

## مبحث شمارش (بدون شمردن)

## چهارمورد از اهداف و کاربردهای مبحث در زندگی روزانه

(۱) شارژهای ۶ رقمی اعتباری (ایرانسل؛ همراه اول؛ رایتل) مثال: ۴۳۴۶ ۹۹.....۰ ۲۵۰۰ ۱۸۴۳  
رقم جا افتاده ده حالت دارد. ۰ یا ۱ یا ۲ یا ۳ یا ... یا ۹

(۲) کدهای کامپیوتری (ساختن ایمیل؛ ثبت نام در سایت و...) مثال: ۰۳h ۴p۱۳۶

(۳) یافتن تعداد پلاک خودروهای شهرکاشان مثال: ۲۳ ۶۹۲ ب ۲۵

(۴) یافتن تعداد تلفن های ثابت شهرکاشان مثال: ۵۵۵۱۴۵۷۸

کاربرد سوم و چهارم در جلسات آینده محاسبه خواهد شد.

(۱) کار با اعداد (۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ... و ۹) تعداد ۱۰ تا  
(۲) حروف فارسی (الف و ب و پ و ... و ی) تعداد ۳۲  
(۳) حروف انگلیسی (a, b, c, ..., z) تعداد ۲۶ تا  
هر سه قسمت بدون تکرار (قرارداد کتاب)  
در کلمات با معنی یا بی معنی (قرارداد کتاب)

دو اصل داریم: اصل جمع: حرف (یا) اختیار  
اصل ضرب: حرف (و) اجبار

## اصل جمع

## فعالیت صفحه ۲

۱- در کتابخانه مدرسه ۳۰ کتاب متفاوت روان شناسی، ۲۵ کتاب متفاوت تعلیم و تربیت اسلامی وجود دارد. اگر دانش آموزی فرصت داشته باشد فقط یک کتاب روان شناسی یا تعلیم و تربیت اسلامی مطالعه کند، برای اینکار چند انتخاب دارد؟

۲- خانم فاطمی می تواند به صورت رایگان (سرویس - پیاده روی) یا با پرداخت هزینه (تاکسی - اتوبوس - مترو) به محل کارش برود، او چند انتخاب دارد؟

## تعریف اصل جمع

اگر بتوان عملی را به  $m$  طریق و عمل دیگری را به  $n$  طریق انجام داد و این دو عمل را نتوان با هم انجام داد، در این صورت به ..... طریق می توان عمل اول یا عمل دوم را انجام داد.

## تعمیم اصل جمع صفحه ۳

۴ خودکار با چهار رنگ متفاوت، ۵ مداد با رنگ های متفاوت، ۳ روان نویس با رنگ های متفاوت داریم. شما به چند طریق می توانید فقط یک خودکار یا یک مداد یا یک روان نویس انتخاب کنید؟

## اصل ضرب

## فعالیت صفحه ۳

دانشجویی می خواهد از بین دو درس عمومی ارائه شده، یک درس عمومی، از میان سه درس اختصاصی ارائه شده، یک درس را انتخاب کند، او به چند طریق می تواند یک درس عمومی و یک درس اختصاصی انتخاب کند؟ (با رسم نمودار درختی)

## تعریف اصل ضرب

اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام پذیرد، طوری که در مرحله اول به  $m$  طریق و در مرحله دوم هر کدام از این  $m$  طریق به  $n$  روش انجام پذیر باشند، در کل آن عمل به ..... طریق انجام پذیر است.

## تعمیم اصل ضرب

در یک کشور نوعی اتومبیل در ۵ مدل، ۱۰ رنگ، ۳ حجم موتور، ۲ نوع دنده (اتوماتیک و غیر اتوماتیک) تولید می شود. چند نوع مختلف از این اتومبیل تولید می شود؟

مثال صفحه ۴

در یک شرکت ۷ نفر در گروه A ، ۸ نفر در گروه B قرار دارند.  
الف) مدیر عامل شرکت به چند طریق می تواند فقط از یکی از این ۱۵ نفر مشورت بگیرد؟  
ب) اگر مدیر عامل بخواهد از هر دو گروه مشورت بگیرد به شرط آنکه از هر گروه یک نفر شرکت داشته باشد ، او به چند طریق می تواند این کار را انجام دهد؟ (یک نفر از گروه A و یک نفر از گروه B)

کار در کلاس صفحه ۴

(حالت اول : شکل را در مسأله داریم.)

مطابق شکل روبه رو ، میان چهار شهر A , B , C , D راه هایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می توان :  
الف) از شهر A به شهر C و از طریق شهر B سفر کرد؟  
ب) از شهر A به شهر C سفر کرد؟  
پ) از شهر B به شهر D سفر کرد؟  
ت) از شهر A به شهر C و از طریق شهر D مسافرت رفت و برگشت انجام داد؟

(حالت دوم : شکل را خودمان باید بکشیم.)

مسأله ای طرح کنید که پاسخ آن  $\dots = 2^2 + 2 \times 3$  باشد.

(حالت سوم : شکل ناقص را باید کامل کنیم.)

تعداد راه ها از شهر B به C و از شهر A به E به ترتیب چند تا باشند تا بتوان به ۲۹ طریق مختلف از A به C سفر کرد؟

نکته : در هر دو اصل ضرب و جمع دو حالت داریم:

یکی اینکه در آخر سوال (یا) ، (و) می آیند و دیگری اینکه خودمان صورت مسأله را معنی می کنیم.



تمرین ۱ و ۲ و ۵ و ۹ و ۱۰ و ۱۱ صفحه ۱۰ و ۱۱



۱- می خواهیم از بین ۱۰ دانش آموز کلاس دهم ، ۱۱ دانش آموز کلاس یازدهم ، ۱۲ دانش آموز کلاس دوازدهم یک دانش آموز انتخاب کنیم ؛ به چند طریق می توانیم این دانش آموز را انتخاب کنیم؟

	<p>۲- بین پنج شهر A, B, C, D, E مطابق شکل زیر راه هایی وجود دارد که همه دو طرفه اند. مشخص کنید به چند طریق می توان: (الف) از شهر A به شهر C مسافرت کرد؟ (ب) از شهر A به شهر C و از طریق شهر B مسافرت رفت و برگشت انجام داد؟ (پ) از شهر D بدون عبور از شهر E به شهر A مسافرت کرد؟</p>
	<p>۵- یک کارخانه ی خودروسازی خودروهایی در ۷ رنگ ، ۲ حجم موتور ، ۳ نوع مختلف جلو داشبورد تولید می کند. یک خریدار بری خرید یک خودرو از این کارخانه چند انتخاب دارد؟</p>
	<p>۹- مسأله ای طرح کنید که پاسخ آن <math>3^2 + 3 \times 4 + 3 \times 3 + 2</math> باشد.</p>
<p>۱۰- تعداد راه ها یا جاده ها از شهر B به C و از شهر E به A را طوری تعریف کنید که بتوان به ۲۰ طریق از شهر A به شهر D سفر کرد؟</p> 	

### جایگشت ( جاها را گرداندن )

تعریف جایگشت : هر حالت از کنار هم قرار گرفتن n شیء متمایز را جایگشت گوئیم. مثال های جایگشت

