‌های اول ب.م.م دو عدد را پیدا کنید.

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$2 \times 2 \times 3 = 12$$

$$42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$30 = 2 \times 3 \times 5$$

$$2 \times 3 = 6$$

کار با کاشی

تعالیم

۱- می‌خواهیم مستطیلی به طول ۱۶ و عرض ۱۲ سانتی‌متر را با کاشی‌های مربعی بپوشانیم. ضلع این کاشی مربعی چه عددی می‌تواند باشد؟ چرا؟

این مستطیل را با کاشی‌های مربعی با این ابعاد شماره‌دهی مشترک ۱۲ و ۱۶ بپوشانید.

اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده کمترین تعداد باشد (ضلع کاشی باید بزرگ باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟

۴ زیرا کاشی به ضلع ۴ بزرگ‌ترین شماره‌دهی مشترک این دو عدد می‌باشد.

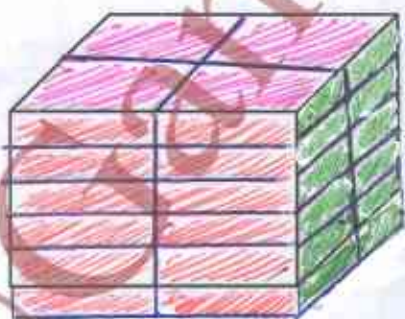
اگر بخواهیم کاشی‌های مصرف شده بیشترین تعداد باشد (ضلع کاشی کوچک‌ترین عدد باشد)، چه عددی برای ضلع کاشی مناسب است؟ چرا؟

۱ چون ضلع کوچک‌ترین کاشی در بدون شکست این مستطیل را پر می‌کند کاشی به ضلع ۱ می‌باشد.

۲- در فصل قبل به این مسئله جواب دادید.

یک جعبه دستمال به شکل مکعب مستطیل داریم که طول آن ۲۵، عرض آن ۱۲ و ارتفاعش ۳ سانتی‌متر است. تعیین کنید چند عدد از این جعبه‌ها در یک کارتن مکعب مستطیل به ابعاد ۵۰، ۲۴ و ۳۰ سانتی‌متر جا می‌گیرد؟

در این مسئله ابعاد کارتن چه ارتباطی با ابعاد جعبه دستمال دارند. با توجه به این ارتباط شکل زیر را کامل کنید تا مشخص شود چند جعبه در این کارتن جا گرفته است؟



راهبرد رسم شکل

$$4 \times 2 \times 2 = 16$$

جعبه‌های دستمال کاغذی

۲۵ عدد ۵۰ رami شماره ۲

۱۲ عدد ۲۴ رami شماره ۲

۵ عدد ۳۰ رami شماره ۲

۳۰

۸۱

MATH-HOME.IR

کارهای کلاس

عددهای زیر تجزیه شده‌اند، ب.م.م.های خواسته شده را به دست آورید.

$$28 = 2 \times 2 \times 7$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$$

$$(28, 12) = 2 \times 2 = 4$$

$$(28, 36) = 2 \times 2 = 4$$

$$(12, 36) = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

جبر نشیمنی می‌گیرید



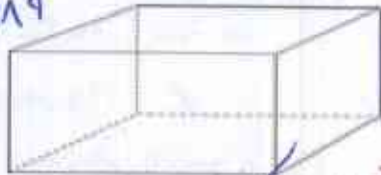
۱- دو ظرف به گنجایش ۱۲ و ۱۸ لیتر داریم. می‌خواهیم با یک پیمانه که هر بار پر و خالی می‌شود، دو ظرف را به طور کامل پر کنیم. کدام پیمانه‌ها برای این کار مناسب است؟ بزرگ‌ترین پیمانه کدام است؟

$18 = 2 \times 3 \times 3$ $12 = 2 \times 2 \times 3$ $\xrightarrow{\text{ب.م.م.}} 2 \times 2 = 4$ شمارنده‌های ۱، ۲، ۳، ۶
 $12 = 2 \times 2 \times 3$ شمارنده‌های ۲ پیمانه‌های مناسب برای این کار است

۲- یک مکعب مستطیل به ابعاد ۱۲ و ۳۶ و ۲۸ سانتی‌متر را با مکعب‌های مساوی پر کرده‌ایم.

