

خط و دایره

فعالیت

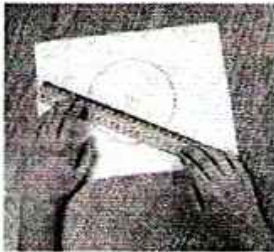


۱- پنج نقطه پیدا کنید که فاصله هر کدام از نقطه O، ۲ سانتی متر باشد.

اگر این نقطه‌ها را بیشتر و بیشتر کنیم، چه شکلی ایجاد می‌شود؟ **دایره**

۲- دو خط یا موازی‌اند یا متقاطع؛ یعنی، یا نقطه مشترکی ندارند یا در یک نقطه یکدیگر را

قطع می‌کنند.



حالا سه وضعیت مختلف یک خط و یک دایره را رسم کنید و در هر حالت، مشخص کنید که خط و دایره چند نقطه مشترک دارند.

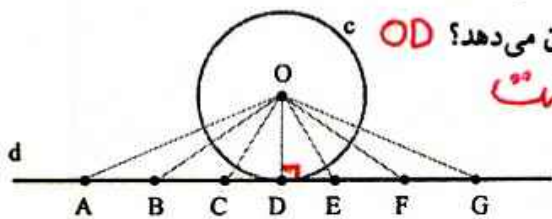


در حالتی که خط و دایره تنها یک نقطه مشترک دارند، می‌گوییم خط بر دایره مماس است.

تعریف مماس

۳- فاصله یک نقطه از یک خط، طول کوتاه‌ترین پاره خطی است که آن نقطه را به خط وصل

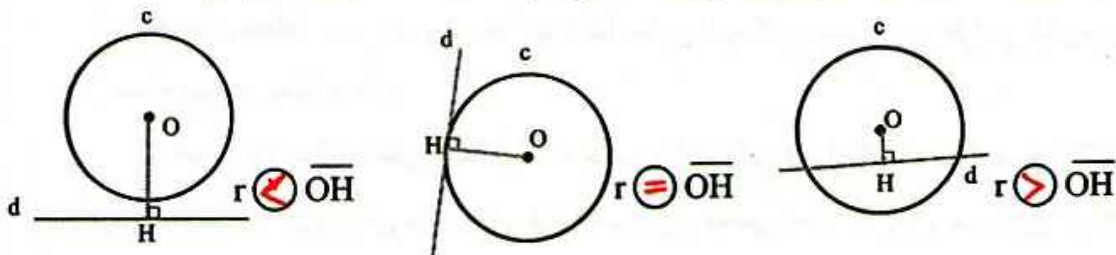
می‌کند. خط d بر دایره c به مرکز O و شعاع r مماس است.



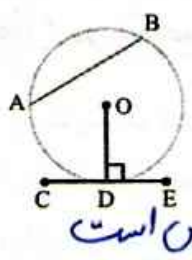
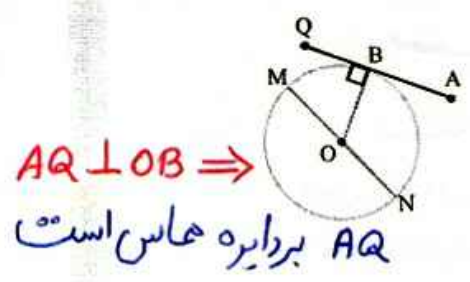
کدام پاره خط فاصله مرکز دایره از خط d را نشان می‌دهد؟ **OD**
اندازه این پاره خط را با r مقایسه کنید. **برابر است**

۴- در هر یک از شکل‌های زیر دایره‌ای به شعاع r رسم کرده‌ایم. فاصله مرکز دایره از خط d

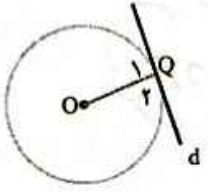
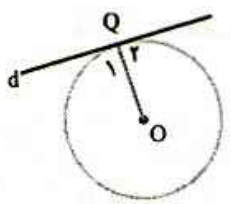
را \overline{OH} بنامید و بدون اندازه‌گیری، رابطه‌های زیر را با علامت $>$ ، $=$ ، یا $<$ کامل کنید.



شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.