<p>۱- صفحه ۵ : اگر افراد A , B , C بخواهند در یک همایش سخنرانی کنند ، این عمل به چند طریق امکان پذیر است؟</p>
<p>۲- (نهایی خرداد۹۷) تعداد جایگشت های ۴ شیء متمایز را بنویسید.</p>
<p>۳- به چند طریق ۵ نفر می توانند کنار هم بایستند و عکس بگیرند؟</p>
<p>۴- با حروف کلمه ی (دبستان) چند کلمه ۶ حرفی می توان نوشت؟ (با معنی یا بی معنی بدون تکرار)</p>
<p>۵- با حروف کلمه ی ( computer ) چند کلمه ۸ حرفی می توان نوشت؟ (با معنی یا بی معنی بدون تکرار)</p>
<p>۶- با حروف کلمه ی (دبستان) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت؟ (با معنی یا بی معنی بدون تکرار)</p>
<p>۷- با حروف کلمه ی (رمضان) چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت که به حرف(ن) ختم شود؟ (با معنی یا بی معنی بدون تکرار)(نهایی خرداد۹۶)</p>
<p>۸- یک دوره ی بازی والیبال بین ۹ تیم به صورت رفت و برگشت انجام می شود. اگر همه ی تیم ها باهم بازی داشته باشند ، در پایان دوره چند بازی انجام شده است؟</p>
<p>۹- به چند طریق از بین ۷ نفر می توان ۳ نفر را انتخاب کرد که یکی رئیس ، یکی معاون ، یکی حسابدار باشد؟</p>

۱۰- صفحه ۷: به چند طریق می توانیم ۳ کتاب را از بین ۵ کتاب متمایز انتخاب کنیم و در یک ردیف بچینیم؟
۱۱- صفحه ۷: با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ... و ۷ چند عدد ۴ رقمی می توان نوشت؟ (تکرار مجاز نیست.)
۱۲- صفحه ۸: با ارقام ۱ و ۲ و ۴ و ۶ و ۸ و ۹ و ۷ چند عدد ۳ رقمی می توان نوشت؟ (تکرار مجاز نیست.)
۱۳- صفحه ۹: با ارقام ۱ و ۲ و ۳ و ... و ۹ چند عدد ۵ رقمی می توان نوشت؟ (تکرار مجاز نیست.) (نهایی دی ۹۷)
۱۴- صفحه ۶: بسیار مهم نهایی و کنکوری (به خاطر وجود صفر بین ارقام) ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ مفروض اند: با این ارقام و بدون تکرار ارقام: الف) چند عدد پنج رقمی می توان نوشت؟ ب) چند عدد پنج رقمی و فرد می توان نوشت؟ پ) چند عدد پنج رقمی و زوج می توان نوشت؟ ت) چند عدد پنج رقمی و مضرب ۵ می توان نوشت؟

کنکور ۹۸ 😊 تمرین ۳ و ۴ و ۶ صفحه ۱۱

😊	کنکور ۹۸: با ارقام ۰ و ۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۵ چند عدد ۴ رقمی بخش پذیر بر ۵ بدون تکرار ارقام ' می توان نوشت؟ ۱۲۰ ۱۰۸ ۹۶ ۷۲
😊	کنکور ۹۸ خارج: با ارقام ۸ و ۷ و ۶ و ۴ و ۲ و ۱ چند عدد ۵ رقمی فرد ' بدون تکرار ارقام ' می توان نوشت؟ ۳۰۰ ۲۴۰ ۱۸۰ ۱۲۰
😊	۳- با حروف کلمه ی (ولایت) و بدون تکرار حروف : (بامعنی یا بی معنی) الف) چند کلمه ی ۵ حرفی می توان نوشت؟ ب) چند کلمه ی ۳ حرفی می توان نوشت که به (ی) ختم شوند؟ پ) چند کلمه ی ۵ حرفی می توان نوشت که با (و) شروع و به (ل) ختم شوند؟
😊	۴- یک دوره ی بازی فوتبال بین ۱۰ تیم به صورت رفت و برگشت انجام می شود. اگر همه ی تیم ها باهم بازی داشته باشند ' در پایان دوره چند بازی انجام شده است؟
😊	۶- مجموعه ی {۱, ۲, ۴, ۶, ۸, ۹} مفروض است: (بدون تکرار ارقام) الف) با ارقام موجود در این مجموعه چند عدد ۵ رقمی و زوج می توان ساخت؟ ب) چند عدد ۵ رقمی و بزرگ تر از ۸۰۰۰۰ می توان ساخت؟

معرفی نماد فاکتوریل! (علامت تعجب) چون خود عدد کوچک ولی جواب آن خیلی بزرگ است.

$2 \times 1 =$ $3 \times 2 \times 1 =$ $4 \times 3 \times 2 \times 1 =$ $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 =$ $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 =$	قرارداد: $0! = 1$ و $1! = 1$
--	------------------------------



۴ نکته برای سریع حساب کردن ترکیب (به همراه مثال)

$$1) \binom{n}{0} = \binom{n}{n} = 1, \quad \binom{8}{0} = \quad, \quad \binom{6}{6} = \quad \quad 2) \binom{n}{1} = n, \quad \binom{10}{1} =$$

$$3) \binom{4}{3} = 4, \quad \binom{10}{9} = \quad, \quad \binom{7}{6} = \quad, \quad \binom{6}{5} = 6$$

$$4) \binom{7}{2} = \frac{7 \times 6}{2 \times 1} = \quad, \quad \binom{10}{2} = \quad, \quad \binom{6}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} = \quad \quad \binom{7}{3} = \quad, \quad \binom{9}{4} =$$

مسأله های ترکیب

۱- صفحه ۹: به چند طریق می توانیم ۳ کتاب را از بین ۷ کتاب انتخاب کنیم و به دوستان هدیه بدهیم؟

۲- صفحه ۱۰: به چند طریق می توان از بین ۹ نفر یک تیم والیبال ۶ نفره تشکیل داد؟

۳- صفحه ۱۰: در جعبه ای ۴ مهره ی قرمز و ۵ مهره ی آبی وجود دارد. به چند طریق می توانیم ۳ مهره از این جعبه خارج کنیم؟

۴- صفحه ۱۰: (نهایی خرداد ۹۸) مجموعه ی هشت عضوی  $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 7\}$  چند زیرمجموعه ۴ عضوی دارد؟

۵- مجموعه ی پنج عضوی  $\{a, b, c, d, e\}$  چند زیرمجموعه ۳ عضوی شامل حرف a دارد؟

۶- با ۱۰ نقطه روی محیط یک دایره:  
الف) چندوتر می توان ساخت؟

ب) چند مثلث می توان ساخت؟

۷- از بین ۵ نفر زن و ۶ نفر مرد می خواهیم یک تیم ۴ نفره تشکیل دهیم. مشخص کنید به چند طریق می توانیم این تیم را تشکیل دهیم:  
الف) این تیم بدون هیچ شرطی انتخاب شود؟

ب) شخصی به نام علی حتما در تیم باشد؟

پ) یک مرد و سه زن در تیم حضور داشته باشند.

ت) به تعداد مساوی مرد و زن در تیم حضور داشته باشند.

ث) حداقل ۳ مرد در تیم حضور داشته باشند.

ج) حداکثر ۲ زن در تیم حضور داشته باشند.

