

۱- عبارات داده شده را با استفاده از توانها ساده کنید. (e و x اعداد حقیقی است.)

$$(e\sqrt{2})^{\sqrt{50}} \quad (ب) \quad 2\sqrt[3]{2} \times 2\sqrt[5]{5} \quad (الف)$$

$$4\sqrt[3]{x} \times 4\sqrt[3]{x^x} \quad (د) \quad (5\sqrt[6]{15})^{\sqrt{6}} \quad (ج)$$

$$(e\sqrt{2})^{\sqrt{50}} = e^{\sqrt{100}} = e^{10} \quad (ب) \quad 2\sqrt[3]{2} \times 2\sqrt[5]{5} = 2^{\sqrt{3} + \sqrt{5}} \quad (الف)$$

$$4\sqrt[3]{x} \times 4\sqrt[3]{x^x} = 4^{\sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x^x}} \quad (د) \quad (5\sqrt[6]{15})^{\sqrt{6}} = 5^{\sqrt{90}} = 5^{3\sqrt{10}} \quad (ج)$$

$$\begin{cases} 3^x + y = 11 \\ 2^x - y = 8 \end{cases}$$

۲- دستگاه معادله‌ی مقابل را با استفاده از تعریف لگاریتم یا توان حل کنید:

$$\begin{cases} 3^x + y = 11 = 3^4 \rightarrow x + y = 4 \\ 2^x - y = 8 = 2^3 \rightarrow x - y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

۳- معادله‌ی $4^x + 6^x = 10 \times 9^{x-1}$ را حل کنید.

$$4^x + 6^x = 10 \times 9^{x-1} \rightarrow 9 \times 4^x + 9 \times 6^x - 10 \times 9^x = 0$$

$$\rightarrow (3 \times 2^x + 5 \times 3^x)(3 \times 2^x - 2 \times 3^x) = 0$$

$$3 \times 2^x = 2 \times 3^x \rightarrow \left(\frac{2}{3}\right)^x = \frac{2}{3} \rightarrow x = 1 \quad \text{می‌دانیم } (3 \times 2^x + 5 \times 3^x) \text{ همواره مثبت است، پس:}$$

۴- معادلات نمایی زیر را حل کنید.

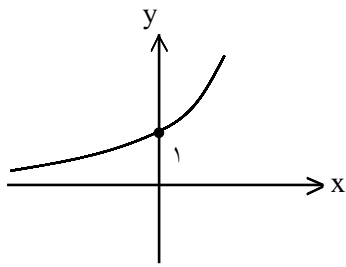
الف) $2^{x-1} + 2^{x+1} = 40$

$$\text{الف) } 2^{x-1} + 2^{x+1} = \frac{2^x}{2} + 2 \times 2^x = 40 \Rightarrow 2^x \left(\frac{1}{2} + 2\right) = 40 \Rightarrow \frac{5}{2} \times 2^x = 40 \Rightarrow 2^x = 16$$

$$\Rightarrow 2^x = 2^4 \Rightarrow x = 4$$

$$\text{ب) } (0.25)^{x-7} = 16^{2x} \Rightarrow (2^{-2})^{x-7} = (2^4)^{2x} \Rightarrow 2^{-2x+14} = 2^{8x}$$

۵- نمودار تابع $f(x) = 2^x$ را رسم کنید و دامنه و برد آنرا بنویسید.

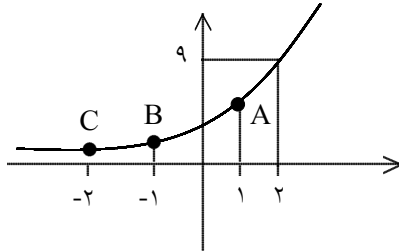


$$f(x) = 2^x$$

$$D_f = \mathbb{R}$$

$$R_f = (0, +\infty)$$

۶- نمودار زیر متعلق به تابع نمایی $f(x) = 2^x$ است. مختصات نقاط A و B و C را حساب کنید.