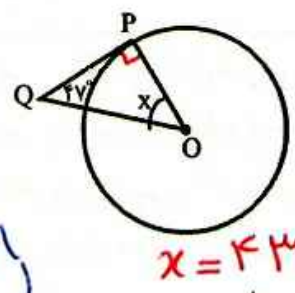
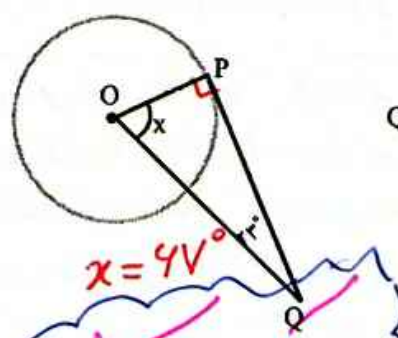
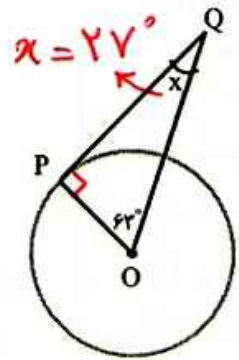


کار در کلاس
 ۱- در هر شکل، کدام پاره خط بر دایره مماس است؟



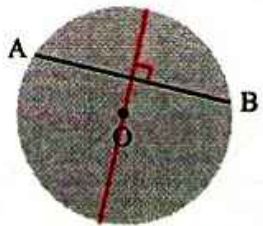
۲- در هر شکل، خط بر دایره مماس است. زاویه Q_1 چه نوع زاویه‌ای است؟ قائمه $\hat{Q}_1 = 90$

۳- در هر شکل، PQ بر دایره مماس است. اندازه زاویه خواسته شده را پیدا کنید.

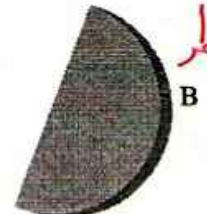


پیدا کردن مرکز دایره

۱- مانند شکل، روی یک ورق کاغذ دایره‌ای رسم کنید. سپس، صفحه دایره‌ای شکل را با قیچی جدا کنید. دو نقطه A و B را روی دایره قرار دهید.



A را به B وصل کنید. این پاره خط وتر دایره نامیده می‌شود. دایره را طوری تا کنید که نقاط A و B روی هم قرار بگیرند. تای کاغذ را باز کنید.



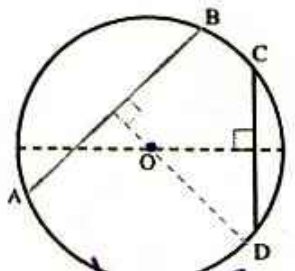
روی خط تارا با مداد پر رنگ کنید. در هندسه به این پاره خط چه می‌گویند؟ قطر روی دایره، وتر دیگری رسم کنید و همین مراحل را برای آن تکرار کنید. دو پاره خط رسم شده یکدیگر را در چه نقطه‌ای قطع می‌کنند؟ مرکز

نکته: قطری که AB را نصف می‌کند بر آن عمود است

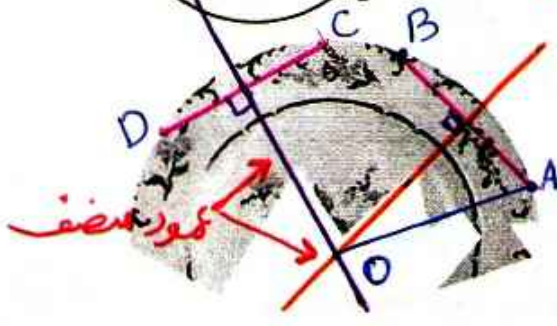
نکته: اگر عمود منصف دو وتر دلخواه غیر موازی را رسم کنیم یکدیگر را در مرکز دایره قطع می‌کنند
 و نیز: پاره خطی که دو نقطه‌ای متمایز از یک دایره را بهم وصل می‌کند را وتر می‌نامیم

۳۳

۲- نتیجه فعالیت (۱) را به کمک شکل روبه‌رو توضیح دهید.
 برای پیدا کردن مرکز یک دایره، کافی است نصفی برضورت
 عمود منصف های دو وتر غیر موازی آن را پیدا کنیم



۳- قطعه‌ای از یک بشقاب قدیمی پیدا شده است.



تصویر آن را در شکل روبه‌رو می‌بینید.

با توجه به فعالیت‌های قبل، توضیح دهید که چگونه می‌توانیم

قطر این بشقاب را پیدا کنیم.