تمرین ۶ و ۷ و ۸ صفحه ۱۱ ☺

۶- مجموعه ی  $\{1, 2, 4, 6, 8, 9\}$  مفروض است: (بدون تکرار ارقام)

پ) چند زیرمجموعه ی سه عضوی دارد؟

ت) چند زیرمجموعه ی سه عضوی و شامل رقم ۸ دارد؟

۷- روی محیط یک دایره ۱۲ نقطه وجود دارد. مشخص کنید:

الف) با این دوازده نقطه، چه تعداد مثلث می توان تشکیل داد؟

ب) چه تعداد وتر می توان تشکیل داد؟



۸- می خواهیم از بین ۵ دانش آموز پایه ی یازدهم و ۶ دانش آموز پایه ی دوازدهم افرادی را انتخاب کنیم و یک تیم ۶ نفره ی والیبال تشکیل دهیم. مشخص کنید به چند طریق می توانیم این تیم را تشکیل بدهیم؛ هرگاه بخواهیم:  
الف) به تعداد مساوی دانش آموز پایه ی یازدهم و دوازدهم در تیم حضور داشته باشند.



ب) کاپیتان تیم فرد مشخصی از پایه ی دوازدهم باشد.

پ) حداقل ۴ نفر از اعضای تیم، دانش آموز پایه ی دوازدهم باشند.

ت) فقط دو نفر از اعضای تیم از پایه ی یازدهم باشند.

### احتمال و انواع پدیده ( دو سوال کنکور)

۳ انواع پدیده یا آزمایش را نام ببرید و مثال بزنید.

۱- به پدیده ها یا آزمایش هایی که نتیجه ی آنها قبل از اجرای آزمایش به طور قطع مشخص باشد، پدیده **قطعی** یا **حتمی** می گویند. مثل طلوع و غروب خورشید هر روز و.....

۲- به پدیده ها یا آزمایش هایی که نتیجه ی آنها قبل از اجرای آزمایش به طور قطع مشخص نیست، پدیده **تصادفی** می گویند. مثل برنده شدن تیم مورد علاقه، قبولی در کنکور، ابری بادی بارانی آفتابی بودن هوا و.....

۳- پدیده نشدنی (محال، غیرممکن) مثل آمدن عدد ۷ در پرتاب یک تاس و.....

کاردرکلاس صفحه ۱۳

کدام یک از پدیده های زیر تصادفی و کدام یک قطعی است؟ چرا؟

الف) وجود دانش آموزی که سن او بیشتر از ده سال باشد، در کلاس دوازدهم

ب) در ابتدای مسابقه ی فوتبال، پرتاب سکه ای که در یک طرف آن عدد ۱ و در طرف دیگرش عدد ۲ حک شده باشد.

پ) مشاهده ی دو مهره ی سفید پس از خارج کردن دو مهره از جعبه ای که در آن ۷ مهره ی سفید وجود دارد.

ت) پیش بینی نتیجه ی بازی فوتبال بین دو تیم، قبل از بازی

ث) در یک بازی بین دو نفر، سکه ای پرتاب می شود و به دنبال آن تاسی انداخته می شود. اگر شخصی سکه اش رو و تاسش زوج بیاید، برنده است.

ج) فرورفتن سنگ در آب پس از پرتاب

ح) مشاهده ی یک مهره قرمز، پس از خارج کردن از کیسه ای که در آن ۵ مهره ی قرمز و یک مهره ی سبز وجود دارد.

چند آزمایش تصادفی نام ببرید.

چند آزمایش قطعی نام ببرید.

نکته مهم: در پدیده های تصادفی از همه ی نتایج ممکن اطلاع داریم اما از اینکه کدام حالت قطعاً رخ می دهد اطمینان نداریم.

### فرمول احتمال

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

تعریف برآمد: به هر یک از نتایج ممکن آزمایش تصادفی (یا به هر عضو فضای نمونه ای)، برآمد می گوئیم.

تعریف فضای نمونه ای: به مجموعه ی همه ی برآمدهای ممکن یک آزمایش تصادفی، **فضای نمونه ای** می گوئیم

و با حرف S نشان می دهیم و n(S) یعنی تعداد اعضای S

تعریف پیشامد: به هر یک از زیرمجموعه های فضای نمونه ای یک پیشامد می گویند.

و با حروف بزرگ لاتین A, B, C, D, ..., Z نشان می دهیم و n(A) یعنی تعداد اعضای A

اگر S دارای n عضو باشد، تعداد پیشامدها برابر  $2^n$  خواهد بود.

عدد احتمال سه حالت دارد: کسری - اعشاری - درصدی (بین صفر تا صد)

عدد احتمال عددی بین صفر (نشدنی) و یک (قطعی) است.  $0 \leq P(A) \leq 1$

صورت و مخرج کسر احتمال از سه راه پیدا می شود: **مجموعه - اصل ضرب - ترکیب**

😊 **تمرین صفحات ۲۵ و ۲۶** سوالات ۱ و ۳ و ۵ و ۹

۱- کدام یک از پدیده های زیر تصادفی و کدام یک قطعی است؟ چرا؟

الف) نام ۲۰ دانش آموز را روی ۲۰ کارت می نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت ها، به طور تصادفی یک کارت بیرون می کشیم تا نام یکی از دانش آموزان استخراج شود.

ب) مقداری آب را حرارت می دهیم تا به بخار تبدیل شود

پ) نتیجه ی یک آزمون چهار جوابی ، که نیمی از سوالات آن را شانسی پاسخ داده ایم.

ت) در یک بازی ساده ی دو نفره ، یکی از دو نفر مراحل زیر را انجام می دهد.

- عددی انتخاب می کند.

- سه واحد به آن عدد می افزاید.

- سپس حاصل را دو برابر می کند.

- از عدد حاصل ۲ واحد کم می کند.

- نتیجه ی به دست آمده را نصف می کند.

- از حاصل به دست آمده ، عدد اولیه را کم می کند.

- در مرحله ی آخر ، فرد دوم به جای شخص محاسبه کننده پاسخ را اعلام می کند.

۳- هریک از اعداد فرد طبیعی کوچک تر از ۲۰ را روی یک کارت می نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت ها به طور تصادفی یک کارت را برمی داریم ؛ مطلوب است تعیین :

الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی

ب) پیشامد  $A$  که در آن عدد روی کارت مضرب ۳ باشد.

پ) پیشامد  $B$  که در آن عدد روی کارت مجذور کامل باشد.

ت) پیشامدهای  $A \cap B$  ،  $A - B$  را با اعضا مشخص کنید.

۵- هریک از اعداد دو رقمی را که با ارقام ۴ و ۳ و ۲ و ۱ می توان نوشت ، روی کارت هایی می نویسیم و پس از مخلوط کردن کارت ها یک کارت را به طور تصادفی خارج می کنیم.

الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

ب) پیشامد  $A$  که در آن عدد روی کارت مضرب ۶ باشد.

پ) پیشامد  $B$  که در آن عدد روی کارت اول باشد.

۹- عقربه ی دستگاه چرخنده ی زیر پس از به حرکت درآمدن روی یکی از ۸ ناحیه می ایستد و عددی را نشان می دهد.

چقدر احتمال دارد که : ( شکل در کتاب)

الف) عقربه روی یک عدد اول بایستد.

ب) عقربه روی یک عدد اول یا فرد را نشان دهد.

پ) عقربه روی یک مضرب ۳ بایستد.

