

فصل ۷) عبارت های گویا

درس دوم) محاسبات عبارت های گویا

۱- ضرب عبارت های گویا: صورت ها در هم و مخرج ها در هم ضرب می شوند و هر جا ممکن است ساده سازی می کنیم. یاد آوری: برای ضرب عددهای گویا، پس از تعیین علامت، صورت در صورت و مخرج در مخرج ضرب می شود و هر جا لازم می شد، صورت ها را با مخرج ها ساده می کردیم.

مثال حاصل ضرب های زیر را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\frac{35}{3 \cdot 27} \times \frac{-45}{49} = -\frac{25}{21}$$

$$\frac{-24}{224} \times \frac{39}{14} = +\frac{9}{4}$$

مثال حاصل ضرب های زیر را بنویسید.

الف)  $\frac{x^2 y^2}{x^3} \times \frac{x^2 y^2}{x y^4} = x^2 y^2$

ب)  $\frac{x^2 - 4}{x^2 + 2x + 1} \times \frac{x^2 + 3x + 2}{2x^2 + 4x} = \frac{(x-2)(x+2)}{(x+1)(x+1)} \times \frac{(x+1)(x+2)}{2x(x+2)} = \frac{(x-2)(x+1)}{2x(x+1)}$

۲- تقسیم عبارت های گویا: عبارت گویای اول را در معکوس عبارت گویای دوم ضرب می کنیم. یاد آوری: در تقسیم عددهای گویا، کسر اول را در معکوس کسر دوم ضرب می کنیم.

مثال حاصل تقسیم های زیر را بنویسید.

$$\frac{-11}{25} \div \left(-\frac{36}{55}\right) = \frac{-11}{25} \times \left(-\frac{55}{36}\right) = +\frac{11}{10}$$

$$\frac{12}{7} \div \frac{48}{21} = \frac{12}{7} \times \frac{21}{48} = \frac{3}{4}$$

مثال ۴) حاصل تقسیم عبارت های زیر را بنویسید.

الف)  $\frac{2x^2 y - 12xy^2}{8x^2 y^2} \div \frac{xy - 3y^2}{xy^3} = \frac{2x^2 y - 12xy^2}{8x^2 y^2} \times \frac{xy^3}{xy - 3y^2} = \frac{2xy(x-6y)}{8x^2 y^2} \times \frac{xy^3}{y(x-3y)} = \frac{y}{2}$

ب)  $\frac{x^2 - 14x}{x^3 - 9x^2 + 20x} \div \frac{2x^2 + 11x - 40}{x^2 - 25} = \frac{x^2 - 14x}{x^2 - 9x^2 + 20x} \times \frac{x^2 - 25}{2x^2 + 11x - 40} =$

$$\frac{x(x-14)}{x(x^2 - 9x + 20)} \times \frac{(x-5)(x+5)}{(x-4)(x-5)} = \frac{x-14}{(x-4)(x-5)} \times \frac{(x-5)(x+5)}{(x-4)(x-5)} = \frac{1}{x-4}$$

۳- جمع و تفریق عبارت های گویا: برای جمع و تفریق عبارت های گویا دو حالت داریم:

الف) اگر مخرج ها مساوی باشند، یکی از مخرج ها را می نویسیم و صورت ها را جمع یا تفریق می کنیم.

ب) اگر مخرج ها مساوی نباشند، ابتدا آن ها را تجزیه می کنیم و سپس مخرج مشترک می گیریم و صورت های جدید را می یابیم و

جمع یا تفریق می کنیم.

یادآوری: در جمع و تفریق عددی گو یا دو حالت وجود دارد.

۱- اگر مخرج‌ها مساوی باشند، یکی از آن‌ها را می‌نویسیم و صورت‌ها را جمع یا تفریق می‌کنیم.

۲- اگر مخرج‌ها مساوی نباشند، ابتدا مخرج مشترک می‌گیریم و پس از یافتن صورت‌های جدید، آن‌ها را جمع یا تفریق می‌کنیم.

مثال ۵) حاصل جمع و تفریق‌های زیر را بیابید.

$$\frac{3}{12} + \frac{5}{12} = \frac{3+5}{12} = \frac{10}{12} = \frac{5}{6} \quad \frac{4}{9} - \frac{5}{9} = \frac{4-5}{9} = -\frac{1}{9}$$

$$\frac{4}{15} + \frac{11}{24} = \frac{32+55}{120} = \frac{87}{120} = \frac{29}{40} \quad \frac{10}{13} - \frac{13}{39} = \frac{30 - 13}{39} = \frac{17}{39}$$

③ ⑤      ③ ⑧

نکته) اگر عددی بر عدد دیگری بخش پذیر باشد، عدد بزرگ‌تر می‌شود مخرج مشترک (م.م.م).

