

فصل دوم

تابع

مفهوم تابع

❖ درس اول:

ضابطه جبری تابع

❖ درس دوم:

نمودار تابع خطی

❖ درس سوم:

نمودار تابع درجه ۲

❖ درس چهارم:

شهریور ادی	نوبت دوم	نوبت اول

بارم فصل ۲:

فصل ۲ درس ۱: مفهوم تابع

اهداف درس ۱:

- درک مفهوم رابطه و مفهوم تابع و متغیرهای مستقل و وابسته
- آشنایی با نمایش های مختلف تابع

مفهوم رابطه و مفهوم تابع و متغیرهای مستقل و وابسته:

بسیاری از پدیده های اطراف ما به نوعی با هم ارتباط دارند. در بعضی از روابط، ارتباط خاصی بین دو متغیر وجود دارد و یکی از متغیرها به متغیر دیگری وابسته است (مثال صی ۴۲ و ۴۰)

رابطه بین زمان و مسافت طی شده

زمان (ثانیه)	۰	۱	۲	۲/۵
مسافت (متر)	۰	۲	۴	۵

مثال ۱) دوچرخه سواری در هر ثانیه دومتر را طی می کند. هر چه زمان بیشتر شود مسافت بیشتری را طی میکند. پس: مسافت تابعی از زمان است. به مسافت، متغیر وابسته و به زمان، متغیر مستقل می گوئیم.

مثال ۲) مساحت دایره تابعی از شعاع دایره هستند ($S = \pi r^2$) پس: شعاع دایره r متغیر مستقل و مساحت دایره S متغیر وابسته است.

تعریف تابع:

یک رابطه هنگامی تابع است که بتوانیم به هر عضو از مجموعه A دقیقاً یک عضو از B را نسبت دهیم.

نمایش های مختلف تابع:

- ۱) نمایش جدولی (۲ نمایش پیکانی (۳ نمایش زوج مرتبی (۴ نمایش مختصاتی (۵ نمایش توصیفی (۶ نمایش جبری

۱) نمایش جدولی تابع:

نمایش جدولی یک رابطه، وقتی تابع است که اعداد سطر اول برابر نباشند یا اگر برابر بودند اعداد ردیف پایین مربوط به آن هم برابر باشند

مثال: کدام رابطه تابع است؟ چرا؟

x	۳	۲	-۱	۴
y	-۱	۷	$\sqrt{4}$	۷

✓ حل: تابع است زیرا اعداد سطر اول برابر نیستند

x	۲	۱۰	۱	$\sqrt{4}$
y	۰	۲	۴	۵

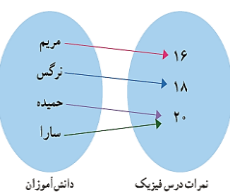
✓ حل: تابع نیست زیرا اعداد $\sqrt{4}$ و ۲ در سطر اول برابرند

۲) نمایش پیکانی تابع:

نمایش پیکانی یک رابطه، وقتی تابع است که از هر عضو مجموعه اول دقیقاً یک پیکان خارج شود

(فعالیت ۱ صی ۴۵ و تمرین ۴ صی ۴۸)

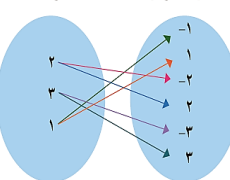
کدام یک از رابطه ها که با نمودار پیکانی نمایش داده شده اند، تابع اند؟ چرا؟



✓ حل: تابع است زیرا از هر عضو

مجموعه اول دقیقاً یک پیکان

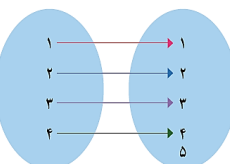
خارج شده



✓ حل: تابع نیست زیرا از هر عضو

مجموعه اول بیش از یک پیکان

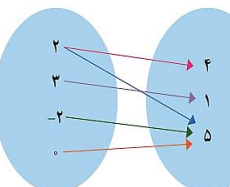
خارج شده



✓ حل: تابع است زیرا از هر عضو

مجموعه اول دقیقاً یک پیکان

خارج شده



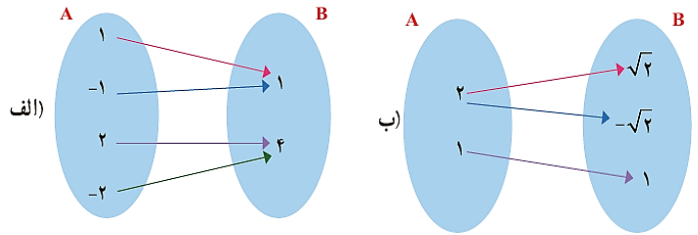
✓ حل: تابع نیست زیرا از عدد ۲

بیش از یک پیکان خارج شده

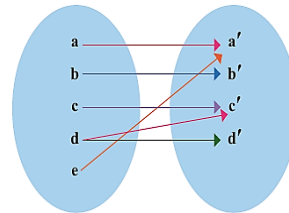
(تمرین ۳ و ۵ ص ۴۸ و ۴۹)

③ در رابطه $f = \{(2, 3), (\dots, 5), (3, \dots), (\dots, \dots)\}$ جاهای خالی را اعدادی قرار دهید که این رابطه تابع نباشد.