بزرگ‌ترین ضلع این مکعب چه عددی است؟ در این صورت چند مکعب در این مکعب مستطیل جا

$$\frac{28 \times 36 \times 12}{6 \times 6 \times 6} = 189$$



$12 = 2 \times 2 \times 3$ $36 = 2 \times 2 \times 3 \times 3$ $\xrightarrow{\text{ب.م.م.}} 2 \times 2 = 4$
 $28 = 2 \times 2 \times 7$

۳- برای درستی جملات زیر دلیل بیاورید.

- ✓ اگر دو عدد a و b اول باشند، ب.م.م. آنها عدد یک می‌شود.
- ✓ اگر عددی بر عدد دیگر هم بخش پذیر باشند، عدد کوچکتر ب.م.م. دو عدد است.
- ✓ کوچک‌ترین مقسوم علیه مشترک (ب.م.م. دو عدد) هر دو عدد است.

$$(a, b) = 1$$

$$91 = 13 \times 7$$

$$117 = 13 \times 9$$

$$(91, 117) = 13$$

$$(216, 108) = 108$$

$$(121, 55) = 11$$

$$214 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$108 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$121 = 11 \times 11$$

$$55 = 5 \times 11$$

۴- ابتدا عددهای صورت و مخرج را تجزیه کنید سپس کسرها را ساده کنید.

$$\frac{96}{144} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3} \quad \frac{35}{245} = \frac{5 \times 7}{5 \times 7 \times 7} = \frac{1}{7}$$

۵- ب.م.م. عددهای زیر را محاسبه کنید.

$$(n, n) = n \quad (2, 2) = 2, (4, 4) = 4$$

ب.م.م. دو عدد a و b شمارنده دو عدد a و b است.

اگر عدد a اول باشند، ب.م.م. a و عدد دیگر مثل b یا یک می‌شود یا خود a.

(5, 14) = 1
(5, 15) = 5

کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد اولین مضرب مشترک آن دو عدد است. مضرب‌های مشترک بعدی را با داشتن اولین مضرب مشترک می‌توان پیدا کرد. کوچک‌ترین مضرب مشترک دو عدد را به‌طور اختصار ک.م.م می‌گویند و به صورت [و] نمایش می‌دهند.

$$[6, 4] = 12$$

به عنوان نمونه

۱- ک.م.م دو عدد ۱۲ و ۱۸ را پیدا کنید.

۱۸ مضارب: ۱۸, ۳۶, ۵۴, ...

۱۲ مضارب: ۱۲, ۲۴, ۳۶, ...

مضارب مشترک ۱۲ و ۱۸: ۳۶, ۷۲, ۱۰۸, ۱۴۴, ... $[12, 18] = 36$

$$\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{18}$$

$$\frac{2 \times 2 \times 3 \times 3}{12}$$

۲- عددهای ۱۸ و ۱۲ به صورت تجزیه شده، نوشته شده‌اند.

$$18 = 2 \times 3 \times 3$$

$$12 = 2 \times 2 \times 3$$

$$[18, 12] = 2 \times 3 \times 2 \times 3 = 36$$

با توجه به پاسخ بالا چه رابطه‌ای بین شماره‌های اول دو عدد و ک.م.م آنها می‌بینید؟ توضیح دهید. حاصل ضرب مشترک‌ها و غیر مشترک‌ها می‌توانید از مثال زیر هم استفاده کنید.

$$A = 2 \times 3 \times 5 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$[A, B] = 2 \times 3 \times 5 \times 2 \times 5$$

$$B = 2 \times 5 \times 3 \times 3$$

$$2 \times 3 \times 5 \times 5 \times 2$$

$$2 \times 5 \times 3 \times 3 \times 5$$

۱- تساوی $6 \times 4 = 24$ را به صورت‌های مختلف می‌توان معنی کرد، جاهای خالی را کامل کنید.