**مجموعه و اعمال آن (زیرمجموعه - متمم - اجتماع - اشتراک - تفاضل - نمودار ون - سایه زدن نمودار)**

می دانیم تهی زیرمجموعه ی همه ی مجموعه هاست.  $(\emptyset \subseteq A$  ،  $\emptyset \subseteq S)$  تهی یک پیشامد نشدنی است.

$$\emptyset = \{ \} \quad , \quad n(\emptyset) = 0 \quad , \quad P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad A = \emptyset \quad P(\emptyset) = \frac{n(\emptyset)}{n(S)} = \frac{0}{n(S)} = 0 \quad P(\emptyset) = 0$$

می دانیم هر مجموعه زیر مجموعه ی خودش است.  $(A \subseteq A$  ،  $S \subseteq S)$  فضای نمونه ای یک پیشامد قطعی است.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad A = S \quad P(S) = \frac{n(S)}{n(S)} = 1 \quad P(S) = 1$$

کار در کلاس صفحه ۱۵: سکه ای را یکبار پرتاب می کنیم ؛ تمام پیشامدهای ممکن برای فضای نمونه ای را بنویسید.

مثال صفحه ۱۵: تمام زیر مجموعه های  $A = \{a, b, c\}$  را بنویسید.



الف) تعداد کل زیر مجموعه های یک مجموعه ۸ عضوی چندتاست؟  
ب) تعداد زیر مجموعه های ۳ عضوی آن چندتاست؟

مثال صفحه ۱۵ : در پرتاب یک تاس ، پیشامدهای زیر را مشخص کنید.  
الف) عدد کوچک تر از ۷ ظاهر شود.  
ب) عدد بزرگ تر از ۷ ظاهر شود.

کار در کلاس صفحه ۱۵ : مریم ، ملیکا و سوگند پول هایشان را روی هم گذاشتند و یک رمان درباره ی دفاع مقدس از نمایشگاه کتاب مدرسه خریدند. سپس ، اسامی خود را روی سه کارت متمایز نوشتند و داخل کیسه ای انداختند و یک کارت به طور تصادفی از کیسه خارج کردند.  
الف) فضای نمونه ای را بنویسید.  
ب) تمام زیرمجموعه های یک عضوی را مشخص کنید.  
پ) اگر قرار باشد دو نفر از آنها باهم در کلاس ارائه کنند ، پیشامدهای ممکن را بنویسید.

صفحه ۱۳ : از ۳ مداد و ۵ خودکاری که در یک جعبه قرار دارند ، به طور تصادفی یکی از آنها را خارج می کنیم.  
فضای نمونه ای مسأله را تشکیل دهید.

صفحه ۱۵ : تاسی را پرتاب می کنیم. اگر پس از نشستن تاس روی زمین ، عدد ۲ نمایان شود ، کدامیک از پیشامدهای زیر رخ داده اند؟

$$A = \{3, 2, 5\} \quad B = \{2\} \quad C = \{2, 4, 6\}$$

نکته : برای اینکه یک پیشامد رخ دهد ، کافی است یکی از برآمدهای آن در آزمایش تصادفی به وقوع بپیوندد.

#### مثال های احتمال

۱- سکه ای را پرتاب می کنیم ، چقدر احتمال دارد روی سکه ظاهر شود؟

۲- صفحه ۱۸ : تاسی را پرتاب می کنیم ، هریک از پیشامدها و احتمالات زیر را مشخص کنید.  
الف) (نهایی خرداد ۹۸) پیشامد اینکه عدد رو آمده زوج و اول باشد.  
ب) پیشامد اینکه عدد رو آمده زوج یا اول باشد.

پ) پیشامد اینکه عدد رو آمده زوج باشد ولی اول نباشد.  
ت) (نهایی خرداد ۹۸) پیشامد اینکه عدد رو آمده اول باشد ولی زوج نباشد.

ث) پیشامد اینکه عدد رو آمده اول نباشد.

۳- صفحه ۱۴ : فضای نمونه ای هر یک از آزمایش های تصادفی زیر را بنویسید. (به همراه رسم نمودار درختی)  
الف) پرتاب دو سکه باهم و احتمال اینکه هر دو پشت بیایند.

ب) پرتاب سه سکه باهم و (کنکور ۹۵) احتمال ظاهر شدن لااقل یک "رو" کدام است؟

$$\frac{3}{8} \quad \frac{5}{8} \quad \frac{6}{8} \quad \frac{7}{8}$$

۴- صفحه ۲۰: یک سکه و یک تاس را باهم پرتاب می کنیم (به همراه رسم نمودار درختی) مطلوب است محاسبه ی احتمال ها:

الف) تاس زوج بیاید.

ب) سکه پشت بیاید.

پ) تاس زوج یا سکه رو بیاید.

ت) تاس فرد و سکه پشت بیاید.

ج) کنکور ۹۸ سکه رو و تاس مضرب ۳

۱	۱	۱	۱
۳	۴	۶	۱۲

۵- ذکر یک نکته (صفر مضرب تمام اعداد است): اعداد ۰ و ۱ و ۲ و ... و ۹ روی ۱۰ کارت یکسان نوشته شده است. یک کارت به تصادف برمی داریم ، احتمال اینکه عدد روی کارت مضرب ۴ باشد چقدر است؟

😊 تمرین ۲ و ۶ صفحات ۲۵ و ۲۶

۲- سکه ای را پرتاب می کنیم. اگر رو ظاهر شد ، آن گاه تاس را می ریزیم. در غیر این صورت ، یک بار دیگر سکه را می اندازیم.



الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

ب) پیشامد A که در آن عدد ظاهر شده روی تاس زوج باشد یا سکه پشت بیاید ، را با اعضا مشخص کنید.

۶- خانواده ای دارای ۳ فرزند است.



الف) فضای نمونه ای مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده چیست؟

ب) پیشامد A که در آن هر سه فرزند از یک جنس باشند.

پ) پیشامد B که در آن فقط یک دختر باشد.

ت) پیشامد C که در آن حداقل ۲ فرزند پسر باشند.

ث) پیشامد D که در آن حداکثر یک فرزند پسر باشد.

پرتاب دو تاس باهم (بسیار مهم نهایی و کنکوری)

صفحات ۱۴ و ۱۶ و ۱۷ و ۲۱ دو تاس را پرتاب می کنیم.

