

## درسنامه و نکات کلیدی

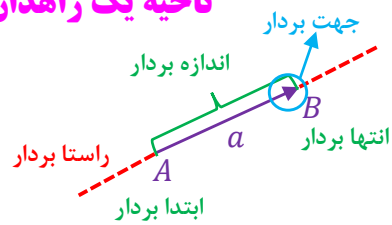
### مسعود زیر کاری

**بردار:** پاره خط جهت داری است که دارای ابتدا، انتها، و راستا باشد.

## فصل هشتم (بردار و مختصات)

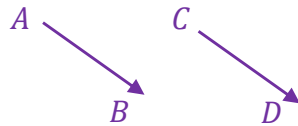
### پایه هفتم

### ناحیه یک زاهدان



**نکته:** بردار را با دو حرف یا با یک حرف نام گذاری می کنند:  $(\vec{AB}$  یا  $\vec{a}$ )

**دو بردار مساوی:** دو بردار در صورتی مساویند که: هم اندازه، هم جهت و هم راستا باشند.



مانند:

**دو بردار قرینه:** دو بردار در صورتی قرینه اند که: هم اندازه، هم راستا ولی خلاف جهت یکدیگر باشند.



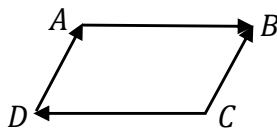
مانند:

**نکته:** حاصل جمع هر بردار با قرینه خودش برابر با صفر است:  $(\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{0})$

@riaziat789

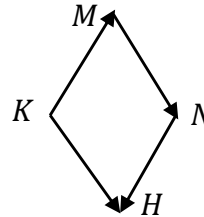
**مثال:** در هر شکل بردارهای مساوی و قرینه را مشخص کنید.

بردارهای مساوی:  $(\vec{DA}$  و  $\vec{CB})$



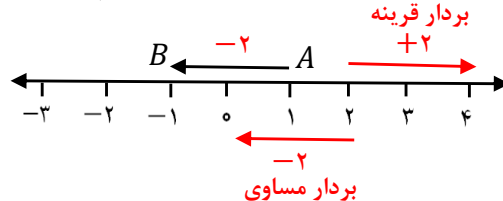
بردارهای قرینه:  $(\vec{AB}$  و  $\vec{CD})$

بردارهای مساوی:  $(\vec{KH}$  و  $\vec{MN})$

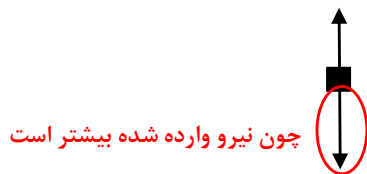


بردارهای قرینه:  $(\vec{KM}$  و  $\vec{NH})$

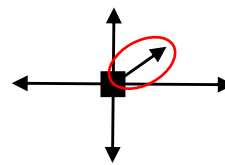
**مثال:** با توجه به بردار رسم شده زیر یک بردار قرینه و یک بردار مساوی، از نقطه ۲ رسم کنید.



**مثال:** با توجه به نیروهای وارده شده به هر شکل، جسم به کدام سمت حرکت می کند؟ چرا؟

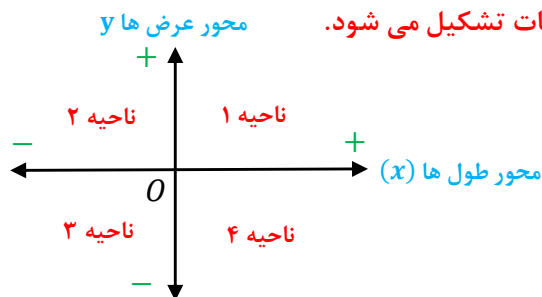


چون نیرو وارده شده بیشتر است



چون نیروهای دیگر همدیگر را خنثی می کنند

**دستگاه مختصات:** از عمود شدن دو محور اعداد، دستگاه مختصات تشکیل می شود.



(محور افقی، محور طول ها (x) نام دارد)

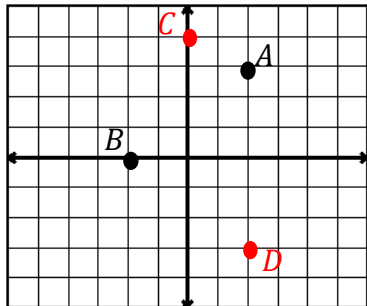
(محور عمودی، محور عرض ها (y) نام دارد)

(نقطه برخورد دو محور، مبدا مختصات (0) نام دارد)

**نکته:** برای دست آوردن مختصات نقاط از مبدا مختصات اول طول (افقی) و بعد عرض (عمودی) را می شماریم.

**نکته:** مختصات نقطه و بردار را به صورت  $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  نشان می دهند. که عدد بالا طول و عدد پایین عرض مختصات نام دارد.