ابتدا نقطه‌ی $A(2, 4)$ را درون ضابطه تابع قرار می‌دهیم تا a به دست آید.

$$\begin{cases} x = 2 \\ y = 4 \end{cases} \Rightarrow 4 = a^2 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow y = 2^x$$

$$x = -1 \Rightarrow y = 2^{-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow B\left(-1, \frac{1}{2}\right)$$

$$x = -2 \Rightarrow y = 2^{-2} = \frac{1}{4} \Rightarrow C\left(-2, \frac{1}{4}\right)$$

۷- هریک از نامعادلات نمایی زیر را حل کنید.

الف) $2^{x^2 - 5x + 4} \leq 2^{56x - 4}$

ب) $\left(\frac{1}{8}\right)^{x+4} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+5}$

الف) $2^{x^2 - 5x + 4} \leq (2^8)^{x-4} \Rightarrow x^2 - 5x + 4 \leq 8x - 32 \Rightarrow x^2 - 13x + 36 \leq 0$

$\Rightarrow (x-4)(x-9) \leq 0 \Rightarrow 4 \leq x \leq 9$

ب) $\left(\frac{1}{8}\right)^{x+4} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+5} \Rightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{3x+12} \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{2x+5} \Rightarrow 3x+12 \leq 2x+5 \Rightarrow x \leq -7$

۸- فرض کنید تابع $y = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} - 125$ محورهای x و y را به ترتیب در نقاط $A(a, 0)$ و $B(0, b)$ قطع می‌کند. مقادیر a و b را به دست آورید.

محور x ها را قطع کند
 $y = 0 \Rightarrow 0 = \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} - 125 \Rightarrow \left(\frac{1}{5}\right)^{x-1} = 125 \Rightarrow 5^{-x+1} = 5^3$

$\Rightarrow -x = 2 \Rightarrow x = -2 \Rightarrow A(-2, 0) \Rightarrow a = -2$

محور y ها را قطع کند
 $x = 0 \rightarrow y = \left(\frac{1}{5}\right)^{-1} - 125 = 5 - 125 \Rightarrow y = -120 \Rightarrow B(0, -120) \Rightarrow b = -120$

$$y = \text{Log} \frac{\sqrt{x}}{x+1}$$

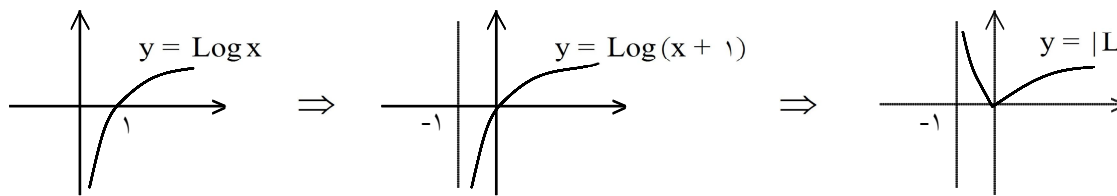
۹- دامنه تابع مقابل را بدست آورید.

$$\frac{\sqrt{x}}{x+1} > 0 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 \\ x+1 > 0 \Rightarrow x > -1 \end{array} \right\} \cap \Rightarrow x > 0 \Rightarrow D_f = (0, +\infty)$$

$$y = \sqrt{\frac{1 - \text{Log} x}{1 + \text{Log} x}} + \frac{x^2 + x}{x^3 - x}$$

۱۰- دامنه تابع مقابل را بدست آورید.

۱۱- نمودار تابع $y = |\text{Log}(x+1)|$ را رسم کنید.



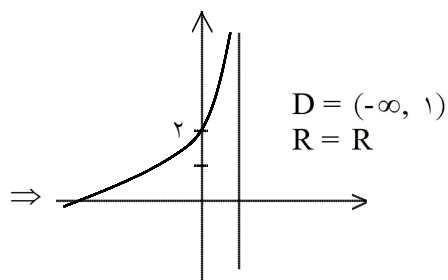
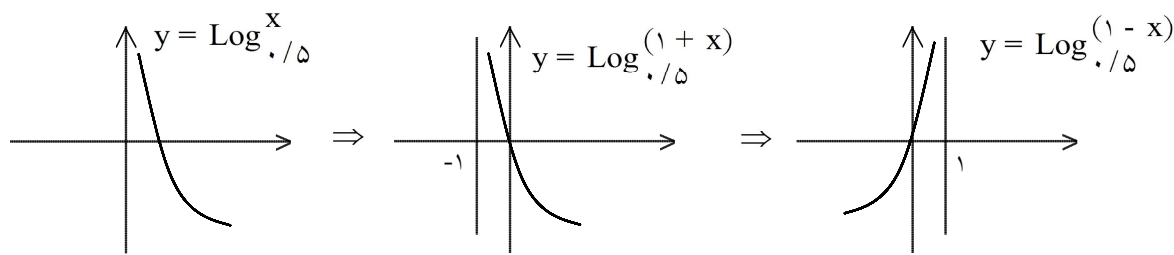
۱۲- دامنه توابع زیر را حساب کنید.