مثال ۶) حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

الف)  $\frac{x^2-2}{2x-1} + \frac{1}{2x-1} = \frac{x^2-2+1}{2x-1} = \frac{x^2-1}{2x-1} = \frac{(x-1)(x+1)}{2x-1} = x+1$   $\frac{(n+3)(n+1)}{n-1} = n+3$

ب)  $\frac{2x-1}{x^2+2x-3} + \frac{x-3}{x-1} = \frac{2x-1+(x-3)(x+3)}{(x+3)(x-1)} = \frac{2x-1+x^2-9}{(x+3)(x-1)} = \frac{x^2+2x-10}{(x+3)(x-1)}$

ج)  $\frac{x^2+7}{x^2-5x-14} - \frac{-7x}{x^2-5x-14} = \frac{x^2+7+7x}{x^2-5x-14} = \frac{(x+7)(x+1)}{(x-7)(x+2)}$   $3-x = -(x-3)$

د)  $\frac{x-3}{9-x^2} - \frac{-7}{x^2-13x+33} = \frac{-(x-3)}{(x-3)(x+3)} - \frac{-7}{(x-3)(x-11)} = \frac{-(x-3) + 7}{(x-3)(x+3)(x-11)}$

$$= \frac{-x^2+13x-33+7x+18}{(x-3)(x+3)(x-11)} = \frac{-x^2+20x-15}{(x-3)(x+3)(x-11)}$$

۴- ساده کردن عبارت‌های گویای مرکب:

۱- صورت و مخرج را جداگانه حساب می‌کنیم؛ سپس صورت را بر مخرج تقسیم می‌کنیم و حاصل را همان‌قدر تقسیم عبارات گویای ما می‌کنیم.

۲- صورت و مخرج را در م.م.م مخرج‌های صورت و مخرج ضرب می‌کنیم، سپس حاصل را می‌بینیم.

۳- صورت و مخرج را تا حد امکان ساده می‌کنیم؛ سپس از دور دور، نزدیک نزدیک استغاده می‌کنیم.

یادآوری: برای حل کسرها همگامی در روش وجود دارد:

۱- صورت و مخرج را جداگانه حساب می‌کنیم؛ سپس صورت را بر مخرج تقسیم می‌کنیم.

۲- صورت و مخرج را در م.م.م عدد یکسان ضرب می‌کنیم تا از حالت کسری خارج شوند.

۳- از دور دور، نزدیک نزدیک استغاده می‌کنیم. (پس از ساده کردن صورت و مخرج)

$$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$$

مسئله ۱) حاصل عبارت های زیر را بسازید.

$$\frac{\frac{3}{15} - \frac{5}{20}}{\frac{4}{15} - \frac{1}{20}} = \frac{\frac{12-21}{40}}{\frac{28-4}{120}} = \frac{-\frac{9}{40}}{\frac{-14}{120}} = \left(-\frac{9}{40}\right) \div \left(-\frac{14}{120}\right) = +\frac{9}{40} \times \frac{120}{14} = \frac{27}{7}$$

$$4 \cdot \left(\frac{9}{10} + \frac{11}{12}\right) = \frac{4}{10} \times \frac{9}{10} + \frac{4}{12} \times \frac{11}{12} = \frac{36}{100} + \frac{44}{144} = \frac{288+110}{1440} = \frac{398}{1440} = \frac{199}{720}$$

$$\frac{-\frac{5}{4} + \frac{12}{19}}{\frac{4}{9} - \frac{5}{11}} = \frac{\frac{-26+120}{76}}{\frac{44-45}{99}} = \frac{\frac{-14}{76}}{\frac{-1}{99}} = \frac{-14}{76} \times \frac{99}{-1} = \frac{1386}{76} = \frac{693}{38}$$

مسئله ۲) عبارت های گویای مرکب زیر را بسازید (هکسید)

$$\frac{\frac{3}{x-2} - \frac{x^2}{x^2-25}}{\frac{3x}{x^2+5x+6} + \frac{7}{x+2}} = \frac{\frac{3}{x-2} - \frac{x^2}{(x-5)(x+5)}}{\frac{3x}{(x+2)(x+3)} + \frac{7}{x+2}} = \frac{\frac{3(x+5) - x^2}{(x-2)(x+5)}}{\frac{3x + 7(x+3)}{(x+2)(x+3)}} = \frac{-x^2+3x+15}{(x-2)(x+5)} \cdot \frac{(x+2)(x+3)}{10x+21} = \frac{-x^2+3x+15}{(x-2)(x+5)} \cdot \frac{(x+2)(x+3)}{x^2+9x}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 25 &= (x-5)(x+5) \\ x^2 + 5x + 6 &= (x+2)(x+3) \\ a^2 - b^2 &= (a-b)(a+b) \\ 3a + 7b &= 3(a+b) + 4b \end{aligned}$$