۴ شمارنده ۲۴ است. ششمین مضرب عدد ۲۴ است.

۶ شمارنده ۲۴ است. چهارمین مضرب عدد ۲۴ است.

عددهای ۴ و ۶ شمارنده ۲۴ است. عدد ۲۴ بر ۴ و ۶ قابل قسمت است.

۲- یکی از مهم‌ترین کاربردهای ک.م.م در پیدا کردن مخرج مشترک دو کسر است. یعنی کوچک‌ترین عددی را پیدا

می‌کنیم که به هر دو مخرج بخش‌پذیر (قابل قسمت) باشد. مانند نمونه حاصل جمع‌ها و تفریق‌ها را با کمک ک.م.م مخرج‌ها

به دست آورید.

$$\frac{5}{6} + \frac{4}{9} = \frac{15}{18} + \frac{8}{18} = \frac{23}{18}$$

$$[6, 9] = 18$$

$$\frac{7}{15} + \frac{9}{20} = \frac{28}{60} + \frac{27}{60} = \frac{55}{60}$$

$$[15, 20] = 60$$

$$\frac{15}{12} - \frac{7}{18} = \frac{45}{36} - \frac{14}{36} = \frac{31}{36}$$

$$[12, 18] = 36$$

MATH-HOME.IR



۱- هر ۲۰ دقیقه یک اتوبوس خط A از ترمینال حرکت می‌کند.
 اتوبوس‌های خط B هر ۳۰ دقیقه از ترمینال حرکت می‌کند. ساعت ۱۲ ظهر
 دو اتوبوس در خط‌های A و B هم‌زمان حرکت کرده‌اند. در چه ساعتی به‌طور
 هم‌زمان اتوبوس‌ها از این دو خط حرکت می‌کنند؟ $\frac{6}{100}$ دقیقه بعد
 یعنی ساعت $\underline{13}$ $[20, 30] = 60$

۱۰۰، ۸۰، ۶۰، ۴۰، ۲۰ مضرب‌های عدد ۲۰
 ۱۰۰، ۹۰، ۶۰، ۳۰ مضرب‌های عدد ۳۰



۲- یک بیست دو میدانی در یک مجتمع فرهنگی ورزشی قرار دارد.
 امید و فرامرز از یک نقطه شروع به دویدن می‌کنند. اگر امید هر ۳۵ دقیقه یک دور کامل
 بیست را طی کند و فرامرز هر ۲۱ دقیقه یک دور کامل طی کند، پس از چند دقیقه فرامرز و
 امید با هم به همان نقطه شروع می‌رسند؟ در این صورت هر کدام چند دور دویده‌اند؟
 $[35, 21] = 105$
 مضرب‌های ۳۵: ۳۵، ۷۰، ۱۰۵، ۱۴۰، ۱۷۵، ۳۵۰
 مضرب‌های ۲۱: ۲۱، ۴۲، ۶۳، ۸۴، ۱۰۵

۳- آیا ۲۱ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ $\frac{21}{100}$ بزرگ‌تر از ۳۰ برابر مضرب مشترک
 آیا ۴۲ مضرب مشترک ۷ و ۳۰ است؟ چرا؟ $\frac{42}{100}$ بزرگ‌تر از ۳۰ برابر مضرب مشترک
 دو عدد ۷ و ۳۰ چند مضرب مشترک دارند؟ $\frac{7}{100}$ بزرگ‌تر از ۳۰ برابر مضرب مشترک
 ۴- دلیل درستی جملات زیر را بیان کنید.

- $[18, 4] = 18$ اگر عددی بر عدد دیگر بخش‌پذیر باشند، عدد بزرگ‌تر ک.م.م دو عدد است.
- اگر ب.م.م دو عدد یک باشند، ک.م.م دو عدد برابر حاصل ضرب دو عدد است.
- ک.م.م دو عدد اول برابر حاصل ضرب آنهاست.
- ۵- برای هر کدام از جملات درست زیر یک مثال بزنید.
- $n = [1, n]$ $[10, 1] = 10$
- $n = [n, n]$ $[10, 10] = 10$
- ب.م.م دو عدد شمارنده ک.م.م دو عدد است. $\frac{12}{100}$ بزرگ‌تر از ۳۰ برابر مضرب مشترک
- حاصل ضرب دو عدد برابر حاصل ضرب ک.م.م و ب.م.م دو عدد است.

