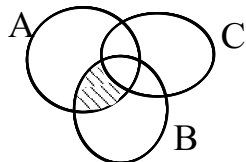


۱- اگر A مجموعه ی اعداد دو رقمی باشد آنگاه زیرمجموعه ای از A که عضوهای آن به صورت $5k$ و $k \in A$ است، چند عضو دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۹ (۴) ۲۰



۲- قسمت هاشور زده شکل مقابل، نمودار ون کدام گزینه است؟

- (۱) $A - (B \cap C)$
 (۲) $A \cap (C - B)$
 (۳) $A \cap (B - C)$
 (۴) $(A \cap C) - B$

۳- اگر A مجموعه ی اعداد طبیعی فرد کوچکتر از ۱۰۰ و $B = \{n(n+2) \mid n \in A\}$ باشد، آنگاه مجموعه ی $A \cap B$ چند عضو دارد؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

۴- اگر R, Q, Z, N به ترتیب مجموعه ی اعداد طبیعی، صحیح، گویا، حقیقی باشند مجموعه $Z \cap (R \cup N) \cap Q$ کدام است؟

- (۱) N (۲) Q (۳) R (۴) Z

۵- C, B, A سه مجموعه هستند و داریم: $A \subseteq B \subseteq C$ مجموعه $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ برابر کدام است؟

- (۱) A (۲) B (۳) $A \cup C$ (۴) $B \cup C$

۶- مجموعه $A = \{x \mid x(x^2-1)(x^3-2) = 0, x \in Z\}$ دارای چند زیرمجموعه است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۱۶ (۴) ۸

۷- کدام مجموعه ی زیر تهی است؟

- (۱) مجموعه ی اعداد طبیعی فرد بین ۸ تا ۱۰
 (۲) مجموعه ی اعداد طبیعی زوج بین ۹ تا ۱۱
 (۳) مجموعه ی اعداد طبیعی مضرب ۳ بین ۱۳ تا ۱۵
 (۴) مجموعه ی اعداد طبیعی مضرب ۳ بین ۱۴ تا ۱۶

۸- اگر $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 100\}$ و $B = \{x \mid x = 4n-3, n \in N\}$ باشد چند عضو دارد؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۴ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۰۱

۹- اگر $A_n = \{2, 4, 6, \dots, 2n\}$ در این صورت حاصل $A_1 - A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$ کدام است؟

- (۱) A_1 (۲) A_n (۳) $A_n - A_1$ (۴) $A_n \cap A_1$

۱۰- اگر دو عضو از اعضای مجموعه A را حذف کنیم، تعداد زیر مجموعه های آن ۳۸۴ واحد کم می شود. A چند زیر مجموعه دارد؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۵۱۲ (۴) ۱۰۲۴

۱۱- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$, $B = \{2, 3, 4, 5\}$ چند مجموعه مانند x در رابطه $(A \cap B) \subseteq x \subseteq (A \cup B)$ صدق می‌کند؟

(۱) ۲ (۲) ۸ (۳) ۴ (۴) ۵

۱۲- از دانش آموزان دو کلاس روی هم ۶۲ نفر در درس ریاضی و ۵۷ نفر در درس علوم و ۵۵ نفر در هر دو درس قبول شده‌اند. اگر ۵ نفر در هر دو درس مردود شده باشند، دو کلاس روی هم چند دانش آموز دارد؟

(۱) ۶۹ (۲) ۷۰ (۳) ۷۱ (۴) ۷۲

۱۳- اجتماع دو مجموعه A و B ، ۳۵ عضو دارد. به مجموعه A ، ۱۰ عضو جدید اضافه کرده‌ایم به اشتراک آنها ۸ عضو اضافه شده است اجتماع مجموعه B و مجموعه جدید حاصل از A چند عضو دارد؟

(۱) ۳۶ (۲) ۳۷ (۳) ۴۴ (۴) ۴۵

۱۴- اگر A و B دو مجموعه باشند و $A \cap B = \emptyset$ و $A \neq \emptyset$ و $B \neq \emptyset$ ، مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ برابر کدام مجموعه است؟

(۱) $A - B$ (۲) $A \cup B$ (۳) A (۴) B

۱۵- در صورتی که A و B دو مجموعه باشند $A \cap B = \{1, 2, 3\}$ و $n(A) = 5$ و $n(B) = 7$ ، آنگاه $n(A \cup B)$ کدام است؟

(۱) ۳ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴) ۱۲

۱۶- A و B و C سه مجموعه هستند که $A \cap B = B \cap C = A \cap C = \emptyset$ و $n(A) = 5$ و $n(B) = 6$ و $n(C) = 10$ ، $n(A \cup B \cup C)$ کدام است؟

(۱) ۱۵ (۲) ۱۶ (۳) ۱۸ (۴) ۲۱

۱۷- از مجموعه A دو عضو برداشته و به مجموعه B اضافه نموده‌ایم. تعداد اعضاء مجموعه B تغییر نکرده است. کدام رابطه بین A ، B نتیجه می‌شود؟

(۱) $A \subseteq B$ (۲) $B \subseteq A$ (۳) $A \cap B \neq \emptyset$ (۴) $A \cup B = B$

۱۸- اگر $A = \{x \mid -7 < 2x < 15, x \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{x \mid -12 \leq 3x < 17, x \in \mathbb{Z}\}$ باشد، مجموعه $A \cup B$ چند عضو بیش تر از $A \cap B$ دارد؟

(۱) ۱۲ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴) ۱۵

۱۹- چه مجموعه‌ای دارای ۱۶ زیرمجموعه است به طوری که مجموع عضوهای آن ۱۷ و اشتراک آن با مجموعه اعداد فرد به صورت $\{3, 5, 7\}$ است؟