⑤ اگر رابطه زیر یک تابع باشد، حاصل $x^2 + y^2$ را بیابید.
 $f = \{(2, x+y), (2, 4), (5, 2), (3, 4), (5, x-y)\}$



تمرین (ص ۴۸): Homework



① نمودار پیکانی یک رابطه رسم شده است. با حذف کدام عضو این رابطه تابع خواهد شد؟

۳) نمایش زوج مرتبی تابع:

نمایش زوج مرتبی یک رابطه، وقتی تابع است که مولفه های اول برابر نباشد و اگر برابر بود، مولفه های دوم آن هم برابر باشد. نکته:

۱) ترتیب نوشتن اعداد در هر زوج مهم است، به همین دلیل به هر یک از زوج ها، یک «زوج مرتب» می گوئیم.

۲) در هر زوج مرتب، عضو اول را «مؤلفه اول» و عضو دوم را «مؤلفه دوم» می نامیم.

(فعالیت ۲ ص ۴۵ و تمرین ۴ ص ۴۸)

کدام مجموعه از زوج مرتب ها، نمایش یک تابع است؟

الف) $F = \{(2, 3), (3, 3), (4, 3), (5, 3)\}$

☑ حل: تابع است زیرا مولفه های اول برابر نیست.

ب) $G = \{(4, 1), (2, -1), (1, -1), (4, 2)\}$

☑ تابع نیست زیرا در $(4, 1)$ و $(4, 2)$ مؤلفه های اول برابر است.

پ) $H = \{(2, 3)\}$

☑ حل: تابع است زیرا مولفه های اول برابر نیست.

ت) $I = \{(3, 3)\}$

☑ حل: تابع است زیرا مولفه های اول برابر نیست.

ث) $J = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (2, 4)\}$

☑ تابع نیست زیرا در $(4, 1)$ و $(4, 2)$ مؤلفه های اول برابر است.

پ) $\tilde{f} = \{(2, 1), (3, 2), (2, 2), (3, 4), (5, 1)\}$

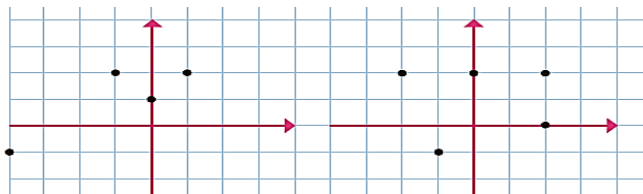
☑ تابع نیست زیرا در $(2, 1)$ و $(3, 4)$ و $(3, 2)$ مؤلفه های اول برابر است.

۴) نمایش مختصاتی تابع:

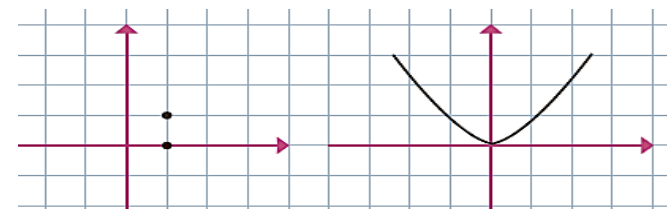
نمایش مختصاتی یک رابطه، وقتی تابع است که هر خط عمودی (موازی محور عرض ها)، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع کند.

(فعالیت ۳ ص ۴۶ و تمرین ۶ ص ۴۹)

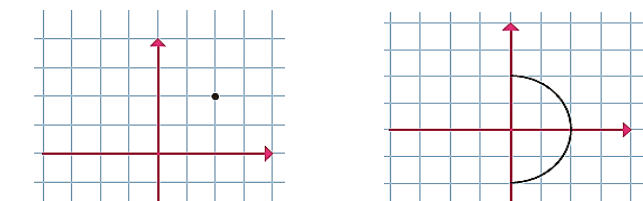
کدام یک از رابطه ها که نمودار مختصاتی آنها رسم شده است، تابع اند؟ چرا؟



حل: تابع نیست زیرا هر خط عمودی، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.
 حل: تابع است زیرا هر خط عمودی، نمودار را در بیش از یک نقطه قطع می کند.



حل: تابع نیست زیرا هر خط عمودی، نمودار را حداکثر در یک نقطه قطع می کند.
 حل: تابع است زیرا هر خط عمودی، نمودار را در بیش از یک نقطه قطع می کند.



۵) نمایش تو صیفی تابع:

(فعالیت ۴ ص ۴۵ و تمرین ۴ ص ۴۸)

کدام یک از رابطه های تعریف شده زیر، تابع است و کدام تابع نیست؟ چرا؟

الف) رابطه ای که به هر شهر در ایران، سوغاتی آن شهر را نسبت می دهد.

✓ حل: تابع نیست زیرا هر شهر ممکن است بیش از یک سوغاتی داشته باشد

ب) رابطه ای که به هر فرد، روز تولد او را نسبت می دهد.

✓ حل: تابع است زیرا هر نفر دقیقاً یک تاریخ تولد دارد.

پ) رابطه ای که به هر شهر، نماینده آن شهر در مجلس شورای اسلامی را نسبت می دهد.

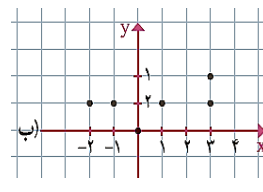
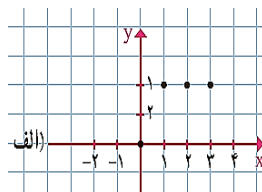
✓ حل: تابع نیست زیرا هر شهر ممکن است بیش از یک نماینده داشته باشد

ت) رابطه ای که به هر مسلمان، قبله او را نسبت می دهد.

