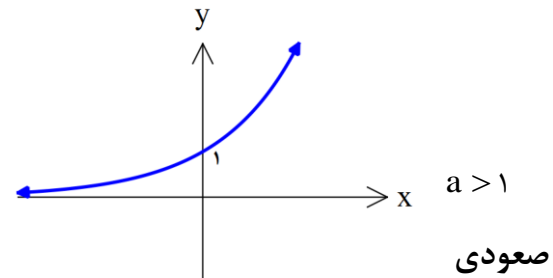
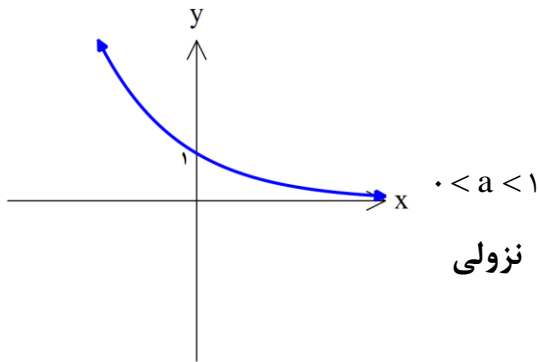




تابع نمایی



فرض کنید $a \neq 1$ عددی مثبت باشد، تابعی با ضابطه $f(x) = a^x$ را تابع نمایی می‌گوییم با پایه a می‌گوییم.



❖ شرط تابع نمایی این است که پایه تابع نمایی $a \neq 1$ باشد.

📖 مثال : اگر تابع $f(x) = \left(\frac{2a-1}{3}\right)^{-x}$ یک تابع نمایی باشد، حدود a را بیابید.

📖 مثال : به وسیله انتقال تابع $f(x) = 2^{x+1}$ را رسم کنید.

📖 مثال : با انتقال تابع $f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x + 1$ را رسم کنید.



جزوه حسابان ۱ یازدهم ریاضی

مثال: جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

الف) هر تابع با ضابطه $f(x) = a^x$ ، که در آن a عددی مثبت و مخالف یک است را یک تابع می‌نامیم.

ب) در تابع $f(x) = a^x$ اگر $0 < a < 1$ ، با افزایش مقدار x ، مقادیر تابع f می‌یابند.

مثال: نمودار تقریبی توابع زیر را رسم کنید

الف) $y = |5^x - 1|$

ب) $y = 3^{-x} + 1$

مثال: نمودار $y = |3^x - 1|$ را رسم کنید.

مثال: اعداد را از کوچک به بزرگ مرتب کنید. $(\frac{1}{3})^2, 3^2, 3^5, (\frac{1}{3})^3, (\frac{1}{3})^4$



جزوه حسابان ۱ یازدهم ریاضی

مثال: نمودار تابع $y = 3^{x-1} + 1$ را رسم کنید.

مثال: نمودار تابع $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را بیابید.

مثال: نمودار تابع $y = 2^x - 1$ را رسم کنید.

مثال: نمودارهای دو تابع $f(x) = 3^{ax+b}$ ، $g(x) = \left(\frac{1}{9}\right)^x$ در نقطه ای به طول ۱- متقاطعند. اگر $f(2) = \frac{1}{3}$ ، مقدار

$f^{-1}(27)$ کدام است؟

۳(۴)

۱(۳)

-۲(۲)

-۳(۱)



مثال: نمودارهای دو تابع $y = 3^x + \frac{1}{3}$, $y = \left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^{2x}$ در نقطه ای به طول A متقاطعند.

فاصله نقطه A از نقطه $(-1, 1)$ کدام است؟

- ۱(۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲(۳) $\sqrt{5}$ (۴)

مثال: نمودارهای دو تابع $f(x) = 4^x$, $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^{2x} + \frac{3}{2}$ در نقطه A متقاطعند. فاصله نقطه A تا نقطه

$\left(\frac{-1}{2}, 1\right)$ کدام است؟

- ۱(۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۲(۳) $\sqrt{5}$ (۴)

تابع نمایی صعودی و تابع نمایی نزولی



وقتی $a > 1$ باشد هر قدر x بزرگ تر می شود مقدار تابع کمتر می شود. چنین تابعی که با زیاد شدن x مقدار تابع کم می شود را نزولی می گوئیم.