(۱) اعداد فرد بین ۱ و ۱۹ (۲) $\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x = 2k, 0 < k < 5\}$

(۳) $\{x \mid x \in \mathbb{N}, x = 2k + 1, k < 5\}$ (۴) اعداد اول کوچکتر از ۱۰

۲۰- اگر $E = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ باشد کدام نادرست است؟

(۱) $\{1, 2\} \subseteq E$ (۲) $\emptyset \subseteq E$ (۳) $\{1, 2\} \in E$ (۴) $\{1\} \in E$

۲۱- تساوی $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$ درست است اگر:

(۱) همیشه غلط است (۲) $A - B = \emptyset$

(۳) همیشه درست است (۴) $A \subseteq C$

۲۲- تعداد اعداد مثبت کوچکتر از ۱۲۰ که نسبت به ۱۲۰ اولند برابر است با :

- ۳۰ (۱) ۶۰ (۲) ۳۲ (۳) ۴۴ (۴)

۲۳- اگر مجموعه ی $A = \{x \mid (x-3)(x+5)=0, x \in \mathbb{N}\}$ و مجموعه ی $B = \{x \mid (x^2-4)(x-1)=0, x \in \mathbb{N}\}$ باشد مجموعه ی $(A \cup B)$ چند زیر مجموعه دارد؟

- ۲ (۱) ۴ (۲) ۱۶ (۳) ۸ (۴)

۲۴- در مجموعه های $A = \{2^1, 2^2, \dots, 2^{63}\}$ و $B = \{4^1, 4^2, \dots, 4^{63}\}$ چند زیر مجموعه دو عضوی دارد؟

- ۴۳۵ (۱) ۴۹۶ (۲) ۴۶۵ (۳) ۱۸۹۱ (۴)

۲۵- در $\{a\} = \{2x-5, 25-3x\}$ ، a چقدر است؟

- $\frac{25}{3}$ (۱) ۷ (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) ۶ (۴)

۲۶- اگر $n(A) + n(B) = 3n(A \cap B)$ باشد حاصل $\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)}$ کدام است؟

- ۲ (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

۲۷- اگر $A = \{x \mid x^2 < 0, x \in \mathbb{R}\}$ و $B = \{\emptyset\}$ و $C = \{\{\emptyset\}\}$ ، کدام رابطه درست است؟

- $A \subseteq B$ (۱) $B \subseteq A$ (۲) $A \subseteq C$ (۳) گزینه ۱ و ۳ (۴)

۲۸- هرگاه $\{1, 2, \dots, 15\} \cup X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ چند جواب برای مجموعه X می توان یافت؟

- ۱ (۱) 2^5 (۲) 2^{15} (۳) 2^{10} (۴)

۲۹- مجموعه ی $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ چند زیر مجموعه دارد به شرطی که هر یک از آن زیر مجموعه ها حداقل یکی از اعضا ۲ و ۳ را شامل بوده و هیچ یک از اعضا ۵ و ۶ را شامل نباشد؟

- ۱۹۲ (۱) ۱۸۹ (۲) ۱۶۴ (۳) ۱۶۲ (۴)

۳۰- تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه $2k+3$ عضوی چند برابر تعداد زیر مجموعه های یک مجموعه ی $2k-1$ عضوی است؟

- ۸ برابر (۱) ۴ برابر (۲) ۳۲ برابر (۳) ۱۶ برابر (۴)

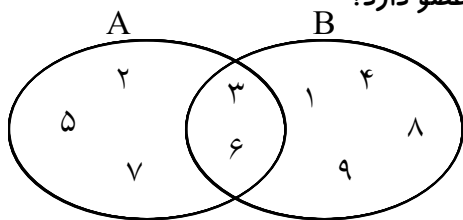
۳۱- هرگاه $A = \{2k^2 \mid k \in \mathbb{N} \text{ و } k \leq 2\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } \sqrt{x} \leq 1\}$ آنگاه $A \cup B$ چند عضو دارد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۲- اگر $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ مفروض باشد، چند زیر مجموعه مانند B دارد که حداکثر ۳ عضوی بوده و شامل ۶ باشد ولی ۱۰ نباشد؟

- ۳۲ (۱) ۳۵ (۲) ۳۶ (۳) ۳۷ (۴)

۳۳- با توجه به شکل مقابل، اجتماع دو مجموعه $A - (A - B)$ و $B - (B - A)$ چند عضو دارد؟



۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

۳۴- اگر $A = \{2\}$, $B = \{2, \{2\}\}$ و $C = \{\{2\}, \{2, \{2\}\}\}$ کدام رابطه نادرست است؟

$B \subseteq C$ (۴)

$A \in B$ (۳)

$A \subseteq B$ (۲)

$B \in C$ (۱)

۳۵- اگر داشته باشیم: $A = \{2k \mid k \in \mathbb{N}, k < 10\}$ و $B = \{3k - 1 \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 5\}$ آنگاه مجموعه $A - (A \cap B)$

کدام است؟

$\{4, 6, 10, 12, 16, 18\}$ (۲)

$\{2, 8, 14\}$ (۱)

$\{2, 4, 6, 8, 10\}$ (۴)

$\{5, 11\}$ (۳)

۳۶- اگر $A = \{1, 2, 3, \dots, 25\}$ و $B = \{x = 5k - 3 \mid k \in A\}$ و $B \subseteq A$ مجموعه B چند عضو دارد؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۲۵ (۱)

۳۷- هرگاه تعریف کنیم $A_1 = \{1\}$, $A_2 = \{2, 3\}$, $A_3 = \{4, 5, 6\}$, $A_4 = \{7, 8, 9, 10\}$ بزرگ‌ترین عضو مجموعه A_4