$(12, 8) = 4, [12, 8] = 24$
 $\frac{12 \times 8}{96} = \frac{4 \times 24}{96}$

$(20, 30) = 10$	$(5, 7) = 1$	$(15, 3) = 3$	$[12, 4] = 12$
$[30, 50] = 150$	$(38, 19) = 19$	$[15, 30] = 30$	$(4, 9) = 1$
$[4, 9] = 36$	$[3, 2, 7] = 42$	$(3, 2, 7) = 1$	$[4, 6] = 12$



در این فصل واژه‌های زیر به کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید و برای هر کدام یک مثال بزنید.

□ عدداول □ شمارنده (مقسوم علیه) یک عدد □ شمارنده اول □ مضرب □ م.م.ب □ م.م.ک

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس تهیه کنید.

- نوشتن شمارنده‌های یک عدد
- پیدا کردن شمارنده اول یک عدد
- پیدا کردن تمام شمارنده‌های یک عدد با معلوم بودن تجزیه عدد
- تجزیه عددها به شمارنده‌های اول
- پیدا کردن م.م.ب دو عدد
- پیدا کردن م.م.ک دو عدد
- پیدا کردن عددهای اول
- نوشتن مضرب‌های یک عدد
- رابطه بین مضرب و مقسوم علیه

از مفاهیم م.م.ب و م.م.ک در محاسبات کسری (ساده کردن و منخرج مشترک) استفاده می‌کنیم. درک شمارنده‌های اول یک عدد زمینه‌ساز همین بحث به صورت جبری است.

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن می‌شوید که این فصل را به خوبی آموخته‌اید.

۱- با توجه به تساوی $3 \times 4 = 12$ معانی مختلف آن را بیان کنید. $4, 3$ شمارنده‌های 12 باشند، 12 مضرب 3 و 4 هستند.

۲- ابتدا دو عدد زیر را به شمارنده‌های اول تجزیه کنید، سپس م.م.ب و م.م.ک آنها را به دست آورید.

$$72, 90 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 12 \quad 60 = 2 \times 2 \times 3 \times 5$$

۳- عددهای اول بین 50 تا 80 را بنویسید.

$$53, 59, 71, 73, 79$$

۴- با شمارنده‌های اول 2 و 3 دو عدد بنویسید که م.م.ب آنها 6 و م.م.ک آنها 36 باشد.

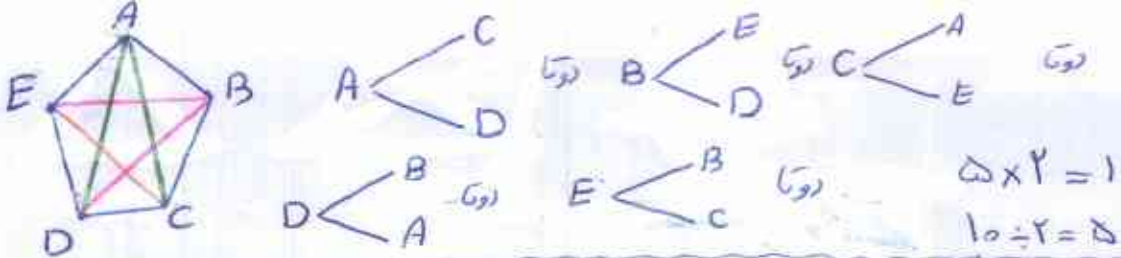
$$[18, 12] = 36, (18, 12) = 6$$

$$[4, 36] = 36, (4, 36) = 4$$

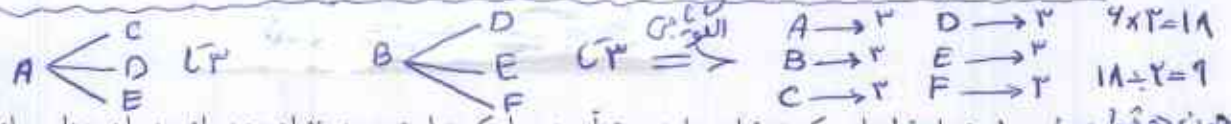
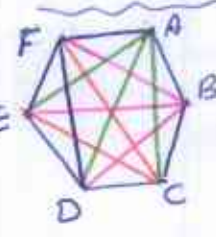
با استفاده از تجزیه