الف) فضای نمونه ای چند برآمد دارد؟

ب) احتمال اینکه اعداد رو شده از دو تاس مانند هم باشند چقدر است؟

پ) احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده دو تاس ۷ باشند چقدر است؟

ت) احتمال اینکه مجموع اعداد رو شده دو تاس ۱۳ باشند چقدر است؟

ث) احتمال اینکه ضرب اعداد رو شده دو تاس بزرگتر مساوی ۲۰ باشند چقدر است؟

ج) احتمال اینکه ضرب اعداد رو شده دو تاس کمتر از ۳۷ باشند چقدر است؟

چ) احتمال اینکه یکی از تاس ها ۵ و مجموع اعداد برآمده از دو تاس ۶ باشد چقدر است؟

ح) احتمال اینکه دو تاس یکسان یا مجموع برآمده از دو تاس ۴ باشند چقدر است؟

### تمرین 😊

😊 صفحه ۲۱ ادامه پرتاب دو تاس باهم در یک بازی ۱۱ نفره ، به هر شخصی یکی از شماره های ۲ و ۳ و ۴ و ... و ۱۲ را نسبت می دهیم ، سپس با پرتاب دو تاس و

**مجموع اعداد برآمده** از آنها ، نفر برنده مشخص می شود.

الف) احتمال برنده شدن چه شماره ای نسبت به بقیه بیش تر است؟

ب) احتمال برنده شدن چه شماره هایی نسبت به بقیه کمتر است؟

مجموع ۲	مجموع ۸
مجموع ۳	مجموع ۹
مجموع ۴	مجموع ۱۰
مجموع ۵	مجموع ۱۱
مجموع ۶	مجموع ۱۲
مجموع ۷	

پ) دسته بندی **مجموع اعداد دو تاس** در یک جدول

مجموع اعداد	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲
احتمال											

ت) کنکور ۹۸ خارج:

دو تاس را باهم پرتاب می کنیم. با کدام احتمال جمع دو عدد رو شده ، کمتر از ۱۰ می باشد؟

$$\begin{array}{r} 5 \\ 3 \\ 7 \\ 5 \\ \hline 6 \quad 4 \quad 12 \quad 9 \end{array}$$

ث) اولاً احتمال مجموع دو تاس برای عدد ۱۱ با کدام مجموع برابر است؟

ثانیاً عدد احتمال برابر چند است؟

ج) اولاً احتمال مجموع دو تاس برای عدد ۵ با کدام مجموع برابر است؟

ثانیاً عدد احتمال برابر چند است؟

چ) با مراجعه به صفحه ۲۱ کتاب نمودار مجموع اعداد دو تاس را رسم کنید.



در جعبه ای ۳ مداد و ۵ خودکار وجود دارد. از این جعبه به طور تصادفی یک شیء خارج می کنیم. مطلوب است محاسبه:  
الف) احتمال این را بیابید که شیء انتخابی مداد باشد ؛  $P(A)$   
ب) احتمال این را بیابید که شیء انتخابی خودکار باشد ؛  $P(B)$   
پ) احتمال این را بیابید که شیء انتخابی مداد نباشد ؛  $P(A)$   
ث) حاصل  $P(A)+P(A)= ?$

😊 تمرین

کار در کلاس صفحه ۲۳



الف) احتمال اینکه فردا بارانی باشد برابر با  $\frac{1}{11}$  است. مطلوب است محاسبه ی احتمال اینکه فردا بارانی نباشد.  
ب) احتمال اینکه کیارش فردا به مدرسه نرود برابر با  $0/01$  است. مطلوب است محاسبه ی احتمال اینکه فردا کیارش به مدرسه برود.  
پ) احتمال اینکه ریحانه امشب سریال شبکه ی یک سیما را تماشا نکند برابر با  $\frac{32}{49}$  است.  
مطلوب است محاسبه ی احتمال اینکه ریحانه امشب سریال را تماشا کند.

تست کنکور مبحث متمم



۱- کنکور ۹۵ خارج: در پرتاب دو تاس باهم، احتمال ظاهر شدن دو عدد غیر مساوی کدام است؟  
 $\begin{array}{cccc} 0 & 7 & 2 & 0 \\ \hline 6 & 9 & 3 & 12 \end{array}$



۲- کنکور ۹۱:  
در بررسی تخلفات ۳۰۰۰ راننده به علت سرعت زیاد، ۱۸ مورد با خطای دید مأموران اشتباه رخ داده است. اگر راننده ای با اعمال این تخلفات جریمه شود، با کدام احتمال تخلف وی واقعی است؟  
 $0/994 \quad 0/992 \quad 0/988 \quad 0/984$



۳- کنکور ۸۵:  
درست  $150^\circ$  و  $90^\circ$  و  $70^\circ$  و  $50^\circ$  صفحه دایره ای شکل عقربه دار، با ۴ رنگ سفید، آبی، قرمز و سیاه به ترتیب بازوی های شده است، با چرخش تصادفی با کدام احتمال عقربه در ناحیه سفید قرار نمی گیرد؟  
 $\begin{array}{cccc} 7 & 0 & 4 & 0 \\ \hline 12 & 9 & 9 & 12 \end{array}$

نمودار ون ( سایه زدن - به ریاضی نوشتن - به فارسی نوشتن )

۱- اشتراک	۲- اجتماع
۳- تفاضل	۴- متمم

**دو پیشامد ناسازگار**

تعریف دو پیشامد ناسازگار: هرگاه  $A, B$  دو پیشامد از فضای نمونه ای  $S$  باشند، به طوری که  $A \cap B = \emptyset$ ، در این صورت پیشامد های  $A, B$  را **ناسازگار** می گوئیم. (بارسم نمودار)

تعریف سازگار

هرگاه  $A, B$  دو پیشامد ناسازگار از فضای نمونه ای  $S$  باشند، داریم:  $A - B = A$  و  $B - A = B$  (با رسم نمودار)

هرگاه  $A, B$  دو پیشامد سازگار از فضای نمونه ای  $S$  باشند، داریم:

$$A \cap B = \emptyset \Rightarrow n(A \cup B) = n(A) + n(B) \Rightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B)$$

هر مجموعه بامتممیش دو مجموعه ناسازگارند.

مثال صفحه ۱۸ : در پرتاب یک تاس پیشامدهای زوج آمدن و فرد آمدن ' ناسازگارند.



مثال صفحه ۱۹ : خانواده ای صاحب ۳ فرزند است. پیشامدهای زیر را مشخص کنید.

الف) پیشامد  $A$  اینکه همه ی فرزندان دارای یک جنسیت باشند.

ب) پیشامد  $B$  اینکه دو فرزند خانواده پسر و یک فرزند دختر باشند.

پ) پیشامد  $C$  اینکه حداقل دو فرزند این خانواده دختر باشند.

ث) بگوئید پیشامدها دو تادوتا ناسازگارند یا سازگارند؟



تمرین ۷ صفحه ۲۶ : خانواده ای دارای ۴ فرزند است.

الف) فضای نمونه ای مناسب برای ترکیب جنسیت فرزندان این خانواده چند عضو دارد؟

ب) پیشامد  $A$  : دو فرزند سوم و چهارم دختر باشند.

پ) پیشامد  $C$  : تعداد فرزندان دختر بیش تر از تعداد فرزندان پسر باشد.

ت) آیا پیشامدهای  $A, C$  ناسازگارند؟



صفحه ۱۹ : دو پیشامد ناسازگار از یک آزمایش تصادفی را بنویسید.