کدام عدداست؟

۵۰ (۴)

۵۵ (۳)

۶۵ (۲)

۶۰ (۱)

۳۸- کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟ (راهنمایی: اگر تعداد اعضای یک مجموعه بی شمار باشد آن مجموعه را

نامتناهی گوئیم و اگر تعداد اعضای یک مجموعه محدود باشد آن را نامتناهی می‌نامیم)

$B = \{x \mid x = (-1)^n \times 3^n, n \in \mathbb{N}\}$ (۲)

$A = \left\{x \mid x = \frac{-1}{n}, n \in \mathbb{N}\right\}$ (۱)

$D = \{x \mid x = 3n - 1, n \in \mathbb{N}\}$ (۴)

$C = \{x \mid x = (-1)^n, n \in \mathbb{N}\}$ (۳)

۳۹- یک مجموعه‌ی ۹ عضوی، چند زیر مجموعه‌ی ۲ تا ۸ عضوی دارد؟

۲۴۵ (۴)

۵۰۱ (۳)

۲۵۶ (۲)

۵۱۲ (۱)

۴۰- چه تعداد از زیر مجموعه‌های ۲ عضوی مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ شامل دو عدد طبیعی متوالی نیست؟

۱۴ (۴)

۲۱ (۳)

۲۸ (۲)

۳۵ (۱)

با تشکر از خانم زهرا شمس، خانم فاطمه ستاری و خانم شیوا امینی

سرای ریاضی (خانه ی ریاضی):

<http://math-home.ir>

۱- اگر A مجموعه اعداد دو رقمی باشد آنگاه زیرمجموعه ای از A که عضوهای آن به صورت $5k$ و $k \in A$ است، چند عضو

دارد؟
۹ (۱)

۲۰ (۴۷)

۱۹ (۳)

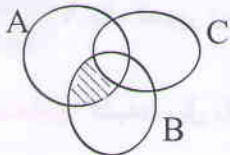
۱۰ (۲)

ابتدا مجموعه های اعداد دو رقمی را می نویسیم
 $A = \{\pm 10, \pm 11, \pm 12, \dots, \pm 99\}$

$B = \{\pm 50, \pm 55, \pm 60, \dots, \pm 95\} \Rightarrow n(B) = 2 \times \left(\frac{95-50}{5} + 1 \right)$

$n(B) = 2(9+1) = 20$ * برای نوشتن اعضای مجموعه B، اعضای A را در ۵ ضرب می کنیم

مثال: $10 \in A \Rightarrow 5 \times 10 = 50$ و $50 \in A \Rightarrow 50 \in B$



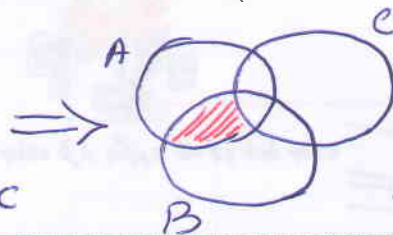
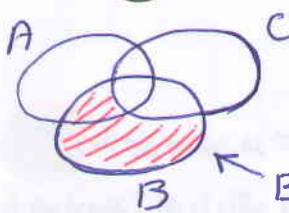
۲- قسمت هاشور زده شکل مقابل، نمودار ون کدام گزینه است؟

$A \cap (C - B)$ (۲)

$A - (B \cap C)$ (۱)

$(A \cap C) - B$ (۴)

$A \cap (B - C)$ (۳)



$A \cap (B - C)$

۳- اگر A مجموعه اعداد طبیعی فرد کوچکتر از ۱۰۰ و $B = \{n(n+2) \mid n \in A\}$ باشد، آنگاه مجموعه $A \cap B$ چند

عضو دارد؟
۴ (۱)

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲۷)

$A = \{1, 3, 5, \dots, 99\} \Rightarrow B = \{1(1+2), 3(3+2), 5(5+2), \dots, 99(99+2)\}$

$\Rightarrow B = \{3, 15, 35, 63, 99, \dots, 9999\}$

$A \cap B = \{3, 15, 35, 63, 99\} \Rightarrow n(A \cap B) = 5$

۴- اگر R, Q, Z, N به ترتیب مجموعه اعداد طبیعی، صحیح، گویا، حقیقی باشند مجموعه $Z \cap (R \cup N) \cap Q$ کدام است؟

Z (۴۷)

R (۳)

Q (۲)

N (۱)

$N \subseteq Z \subseteq Q \subseteq R \Rightarrow R \cup N = R \Rightarrow Z \cap (R \cup N) = Z$

$\Rightarrow Z \cap (R \cup N) \cap Q = Z \cap Q = Z$

Z

۵- A, B, C سه مجموعه هستند و داریم: $A \subseteq B \subseteq C$ مجموعه $(A \cup B) \cap (A \cup C)$ برابر کدام است؟

BUC (۴)

AUC (۳)

B (۲) ✓

A (۱)

$$A \subseteq B \Rightarrow A \cup B = B, \quad A \subseteq B \subseteq C \Rightarrow A \subseteq C \Rightarrow A \cup C = C$$

$$(A \cup B) \cap (A \cup C) = B \cap C = B$$

$$B \subseteq C \Rightarrow B \cap C = B$$

۶- مجموعه $A = \{x \mid x(x^2-1)(x^3-2) = 0\}$ دارای چند زیرمجموعه است؟ ($x \in \mathbb{Z}$)

۸ (۴) ✓

۱۶ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

$$x(x^2-1)(x^3-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \in \mathbb{Z} \\ x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \in \mathbb{Z} \\ x^3 - 2 = 0 \Rightarrow x^3 = 2 \Rightarrow x = \sqrt[3]{2} \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = \{0, -1, +1\} \Rightarrow n(A) = 3 \Rightarrow \text{تعداد زیرمجموعه} = 2^3 = 8$$

