

ردیف	شرح سوالات	بارم
۱	<p>اگر ناحیه رنگ شده را حول خط <math>l</math> دوران دهیم حجم جسم حاصل چقدر است؟</p> <p>با دوران حول خط <math>l</math> یک استوانه به شعاع ۳ و ارتفاع ۶ ایجاد می شود که یک کره به شعاع ۲ از آن خارج شده است.</p> $V = \text{حجم استوانه} - \text{حجم کره} = \pi r^2 h - \frac{4}{3} \pi r^3$ $= \pi(3^2)(6) - \frac{4}{3} \pi(2^3) = 54\pi - \frac{32\pi}{3} = \frac{130\pi}{3}$	۲
۲	<p>نقاط <math>F'(-8,4)</math> و <math>F'(2,4)</math> کانون های یک بیضی هستند، اگر بزرگ ترین قطر بیضی ۲۶ باشد، مختصات دو سر قطر بزرگ، دو سر قطر کوچک و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.</p>	۲/۵
۲	<p>نقاط <math>F'(-5,2)</math> و <math>F'(3,2)</math> کانون های یک بیضی هستند، اگر خروج از مرکز بیضی <math>0/8</math> باشد، بیضی را رسم کنید.</p>	۲/۵
۴	<p>یک بیضی بر خطوط <math>x = -2</math>، <math>x = 8</math>، <math>y = 3</math>، <math>y = -3</math> مماس است، مختصات مرکز بیضی کانون ها و خروج از مرکز بیضی را پیدا کنید.</p>	۲
۵	<p>دایره <math>x^2 + y^2 - 6x + 8y = 0</math> را رسم کنید، و مختصات مرکز، شعاع و نقاط برخورد با محور مختصات را مشخص کنید.</p>	۲
۶	<p>معادله دایره ای را بنویسید که <math>O(1,2)</math> و بر خط <math>3x - 4y + 20 = 0</math> مماس باشد.</p>	۱
۷	<p>وضعیت خط <math>x + y = 4</math> نسبت به دایره <math>x^2 + y^2 - 2x - 4y + 1 = 0</math> را تعیین کنید.</p>	۱/۵
۸	<p>وضعیت دو دایره <math>x^2 + y^2 - 4x + 4y + 4 = 0</math> و <math>x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0</math> را تعیین کنید.</p>	۲

به نام خدا

موسسه علمی آموزشی پروفیسور حسابی شهرستان لاهیجان

مدت امتحان : ۷۰ دقیقه

آزمون ریاضی پایه دوازدهم تجربی (فصل ششم)

نام و نام خانوادگی :

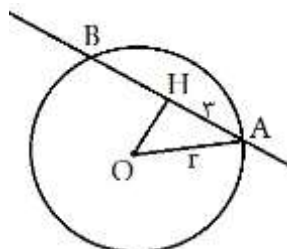
تعداد صفحات : ۲

تاریخ آزمون : ۲۹ فروردین ۱۳۹۸

شماره دانش آموز :

ردیف	شرح سوالات	بارم
۹	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکزش $O(۲,۳)$ و از خط $۳x - ۴y - ۱۴ = ۰$ وتری به طول ۶ جدا کند.	۱/۵
۱۰	نقاط اشتراک خط $x + y = ۱$ و دایره $x^2 + y^2 - ۶x + ۴y + ۵ = ۰$ را پیدا کنید.	۱/۵
۱۱	اگر نقطه $(۲,۳)$ درون دایره $x^2 + y^2 - ۲x + ۴y + m = ۰$ قرار داشته باشد، حدود $m$ را تعیین کنید.	۱/۵
موفق و سربلند باشید (پاک‌نژاد)		جمع : ۲۰