وقتی $0 < a < 1$ باشد هر قدر x کوچکتر می شود مقدار تابع بیشتر می شود. چنین تابعی که با زیاد شدن x مقدار تابع هم زیاد می شود را صعودی می گوئیم.



مثال: تابع نمایی $f(x) = \left(\frac{a+3}{2a-1}\right)^{-x}$ صعودی است. حدود a را بیابید.

مثال - تابع $f(x) = (k^2 - 1)^x$ نزولی است. حدود k را بیابید.

تابع لگاریتم



معکوس تابع نمایی $f(x) = a^x$ را به صورت $f(x) = \log_a x$ نشان می‌دهند. و به صورت لگاریتم x در پایه a خوانده می‌شود. ارتباط بین تابع نمایی و لگاریتم به صورت روبرو است: $a^x = y \Leftrightarrow \log_a y = x$

مثال: مقدار t را بیابید: $\log_{\frac{1}{64}} 256 = 1 - 2t$

$$\log_{\dots} 1000 =$$

$$\log_{\dots} 1000 =$$

مثال: محاسبه کنید:

$$\log_{\sqrt{3}} 9\sqrt{3}$$

$$\log_{\sqrt{7}} 7$$

$$\log_{\sqrt{7}} \sqrt{7}$$



جزوه حسابان ۱ یازدهم ریاضی

مثال: در هر قسمت مقدار X را بیابید.

$$\begin{aligned} \text{الف) } \log_3 81 &= x & \text{ب) } \log_2 x &= 3 & \text{پ) } \log_x 64 &= 2 & \text{ت) } \log_7 49 &= 2x - 1 \end{aligned}$$

تذکر: در نوشتن لگاریتم اگر مبنا عدد ۱۰ باشد، آن را لگاریتم طبیعی می‌گوییم و از این پس برای راحتی

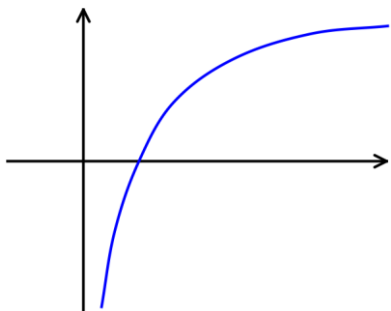


می‌توان مبنا را ننوشت. یعنی: $\log x = \log_{10} x$

رسم تابع لگاریتم

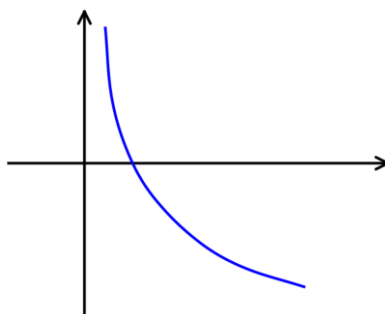


❖ نمودار تابع لگاریتمی $y = \log_a x$ به صورت زیر است.



$a > 1$

صعودی



$0 < a < 1$

نزولی



جزوه حسابان ۱ یازدهم ریاضی

📖 مثال: عبارتهای درست و نادرست را مشخص کنید.

الف) لگاریتم اعداد منفی تعریف نمی‌شود.

ب) تابع لگاریتم، تابعی یک به یک است.

پ) تابع لگاریتم محور x ها را قطع نمی‌کند.

ت) برد تابع لگاریتم مجموعه اعداد حقیقی است.

📖 مثال: الف) وارون تابع $f(x) = \left(\frac{1}{5}\right)^x$ را به دست آورید.

ب) وارون تابع $f(x) = 3^x$ را به دست آورید.

📖 مثال: الف) نمودار تابع $f(x) = \log_2^x$ را رسم کنید.

ب) با توجه به نمودار تابع، مقادیر زیر را به دست آورید

$$f(1) \quad f(2) \quad f\left(\frac{1}{2}\right) \quad f(16)$$



قوانین لگاریتم :

① لگاریتم ۱ در هر مبنایی صفر است $\log_a 1 = 0$

② لگاریتم هر عددی در مبنای خودش ۱ میشود $\log_a a = 1$

④ $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$

③ $\log_a xy = \log_a x + \log_a y$

⑥ $\log_{a^m} x = \frac{1}{m} \log_a x$

⑤ $\log_a x^n = n \log_a x$

مثال: حاصل عبارت های زیر را بیابید.