۷- کدام مجموعه زیر تهی است؟

(۲) مجموعه اعداد طبیعی زوج بین ۹ تا ۱۱ = $\{10\}$

(۱) مجموعه اعداد طبیعی فرد بین ۸ تا ۱۰ = $\{9\}$

یک عضو دارد

یک عضو دارد

(۴) مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۳ بین ۱۴ تا ۱۶ = $\{15\}$

(۳) مجموعه اعداد طبیعی مضرب ۳ بین ۱۳ تا ۱۵ = $\{\}$

یک عضوی است

تهی است

۸- اگر $A = \{0, 1, 2, 3, \dots, 100\}$ و $B = \{x \mid x = 4n - 3, n \in \mathbb{N}\}$ مجموعه $A \cap B$ چند عضو دارد؟

۱۰۱ (۴)

۱۰۰ (۳)

۲۴ (۲)

۲۵ (۱)

$$n=1 \Rightarrow x = 4 \times 1 - 3 = 1, \quad n=2 \Rightarrow x = 4 \times 2 - 3 = 5, \dots$$

$$B = \{1, 5, 9, 13, 17, \dots, 97, 101, \dots\}$$

$$A \cap B = \{1, 5, 9, \dots, 97\} \Rightarrow n(A \cap B) = \frac{97-1}{4} + 1 = 24 + 1 = 25$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 25$$

۹- اگر $A_n = \{2, 4, 6, \dots, 2n\}$ در این صورت حاصل $A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n - A_1$ کدام است؟

A_1 (۱) A_n (۲) $A_n - A_1$ (۳) $A_n \cap A_1$ (۴)

$$A_1 = \{2\}, A_2 = \{2, 4\}, A_3 = \{2, 4, 6\}$$

$$A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n = A_n \Rightarrow \underbrace{A_1 \cup A_2 \cup A_3 \cup \dots \cup A_n - A_1}_{A_n} = A_n - A_1$$

۱۰- اگر دو عضو از اعضای مجموعه A را حذف کنیم، تعداد زیر مجموعه‌های آن ۳۸۴ واحد کم می‌شود. A چند زیر مجموعه دارد؟

۹ (۱) ۱۰ (۲) ۵۱۲ (۳) ✓ ۱۰۲۴ (۴)

تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه n عضوی 2^n ، تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه (n-۲) عضوی 2^{n-2}

$$2^n - 2^{n-2} = 384 \Rightarrow 2^n - \frac{2^n}{4} = 384 \Rightarrow 2^n \left(1 - \frac{1}{4}\right) = 384$$

$$\Rightarrow 2^n \times \frac{3}{4} = 384 \Rightarrow 2^n = 384 \times \frac{4}{3} \Rightarrow 2^n = 512 \Rightarrow 2^n = 2^9 \Rightarrow n = 9$$

مجموعه A، ۵۱۲ زیر مجموعه دارد، مجموعه A، ۹ عضوی است

۱۱- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ ، $B = \{2, 3, 4, 5\}$ چند مجموعه مانند x در رابطه $(A \cap B) \subseteq x \subseteq (A \cup B)$ صدق می‌کند؟

۲ (۱) ۸ (۲) ✓ ۴ (۳) ۵ (۴)

$$A \cap B = \{2, 3, 4\} \quad A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

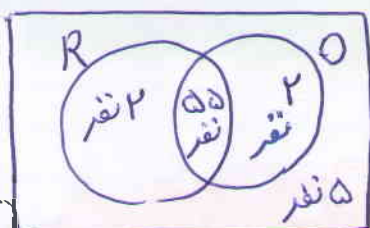
مجموعه‌ی X باید سه عضو ۲، ۳ و ۴، احتمالاً داشته باشد و سه عضو ۴، ۵، ۶ می‌تواند در مجموعه‌ی X باشد یا نباشد پس برای هر کدام دو حالت داریم

$$\begin{matrix} 1, 2, 3, 4, 5, 6 \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 1 \times 1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^3 = 8 \end{matrix}$$

۱۲- از دانش آموزان دو کلاس روی هم ۶۲ نفر در درس ریاضی و ۵۷ نفر در درس علوم و ۵۵ نفر در هر دو درس قبول شده‌اند. اگر ۵ نفر در هر دو درس مردود شده باشند، دو کلاس روی هم چند دانش آموز دارد؟

۶۹ (۱) ۷۰ (۲) ۷۱ (۳) ۷۲ (۴)

$$n(R \cup O) = 62, n(R) = 42, n(O) = 57, n(R \cap O) = 55$$

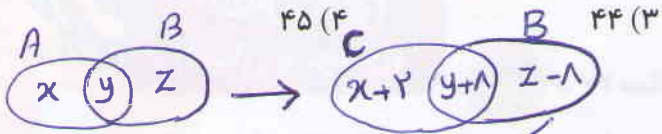


$$n(R \cup O) = n(R) + n(O) - n(R \cap O)$$

$$n(R \cup O) = 42 + 57 - 55 = 44$$

$$44 + 5 = 49 \text{ کل کلاس}$$

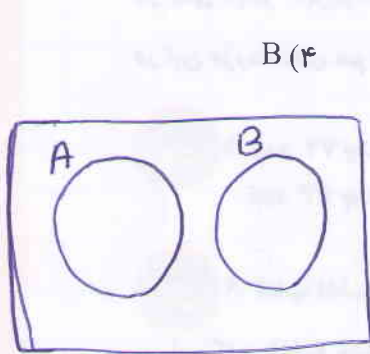
۱۳- اجتماع دو مجموعه A و B، ۳۵ عضو دارد. به مجموعه A، ۱۰ عضو جدید اضافه کرده‌ایم به اشتراک آنها ۸ عضو اضافه شده است اجتماع مجموعه B و مجموعه جدید حاصل از A چند عضو دارد؟