الف) $f(x) = \text{Log} \frac{(x^2 - 4)}{(x+1)}$

$$D_f: \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \Rightarrow x > 2 \text{ یا } x < -2 \\ x+1 > 0 \Rightarrow x > -1 \\ x+1 \neq 1 \Rightarrow x \neq 0 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_f = (2, +\infty)$$

$$D_g: \begin{cases} (x-5)^2 > 0 \Rightarrow x \neq 5 \\ |x| > 0 \Rightarrow x \neq 0 \\ |x| \neq 1 \Rightarrow x \neq \pm 1 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} D_g = \mathbb{R} - \{5, 0, \pm 1\}$$

۱۳- نمودار $y = 2 + \text{Log}_{\frac{1}{5}}(1-x)$ را به کمک انتقال رسم کنید و سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید.



۱۴- با استفاده از تعریف لگاریتم، حاصل عبارت‌های زیر را بیابید:

$$\text{Log}_{10} 0.1, \text{Log}_{\frac{1}{6}} \frac{1}{6}, \text{Log}_{\sqrt{2}} \sqrt{2}, \text{Log}_{\sqrt[3]{7}} \sqrt[3]{7^2}$$

$$\text{Log}_{10} 0.1 = x \Rightarrow 10^x = 0.1 \Rightarrow 10^x = 10^{-2} \Rightarrow x = -2$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{6}} \frac{1}{6} = y \Rightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^y = \frac{1}{6} \Rightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^y = \left(\frac{1}{6}\right)^{-1} \Rightarrow y = -1$$

$$\text{Log}_{\sqrt{2}} \sqrt{2} = z \Rightarrow \sqrt{2}^z = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2}^z = \sqrt{2}^{\frac{1}{2}} \Rightarrow z = \frac{1}{2}$$

$$\text{Log}_{\sqrt[3]{7}} \sqrt[3]{7^2} = t \Rightarrow \sqrt[3]{7}^t = \sqrt[3]{7^2} \Rightarrow \sqrt[3]{7}^t = \sqrt[3]{7}^{\frac{2}{3}} \Rightarrow t = \frac{2}{3}$$

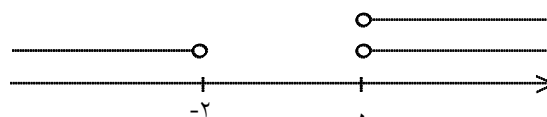
۱۵- نمودار تابع $y = \text{Log}(x^2 + 2x) - \text{Log} x$ را رسم کنید.

$$x^2 + 2x > 0 \Rightarrow x > 0 \text{ یا } x < -2 \quad (1)$$

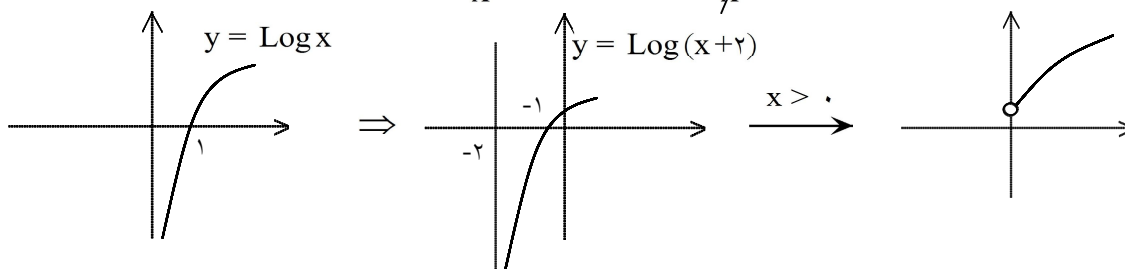
$$x > 0 \quad (2)$$

$$(1) \cap (2)$$

$$\rightarrow D = (0, +\infty)$$



$$y = \text{Log}(x^2 + 2x) - \text{Log} x = \text{Log} \frac{(x^2 + 2x)}{x} = \text{Log} \frac{x(x+2)}{x} = \text{Log}(x+2)$$