راهبرد حذف حالت‌های نامطلوب ۸۶

تقسیم بودهای ۳



چون هر قطر دو بار تکرار شده
 $5 \times 2 = 10$
 $10 \div 2 = 5$



چون هر قطر دو بار تکرار شده
 مسئله استفاده کردید؟ از هر رأس n ضلعی $(n-3)$ تا قطر می توان رسم کرد و با توجه به این تکرار شده
 اینک هر قطر دو بار تکرار شده داریم

تعداد قطر (ها) = $\frac{n \times (n-3)}{2}$

۲- اگر $x=5$ باشد، مقدار عددی عبارت جبری $\frac{4x+7}{3x-7}$ را به دست آورید.

$$\frac{4x+7}{3x-7} = \frac{20+7}{15-7} = \frac{27}{8}$$

۳- عبارت های جبری را ساده کنید.

$$2a-5b+2b-7b = 2a-9b$$

$$9x-8a+2x-2x = 11x-8a$$

$$5a-2a-9a+4b = -6a+4b$$

$$2(a-b)-2(b-a) = 2a-2b-2b+2a = 4a-4b$$

۴- معادله های زیر را حل کنید.

$$\begin{aligned} 9x+8 &= -10 \\ \Rightarrow 9x &= -10-8 \\ \Rightarrow 9x &= -18 \\ \Rightarrow x &= \frac{-18}{9} = -2 \end{aligned}$$

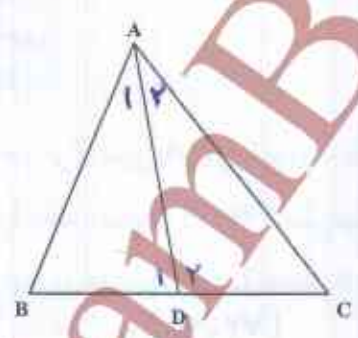
$$\begin{aligned} 2x-4 &= 8 \Rightarrow 2x = 8+4 \\ \Rightarrow 2x &= 12 \\ \Rightarrow x &= \frac{12}{2} = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x+18 &= -12 \Rightarrow 3x = -12-18 \\ \Rightarrow 3x &= -30 \\ \Rightarrow x &= \frac{-30}{3} = -10 \end{aligned}$$

۵- آیا امکان دارد که یک معادله بیشتر از یک جواب داشته باشد؟ چرا؟

چون حاصل یک عبارت جبری ممکن است برای مقادیر متفاوت برابر شود

۶- در شکل زیر تمام پاره خطها و زاویه ها را نام ببرید. توضیح دهید از چه راهبردی استفاده می کنید. *الوسعاری*



پاره خطها $(AB, AC, AD), (BD, BC), CD$

$(\hat{A}_1, \hat{A}_2, \hat{BAC})$

$(\hat{D}_1, \hat{D}_2, \hat{BDC})$

\hat{B}, \hat{C}

۷- کوچک ترین عددی را که ۳ شمارنده اول متفاوت داشته باشد، پیدا کنید.

$$2 \times 3 \times 5 = 30$$

راه حل خود را توضیح دهید.

همان روش بالا تعداد پاره خطها را به دست آورید

روش دوم

سپس برای به دست آوردن تعداد قطر (ها) (تعداد اضلاع)

به دست آورید

۸- یک توالی عددی، از ۷ شروع می‌شود و چهارتا چهار تا به آن اضافه می‌شود. در توالی دیگری عدد از ۱ شروع و

۳۶

۹ تا ۹ تا به آن اضافه می‌شود. اولین و دومین عدد مشترک این دو توالی را پیدا کنید.