$\log_{\sqrt{7}} 70 - \log_{\sqrt{7}} 10 =$

$2 \log 5 + \log 4$

$\log 5 + \log 20$

$\log_{\sqrt{2}} 8 + \log_{\sqrt{2}} 5 - \log_{\sqrt{2}} 10 =$

$\log_{\sqrt{6}} 4 + \log_{\sqrt{6}} 9$

$\log \sqrt{1000} =$

$\log_{\sqrt{10}} 10 =$

$\log_{\sqrt{2}} 32 =$

$\log_{\sqrt{5}} 125 =$

$\log_{\sqrt[3]{4}} 8 =$

$\log_{\frac{1}{\sqrt{5}}} 125 =$

مثال: اگر $\log 2 = 0.3010$ و $\log 7 = 0.8450$ حاصل لگاریتم های زیر را محاسبه کنید.

$\log 14$ (ث)

$\log 25$ (ت)

$\log 49$ (پ)

$\log 56$ (ب)

$\log 8$ (الف)





جزوه حسابان ۱ یازدهم ریاضی

مثال: اگر $\log 2 = a$ و $\log 3 = b$ لگاریتم های زیر را بر حسب a, b به دست آورید.

الف) $\log 81$ ب) $\log 72$ پ) $\log \frac{2}{3}$ ت) $\log 5$ ث) $\log \frac{32}{81}$
ج) $\log 75$

مثال: معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\log_5 x + \log_5 3 = \log_5 12$

ب) $\log_{10} x + 3 = \log_{10} x$

پ) $3 \log x = \log 8$

ت) $\log_2 4x - \log_2 x - 3 = 3$



ث) $2 \log x + \log 3 = \log 27$

ج) $\log(1-x) - \log 2 = \log 5$

چ) $2 \log_3(x+5) = 4$

📖 مثال: اگر $3^{2a-1} = 9\sqrt[3]{3}$ ، مقدار لگاریتم $27a + 36$ در مبنای $\sqrt{3}$ چقدر است؟

دامنه تابع شامل لگاریتم



$$\begin{cases} f(x) > 0 \\ g(x) > 0 : \text{ فرض کنید } y = \log_{g(x)} f(x) \text{ آنگاه دامنه این تابع برابر است با:} \\ g(x) \neq 1 \end{cases}$$

📖 مثال: دامنه تابع $f(x) = \sqrt{9 - 3^{1-x}}$ را بیابید.

📖 مثال: دامنه تابع $f(x) = \sqrt{1 - \log(x-1)}$ را بیابید.



مثال: دامنه توابع لگاریتمی زیر را بیابید.

الف) $f(x) = \log_{x-2}(9-x^2)$

ب) $f(x) = \sqrt{1 - \log x}$

مثال: ضابطه وارون تابع‌های زیر را به دست آورید.

الف) $y = 3^{-x}$

ب) $y = \left(\frac{1}{5}\right)^x$

پ) $y = 2^{2x}$



انرژی زلزله:

اندازه یک زلزله بر حسب ریشتر را با M و مقدار انرژی آزاد شده توسط آن بر حسب واحد اندازه گیری ارگ است و با E نمایش می‌دهیم. بین M, E رابطه زیر برقرار است:

$$\log E = 11/8 + 1/5 M$$

📖 مثال: در یک زلزله با بزرگی $7/4$ ریشتر، چقدر انرژی آزاد می‌شود؟

📖 مثال: در سال ۲۰۰۴ در کشور اندونزی، زلزله ای رخ داد که انرژی حاصل از آن $10^{25/45}$ ارگ بود. بزرگی این زلزله بر حسب ریشتر کدام است؟

📖 مثال: در ساعت ۵ و ۲۶ دقیقه بامداد روز جمعه ۵ دی ۱۳۸۲ به مدت ۱۲ ثانیه زلزله ای با بزرگی $6/6$ ریشتر شهر بم را لرزاند. مقدار انرژی آزاد شده در این زلزله را محاسبه کنید.