۳۶ (۱)
 ۳۷ (۲) ✓
 ۴۴ (۳)
 ۴۵ (۴)
 مجموعه‌ی جدید حاصل از A را C می‌نامیم

وقتی به مجموعه A، ۱۰ عضو جدید اضافه می‌کنیم به اشتراک ۸ عضو اضافه می‌شود لذا ۸ عضو جدید در مجموعه B وجود دارد. بنابراین به اجتماع آن‌ها فقط ۲ عضو اضافه می‌شود
 $n(C \cup B) = 35 + 2 = 37$

۱۴- اگر A و B دو مجموعه باشند و $A \cap B = \emptyset$ و $A \neq \emptyset$ و $B \neq \emptyset$ ، مجموعه $(A - B) \cup (B - A)$ برابر کدام مجموعه است؟

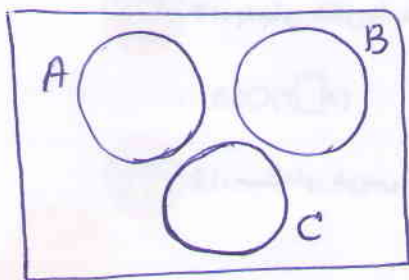


است؟
 $A - B$ (۱)
 $A \cup B$ (۲) ✓
 A (۳)
 B (۴)
 $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A - B = A$
 $A \cap B = \emptyset \Rightarrow B - A = B$
 $\Rightarrow (A - B) \cup (B - A) = A \cup B$

۱۵- در صورتی که A و B دو مجموعه باشند $A \cap B = \{1, 2, 3\}$ و $n(A) = 5$ و $n(B) = 7$ ، آنگاه $n(A \cup B)$ کدام است؟

۱۲ (۴)
 ۹ (۳)
 ۷ (۲)
 ۳ (۱)
 $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$
 $\Rightarrow n(A \cup B) = 5 + 7 - 3 = 9$
 $n(A \cup B) = 9$ ✓

۱۶- A و B و C سه مجموعه هستند که $A \cap B = B \cap C = A \cap C = \emptyset$ و $n(A) = 5$ و $n(B) = 6$ و $n(C) = 10$ ، $n(A \cup B \cup C)$ کدام است؟



۱۵ (۱)
 ۱۶ (۲)
 ۱۸ (۳)
 ۲۱ (۴)
 $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C)$
 $= 5 + 6 + 10 = 21$
 نتیجه: به صورتی داریم
 $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$
 $= 5 + 6 + 10 - 0 - 0 - 0 + 0 = 21$

۱۷- از مجموعه ی A دو عضو برداشته و به مجموعه B اضافه نموده ایم. تعداد اعضاء مجموعه ی B تغییر نکرده است. کدام رابطه بین A, B نتیجه می شود؟

$A \cup B = B$ (۴)

$A \cap B \neq \emptyset$ (۳)

$B \subseteq A$ (۲)

$A \subseteq B$ (۱)

اگر دو عضو دلخواه از A برداریم و به مجموعه ی B اضافه کنیم آن گاه تعداد اعضاء B تغییری

نکند داریم $A \subseteq B$ چون این دو عضو دلخواه نیست پس $A \cap B \neq \emptyset$

مثال $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{2, 3, 5\}$ و به B اضافه می کنیم $B = \{2, 3, 5, 2, 3\} = \{2, 3, 5\}$

۱۸- اگر $A = \{x \mid -7 < 2x < 15, x \in \mathbb{N}\}$ و $B = \{x \mid -12 < 3x < 17, x \in \mathbb{Z}\}$ باشد، مجموعه ی $A \cup B$ چند عضو

بیش تر از $A \cap B$ دارد؟

۱۵ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲) ✓

۱۲ (۱)

$A = \{x \mid -\frac{7}{2} < x < \frac{15}{2}, x \in \mathbb{N}\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{x \mid -\frac{12}{3} < x < \frac{17}{3}, x \in \mathbb{Z}\} = \{-4, -3, \dots, 5\}$

$A \cup B = \{-4, -3, \dots, 7\} \Rightarrow n(A \cup B) = 12$ $A \cap B = \{1, 2, 3, 4, 5\} \Rightarrow n(A \cap B) = 5$

$12 - 5 = 7$

۱۹- چه مجموعه ای دارای ۱۶ زیرمجموعه است به طوری که مجموع عضوهای آن ۱۷ و اشتراک آن با مجموعه اعداد فرد به صورت $\{3, 5, 7\}$ است؟

$\{x \mid x \in \mathbb{Z}, x = 2k, 0 < k < 5\}$ (۲)

۱ اعداد فرد بین ۱ و ۱۹

$\{4\}$ اعداد اول کوچکتر از ۱۰ (۴) ✓

$\{x \mid x \in \mathbb{N}, x = 2k + 1, k < 5\}$ (۳)

$2^n = 14 \Rightarrow 2^n = 2^k \Rightarrow n = 4$

مجموعه ی مورد نظر ۴ عضو دارد

چون اشتراک این مجموعه با مجموعه ی اعداد فرد به صورت $\{3, 5, 7\}$ است، پس این مجموعه باید به صورت

$x + 3 + 5 + 7 = 17 \Rightarrow x = 2$ باشد $\{x, 3, 5, 7\}$

بنابراین مجموعه ی مورد نظر به صورت $\{2, 3, 5, 7\}$ می باشد و گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.