صفحه ۱۹ : (بارسم نمودار)

هرگاه  $A, B$  دو پیشامد از فضای نمونه ای  $S$  باشند،

$$A \subseteq B \Rightarrow n(A) \leq n(B) \Rightarrow P(A) \leq P(B)$$

## نمودار ون برای سه مجموعه صفحه ۱۸

تمرین ۴ صفحه ۲۵		تمرین ۴ صفحه ۲۵
<b>اصل ضرب</b>		
<p>کاردکلاس صفحه ۱۵: سه دوست با نام های علی ، پارسا و محمد در یک ردیف کنار هم می نشینند. فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی رامشخص کنید. چگونه می توان تعداد همه ی برآمدهای این آزمایش تصادفی رابدون شمردن ، مشخص کرد؟</p>		
<p>هفت نفر که دونفرشان برادرند در یک ردیف ایستاده اند. الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی رامشخص کنید. ب) احتمال اینکه دوبرادر کنار هم باشندچقدر است؟ پ) احتمال اینکه دوبرادراول و آخرصف بایستندچقدر است؟</p>		
<p>کاردکلاس صفحه ۲۰ (مهم نهایی و کنگوری) یک تاکسی دارای ۵ سرنشین است؛ مطلوب است محاسبه ی احتمال اینکه: الف) هر پنج نفر آنها در ماه فروردین متولدشده باشند. ب) هر پنج نفر آنها در یک ماه از سال متولد شده باشند. پ) تولد هیچ دوتای آنها در یک ماه نباشد. ت) ماه تولد حداقل دو نفر در یک ماه باشد.</p>		
<b>تست اصل ضرب</b>		
	<p>کنکور ۹۲ خارج: سه نفر در مؤسسه ای کاری کنند. با کدام احتمال لااقل دونفر از آنها در یک ماه سال استخدام شده اند؟</p>	
	$\frac{35}{144}$	$\frac{19}{72}$
	$\frac{17}{72}$	$\frac{5}{36}$

کنکور ۸۴: احتمال اینکه روز تولد دوفتر در یک روز از ایام هفته نباشد کدام است؟

$$\frac{6}{7} \quad \frac{5}{7} \quad \frac{5}{6} \quad \frac{5}{7}$$

کنکور ۹۲: سه تاس متمایز را همزمان پرتاب می کنیم. با کدام احتمال هر سه عدد روبرو شده متفاوتند؟

$$\frac{2}{3} \quad \frac{4}{9} \quad \frac{5}{9} \quad \frac{1}{3}$$

کنکور ۹۳ خارج: ۴ تاس را با هم پرتاب می کنیم. با کدام احتمال اعداد روبرو شده، لااقل در دو تاس یکسان هستند؟

$$\frac{13}{18} \quad \frac{11}{18} \quad \frac{7}{18} \quad \frac{5}{18}$$

کنکور ۸۷: در یک عدد سه رقمی بدون صفر، احتمال اینکه لااقل دو رقم آن یکسان باشند، کدام است؟

$$\frac{49}{81} \quad \frac{17}{36} \quad \frac{11}{27} \quad \frac{25}{81}$$

تمرین ۱۰: هفت پرچم مختلف را به هفت میله ی پرچم نصب کرده ایم و روی میله ها شماره های ۱ تا ۷ را حک کرده ایم. چنانچه این پرچم ها به طور تصادفی کنار هم قرار گیرند، مطلوب است احتمال اینکه میله ی پرچم ها با شماره های غیر اول در مکان های زوج باشند.

تمرین ۱۱: یازده بازیکن فوتبال به طور تصادفی کنار هم قرار می گیرند تا عکسی یادگاری ببیندازند.

چنانچه دروازه بان و کاپیتان تیم دوفتر متفاوت باشند، مطلوب است احتمال اینکه در عکس دقیقاً ۴ نفر بین دروازه بان و کاپیتان حضور داشته باشند؟

### ترکیب

کاردر کلاس صفحه ۱۵:

در کیسه ای ۳ مهره قرمز، ۴ مهره آبی، ۴ مهره سبز وجود دارد. به طور تصادفی ۳ مهره را یک جا از کیسه خارج می کنیم. تعداد اعضای فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را مشخص کنید.

کاردر کلاس صفحه ۱۶:

در یک برنامه ی کوهنوردی ۵ دانش آموز سال دهم، ۶ دانش آموز سال یازدهم، ۴ دانش آموز سال دوازدهم شرکت دارند. قرار است یک گروه پیشناز ۳ نفره از بین آنها برای صعود انتخاب کنیم. احتمالاً های زیر را حساب کنید.

(الف) سه دانش آموز پیشناز از سه پایه ی مختلف باشند.

(ب) حداقل ۲ دانش آموز در این گروه از سال یازدهم باشند.

مثال صفحه ۲۳: در یک فروشگاه ورزشی تعدادی پیراهن ورزشی شامل ۴ پیراهن قرمز، ۴ پیراهن آبی، ۲ پیراهن زرد موجود است. شخصی می خواهد ۳ پیراهن انتخاب کند، مطلوب است محاسبه احتمال اینکه:

(الف) ۳ پیراهن یک رنگ باشند.

(ب) ۳ رنگ متفاوت باشند.

(پ) حداقل ۲ پیراهن قرمز باشند.

(ت) حداکثر ۲ پیراهن آبی باشند.

ث) ۳ پیراهن آبی نباشد.

ج) قسمت های ت و ث را مقایسه کنید.

کنکور ۹۸: در ظرفی ۴ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. به تصادف ۲ مهره از ظرف خارج می کنیم. با کدام احتمال مهره های خارج شده، از یک رنگ هستند؟

$$\begin{array}{r} 9 \quad 4 \quad 3 \quad 5 \\ \hline 14 \quad 7 \quad 7 \quad 14 \end{array}$$



کنکور ۹۸ خارج: جعبه ای شامل ۸ سیب سالم و ۴ سیب لکه دار است. به تصادف ۳ سیب از آن خارج می کنیم. با کدام احتمال فقط دو سیب خارج شده سالم است؟

$$\begin{array}{r} 28 \quad 24 \quad 8 \quad 7 \\ \hline 55 \quad 55 \quad 15 \quad 15 \end{array}$$



تمرین ۸ صفحه ۲۶: از جعبه ای که شامل ۱۲ سیب سالم و ۵ سیب لکه دار است، ۳ سیب را به طور تصادفی برمی داریم. مطلوب است محاسبه ی احتمال اینکه: الف) هر سه سیب سالم باشند.



ب) دو سیب سالم و یک سیب لکه دار باشد.

پ) تعداد سیب های سالم از تعداد سیب های لکه دار بیش تر باشد.



تمرین ۱۲ صفحه ۲۷: در یک پارک جنگلی حفاظت شده، ۲۰ قوچ وحشی البرز مرکزی وجود دارد؛ ۵ تا از آنها را می گیرند و پس از نشان دار کردن، رهایشان می کنند. بعد از مدتی، محیط بانان به طور تصادفی ۷ تا از آنها را می گیرند و می خواهند تعداد قوچ های نشان دار را بشمارند. مطلوب است احتمال اینکه حداکثر ۲ قوچ نشانه دار باشند.



تمرین ۱۳ صفحه ۲۷: انجمن اولیا و مربیان یک دبیرستان ۱۰ نفر عضو دارد. به یک برنامه ی خاص، ۵ نفر رأی موافق، ۳ نفر رأی مخالف، ۲ نفر رأی ممتنع داده اند. از بین آنها به طور تصادفی ۳ نفر انتخاب می کنیم. مطلوب است محاسبه ی اینکه: الف) حداقل ۲ نفر از افراد انتخابی موافق برنامه باشند.

ب) نظر هیچ دو نفری از آنها مانند هم نباشند.



**چرخه ی آمار در حل مسائل (پادآوری مطالب سال دهم)**

داده را تعریف کنید. واقعیت هایی درباره ی یک چیزند که در محاسبه، استنباط و برنامه ریزی به کار می روند.

واحد آماری را تعریف کنید. به هریک از افراد یا چیزهایی می گویند که داده های مربوط به آنها بررسی و گردآوری می شود.

**جامعه آماری (جامعه)** را تعریف کنید و مثال بزنید.

مجموعه ی کل واحدهای آماری را جامعه گوئیم.