**نکته:** نقاطی که روی محور طول ها قرار داشته باشند عرض آن ها صفر و نقاطی که روی محور عرض ها قرار داشته باشند طول آن ها صفر است.



@riaziat789

**مثال:** با توجه به دستگاه مختصات مقابل:

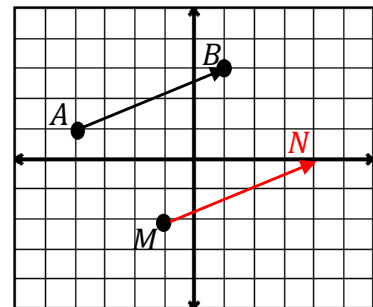
الف) مختصات نقاط  $A$  و  $B$  را بنویسید.  $A = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$       $B = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix}$

ب) نقاط  $C = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$  و  $D = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$  را در دستگاه مختصات نشان دهید.

**نکته:** برای به دست آوردن مختصات یک بردار از ابتدا بردار اول طول بعد عرض را می شماریم.

**نکته:** برای نوشتن جمع برای یک بردار از رابطه ی (انتها بردار = اندازه بردار + ابتدا بردار) استفاده می کنیم.

**مثال:** با توجه به دستگاه مختصات زیر:



الف) مختصات نقاط  $A$  و  $B$  را بنویسید.  $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$       $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

ب) مختصات بردار  $\overrightarrow{AB}$  را بنویسید.  $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$

ج) جمع متناظر بردار  $\overrightarrow{AB}$  را بنویسید.  $A + \overrightarrow{AB} = B \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$

د) نقطه  $M$  را با بردار انتقال  $\overrightarrow{AB}$  به نقطه  $N$  منتقل کرده و مختصات نقطه  $N$  را بنویسید.  $N = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \end{bmatrix}$

**مثال:** الف) اگر مختصات  $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$  و  $\overrightarrow{AB} = \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix}$  باشد مختصات نقطه  $B$  چند است.

$$A + \overrightarrow{AB} = B \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$$

ب) اگر مختصات  $C = \begin{bmatrix} -3 \\ -7 \end{bmatrix}$  و  $D = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \end{bmatrix}$  باشد. مختصات بردار  $\overrightarrow{CD}$  چند است.

$$C + \overrightarrow{CD} = D \Rightarrow \begin{bmatrix} -3 \\ -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 13 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 6 \end{bmatrix}$$

**نکته:** قرینه هر بردار نسبت به محور طول ها ، عرض قرینه می شود.

مانند:  $\vec{a} = \begin{bmatrix} -4 \\ 2 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور طول ها}} \vec{a} = \begin{bmatrix} -4 \\ -2 \end{bmatrix}$

**نکته:** قرینه هر بردار نسبت به محور عرض ها ، طول قرینه می شود.

مانند:  $\vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به محور عرض ها}} \vec{a} = \begin{bmatrix} -3 \\ 5 \end{bmatrix}$

**نکته:** قرینه هر بردار نسبت به مبدا مختصات ، طول و عرض قرینه می شوند.

مانند:  $\vec{a} = \begin{bmatrix} -3 \\ -4 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{قرینه نسبت به مبدا مختصات}} \vec{a} = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$

**جمع و تفریق مختصات:** طول با طول و عرض با عرض جمع و تفریق می شوند.

**مثال:** حاصل جمع و تفریق های زیر را به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} -5 \\ 7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 + 2 \\ 7 - 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ 7 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -6 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 - 1 + 6 \\ 2 + 7 - 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ -1 \end{bmatrix}$$