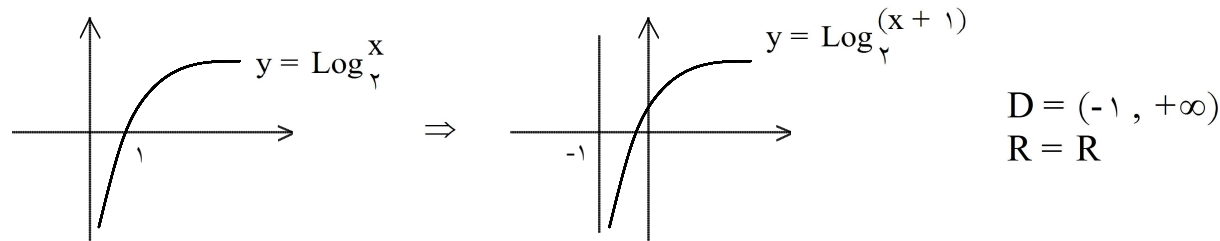
۱۶- وارون تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \text{Log}_{\frac{1}{5}}(x-1) + 7$ را حساب کنید.

$$y = \text{Log}_5^{(x-1)} + 7 \Rightarrow y - 7 = \text{Log}_5^{(x-1)} \Rightarrow x - 1 = 5^{y-7} \Rightarrow x = 5^{y-7} + 1$$

$$\xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = 5^{x-7} + 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = 5^{x-7} + 1$$

۱۷- نمودار تابع $y = \text{Log}_x \frac{1}{5}$ را رسم کنید و سپس دامنه و برد آنرا حساب کنید. ۰/۵

$$y = \text{Log}_{\frac{1}{2}}^{(x+1)^{-1}} \Rightarrow y = \text{Log}_{\frac{1}{2}}^{(x+1)}$$



۱۸- اگر $f(x) = \text{Log}_{\sqrt[3]{7}}^{(x+1)}$ مقدار $f(48)$ را حساب کنید.

$$f(48) = \text{Log}_{\sqrt[3]{7}}^{(48+1)} = \text{Log}_{\sqrt[3]{7}}^{49} = \text{Log}_{\frac{7^{\frac{1}{3}}}{7^{\frac{1}{3}}}}^{\frac{7^2}{7^{\frac{1}{3}}}} = \frac{2}{\frac{1}{3}} \text{Log}_{\frac{7}{7}}^7 = 6$$

۱۹- دامنه‌ی تابع زیر را حساب کنید.

$$f(x) = \sqrt{4 - \text{Log}_2(x+3)}$$

$$x + 3 > 0 \Rightarrow x > -3 \quad (1)$$

$$4 - \text{Log}_2(x+3) \geq 0 \Rightarrow \text{Log}_2(x+3) \leq 4 \Rightarrow x + 3 \leq 16 \Rightarrow x \leq 13 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D_f = (-3, 13]$$

۲۰- دامنه توابع زیر را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

الف) $f(x) = \text{Log}(3 - [x])^2$

ب) $g(x) = \text{Log}_{\frac{1}{2}} \left(2 - \text{Log}_{\frac{1}{2}}^{(1+2x)} \right)$

الف) $(3 - [x])^2 > 0 \Rightarrow 3 - [x] \neq 0 \Rightarrow [x] \neq 3 \Rightarrow x \in \mathbb{R} - [3, 4) \Rightarrow D_f = \mathbb{R} - [3, 4)$

ب) $1 + 2x > 0 \Rightarrow x > -\frac{1}{2} \quad (1)$

$2 - \text{Log}_{\frac{1}{2}}^{(1+2x)} > 0 \Rightarrow \text{Log}_{\frac{1}{2}}^{(1+2x)} < 2 \Rightarrow 1 + 2x < 4 \Rightarrow 2x < 3 \Rightarrow x < \frac{3}{2} \quad (2)$