بارم	شرح سوالات	ردیف	
۲	<p>با دوران حول خط <math>l</math> یک استوانه به شعاع ۳ و ارتفاع ۶ ایجاد می شود که یک کره به شعاع ۲ از آن خارج شده است.</p> $V = \text{حجم استوانه} - \text{حجم کره} = \pi r^2 h - \frac{4}{3} \pi r^3 = \pi(3^2)(6) - \frac{4}{3} \pi(2^3)$ $= 54\pi - \frac{32\pi}{3} = \frac{130\pi}{3}$	۱	
۲/۵	<p><math>F(-۸,۴), F'(۲,۴) \Rightarrow</math> بیضی افقی : <math>O\left(\frac{-۸+۲}{۲}, \frac{۴+۴}{۲}\right) = O(-۳,۴)</math></p> <p><math>FF' = 2c \Rightarrow  -۸-۲  = 2c \Rightarrow c = ۵</math></p> <p>قطر بزرگ : <math>2a = ۲۶ \Rightarrow a = ۱۳, c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow ۲۵ = ۱۶۹ - b^2 \Rightarrow b = ۱۲</math></p> <p>دو سر قطر بزرگ : <math>A(\alpha + a, \beta) = (۱۰,۴), A' = (\alpha - a, \beta) = (-۱۶,۴)</math></p> <p>دو سر قطر کوچک : <math>B(\alpha, \beta + b) = (-۳,۱۶), B' = (\alpha, \beta - b) = (-۳, -۸)</math></p> <p>خروج از مرکز : <math>e = \frac{c}{a} \Rightarrow e = \frac{۵}{۱۳}</math></p>	۲	
۲/۵	<p><math>F(۳,۲), F'(-۵,۲) \Rightarrow</math> بیضی افقی : <math>O(-۱,۲)</math> وسط <math>FF'</math></p> <p><math>FF' = 2c \Rightarrow  ۳ - (-۵)  = 2c \Rightarrow c = ۴</math></p> <p><math>e = ۰/۸ \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{۸}{۱۰} \Rightarrow a = ۵</math></p> <p><math>c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow ۱۶ = ۲۵ - b^2 \Rightarrow b = ۳</math></p> <p><math>A(\alpha + a, \beta) = (۴,۲), A' = (\alpha - a, \beta) = (-۶,۲)</math></p> <p><math>B(\alpha, \beta + b) = (-۱,۵), B' = (\alpha, \beta - b) = (-۱, -۱)</math></p>		۲
۲	<p>بیضی را رسم می کنیم :</p> <p>با توجه به شکل، <math>A(۸,۰)</math> و <math>A'(-۲,۰)</math> دو سر قطر بزرگ و <math>B(۳,۳)</math> و <math>B'(۳, -)</math> دو سر قطر کوچک، مرکز بیضی <math>O(۳,۰)</math> است، پس <math>a = ۵</math> و <math>b = ۳</math> است، پس</p> <p><math>c^2 = a^2 - b^2 \Rightarrow c^2 = ۱۶ \Rightarrow c = ۴</math></p> <p>مختصات کانون عبارت است از:</p> <p><math>F(\alpha + c, \beta) = (۷,۰), F' = (\alpha - c, \beta) = (-۱,۰)</math></p> <p>خروج از مرکز :</p> $e = \frac{c}{a} = \frac{۴}{۵}$		۴
۲	<p><math>O(۳, -۴) \Rightarrow, r = \frac{1}{2} \sqrt{۳۶ + ۶۴} = ۵</math></p> <p><math>y = ۰ \Rightarrow x^2 - ۶x = ۰ \Rightarrow x = ۰, x = ۶ \Rightarrow (۰,۰), (۶,۰)</math></p> <p><math>x = ۰ \Rightarrow y^2 + ۸y = ۰ \Rightarrow y = ۰, y = -۸ \Rightarrow (۰, -۸), (۰,۰)</math></p>		۵

بارم	شرح سوالات	ردیف
۱	$O(1,2) \Rightarrow OH = \frac{ 3(1) - 4(2) + 20 }{\sqrt{9+6}} = \frac{15}{5} = 3 \Rightarrow r = 3$ $\Rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 = 9$	۶
۱/۵	$O(1,2), r = \frac{1}{2}\sqrt{4+16-4(1)} = 2 \Rightarrow OH = \frac{ 1+2-4 }{\sqrt{1+1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow OH < r$ <p>دایره و خط متقاطع هستند</p>	۷
۲	$x^2 + y^2 + 2x - 4y - 4 = 0 \Rightarrow O_1(-1,2), r_1 = \frac{1}{2}\sqrt{4+16-4(-4)} = 3$ $x^2 + y^2 - 4x + 4y + 4 = 0 \Rightarrow O_2(2,-2), r_2 = \frac{1}{2}\sqrt{16+16-4(4)} = 2$ $O_1O_2 = \sqrt{(2-(-1))^2 + (-2-2)^2} = 5, r_1 + r_2 = 5,  r_1 - r_2  = 1$ <p><math>\Rightarrow O_1O_2 = r_1 + r_2 \Rightarrow</math> دو دایره مماس خارج اند</p>	۸
۱/۵	$OH = \frac{ 3(2)-4(3)-14 }{\sqrt{9+16}} = \frac{20}{5} = 4$ $OH^2 + AH^2 = OA^2 \Rightarrow 16 + 9 = r^2 \Rightarrow r = 5$ $\Rightarrow (x-2)^2 + (y-3)^2 = 25$ 	۹
۱/۵	$\begin{cases} x^2 + y^2 - 6x + 4y + 5 = 0 \\ y = -x + 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 + (-x+1)^2 - 6x + 4(-x+1) + 5 = 0$ $\Rightarrow x^2 + x^2 - 2x + 1 - 6x - 4x + 4 + 5 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 12x + 10 = 0$ $\Rightarrow x^2 - 6x + 5 = 0 \Rightarrow (x-1)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \Rightarrow A(1,0) \\ x=5 \Rightarrow B(5,-4) \end{cases}$	۱۰
۱/۵	<p>چون نقطه (۲,۳) درون دایره قرار دارد، پس باید فاصله نقطه از مرکز دایره کوچکتر از شعاع دایره باشد، اول معادله دایره را مرتب می کنیم:</p> $x^2 + y^2 - 2x + 4y + m = 0 \Rightarrow O(1,-2), r = \frac{1}{2}\sqrt{4+16-4m} = \frac{1}{2}\sqrt{20-4m}$ $= \frac{1}{2} \times 2\sqrt{5-m} = \sqrt{5-m} \Rightarrow (x-1)^2 + (y+2)^2 = 5-m$ <p>حالا وقتی مختصات نقطه را در معادله قرار می دهیم، باید کوچکتر از <math>r^2</math> شود:</p> $(2-1)^2 + (3+2)^2 < 5-m \Rightarrow 1+25 < 5-m \Rightarrow m < -21$	۱۱