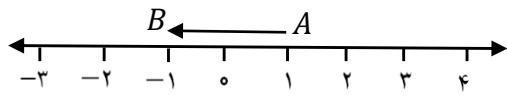
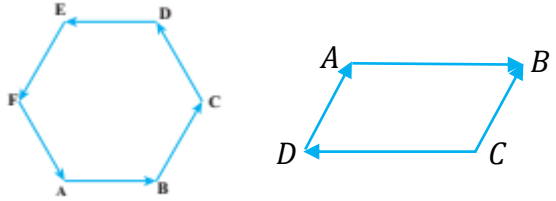
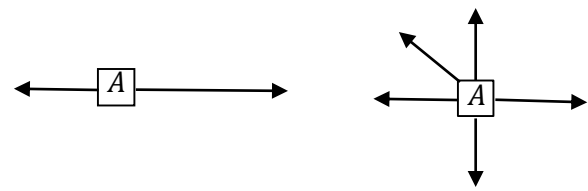
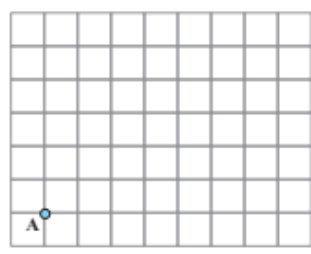
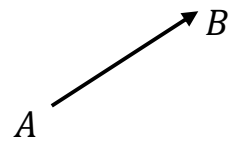
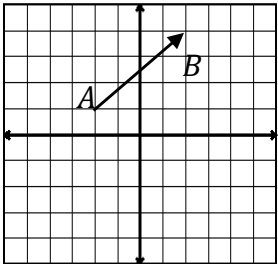
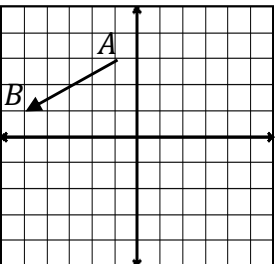
**مثال:** مقدار  $x$  و  $y$  را در مختصات های زیر به دست آورید.

$$\begin{bmatrix} -8 \\ 3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -8 + x = -2 \Rightarrow x = 6 \\ 3 + y = -6 \Rightarrow y = -9 \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} 2x \\ -4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x - 3 = 5 \Rightarrow 2x = 8 \Rightarrow x = 4 \\ -4 - y = -6 \Rightarrow -y = -2 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$$

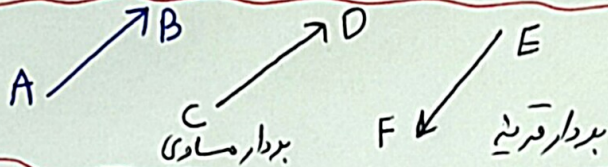
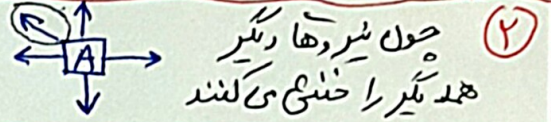
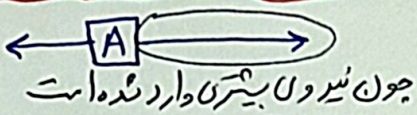
@riaziat789