۷, ۱۱, ۱۵, ۱۹, ۲۳, ۲۷, ۳۱, ۳۵, ۳۹, ۴۳, ۴۷, ۵۱, ۵۵, ...

۱, ۱۰, ۱۹, ۲۸, ۳۷, ۴۶, ۵۵, ... $[9, 4] = 36$

۱۹, ۲۸, ۳۷, ۴۶, ۵۵, ...
+۳۶
+۳۶

۹- دو عدد بنویسید که ۴ و ۹ شمارنده آنها باشند. یک عدد بنویسید که ۴ و ۹ دو شمارنده آن باشند و ۴ شمارنده دیگر

بازم

(۳۶, ۷۲)

۳۶ نیز داشته باشد.

۳۶: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۹, ۱۲, ۱۸, ۳۶

۱- عددهای اول بین ۸۰ تا ۱۰۰ را بنویسید.

۸۱, ۸۲, ۸۳, ۸۴, ۸۵, ۸۶, ۸۷, ۸۸, ۸۹, ۹۰

مضارب: ۲, ۳, ۴, ۵, ۶, ۷, ۸, ۹, ۱۰ را حذف کنیم

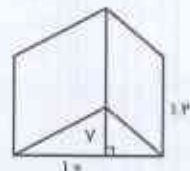
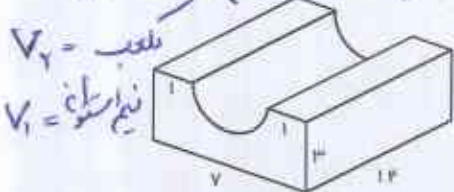
حذف حالت‌های نامطلوب

۱۱- کوچک‌ترین عددی را پیدا کنید که شمارنده‌هایش ۳ و ۶ و ۵ باشد.

جواب: ۳۰

۱۲- حجم هر یک از اجسام زیر را به دست آورید.

$V = (V_2 - V_1)$



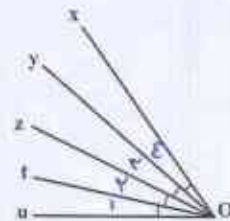
۱۳- مساحت جانبی و مساحت کل یک جسم منشوری را پیدا کنید که فاعده آن شکل زیر و ارتفاعش ۱۰ سانتی‌متر



باشند. $S_{\text{مستطیل}} = \frac{S_{\text{جانبی استوانه}}}{2} + S_{\text{جانبی}}$

$S' = S_{\text{جانبی}} + 2 \times (\text{مساحت دایره})$

۱۴- با توجه به شکل‌های زیر روابط بین پاره خط‌ها و زاویه‌ها را کامل کنید.



$AD = \dots DE$

$AB - DE = \dots AD + \dots EB$

$AE = \dots AB$

$AC - CE + \dots EB = AB$

$u \hat{O}t + t \hat{O}z = u \hat{O}z$

$x \hat{O}u = \dots y \hat{O}z$

$y \hat{O}u = \dots x \hat{O}u$

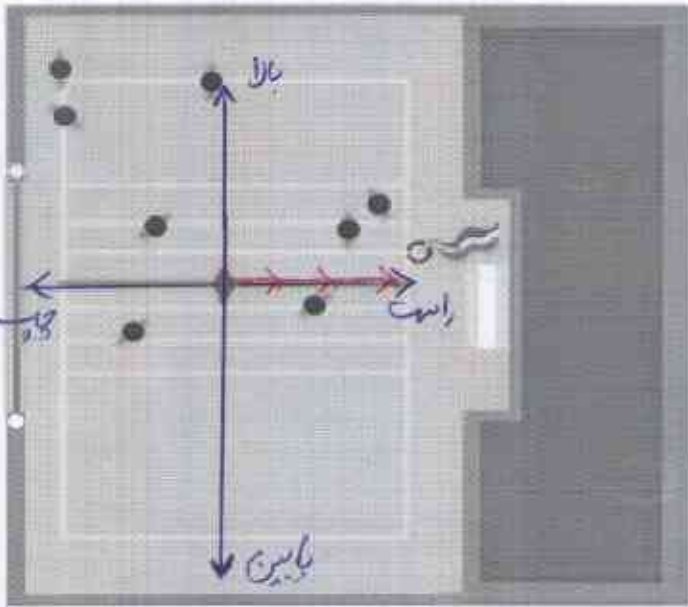
$y \hat{O}u - z \hat{O}t = y \hat{O}z + t \hat{O}u$