۲۰- اگر $E = \{1, 2, \{1, 2\}\}$ باشد کدام نادرست است؟

$\{1\} \in E$ (۴) ✓

$\{1, 2\} \in E$ (۳)

$\emptyset \subseteq E$ (۲)

$\{1, 2\} \subseteq E$ (۱)

گزینه های ۱، ۲ و ۳ درست می باشند و گزینه ی ۴ نادرست است

$\{1\} \in E$ نادرست

کانال تلگرام ما: @khaneye_Riazzi

۲۱- تساوی $(A \cup B) \cap C = A \cup (B \cap C)$ درست است اگر:

$A - B = \emptyset$ (۲)

(۱) همیشه غلط است

$A \subseteq C$ (۴) ✓

(۳) همیشه درست است

اگر $A \subseteq C$ مثال $A = \{1, 2\}$, $C = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 3, 5, 7\}$
 $(A \cup B) \cap C = \{1, 2, 3, 5, 7\} \cap \{1, 2, 3, 4\} = \{1, 2, 3\}$
 $A \cup (B \cap C) = \{1, 2\} \cup \{2, 3\} = \{1, 2, 3\}$

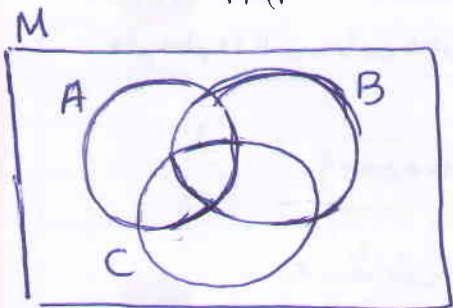
۲۲- تعداد اعداد مثبت کوچکتر از ۱۲۰ که نسبت به ۱۲۰ اولند برابر است با:

۴۴ (۴)

۳۲ (۳) ✓

۶۰ (۲)

۳۰ (۱)



$120 = 5 \times 2^3 \times 3$

اعداد طبیعی کوچکتر از ۱۲۰ مضرب ۲، ۳ یا ۵

نیانسانند نسبت به عدد ۱۲۰ اول می باشند

پایه‌ی حل سؤال ۲۲ در صفحه ۹۱

۲۳- اگر مجموعه $A = \{x \mid (x-3)(x+5) = 0, x \in \mathbb{N}\}$ و مجموعه $B = \{x \mid (x^2-4)(x-1) = 0, x \in \mathbb{N}\}$ باشد مجموعه $(A \cup B)$ چند زیر مجموعه دارد؟

۸ (۴) ✓

۱۶ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

$(x-3)(x+5) = 0 \Rightarrow x = 3 \vee x = -5 \Rightarrow A = \{3\}$

$(x^2-4)(x-1) = 0 \Rightarrow x^2-4 = 0 \Rightarrow x = \pm 2, x-1 = 0 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow B = \{1, 2\}$

$A \cup B = \{1, 2, 3\} \Rightarrow$ تعداد زیر مجموعه‌ها $= 2^3 = 8$

۲۴- در مجموعه‌های $A = \{2^1, 2^2, \dots, 2^{63}\}$ و $B = \{4^1, 4^2, \dots, 4^{32}\}$ چند زیر مجموعه دو عضوی دارد؟

۱۸۹۱ (۴)

۴۶۵ (۳) ✓

۴۹۶ (۲)

۴۳۵ (۱)

$B = \{4^1, 4^2, \dots, 4^{32}\} = \{2^2, 2^4, \dots, 2^{64}\}$

$A \cap B = \{2^2, 2^4, \dots, 2^{62}\} \Rightarrow n(A \cap B) = \frac{62-2}{2} + 1 = 31$

تعداد زیر مجموعه‌های دو عضوی $A \cap B = \frac{31 \times 30}{2} = 465$

اگر مجموعه‌ی A، مجموعه‌ی مضارب ۲ تا ۱۲۰ باشد داریم:

$$n(A) = \frac{120}{2} = 60$$

B مجموعه‌ی اعداد مضارب ۳ تا ۱۲۰ باشد داریم:

$$n(B) = \frac{120}{3} = 40$$

C مجموعه‌ی اعداد مضارب ۵ تا ۱۲۰ باشد داریم:

$$n(C) = \frac{120}{5} = 24$$

$$3, 2 \text{ مضارب} = n(A \cap B) = \frac{120}{6} = 20$$

$$5, 2 \text{ مضارب} = n(A \cap C) = \frac{120}{10} = 12$$

$$5, 3 \text{ مضارب} = n(B \cap C) = \frac{120}{15} = 8$$

$$5, 3, 2 \text{ مضارب} = n(A \cap B \cap C) = \frac{120}{30} = 4$$

$$n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) - n(A \cap B) - n(A \cap C) - n(B \cap C) + n(A \cap B \cap C)$$
$$= 60 + 40 + 24 - 20 - 12 - 8 + 4$$

$$= 88$$

$$120 - 88 = 32 = \text{تعداد اعداد اول نسبت به } 120, \text{ کوچک تر از } 120$$

روش دوم

$$N = p^x \times q^y \times r^z$$

تعداد اعداد کوچک تر و متباین نسبت به عدد N برابر است با:

$$N \times \left(1 - \frac{1}{p}\right) \left(1 - \frac{1}{q}\right) \left(1 - \frac{1}{r}\right)$$

تعداد کوچک تر و متباین نسبت به عدد ۱۲۰ برابر است با:

$$120 \times \left(1 - \frac{1}{2}\right) \left(1 - \frac{1}{3}\right) \left(1 - \frac{1}{5}\right) = 120 \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = 32$$