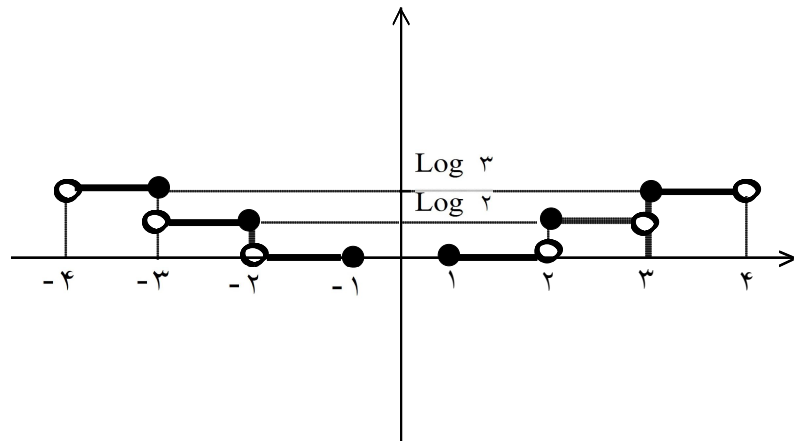
$\xrightarrow{(1) \cap (2)} D = \left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ www.Nomreyar.com - وبسایت آموزشی نمره یار

۲۱- نمودار تابع $y = \text{Log} [|x|]$ را رسم کنید.

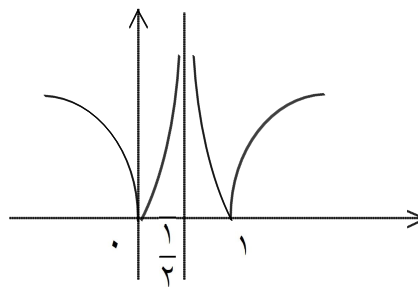
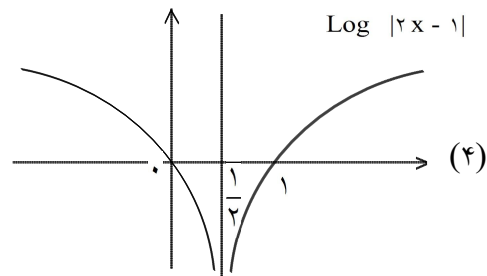
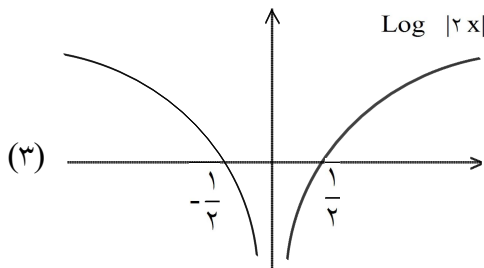
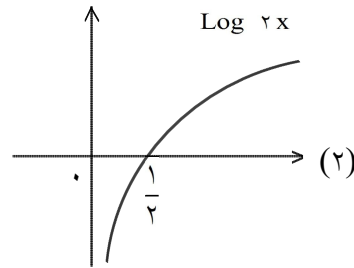
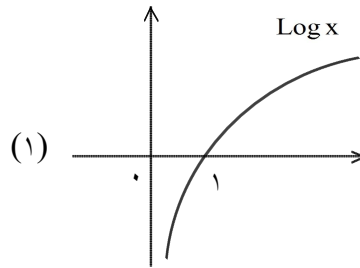
دامنه‌ی این تابع بصورت $|x| \geq 1$ است. چون تابع زوج است پس کافی است اعداد $x \geq 1$ را فقط بحث کنیم.

$$1 \leq x < 2 \rightarrow y = \text{Log} 1 = 0$$

$$2 \leq x < 3 \rightarrow y = \text{Log} 2$$



۲۲- نمودار تابع $y = |\text{Log} |2x - 1||$ را رسم کنید.