بارد خط جهت دار

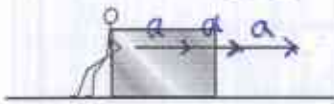
۱- یک دانش آموز در حیاط مدرسه ایستاده است. در صفحه زیر این دانش آموز را با یک نقطه نشان داده ایم. این فرد در حیاط مدرسه در چند مسیر مختلف می تواند حرکت کند؟ آنها را نشان دهید.

از بین مسیرها یک مسیر افقی را انتخاب کنید. حالا این فرد در چند جهت می تواند حرکت کند؟ روی آن مسیر (راستا) جهت ها را با فلش نشان دهید. برای حرکت این دانش آموز یک جهت انتخاب کنید.

اگر هر قدم حرکت آن دانش آموز را با پاره خطی به طول a نمایش دهیم روی شکل ۳ قدم حرکت را در جهتی که انتخاب کردید، نشان دهید.



اندازه اصلاح شود



۲- شخصی در حال حرکت دادن یک جعبه روی زمین است.

راستا یا مسیری که شخص به جسم نیرو وارد می کند روی شکل مشخص شده است. اگر اندازه نیرویی که شخص

وارد کرده است را با a نشان دهیم روی راستای بالا مقدار نیرو و جهت آن را نشان دهید. سمت برابر و افق در راستای افق به سمت شرق (راست) در شکل زیر همان شخص ۲ برابر نیرو به جسم وارد کرده است.



راستا، اندازه و جهت نیرو را روی شکل مانند بالا نشان دهید.

در مثال های بالا حرکت و نیرو را با پاره خط های جهت دار نشان دادیم. در ریاضی به پاره خط جهت دار بردار می گوئیم. بردار \overline{OA} را به صورت \overline{OA} نشان می دهیم.

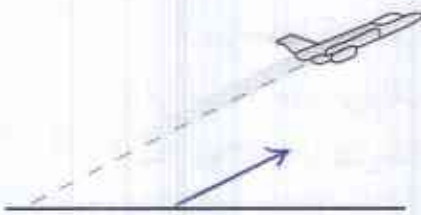


خوب: جهت نیرو

در شکل زیر نیروی وزن یک جعبه با یک بردار مشخص شده است. مانند نمونه برای حرکت‌ها با نیروهای مشخص شده در شکل‌های زیر بردار رسم کنید.



در این تمرین فعالیت حرکت مهم است، اندازه مد نظر نیست



مسیر حرکت هواپیما



نیروهای که دو نفر در مسابقه طناب‌کشی وارد می‌کنند. نیروی که فرد با طناب به جعبه وارد می‌کند.

خوب: معنی بردارهای متضاد

۱- در شکل زیر دو نفر جعبه را از دو طرف می‌کشند. با توجه به نیروهای رسم شده به سؤالات زیر پاسخ دهید.



- آیا دو نیرو در یک راستا هستند؟ بله
- جهت دو نیرو چه تفاوتی دارند. مخالف هم هستند
- اندازه نیروها را با هم مقایسه کنید. اندازه‌ی نیروها با توجه به طول بردارها با هم مساوی اند

۲- دو دانش‌آموز در حال طناب‌کشی هستند.

راستا، جهت و اندازه نیروهای این دو نفر را نسبت به محل مشخص شده روی طناب با دو بردار نشان بدهید.



اندازه‌ی نیروها مساوی است و در خلاف جهت هم می‌باشند زیرا در حالت اولیه قرار دارند

در فعالیت‌های بالا دو بردار قرینه یکدیگرند چون هم راستا و هم اندازه هستند ولی جهت‌هایشان عکس یکدیگر است.