$$= \frac{-x^2+3x+15}{(x-2)(x+5)} \cdot \frac{x^2+9x}{(x+2)(x+3)} = \frac{-x^2+3x+15}{(x-2)(x+5)} \times \frac{(x+2)(x+3)}{x^2+9x} = \frac{(x+2)(-x^2+3x+15)}{(x-2)(x^2+9x)}$$

$$\left(\frac{a}{a^2-b^2} + \frac{5b}{3a+3b}\right) \times \frac{3(a-b)(a+b)}{3(a-b)(a+b)} + \frac{3(a-b)(a+b) \frac{5b}{3a+3b}}{3(a-b)(a+b)} = \frac{3a+5ab-5b^2}{3a^2+11ab+9ab-9b^2}$$

$$= \frac{-5b^2+5ab+3a}{-9b^2+11ab+12a^2}$$

$$\text{ج.} \frac{-\frac{5}{x+2} - \frac{x^2+5}{x^2+11x+18}}{\frac{5x}{3x^2+12x} - \frac{3}{x^2+5x+6}} = \frac{\frac{-5(x+11x+18) - (x^2+5)(x+2)}{(x+2)(x+9)}}{\frac{5x(x+4) - 3(x+2)(x+3)}{3x(x+4)(x+3)}}$$

$$\begin{aligned} x^2+11x+18 &= (x+2)(x+9) \\ \left\{ \begin{aligned} 3x^2+12x &= 3x(x+4) \\ x^2+5x+6 &= (x+2)(x+3) \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

$$= \frac{\frac{-5x^2-58x-90 - x^3-7x^2-10x-10}{(x+2)(x+9)}}{\frac{5x^2+20x-3x^2-9x-6}{3x(x+4)(x+3)}} = \frac{-x^3-12x^2-68x-100}{(x+2)(x+9)(x)(2x-3)} = \frac{-x^3(x+12x^2+68x+100)}{(x+2)(x+9)(x)(2x-3)}$$

استفاده از عبارت های گویا در محاسبات شکل ۱:

طول = ۷ عرض = x → ۷ = ۳x  
 مساحت =  $\frac{7(3x+7)}{3x \cdot x} = \frac{21x+49}{3x^2} = \frac{7}{x}$

۰/۷۵	امکان هایی جزو ۹۸	الف) عبارت گویای $\frac{25-x^2}{5-x}$ را ساده کنید.	۱۷
۰/۷۵	نسبت محیط به مساحت این مستطیل را به صورت یک کسر گویا بنویسید و در صورت امکان ساده کنید.	ب) طول مستطیلی ۳ برابر عرض آن است. مساحت آن ۲۴ است. عرض و طول = مساحت مستطیل	

مثال 9) قلم بزرگ یک لوزی و مساحت آن  $\frac{x^2+5x-24}{x+4}$  و مساحت آن  $\frac{x^2+5x-24}{x^2-14}$  است. قلم کوچک آن را بیابید.

$$\frac{\text{مساحت لوزی}}{1} = \frac{\text{قلم بزرگ} \times \text{قلم کوچک}}{2} \rightarrow \text{قلم کوچک} = \frac{2 \times \text{مساحت لوزی}}{\text{قلم بزرگ}} = \frac{2 \left( \frac{x^2+5x-24}{x+4} \right)}{\frac{x^2+3x-40}{x+4}} = \frac{2(x^2+5x-24)(x+4)}{(x^2-14)(x^2+3x-40)}$$

$$= \frac{2(x+4)(x-3)(x+4)}{(x-4)(x+4)(x+8)(x-5)} = \frac{2(x-3)}{(x-4)(x-5)}$$

مثال 10) طول ساق سنت متساوی الساقین ABC برابر با  $\frac{x}{x^2-7x+12}$  بوده و قاعده‌ی آن  $\frac{2x+5}{x^2-9}$  است. محیط آن را بیابید.

$$\text{محیط} = 2(\text{ساق}) + \text{قاعده} = \frac{2x}{(x-3)(x-4)} + \frac{(x+5)}{(x-3)(x+3)} = \frac{2x(x+3) + (x+5)(x-4)}{(x-3)(x-4)(x+3)}$$

$$= \frac{2x^2+6x + x^2-4x+5x-20}{(x-3)(x-4)(x+3)} = \frac{3x^2-5x-20}{(x-3)(x-4)(x+3)}$$