مثلا کل دانش آموزان مدرسه ۴۲۰ نفرند. یا کل صندلی های مدرسه ۵۶۰ تاست.

اندازه ی جامعه را تعریف کنید. تعداد اعضای جامعه را گوئیم. (در مثال قبل ۴۲۰ و ۵۶۰)

**نمونه** را تعریف کنید و مثال بزنید. هر زیر مجموعه جامعه؛ که با روش مشخص (مثل قرعه کشی) انتخاب شده باشد.

مثلا دانش آموزان دوازدهم ادبیات که ۲۸ نفرند. یا صندلی های مدرسه که خراب شده و نیاز به تعمیر دارند ۵۰ تاست.

اندازه ی نمونه را تعریف کنید. تعداد اعضای نمونه را گوئیم. (در مثال قبل ۲۸ و ۵۰)

**نکته ی مهم:** صفحه ۳۲: هرچه پراکندگی متغیر مورد بررسی در جامعه بیشتر باشد،

برای حصول اطمینان از وجود تنوع در نمونه، به اندازه ی نمونه ی بزرگ تری نیاز داریم.

**نمونه تصادفی** را تعریف کنید.

نمونه ای که همه ی اعضای جامعه شانسی یکسان (همه سهم داشته باشند و سهم همه برابر باشد) در انتخاب داشته باشند.

**انواع متغیر** را نام ببرید. کمی (نسبتی - فاصله ای) کیفی (اسمی - ترتیبی)

**متغیر کیفی اسمی** را تعریف کنید و مثال بزنید. متغیرهایی هستند که شامل نام ها، برچسب ها و گروه ها می شود و از کوچک به بزرگ مرتب نمی شوند. مثلا گروه خونی - وضعیت تاهل (متاهل - مجرد) - رشته تحصیلی (انسانی - تجربی - ریاضی - فنی) و....

**متغیر کیفی ترتیبی** را تعریف کنید و مثال بزنید. برای متغیرهایی که کاربرد می شود که قابل مرتب کردن می باشند.

مثلا میزان تحصیلات (دیپلم - فوق دیپلم - لیسانس - فوق لیسانس....) مزه غذا (کم نمک - خوش نمک - شور) مقاطع تحصیلی (ابتدایی -

راهنمایی - دبیرستان - دانشگاه) مراحل رشد انسان (جنین - نوزاد - کودک - نوجوان....) رشد درخت (بذر ریشه نهال....)

**متغیر کمی فاصله ای** را تعریف کنید و مثال بزنید. این متغیر با استفاده از وسایل دقیق اندازه گیری می شود. صفر در این متغیر

قرار داده ای است.

مثلا **نمره** از بیست قرار داده ای است. درجه (سیلیسیوس) ساختن دماسنج و گذاشتن صفر قرار داده ای برای آن و فارنهایت

**سال** (شمسی - قمری) مبنای آن هجرت پیامبر اکرم ص - میلادی مبنای آن تولد حضرت عیسی ع - شروع کار و....

**متغیر کمی نسبتی** را تعریف کنید و مثال بزنید. در این متغیر صفر به معنی نبودن چیزی است. مثلا قد - وزن - سن - درآمد -

مدت زمان - و متغیرهایی که با کلمه **تعداد** شروع می شوند. تعداد دانش آموزان چپ دست کلاس - و...

مثال: اندازه گیری وزن افراد کلاس شما

جامعه: کل دانش آموزان مدرسه اندازه جامعه: ..... نمونه: کلاس ۱۲ انسانی اندازه نمونه: .....

متغیر: وزن نوع متغیر: کمی نسبتی

داده دور افتاده (پرت) را تعریف کنید.

مقداری متفاوت با سایر مقادیر داده هاست. معمولا مقدار آن بسیار بزرگتر یا بسیار کوچکتر از بقیه ی داده هاست.

۱ - ۱۰۰ - ۲۰۰ - ۳۰۰  
۱ - ۲ - ۶ - ۷ - ۱۰۰

**معیارهای (شاخص) گرایش به مرکز** را نام ببرید. سه مورد

میانگین یا معدل ( $\bar{X}$  می خوانیم ایکس بار) - میانگین دوم ( $Q_2$ ) - میانگین چارک اول ( $Q_1$ )

**معیارهای پراکندگی** را نام ببرید. چهار مورد

دامنه تغییرات (بزرگترین داده منهای کوچکترین داده R) - دامنه میان چارکی (چارک سوم منهای چارک اول IQR)

واریانس (میانگین انحرافات از میانگین  $\sigma^2$ ) - انحراف معیار (نام دیگر انحراف استاندارد SD) (جزر واریانس  $\sigma$ )

**معیار گرایش به مرکز** مانند میانگین و میان به ما کمک می کنند بدانیم داده ها کجا متمرکزند و **معیارهای پراکندگی** مانند واریانس

و انحراف معیار به ما کمک می کنند بدانیم داده ها چگونه مترکم یا پراکنده شده اند.

اگر داده ها به میانگین نزدیک تر باشند، انحراف معیار کوچک تر و اگر داده ها از میانگین دورتر باشند، انحراف معیار بزرگ تر

خواهد بود.

<p>۱- اگر داده دور افتاده <u>داشته باشیم</u> :          شاخص مرکزی <u>میانه</u> مناسب است. شاخص پراکندگی <u>دامنه میان چارگی</u> مناسب است. نمودار <u>جعبه ای</u> مناسب است.</p> <p>۲- اگر داده دور افتاده <u>نداشته باشیم</u> :          شاخص مرکزی <u>میانگین</u> مناسب است. شاخص پراکندگی <u>انحراف معیار</u> مناسب است. نمودار <u>مستطیلی</u> مناسب است.</p>	
<p>با توجه به داده های زیر ، شاخص مرکزی و پراکندگی و نمودار مناسب را انتخاب و رسم کنید.          (الف) ۲۰ - ۱۶۸ - ۲۰۰ - ۱۴۸ - ۱۷۴ - ۶۰۰ - ۱۵۰ - ۱۵۰ - ۱۸۰ - ۲۰</p>	
<p>(ب) ۹ - ۱۰ - ۱۱ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۵</p>	
<p>(پ) ۱۷ - ۱۸ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۵ - ۱۹ - ۱۵ - ۱۶ - ۱۷ - ۱۸ - ۱۵ - ۱۹</p>	متغیر سن (سال) صفحه ۳۵
<p>(ت) ۴ - ۲۹ - ۴ - ۶ - ۷ - ۶/۵ - ۷ - ۸ - ۶ - ۳۰ - ۴ - ۵</p>	میزان تماشای تلویزیون (ساعت) صفحه ۳۵

کاردر کلاس صفحه ۳۳ در هر قسمت ' برای بررسی کدام یک از موارد به اندازه ی نمونه ی بزرگتری نیاز است؟ توضیح دهید.  
 الف) سن دانش آموزان در کلاسی که در آن درس می خوانید.  
 ب) معدل سال گذشته ی دانش آموزان در کلاسی که در آن درس می خوانید.  
 پ) بررسی متوسط حقوق معلمان یک مدرسه ی دولتی  
 ت) بررسی متوسط حقوق کارکنان یک شرکت بزرگ خصوصی

کاردر کلاس صفحه ۳۳ : برای بررسی وضعیت اجتماعی - اقتصادی خانوارهای یک شهر در کدام شیوه ی نمونه گیری ' همه ی قشرهای جامعه **شانس حضور ندارند؟** چرا؟  
 الف) انتخاب خانوارها براساس رقم اول تلفن خانه ها  
 ب) انتخاب خانوارها براساس رقم آخر تلفن خانه ها

### مقایسه ی دو شرکت یا دو مدرسه صحه ۳۷ و ۳۸

۱- دو شرکت به نرگس پیشنهاد کار داده اند.  
 میانگین حقوق ماهیانه ی کارمندان شرکت اول ' تقریباً ۱/۶ میلیون تومان و میانگین حقوق ماهیانه ی کارمندان شرکت دوم ' ۴ میلیون تومان است.  
 در جدول زیر به طور تصادفی حقوق ۹ نفر از کارمندان دو شرکت آمده است.