۲۳- معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف) $\text{Log}_4 m^2 - \text{Log}_4 m - 3 = 0$

ب) $\text{Log}_2 (12b - 21) - \text{Log}_2 (b^2 - 3) = 2$

$$\text{پ) } \text{Log}_{\frac{1}{10}}(x^2 - 1) = -1$$

$$\text{ب) } \text{Log}_r \frac{12b - 21}{b^2 - 3} = 2 \Rightarrow \frac{12b - 21}{b^2 - 3} = r^2 \Rightarrow 12b - 21 = r^2(b^2 - 3) \Rightarrow r^2 b^2 - 12b + 9 = 0$$

$$\Rightarrow (2b - 3)^2 = 0 \Rightarrow b = \frac{3}{2} \quad \text{غ ق ق}$$

$$\text{پ) } x^2 - 1 = 10 \Rightarrow x^2 = 11 \Rightarrow x = \pm \sqrt{11}$$

$$\text{۲۴- معادله‌ی } \text{Log}_x(\sqrt{2x-1}) + \text{Log}_x(\sqrt{2x+1}) = 2 \text{ را حل کنید.}$$

$$\text{Log}_x(\sqrt{2x-1}) + \text{Log}_x(x\sqrt{2+1}) = 2$$

$$\Rightarrow \text{Log}_x(2x-1) = 2 \Rightarrow x^2 = 2x-1 \Rightarrow (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \quad \otimes \otimes \quad \text{معادله جواب ندارد}$$

۲۵- حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$\text{ب) } \text{Log}_{216}^5 - 2$$

$$\text{الف) } \text{Log}_{9\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{27}}$$

$$\text{الف) } \text{Log}_{9\sqrt{3}} \frac{1}{\sqrt{27}} = \text{Log}_{3^2 \times 3^{\frac{1}{2}}} 3^{-\frac{3}{2}} = \text{Log}_{3^{\frac{5}{2}}} 3^{-\frac{3}{2}} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{5}{2}} = -\frac{3}{5}$$

$$\text{ب) } \text{Log}_{216}^5 - 2 = \frac{\text{Log}_6^5}{6^2} = \frac{\frac{1}{3} \text{Log}_6^5}{36} = \frac{\sqrt[3]{5}}{36}$$

۲۶- ابتدا معادله‌ی لگاریتمی $\text{Log}(x-2) = 3\text{Log}2 - \text{Log}(x-4)$ را حل کرده و سپس حاصل $\text{Log}_{\sqrt{27}} \sqrt{x-3}$ را به دست آورید.

$$\text{Log}(x-2) = \text{Log} \frac{8}{x-4} \Rightarrow x-2 = \frac{8}{x-4} \Rightarrow x^2 - 6x + 8 = 8 \quad \text{(۰/۲۵)} \quad \text{(۰/۲۵)}$$

$$x(x - 6) = 0 \Rightarrow$$

(۰/۲۵)

۲۷- اگر انرژی آزاد شده یک زلزله 10^{19} Erg باشد، شدت زلزله برحسب ریشتر را حساب کنید. ($\text{Log} 2 = 0/3$)

$$E = 2 \times 10^{19} \xrightarrow{\text{Log} 2 = 0/3 \Rightarrow 2 = 10^{0/3}} E = 10^{0/3} \times 10^{19} \Rightarrow E = 10^{19/3}$$

$$\text{Log} E = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow \text{Log} 10^{19/3} = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow 19/3 = 11/8 + 1/5 M \\ \Rightarrow 1/5 M = 7/5 \Rightarrow M = 5$$

۲۸- اگر $f(x) = 20x + 1$ مقدار $f(5)$ را حساب کنید.

$$4 - \text{Log}_5^x = 5 \Rightarrow \text{Log}_5^x = -1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{1}{5} \Rightarrow f\left(4 - \text{Log}_5^{\frac{1}{5}}\right) = 20\left(\frac{1}{5}\right) + 1 \Rightarrow f(5) = 4 + 1 \Rightarrow f(5) = 5$$

۲۹- زلزله‌ای به بزرگی $5/9$ ریشتر در ۳۰ کیلومتری شهر کاکلی استان بوشهر در صبح پنجشنبه ۳۰ فروردین به وقوع پیوست. انرژی آزاد شده برحسب یرگ را حساب کنید. ($\text{Log} 4/5 = 0/65$)

$$M = 5/9$$

$$\text{Log} E = 11/8 + 1/5 M \Rightarrow \text{Log} E = 11/8 + 1/5(5/9) \Rightarrow \text{Log} E = 11/8 + 1/18$$

$$\Rightarrow \text{Log} E = 20/65 \Rightarrow E = 10^{20/65} = 10^{0/65} \times 10^{20} \xrightarrow{\text{Log} 4/5 = 0/65 \Rightarrow 4/5 = 10^{0/65}} \\ E = 4/5 \times 10^{20}$$