✓ حل: تابع است زیرا قبله همه مسلمانان، کعبه است

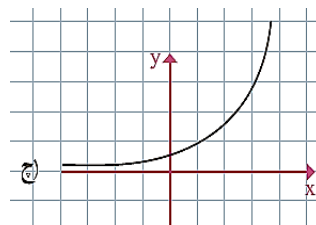
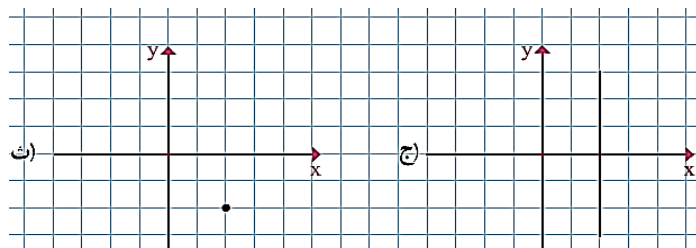
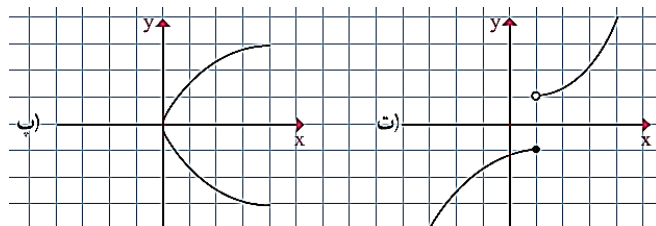
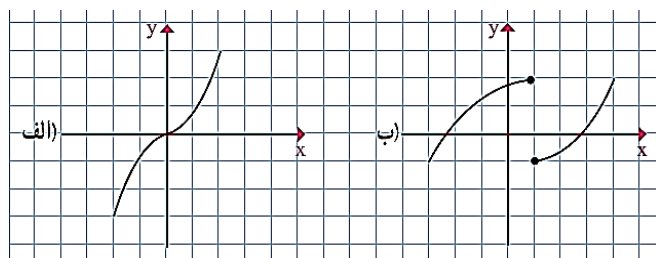
ث) رابطه ای که به هر شخص، شماره ملی او را نسبت می دهد.

✓ حل: تابع است زیرا هر شخصی دقیقاً یک کد ملی دارد.



تمرین ۴ ص ۵۵: Homework

۴) کدام نمودار، نمایش یک تابع می باشد؟ چرا؟



فصل ۲ درس ۲: ضابطه جبری تابع

اهداف درس ۲:

- تشخیص قانون بین متغیرهای x, y
- تعیین دامنه و تعیین برد توابع با معلوم بودن ضابطه و دامنه

دامنه و برد تابع:

در هر تابع، همه مقاداری که متغیر مستقل می تواند بگیرد را دامنه و همه مقاداری که متغیر وابسته می تواند بگیرد را برد می گوئیم.

دامنه تابع f را با D_f و برد آن را با R_f نشان می دهیم.

(گاردنر کلاسی (۲ و ۳ ص ۵۲)

دامنه و برد هریک از تابع های زیر را مشخص کنید.

$$f = \{(1, -1), (2, -2), (3, -3), (4, -4), (\sqrt{2}, -\sqrt{2})\}$$

$$\text{دامنه} = D_f = \{1, 2, 3, 4, \sqrt{2}\} \quad \square \text{حل:}$$

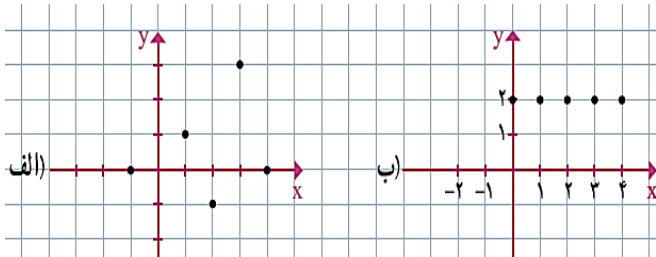
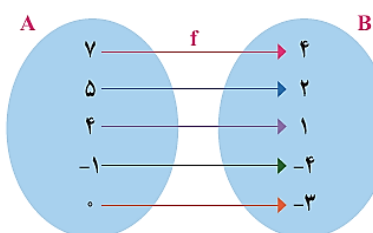
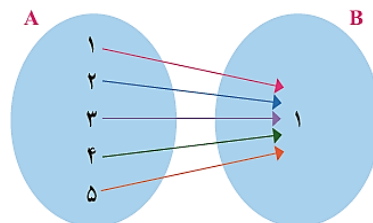
$$\text{برد} = R_f = \{-1, -2, -3, -4, -\sqrt{2}\}$$

$$f = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (\frac{1}{4}, \frac{1}{4}), (\sqrt{2}, \sqrt{2}), (0, 0)\}$$

\square حل:

$$D_f = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

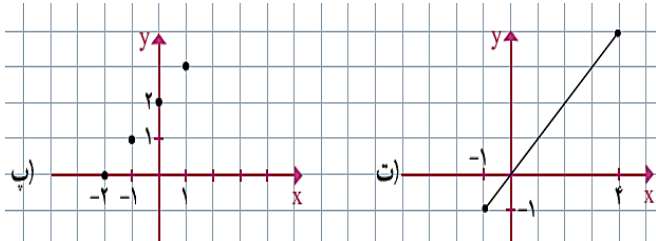
$$R_f = \{1\}$$



\square حل:

$$D_f = \{-1, 1, 2, 3, 4\} \quad D_f = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

$$R_f = \{0, -1, 1, 3\} \quad R_f = \{2\}$$



ضابطه جبری تابع:

رابطه بین دامنه و برد تابع f را می توان به صورت یک عبارت

ریاضی $y = f(x)$ نمایش داد این گونه نمایش تابع را، نمایش

جبری یا قانون یا ضابطه تابع می گوئیم.