$2OA = \text{قطر}$

۴- دایره‌ای به مرکز O با وتر AB داریم. دو متن زیر را بخوانید و نتیجه هر یک از آنها را

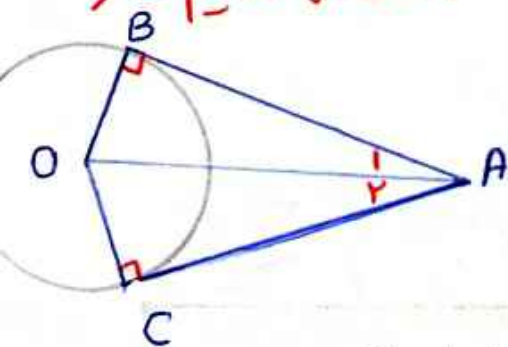
کامل کنید.

این دو چه تفاوتی دارند؟ درباره آن با دوستانتان گفت‌وگو کنید.

<p>خطی از O بر AB عمود می‌کنیم و پای عمود را H می‌نامیم. دو زاویه H_1 و H_2 قائمه‌اند. پس دو مثلث قائم‌الزاویه AOH و BOH در حالت وتر و یک ضلع برابرند؛ پس $\overline{AH} = \overline{BH}$</p>	<p>وسط AB را M می‌نامیم و O را به M وصل می‌کنیم. پس دو مثلث AOM و BOM در حالت سه ضلع با هم برابرند؛ پس $\hat{M}_1 = \hat{M}_2$ و چون حاصل جمع این دو زاویه 180° درجه است، پس هر کدام از آنها 90° درجه است.</p>
--	---

نتیجه: خطی که از مرکز دایره بر وتر عمود می‌شود، آن وتر را نصف می‌کند و برعکس پاره خطی که مرکز دایره را به وسط وتر وصل می‌کند، بر آن عمود است

نکته: اگر از یک نقطه خارج دایره دو مماس بر دایره رسم کنیم طول دو مماس با هم برابر است و خطی که مرکز را به آن نقطه وصل می‌کنیم ساز



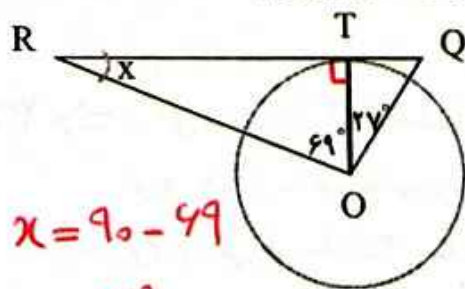
زاویه‌ی بین این دو خط مماس است

$$\Rightarrow \begin{cases} AB = AC \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \end{cases}$$

کاردر کلاس



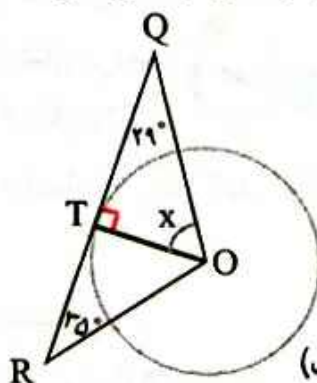
۱- در هر شکل، RQ بر دایره مماس است. اندازه زاویه مجهول را پیدا کنید.



$$x = 90 - 69$$

$$\Rightarrow x = 21^\circ$$

(ب)



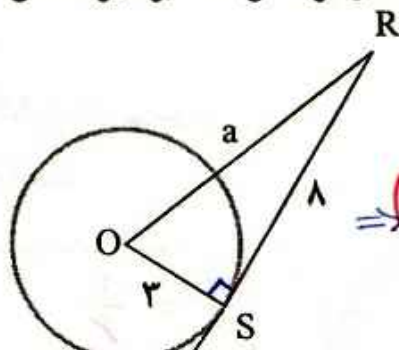
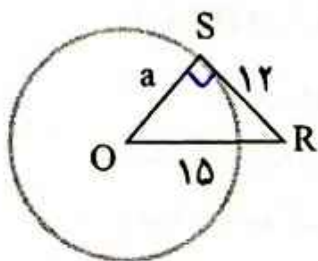
$$x = 90 - 29$$

$$x = 61$$

(الف)

۲- در هر شکل، SR بر دایره مماس است. طول پاره خط a را به دست آورید.

$$a^2 = 15^2 - 12^2 \Rightarrow a^2 = 81 \Rightarrow a = 9$$



$$a^2 = 3^2 + 11^2 = 9 + 121$$

$$\Rightarrow a = \sqrt{130}$$