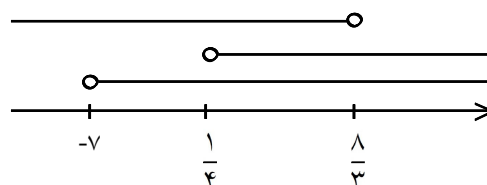
۳۰- جواب نامعادله $\text{Log}_{\frac{1}{2}}(4x - 1) > \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x + 7)$ را به دست آورید.

$$4x - 1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$x + 7 > 0 \Rightarrow x > -7 \quad (2)$$

$$\text{Log}_{\frac{1}{2}}(4x - 1) > \text{Log}_{\frac{1}{2}}(x + 7) \Rightarrow 4x - 1 < x + 7 \Rightarrow 3x < 8 \Rightarrow x < \frac{8}{3} \quad (3)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2) \cap (3)} \text{جواب} = \left(\frac{1}{4}, \frac{8}{3}\right)$$



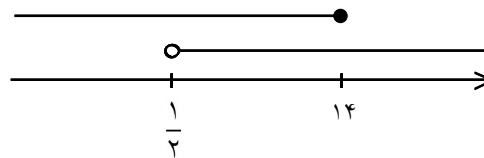
$$\text{Log}_5^3 \times \text{Log}_{13}^5 \times \text{Log}_{81}^{13} = \text{Log}_{13}^3 \times \text{Log}_{81}^{13} = \text{Log}_{81}^3 = \text{Log}_{\frac{3}{4}}^3 = \frac{1}{4}$$

۳۲- نامعادله $\text{Log}_3^{(2x-1)} \leq 3$ را حل کنید.

$$2x - 1 > 0 \Rightarrow x > \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\text{Log}_3^{(2x-1)} \leq 3 \Rightarrow 2x - 1 \leq 3^3 \Rightarrow 2x \leq 28 \Rightarrow x \leq 14 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1) \cap (2)} \text{جواب} = \left(\frac{1}{2}, 14\right]$$



$$A = \frac{3}{3 + \text{Log}_2^3} + \frac{1}{1 + 3\text{Log}_3^2}$$

۳۳- مقدار A را حساب کنید.

$$A = \frac{3}{3 + \text{Log}_2^3} + \frac{1}{\text{Log}_3^3 + 3\text{Log}_3^2} = \frac{3}{3\text{Log}_2^2 + \text{Log}_2^3} + \frac{1}{\text{Log}_3^3 + \text{Log}_3^4}$$

$$= \frac{3}{\text{Log}_2^4 + \text{Log}_2^3} + \frac{1}{\text{Log}_3^3 + \text{Log}_3^4} = \frac{3}{\text{Log}_2^{24}} + \frac{1}{\text{Log}_3^{24}} = 3\text{Log}_{24}^2 + \text{Log}_{24}^3$$

$$= \text{Log}_{24}^4 + \text{Log}_{24}^3 = \text{Log}_{24}^{24} = 1$$

۳۴- نیمه عمر یک نوع ماده هسته‌ای حدود ۳۰ سال است. اگر جرم نمونه‌ای از این ماده، ۴۸ میلی‌گرم باشد، جدول زیر را کامل کنید.

جرم باقی مانده بر حسب میلی‌گرم	t (زمان بر حسب سال)
	۰
	۳۰
	۶۰
	۹۰

بعد از گذشت هر ۳۰ سال جرم ماده نصف می‌شود، بنابراین داریم:

جرم باقی مانده بر حسب میلی گرم	t (زمان بر حسب سال)
۴۸	۰
$\frac{1}{2}(48) = 24$	۳۰
$\frac{1}{2^2}(48) = 12$	۶۰
$\frac{1}{2^3}(48) = 6$	۹۰

۳۵- نیمه عمر یک نوع ماده هسته‌ای ۱۰۰ سال است. اگر جرم نمونه‌ای از این ماده ۴۰ میلی‌گرم باشد، پس از ۲۰۰ سال چه جرمی از این ماده باقی می‌ماند.

$$m(t) = 40 \times 2^{-\frac{t}{100}}$$

$$m(200) = 40 \times 2^{-\frac{200}{100}} = \frac{40}{4} = 10$$

۳۶- اگر $\text{Log} 2 = a$ و $\text{Log} 3 = b$ باشد، لگاریتم‌های زیر را بر حسب a و b بنویسید.