۲۵- در $\{a\}$ ، $\{2x - 5, 25 - 3x\} = \{a\}$ چقدر است؟

۶ (۴)

$\frac{5}{2}$ (۳)

۷ (۲) ✓

$\frac{25}{3}$ (۱)

$$2x - 5 = 25 - 3x = a \Rightarrow 2x + 3x = 25 + 5 \Rightarrow x = 4$$

$$a = 2x - 5 \Rightarrow a = 2 \times 4 - 5 \Rightarrow a = 3$$

۲۶- اگر $n(A) + n(B) = 2n(A \cap B)$ باشد حاصل $\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)}$ کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱) ✓

$$\frac{n(A \cup B)}{n(A \cap B)} = \frac{n(A) + n(B) - n(A \cap B)}{n(A \cap B)} = \frac{2n(A \cap B) - n(A \cap B)}{n(A \cap B)}$$

$$= \frac{n(A \cap B)}{n(A \cap B)} = 1$$

۲۷- اگر $A = \{x | x^2 < 0, x \in \mathbb{R}\}$ و $B = \{\emptyset\}$ و $C = \{\{\emptyset\}\}$ ، کدام رابطه درست است؟

گزینه ۱ و ۳ (۴) ✓

$A \subseteq C$ (۳)

$B \subseteq A$ (۲)

$A \subseteq B$ (۱)

$$\left. \begin{aligned} A &= \{x | x^2 < 0, x \in \mathbb{R}\} = \emptyset \\ B &= \{\emptyset\} \quad \text{یک عضو دارد} \\ C &= \{\{\emptyset\}\} \quad \text{یک عضو دارد} \end{aligned} \right\} \Rightarrow A \subseteq B, A \subseteq C$$

۲۸- هرگاه $X = \{1, 2, \dots, 15\} \cup X = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ چند جواب برای مجموعه X می توان یافت؟

۲^{۱۰} (۴) ✓

۲^{۱۵} (۳)

۲^۵ (۲)

۱ (۱)

مجموعه X اعضای ۱۱، ۱۲، ۱۳، ۱۴، ۱۵ را باید داشته باشد و هر یک از اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ را می تواند داشته باشد یا نداشته باشد، بنابراین تعداد جواب های قابل قبول برای مجموعه X ، برابر تعداد زیرمجموعه های مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ می باشد

تعداد جواب ها برای X برابر است با: $\Rightarrow 2^{10} = 1024$

۲۹- مجموعه‌ی $A = \{1, 2, 3, \dots, 10\}$ چند زیر مجموعه دارد به شرطی که هر یک از آن زیر مجموعه‌ها حداقل یکی از اعضا ۲ و ۳ را شامل بوده و هیچ یک از اعضا ۵ و ۶ را شامل نباشد؟

$2^{10-4} = 2^6 = 64$ (۴) ۱۶۲
 $2^4 = 64$ (۳) ۱۶۴
 $2^4 = 64$ (۲) ۱۸۹
 $2^4 = 64$ (۱) ۱۹۲ ✓

۱) زیرمجموعه‌هایی که شامل ۲ بوده و ۳، ۵، ۶، ۱۰ نباشند
 ۲) زیرمجموعه‌هایی که شامل ۳ بوده و ۲، ۵، ۶، ۱۰ نباشند
 ۳) زیرمجموعه‌هایی که شامل ۲ و ۳ بوده و ۵، ۶، ۱۰ نباشند

$64 + 64 + 64 = 192$

۳۰- تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه $2k+3$ عضو چند برابر تعداد زیر مجموعه‌های یک مجموعه $2k-1$ عضو است؟

۸ برابر (۱)
 ۴ برابر (۲)
 ۳۲ برابر (۳)
 ۱۶ برابر (۴) ✓

$$\frac{2^{2k+3}}{2^{2k-1}} = \frac{2^{2k} \times 2^3}{\frac{2^{2k}}{2^1}} = \frac{2^{2k} \times 8 \times 2}{2^{2k}} = 16$$

۳۱- هرگاه $A = \{2k^2 \mid k \in \mathbb{N} \text{ و } k < 2\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } \sqrt{x} \leq 1\}$ آنگاه $A \cup B$ چند عضو دارد؟

۴ (۴) ✓
 ۳ (۳)
 ۲ (۲)
 ۱ (۱)

$$A = \{2 \times 1^2, 2 \times 2^2\} = \{2, 8\}, B = \{0, 1\}$$

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 8\}$$

۳۲- اگر $A = \{1, 2, \dots, 10\}$ مفروض باشد، چند زیر مجموعه مانند B دارد که حداکثر ۳ عضو بوده و شامل ۶ باشد ولی ۱۰ نباشد؟

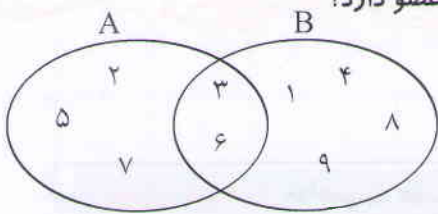
۳۷ (۴) ✓
 ۳۶ (۳)
 ۳۵ (۲)
 ۳۲ (۱)

۱) $\{6\}$ → ۱ عضو
 ۲) $\{6, \square\}$ → ۸ عضو
 ۳) $\{6, \square, \square\}$ → $\frac{8 \times 7}{2} = 28$ عضو

از ۸ عضو یکی را برمی داریم
 از ۸ عضو دو تا را برمی داریم

$28 + 8 + 1 = 37$

۳۳- با توجه به شکل مقابل، اجتماع دو مجموعه $A - (A - B)$ و $B - (B - A)$ چند عضو دارد؟



۲ (۲) ✓
۴ (۴)