برای نمایش تابع f از مجموعه A به مجموعه B می نویسیم :

$$\text{دامنه تابع } f \text{ است } \begin{cases} f : A \rightarrow B \\ y = f(x) \end{cases}$$

یک تابع با ضابطه و دامنه آن مشخص می شود، اگر دامنه تابع

ذکر نشود، بزرگترین دامنه ممکن را برای آن تابع در نظر می

گیریم.

تمرین ۵ (ص ۵): Homework

② برد هریک از توابع زیر را با توجه به ضابطه و دامنه داده شده، به دست آورید.

الف) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = x^2 + x + 1$, $A = \{0, -1, 1, 2, -2\}$

ب) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = \frac{x+1}{x}$, $A = \{\frac{1}{2}, 1, -1, 2, -2\}$

پ) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = \sqrt{x+1}$, $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 8\}$

ت) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = x$, $A = \mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$

ث) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = 0$, $A = \mathbb{R}$

(فعالیت ص ۵۱)

با توجه به ضابطه و دامنه هر تابع، برد هر تابع را مشخص کنید

$$f: A \rightarrow B$$

$$f(x) = 2x^2 + 1, \quad A = \left\{-1, \sqrt{2}, 2, 1, 0, \frac{1}{2}\right\}$$

☑ حل:

x	$f(x) = 2x^2 + 1$
-1	$f(-1) = 2 \times (-1)^2 + 1 = 3$
$\sqrt{2}$	$f(\sqrt{2}) = 2 \times (\sqrt{2})^2 + 1 = 5$
2	$f(2) = 2 \times (2)^2 + 1 = 9$
1	$f(1) = 2 \times (1)^2 + 1 = 3$
0	$f(0) = 2 \times (0)^2 + 1 = 1$
$\frac{1}{2}$	$f\left(\frac{1}{2}\right) = 2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 + 1 = \frac{3}{2}$
	$R_f = \left\{3, 5, 9, 1, \frac{3}{2}\right\}$

الف) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = \sqrt{x+1} - 1$, $A = \{0, -1, 8, 3, 2\}$

ب) $f: A \rightarrow B$
 $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$, $A = \{-2, 0, 1, \sqrt{2}, \frac{1}{2}\}$

(تمرین ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵)

③ تابع f به هر عدد حقیقی، دو برابر مکعب همان عدد، منهای ۴ را نسبت می دهد. f کدام تابع است؟

حاصل $f(3)$ را بیابید.

الف) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2(x-4)^2$

ب) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2\sqrt[3]{x-4}$

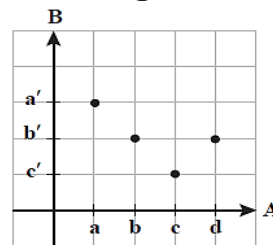
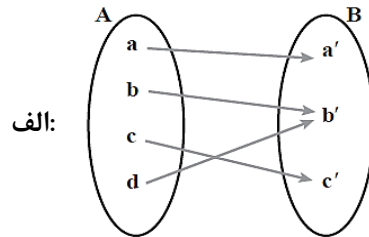
پ) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2x^2 - 4$

ت) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $f(x) = 2\sqrt{x} - 4$

✓ حل: گزینه پ صحیح است و حاصل $f(3)$ برابر است با:

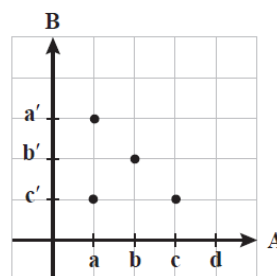
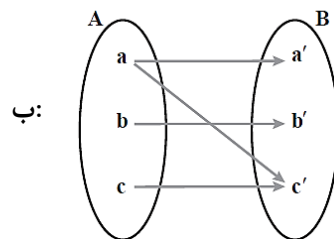
$$f(x) = 2x^2 - 4 \rightarrow f(3) = 2(3)^2 - 4 \rightarrow f(3) = 50$$

① کدام یک از رابطه های زیر تابع است؟ چرا؟ برای هر رابطه نمودار مختصاتی را رسم کنید.



✓ حل: تابع است. زیرا از هر عضو

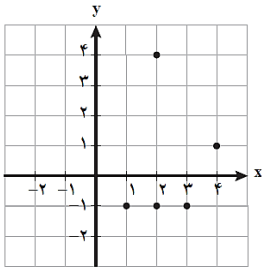
مجموعه اول (A) دقیقاً یک بیگان خارج شده



✓ حل: تابع نیست زیرا از هر عضو

مجموعه اول (A) بیش از یک بیگان خارج شده

پ) $f = \{(2, -1), (3, -1), (1, -1), (4, 1), (2, 4)\}$

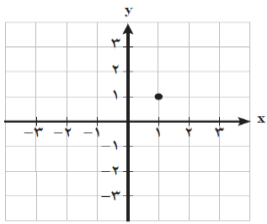


✓ تابع نیست. زیرا در

مؤلفه های اول $(2, -1), (2, 4)$

برابر است.