الف) $\text{Log} 270$ (الف) ب) $\text{Log} 80$ (ب) پ) $\text{Log} 0/125$ (پ) ت) $\text{Log} 50$ (ت)

الف) $\text{Log} 270 = \text{Log} 3^3 \times 10 = 3\text{Log} 3 + \text{Log} 10 = 3b + 1$

ب) $\text{Log} 80 = \text{Log} 2^3 \times 10 = 3\text{Log} 2 + \text{Log} 10 = 3a + 1$

پ) $\text{Log} 0/125 = \text{Log} \frac{1}{8} = \text{Log} 1 - \text{Log} 2^3 = 0 - 3a = -3a$

ت) $\text{Log} 50 = \text{Log} \frac{100}{2} = \text{Log} 10^2 - \text{Log} 2 = 2 - a$

۳۷- اگر $f(x) = \text{Log} \sqrt[3]{\frac{7-x}{2}}$ باشد مقادیر زیر را حساب کنید.

الف) $f(-1)$

ب) $f(3)$

الف) $f(-1) = \text{Log} \sqrt[3]{\frac{7+1}{2}} = \text{Log} \sqrt[3]{\frac{8}{2}} = \text{Log} \sqrt[3]{4} = \text{Log} \frac{2^2}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = 1$

ب) $f(3) = \text{Log} \sqrt[3]{\frac{7-3}{2}} = \text{Log} \sqrt[3]{\frac{4}{2}} = \text{Log} \sqrt[3]{2} = \text{Log} \frac{2^{\frac{1}{3}}}{2^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{3} - \frac{1}{3} = 0$

۳۸- معادله‌های زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } \text{Log}(x^2 + 19) = 2 \quad \text{ب) } \text{Log}_3(\text{Log}_2^{(x+1)} - 2) = 1$$

$$\text{الف) } \text{Log}(x^2 + 19) = 2 \Rightarrow x^2 + 19 = 100 \Rightarrow x^2 = 81 \Rightarrow \begin{cases} x = 9 & \text{ق ق} \\ x = -9 & \text{ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow x = 31 \quad \text{ق ق}$$

۳۹- مقادیر زیر را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

$$\text{الف) } \left[2 \text{Log}_2^{10} \right]$$

$$\text{ب) } \left[\text{Log}_3^{30} \right]$$

$$\text{الف) } 2 \text{Log}_2^{10} = \text{Log}_2^{10^2} = \text{Log}_2^{100}$$

$$2^6 < 100 < 2^7 \Rightarrow \text{Log}_2^{2^6} < \text{Log}_2^{100} < \text{Log}_2^{2^7} \Rightarrow 6 < \text{Log}_2^{100} < 7 \Rightarrow \left[\text{Log}_2^{100} \right] = 6$$

$$\text{ب) } 3^3 < 30 < 3^4 \Rightarrow \text{Log}_3^{3^3} < \text{Log}_3^{30} < \text{Log}_3^{3^4} \Rightarrow 3 < \text{Log}_3^{30} < 4 \Rightarrow \left[\text{Log}_3^{30} \right] = 3$$

۴۰- معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

$$\text{الف) } 3 \text{Log}_V^a - \text{Log}_V^6 = \text{Log}_V^{36} \quad \text{ب) } \text{Log}_{\frac{1}{5}}(x^2 - 11) = -2$$

$$\text{الف) } \text{Log}_V^a - \text{Log}_V^6 = \text{Log}_V^{36} \Rightarrow \text{Log}_V^{\frac{a^3}{6}} = \text{Log}_V^{36} \Rightarrow \frac{a^3}{6} = 36 \Rightarrow a^3 = 216 \Rightarrow a = 6 \quad \text{ق ق}$$

$$\text{ب) } \text{Log}_{\frac{1}{5}}(x^2 - 11) = -2 \Rightarrow x^2 - 11 = (5^{-1})^{-2} \Rightarrow x^2 - 11 = 25 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 & \text{ق ق} \\ x = -6 & \text{غ ق ق} \end{cases}$$