۱ (۱)
۳ (۳)

$$A - (A - B) = \{2, 5, 7, 3, 4\} - \{2, 5, 7\} = \{3, 4\}$$

$$B - (B - A) = \{1, 4, 8, 9, 3, 6\} - \{1, 4, 8, 9\} = \{3, 6\}$$

$$\text{اجتماع دو مجموعه} = \{3, 4\} \Rightarrow \text{۲ عضو دارد}$$

۳۴- اگر $A = \{2\}$, $B = \{2, \{2\}\}$ و $C = \{\{2\}, \{2, \{2\}\}\}$ کدام رابطه نادرست است؟

$B \subseteq C$ (۴) ✓

$A \in B$ (۳)

$A \subseteq B$ (۲)

$B \in C$ (۱)

گزینه‌های ۱، ۲، ۳ درست است فقط گزینه ۴ نادرست است یعنی مجموعه‌ای

B زیر مجموعه‌ی C نیست $B \not\subseteq C$

چون $2 \in B$ است ولی $2 \notin C$

۳۵- اگر داشته باشیم: $A = \{2k \mid k \in \mathbb{N}, k < 10\}$ و $B = \{3k - 1 \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 5\}$ آنگاه مجموعه‌ی $A - (A \cap B)$ کدام است؟

$\{4, 6, 10, 12, 14, 16, 18\}$ (۲) ✓
 $\{2, 4, 6, 8, 10\}$ (۴)

$\{2, 8, 14\}$ (۱)
 $\{5, 11\}$ (۳)

$$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18\}, B = \{2, 5, 8, 11, 14\}$$

$$A \cap B = \{2, 8, 14\} \quad A - (A \cap B) = \{4, 6, 10, 12, 14, 16, 18\}$$

۳۶- $A = \{1, 2, 3, \dots, 25\}$ و $B = \{x = 5k - 3 \mid k \in \mathbb{A}\}$ و $B \subseteq A$ مجموعه B چند عضو دارد؟

۴ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲) ✓

۲۵ (۱)

$$B = \{5 \times 1 - 3, 5 \times 2 - 3, 5 \times 3 - 3, 5 \times 4 - 3, 5 \times 5 - 3\}$$

$$B = \{2, 7, 12, 17, 22\} \quad \text{اگر } k=4 \Rightarrow 5 \times 4 - 3 = 22 > 25$$

$$\Rightarrow n(B) = 5$$

۳۷- هرگاه تعریف کنیم $A_1 = \{1\}$, $A_2 = \{2, 3\}$, $A_3 = \{4, 5, 6\}$, $A_4 = \{7, 8, 9, 10\}$ بزرگ‌ترین عضو مجموعه A_1 کدام عدد است؟

۵۰ (۴)

۵۵ (۳) ✓

۶۵ (۲)

۶۰ (۱)

$$A_1 = \{1\}, A_2 = \{2, 3\} \rightarrow 1+2=3 \quad A_3 = \{4, 5, 6\} \rightarrow 1+2+3=6$$

$$A_4 = \{7, 8, 9, 10\} \rightarrow 1+2+3+4=10$$

A_n یک مجموعه n عضوی است که عضو آخر آن برابر $1+2+\dots+n$ است

$$1+2+3+\dots+10 = \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

۳۸- کدام یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟ (راهنمایی: اگر تعداد اعضای یک مجموعه بی شمار باشد آن مجموعه را نامتناهی گوئیم و اگر تعداد اعضای یک مجموعه محدود باشد آن را نامتناهی می‌نامیم)

$$B = \{x | x = (-1)^n \times 3^n, n \in \mathbb{N}\} (۲)$$

$$A = \left\{x \mid x = \frac{-1}{n}, n \in \mathbb{N}\right\} (۱)$$

$$D = \{x | x = 3n - 1, n \in \mathbb{N}\} (۴)$$

$$C = \{x | x = (-1)^n, n \in \mathbb{N}\} (۳) \checkmark$$

$$A = \left\{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots\right\} \rightarrow A \text{ نامتناهی است}$$

$$B = \{-2, 4, -8, 16, -32, \dots\} \rightarrow B \text{ نامتناهی است}$$

$$C = \{-1, 1\} \rightarrow C \text{ متناهی است} \quad D = \{1, 3, 5, \dots\} \rightarrow D \text{ نامتناهی است}$$

۳۹- یک مجموعه ۹ عضوی، چند زیر مجموعه ۲ تا ۸ عضوی دارد؟

۲۴۵ (۴)

۵۰۱ (۳)

۲۵۶ (۲)

۵۱۲ (۱)

- ① حتی زیر مجموعه‌ای بدون عضو است (۲) یک مجموعه ۹ عضوی ۹ زیر مجموعه ۹ عضوی دارد
 ③ یک مجموعه ۹ عضوی، فقط یک زیر مجموعه ۹ عضوی دارد

$$2^9 - (1 + 9 + 1) = 512 - 11 = 501$$

۴۰- چه تعداد از زیر مجموعه‌های ۲ عضوی مجموعه $\{1, 2, 3, \dots, 9\}$ شامل دو عدد طبیعی متوالی نیست؟

۱۴ (۴)

۲۱ (۳)

۲۸ (۲) ✓

۳۵ (۱)

$$\text{تعداد زیر مجموعه‌های ۲ عضوی متوالی} = \frac{9 \times 8}{2} = 36$$

$$\{1, 2\}, \{2, 3\}, \{3, 4\}, \{4, 5\}, \{5, 6\}, \{6, 7\}, \{7, 8\}, \{8, 9\}$$

$$36 - 8 = 28$$

با تشکر از خانم زهرا شمس، خانم فاطمه ستاری و خانم شیدا امینی