ت) $g = \{(1, 1)\}$

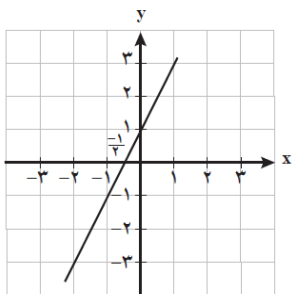


✓ حل: تابع است زیرا

مؤلفه های اول برابر نیست.

ث) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 2x + 1$

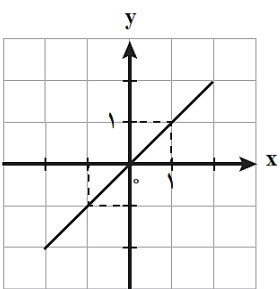


✓ حل: تابع است زیرا

هر خط عمودی، نمودار را حداکثر در بیش از یک نقطه قطع می کند

ج) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = x$

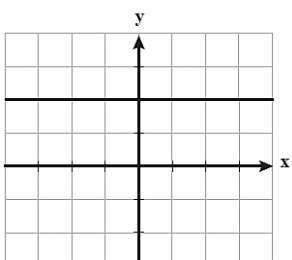


✓ حل: تابع است زیرا

هر خط عمودی، نمودار را حداکثر در بیش از یک نقطه قطع می کند

ح) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$f(x) = 2$



✓ حل: تابع است زیرا

هر خط عمودی، نمودار را حداکثر در بیش از یک نقطه قطع می کند

فصل ۲ درس ۳: نمودار تابع خطی

رسم نمودار تابع درجه یک (خطی):

اهداف درس ۳:

برای رسم نمودار تابع خطی $(y = mx + h)$ ، دو نقطه از نمودار تابع را در دستگاه مختصات مشخص می‌کنیم و سپس آن دو نقطه را به وسیله خطی به هم وصل می‌کنیم.

(گاردوگلاسی ص ۵۹)

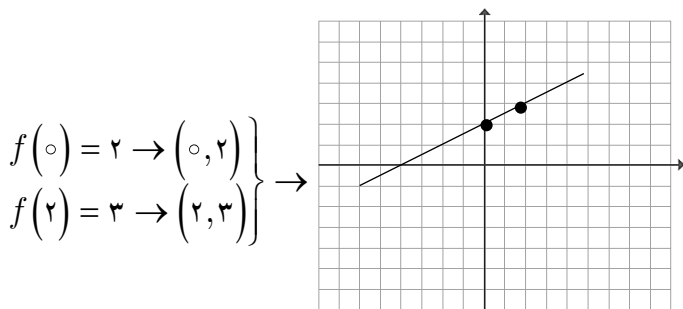
در یک تابع خطی داریم $f(0) = 2$ و $f(2) = 3$ ابتدا مقدار m را بدست آورید. سپس به کمک آن $f(x)$ را مشخص کنید و نمودار تابع را رسم کنید.

✓ حل:

$$\left. \begin{array}{l} f(0) = 2 \rightarrow (0, 2) \\ f(2) = 3 \rightarrow (2, 3) \end{array} \right\} \rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow \frac{3 - 2}{2 - 0} = \frac{1}{2}$$

$$y = m(x - x_1) + y_1 \rightarrow y = \frac{1}{2}(x - 0) + 2$$

$$\rightarrow y = \frac{1}{2}x + 2 \rightarrow f(x) = \frac{1}{2}x + 2$$



$$\left. \begin{array}{l} f(0) = 2 \rightarrow (0, 2) \\ f(2) = 3 \rightarrow (2, 3) \end{array} \right\} \rightarrow$$

(گاردوگلاسی ص ۶۱)

اگر نمودار تابع خطی f از مبدأ عبور کرده باشد، و $f(-1) = 2$ باشد. نمودار و ضابطه تابع f را مشخص کنید.

✓ حل:

$$\left. \begin{array}{l} (0, 0) \\ f(-1) = 2 \rightarrow (-1, 2) \end{array} \right\} \rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow \frac{2 - 0}{-1 - 0} = -2$$

$$y = mx + h \rightarrow y = -2x + 0 \rightarrow f(x) = -2x$$

- تابع خطی را تشخیص دهند.
- نمودار تابع خطی را به کمک ضابطه آن رسم کنند.

انواع تابع:

۱- تابع درجه یک (خطی) ۲- تابع درجه ۲ (سه‌می)

تابع درجه یک (خطی):

هر تابع به شکل $y = mx + h$ را یک تابع خطی می‌نامیم.