ریاضیات هفتم ، هشتم ، نهم

ردیف	سؤالات	ردیف	سؤالات
۱	با توجه به محور اعداد زیر :  الف) یک بردار مساوی $\vec{AB}$ از عدد ۱- رسم کنید. ب) یک بردار قرینه $\vec{AB}$ از عدد ۲ رسم کنید.	۷	در هر شکل بردارهای مساوی و بردارهای قرینه را مشخص کنید. 
۲	با توجه به نیروهای وارده شده جسم A به کدام سمت می رود. 	۸	شخصی از نقطه ی A، شش واحد به شرق، چهار واحد به شمال و دو واحد به غرب می رود تا به نقطه B برسد. بردار حرکت از A تا B را رسم کنید. 
۳	بردار مساوی و قرینه ی $\vec{AB}$ را رسم کنید. 	۹	الف) مرز مشترک بین ناحیه یک و چهار ..... نام دارد ب) مرز مشترک بین ناحیه یک و دو ..... نام دارد ج) مبدأ مختصات را به صورت ..... نشان می دهند. د) قرینه ی نقطه $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ نسبت به محور طول ها
۴	هر یک از نقاط زیر در کدام ناحیه قرار دارد. $A = \begin{bmatrix} 77 \\ -66 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 80 \\ 47 \end{bmatrix}$ $C = \begin{bmatrix} -90 \\ -18 \end{bmatrix}$	۱۰	اگر $A = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -7 \\ -5 \end{bmatrix}$ باشد، مختصات بردار $\vec{AB}$ چند است.
۵	حاصل هر عبارت را به دست آورید. الف) $\begin{bmatrix} 8 \\ -12 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \end{bmatrix} =$ ب) $\begin{bmatrix} -6 \\ -10 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix} =$	۱۱	در هر قسمت مقدار $x$ و $y$ را به دست آورید. الف) $\begin{bmatrix} -13 \\ -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ -2 \end{bmatrix}$ ب) $\begin{bmatrix} x \\ 8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 \\ -4 \end{bmatrix}$
۶	در دستگاه مختصات : الف) مختصات نقاط مشخص شده را بنویسید. $A = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ ب) مختصات بردار $\vec{AB}$ را بنویسید. $\vec{AB} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$ ج) جمع متناظر بردار $\vec{AB}$ را بنویسید. 	۱۲	با توجه به دستگاه مختصات زیر : الف) قرینه بردار $\vec{AB}$ را نسبت به محور عرض ها رسم کنید.. ب) قرینه بردار $\vec{AB}$ را نسبت به مبدأ مختصات رسم کنید. 

بردار مساوی:  $\vec{CD}$  بردار مساوی:  $\vec{EF}$

بردار قرینه:  $\vec{EF}$



@riaziat789

$A = \begin{bmatrix} 7 \\ -4 \end{bmatrix}$  طول مثبت: ۷  
عرض منفی: ۴

$B = \begin{bmatrix} 8 \\ 4 \end{bmatrix}$  طول مثبت: ۸  
عرض مثبت: ۴

$C = \begin{bmatrix} -9 \\ -18 \end{bmatrix}$  طول منفی: ۹  
عرض منفی: ۱۸

$[-1] + [-4] = [-5]$

$[-4] - [-3] + [2] = [-1]$

$\vec{AB} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

الف)  $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

ج)  $A + \vec{AB} = B \Rightarrow \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$

ندارد: بردارها مساوی

بردارها مساوی:  $\vec{DA}$  و  $\vec{CB}$

بردارها قرینه:  $\vec{DE}$ ,  $\vec{AB} - \vec{EF}$ ,  $\vec{BC} - \vec{CD}$ ,  $\vec{FA}$

بردارها قرینه:  $\vec{AB}$ ,  $\vec{CD}$

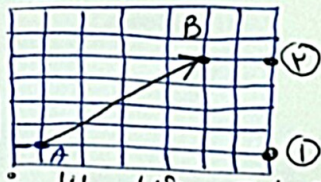
الف) محور طولها

$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$

ب) محور عرضها

$\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

$\vec{AB} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$



شرق = سمت راست، شمال = بالا، غرب = چپ

قرینه مثبت: محور طولها؛ طول نقطه ثابت و عرض قرینه می شود

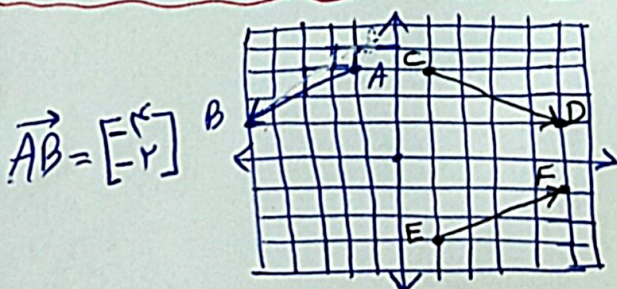
$\vec{AB} = B - A = \begin{bmatrix} -7 \\ -5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ -6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 \\ -5 \end{bmatrix}$

$x = 7 - (\frac{13}{+13}) = 2$

$x = 12 - (\frac{4}{+6}) = 18$

$y = -2 - (\frac{5}{+5}) = +3$

$y = -4 - 8 = -12$



الف) قرینه مثبت: محور عرض؛ عرض ثابت

$\vec{CD} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$  و طول قرینه می شود

ب) قرینه مثبت: مبدأ مختصات؛ طول و عرض

هر دو قرینه می شوند

زیادتر

$\vec{EF} = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix}$