مثل: $y = 2x + 1$

✓ شیب خط:

برای به دست آوردن شیب خطی که از دو نقطه می‌گذرد از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$\text{شیب خط} = \frac{\text{تفاضل عرض‌ها}}{\text{تفاضل طول‌ها}} \rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

✓ عرض از مبدا:

عرض از مبدا را با h نشان می‌دهیم که به محل برخورد خط با محور عرض‌ها، عرض از مبدا می‌گوییم

✓ نوشتن معادله خط:

برای نوشتن معادله خط از فرمول‌های زیر کمک می‌گیریم:

$$y = m(x - x_1) + y_1$$

$$y = mx + h$$

$$\left. \begin{array}{l} f(1) = 5 \rightarrow (1, 5) \\ f(2) = 8 \rightarrow (2, 8) \end{array} \right\} \rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow \frac{8 - 5}{2 - 1} = 3$$

$$y = m(x - x_1) + y_1 \rightarrow y = 3(x - 1) + 5 \rightarrow y = 3x + 2$$

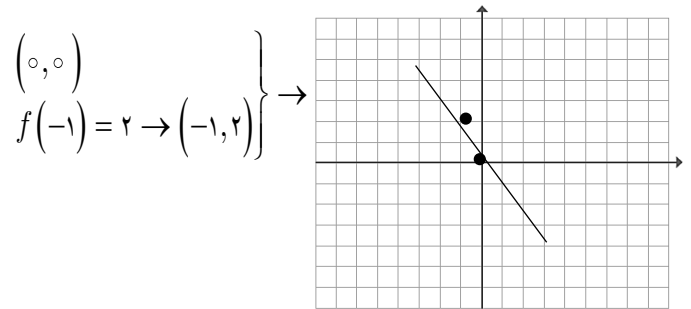
$$f(-3) \xrightarrow{y=3x+2} 3(-3) + 2 = -7$$

$$f(5) \xrightarrow{y=3x+2} 3(5) + 2 = 17$$

⑤ نمودار یک تابع خطی از مبدأ می‌گذرد و $f(2) = 7$

است. در این صورت اختلاف $f(0/1)$ ، $f(-0/1)$ را به

دست آورید.



(تمرین ۲ و ۳ ص ۶۱ و ۶۲)

② ضابطه تابع خطی f را که از نقاط $(2,3)$ ، $(4,1)$ می

گذرد، مشخص کنید و نمودار آن را رسم نمایید.

① مقادیر m, n را چنان بیابید تا در تابع با ضابطه

$$f(x) = mx + n \text{ داشته باشیم: } f(1) = 1, f(2) = 4$$

✓ حل:

$$\left. \begin{array}{l} f(1) = 1 \rightarrow (1, 1) \\ f(2) = 4 \rightarrow (2, 4) \end{array} \right\} \xrightarrow{f(x)=mx+n} \begin{cases} m+n=1 \\ 2m+n=4 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} m=3 \\ n=-2 \end{cases}$$

⑥ رابطه بین درجه دما برحسب سانتی گراد و فارنهایت به

$$\text{صورت } F = \frac{9}{5}C + 32 \text{ است. دمای یک جسم } 20 \text{ درجه}$$

سانتی گراد بالا رفته است. دمای آن برحسب فارنهایت چقدر افزایش داشته است؟

✓ حل:

$$f(20) = \frac{9}{5} \times 20 + 32 = 68$$

$$68 - 32 = 36$$

$$f(0) = \frac{9}{5} \times 0 + 32 = 32$$

✓ نکته:

۱) رابطه بین طول ضلع مستطیل و محیط آن بیانگر یک تابع خطی است. ولی رابطه بین طول ضلع مستطیل و مساحت آن بیانگر یک تابع غیر خطی است.

(گاردو گلابی ص ۶۱)

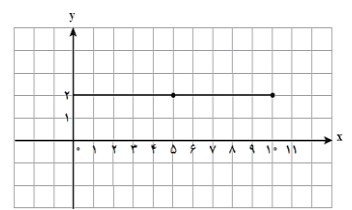
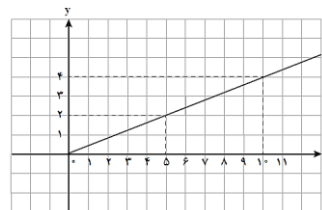
ضابطه تابع محیط مستطیل هایی را که طول آنها ۴ واحد بیشتر از عرض آنها است، بر حسب عرض آن بنویسید و نشان دهید یک تابع خطی است. آیا تابع مساحت آنها نیز یک تابع خطی است؟

④ نمودار تابعی خطی را رسم کنید که دامنه آن برابر

$$A = \{x \in R / 0 \leq x \leq 1\}$$

و از نقطه $M \begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$ بگذرد.

✓ حل: جواب سؤال منحصر به فرد نیست.



✓ مقدار تابع:

برای به دست آوردن مقدار تابع، باید در ضابطه تابع به جای

x مقدار مورد نظر را قرار دهیم.

(تمرین ۳ و ۴ و ۵ ص ۶۱)

③ در تابع خطی f داریم $f(1) = 5$ و $f(2) = 8$ ، مقادیر

$f(-3)$ ، $f(5)$ را بیابید.

✓ حل: ابتدا باید ضابطه تابع را به دست آوریم:

فصل ۲ درس ۴: نمودار تابع درجه ۲

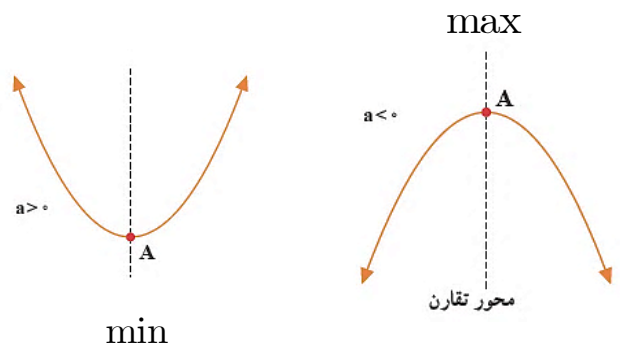
اهداف درس ۴:

- تابع درجه ۲ را تشخیص دهند.
- نمودار تابع درجه ۲ را به کمک نقطه یابی (با داشتن رأس و نقاط کمکی طرفین) رسم کنند.
- طرح وحل مسائل کاربردی از تابع درجه دوم

تابع درجه ۲ (سهمی)

۱. هر تابع به شکل $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$)

را یک تابع درجه ۲ می نامیم که نمودار آن سهمی است و به یکی از دو صورت زیر است:



۲. در شکل های فوق، نقطه A یا S رأس سهمی می باشد.

۳. اگر در معادله سهمی $a > 0$ باشد دهانه سهمی رو به بالا است و A پائین ترین نقطه سهمی است و سهمی مینیمم (min) دارد

۴. اگر در معادله سهمی $a < 0$ باشد A بالاترین نقطه سهمی است و سهمی مینیمم (max) دارد و دهانه سهمی رو به پایین است.

۵. خطی که از رأس سهمی به موازات محور عرض ها رسم می شود، محور تقارن سهمی است. و معادله آن با طول راس سهمی فرقی ندارد

۵. هر سهمی به صورت $y = ax^2 + bx + c$ رأسی به

مختصات $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$ یا $\left(\frac{-b}{2a}, \frac{-\Delta}{4a}\right)$ و خط تقارنی به معادله $x = -\frac{b}{2a}$ دارد.

۶. هر سهمی به صورت $y = a(x - h)^2 + k$ که $a \neq 0$ است، رأسی به مختصات (h, k) و خط تقارنی به معادله $x = h$ دارد.

(گاردور گلابی ص ۶۷)

نقاط رأس سهمی هایی را که معادله های آنها داده شده است، مشخص کنید.

✓ حل: ابتدا مقدار a, b را مشخص می کنیم سپس از فرمول

مختصات راس سهمی را می یابیم.

$$\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$$

$$\text{الف) } y = x^2 \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2(1)} = 0 \\ y &= x^2 \xrightarrow{x=0} y = (0)^2 = 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow S = (0, 0)$$

$$\text{ب) } y = 4 - x^2 \begin{cases} a = -1 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2(-1)} = 0 \\ y &= 4 - x^2 \xrightarrow{x=0} y = 4 - (0)^2 = 4 \end{aligned} \right\} \rightarrow S = (0, 4)$$

$$\text{پ) } y = 2x^2 - 4x + 1$$

① نمودار توابع $y = -x^2 + 6x - 10$, $y = 2x^2 + 4x + 1$ را رسم کنید.

$$y = 2(x - 1)^2 + 1$$

رسم نمودار تابع درجه دو (سهی):

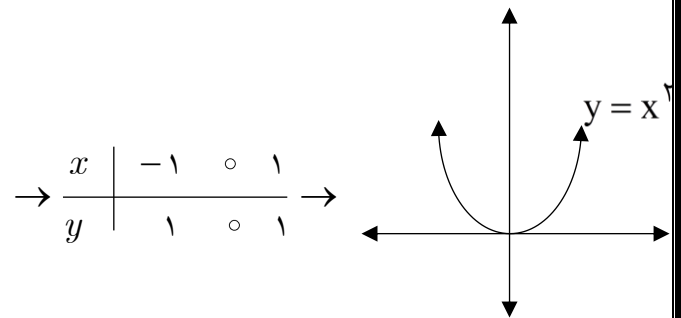
برای رسم معادلات سهمی به صورت $y = ax^2 + bx + c$ کافیست پس از پیدا کردن مختصات رأس سهمی یک واحد کمتر و یک واحد بیشتر از طول را دوطرف آن قرار داده و عرض نقاط را بیابیم

(گاردوگلاسی هی ۶۶ و ۶۹ و ۶۷)

نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2$ را رسم کنید.

$$f(x) = x^2 \begin{cases} a = 1 \\ b = 0 \end{cases}$$

$$\left. \begin{aligned} x &= -\frac{b}{2a} = -\frac{0}{2(1)} = 0 \\ y &= x^2 \xrightarrow{x=0} y = (0)^2 = 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow S = (0, 0)$$



نمودار تابع با ضابطه $f(x) = 4 - x^2$ را رسم کنید.

② نمودار توابع $y = -x^2 + 6x + 10$, $y = x^2 + 4x - 2$ را رسم کنید.

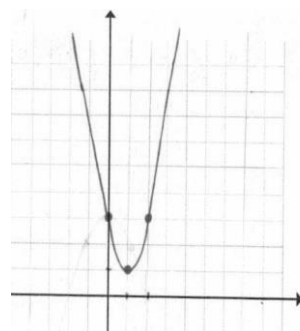
(گاردوگلاسی هی ۶۸)

الف) نمودار تابع با ضابطه $y = 2(x - 1)^2 + 1$ را رسم کنید.

$$y = 2(x - 1)^2 + 1 \rightarrow S(h, k) = (1, 1)$$

x	0	1	2
y	3	1	3

↙ ↘
 $a + k$



محاسبه ماکزیمم (بیشترین) و مینیمم (کمترین) سهمی:

برای یافتن ماکزیمم (بیشترین) و مینیمم (کمترین) سهمی

کافیست عرض راس سهمی (y) را بیابیم که برای به دست

آوردن آن، باید طول راس سهمی ($x = -\frac{b}{2a}$) را در ضابطه

سهمی ($y = ax^2 + bx + c$) قرار دهیم یا مقدار

$$y = \frac{-\Delta}{4a}$$

بیابیم.

✓ نکته: ماکزیمم (کمترین) و مینیمم (بیشترین) سهمی

به شکل $y = a(x - h)^2 + k$ برابر k می باشد.

(تمرین ۳ و ۴ ص ۷۰)

③ محیط مستطیلی ۲۶ متر است. اگر اندازه یکی از اضلاع

آن را با x و مساحت آن را با S نشان دهیم، ابتدا نمودار تابع

مساحت را بر حسب x رسم کنید. سپس به کمک نمودار

مشخص کنید به ازای چه مقداری از x مساحت مستطیل

ماکسیمم می شود.

✓ حل:

$$2(x+y) = 26 \Rightarrow x+y = 13 \Rightarrow S = xy = x(13-x) = 13x - x^2$$

$$x = \frac{-b}{2a} = \frac{-13}{-2} = \frac{13}{2} = 6.5$$

$$f\left(\frac{13}{2}\right) = \frac{169}{4} = 42.25$$

x	6	6.5	7
P(x)	42	42.25	42

$$x = 6.5$$



④ اگر $2x + a = 100$ باشد x, a را طوری بیابید که

$$y = xa \text{ ماکسیمم شود}$$

$$a = 100 - 2x$$

$$y = xa = x(100 - 2x) = 100x - 2x^2$$

✓ حل:

$$x = \frac{-b}{2a} = 25$$

$$a = 100 - 2(25) = 50$$

ب) نمودار تابع با ضابطه $y = -\frac{1}{4}(x+2)^2 + 5$ را رسم کنید.

تمرین ۱ ص ۷۰: Homework

① نمودار سهمی های به معادله های

$$y = -(x-1)^2 + 1, y = x^2 + 4x + 1, y = x^2 - 2x$$

را رسم کنید.

طرح و حل مسائل کاربردی از تالیف درجه دوم:

رابطه مهم در حل مسائل بازار یابی:

$$P(x) = R(x) - C(x) \Rightarrow \text{هزینه} - \text{درآمد (فروش)} = \text{سود}$$

۱. نقطه سر به سر یعنی میزان هزینه بامیزان درآمد برابر میشود و بنگاه در این سطح از تولید نه سود می کند و نه ضرر.
۲. برای آغاز سود دهی (نقطه سر به سر) باید $P(x) = 0$ یا $R(x) = C(x)$ را به دست آوریم
۳. اگر تولید بیشتر از نقطه سر به سر شود، بنگاه سود می کند و اگر کمتر باشد، بنگاه ضرر می کند.

(مسئله ص ۳۱)

در یک کارگاه تولید چتر، سود حاصل از فروش x چتر از

$$p(x) = -0.00405x^2 + 8/15x - 100$$

رابطه به دست می آید

الف) اگر این کارگاه چتری نفروشد، چقدر از دست می دهد؟

$$\square \text{ حل: چتری نفروشد یعنی } (x = 0)$$

$$p(x) = -0.00405x^2 + 8/15x - 100$$

$$\xrightarrow{x=0} p(0) = -0.00405(0)^2 + 8/15(0) - 100$$

$$\rightarrow p(0) = -100$$

۱۰۰ واحد از دست می دهد.

ب) به ازای چه تعداد فروش چتر، کارگاه به نقطه سر به سر خود می رسد؟

$$\square \text{ حل: نقطه سر به سر یعنی } P(x) = 0$$

$$p(x) = -0.00405x^2 + 8/15x - 100 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta = 64/8.25} \begin{cases} x = 200 \\ x = 12/3 \end{cases}$$

(تمرین ۷ ص ۶۲)

$$\textcircled{7} \text{ یک شرکت برای تولید } x \text{ کالا، } C(x) = 3000 + 50x$$

تومان هزینه می کند و هر کالا را ۷۰ تومان می فروشد.

الف) تابع سود را تعیین کنید.

ب) این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سود دهی آغاز شود؟

(تمرین ۲ و ۵ ص ۷۰)

$$\textcircled{2} \text{ اگر تابع درآمد به صورت } y = -\frac{1}{2}x^2 + 30x \text{ و}$$

تابع هزینه به صورت $y = 18x + 40$ باشد، ماکسیم سود را مشخص کنید.

۵) یک کارخانه تولیدی، هر لامپ را ۲۰۰ تومان می فروشد. اگر

در هر روز x واحد لامپ تولید کند و بفروشد. و تابع هزینه آن

$$C(x) = x^2 + 40x + 100 \text{ باشد:}$$

الف) تابع سود روزانه این تولیدی را بنویسید.

ب) این کارخانه چند لامپ در روز تولید کند تا بیشترین سود

را به دست آورد؟

پ) بیشترین سود روزانه این کارگاه چقدر است؟