شرکت اول	۱	۱/۵	۱/۲	۱/۷	۱/۴	۱/۹	۳	۱/۱	۱/۸
شرکت دوم	۰/۷	۱	۸	۱۲/۱	۰/۸	۱/۶	۱۰/۱	۰/۹	۰/۸

الف) نمودار جعبه ای دو شرکت را رسم کنید.

ب) کدام درست و کدام نادرست است؟

- ۱- حقوق تقریباً ۵۰ درصد کارمندان شرکت دوم کمتر از کمترین حقوق کارمندان شرکت اول است.
- ۲- اگر نرگس سطح تحصیلات و تجربه ی متوسطی داشته باشد ' شرکت اول برای او مناسب است.
- ۳- در شرکت دوم ' میانگین ' معیار گرایش به مرکز مناسبی است.

**نکته مهم:** برای توصیف داده های کمی باید هم **معیار گرایش به مرکز** و هم **معیار پراکندگی** گزارش شود.

۲- دو مدرسه ی متوسطه ی دوم ' که تعداد دانش آموزان تقریباً برابر دارند.  
 مدرسه ی اول قبولی در ۱۵ دانشگاه برتر کشور ۲۰۰ درصد داشت.  
 مدرسه ی دوم قبولی در ۱۵ دانشگاه برتر کشور ۲۰ درصد داشت.  
 فرض کنیم اولیا برای انتخاب مدرسه محدودیتی ندارند.  
 الف) در این مساله ' متغیر ( قبول شدن / قبول نشدن) چه نوع متغیری است؟  
 ب) کدام مدرسه را به اولیا پیشنهاد می کنید؟  
 پ) افزایش ۲۰۰ درصدی و ۲۰ درصدی به چه معناست؟

ت) فرض کنید

در مدرسه اول قبلاً یک نفر و الان ۳ نفر ( ۲۰۰ درصد افزایش)  
 در مدرسه دوم قبلاً ۷۰ نفر و الان ۸۴ نفر ( ۲۰ درصد افزایش)

ث) اکنون کدام مدرسه را پیشنهاد می کنید؟

**نکته مهم:** برای توصیف داده های کیفی (اسمی یا ترتیبی) گزارش درصد باید همیشه با گزارش **تعداد** باشد.

نکته صفحه ۳۸: برای انتخاب نمونه ای با اندازه  $n$  از جامعه ای با اندازه  $N$  به  $\left(\frac{N}{n}\right)$  طریق می توان عمل کرد.

نکته صفحه ۲۹:

در نمونه ی مورد بررسی، میزان استفاده از تلفن هوشمند (به دقیقه) میان ۷۰ و چارک اول ۶۵ و چارک سوم ۱۰۰ گزارش شد. چند درصد دانش آموزان به طور متوسط بیش از ۱۰۰ دقیقه در روز با تلفن هوشمند خود کار می کنند؟

### گام های چرخه ی آمار

پنج گام **چرخه** ی آمار در حل مسائل را **به ترتیب** نام ببرید.

بیان مسئله – طرح و برنامه ریزی – گردآوری و پاک سازی داده ها- تحلیل داده ها – بحث و نتیجه گیری

گام اول بیان مسئله:

مسئله ای را که در دنیای واقعی وجود دارد به صورت یک مسئله ی شفاف و دقیق آماری مطرح می کنیم.

طرح یک پرسش دقیق و شفاف **مهم ترین گام** رسیدن به پاسخ است.

پیش از هر چیز باید مسئله به درستی درک شود و به طور دقیق تعریف و بیان گردد؛ یعنی با توجه به **اهداف**، **بودجه**، **زمان** و دیگر شرایط موجود، جامعه آماری را محدود و هدف مطالعه را مشخص کنیم.

گام دوم طرح و برنامه ریزی:

راهی برای رسیدن به پاسخ مسئله پیدا می کنیم. به نمونه گیری، شیوه ی اندازه گیری متغیر و چگونگی توصیف نتایج می اندیشیم. (نهایی دی)

اندازه گیری یا سنجش **اولین قدم** برای یافتن داده ها و بررسی متغیر مورد نظر است.

در اندازه گیری، در واقع سعی می کنیم اطلاعات **توصیفی (کیفی)** را **تا حد ممکن** به اطلاعات **کمی (عددی)** تبدیل کنیم.

باتوجه به اهمیت **اندازه گیری** می توانیم بفهمیم که **حضور افراد متخصص** در گروه هدایت کننده ی پژوهش چقدر **مهم** است.

متخصصان، ابزارهای اندازه گیری یا **پرسش نامه ها** را طوری طراحی می کنند که با آنها بتوانیم همان متغیری را که مورد نظر است، اندازه بگیریم.

بدون مشورت با این افراد، ممکن است به جای **خوشحالی** مثلا **رفاه** یا به جای **هوش** مثلا **حافظه** اندازه گیری شود.

گام سوم گردآوری و پاک سازی داده ها:

داده ها را گردآوری کرده و تا حد ممکن از درستی آنها مطمئن می شویم. (نهایی خرداد ۹۸)

در هر مطالعه ممکن است در مرحله ی اندازه گیری، گردآوری یا ثبت داده ها در نرم افزار اشتباهی رخ دهد.

با بررسی دقیق داده ها می توان اشتباهات را تصحیح کرد.

گام چهارم تحلیل داده ها:

با استفاده از **معیارها (مرکزی و پراکنندگی) و نمودارها** و مفاهیمی که آموخته ایم، نتایج را متناسب با **هدف کار**، **نوع متغیر و ویژگی داده ها** گزارش می کنیم.

گام پنجم بحث و نتیجه گیری:

نتایج به دست آمده را تفسیر می کنیم و پاسخی برای **پرسش اصلی** پیدا می کنیم.

در تفسیر نتایج، **توجه به محدودیت های مطالعه** بسیار مهم است و روش کار و محدودیت ها را صادقانه گزارش کنیم

تا افراد دیگری که در همان زمینه مطالعه می کنند، با مشکلاتی مشابه مواجه نشوند.

در **بهترین حالت** می توانیم نتایج را **فقط** به جامعه آماری مورد بررسی تعمیم دهیم. اگر **تمامی** افراد جامعه آماری را **بررسی نکرده ایم**، نتایج ما **قطعی نیستند؛ چون** در نمونه گیری دیگری از همین جامعه، افراد دیگری در نمونه قرار می گیرند و نتایج متفاوتی به دست خواهد آمد.

چرا فرآیند حل مسئله را **چرخه** می نامیم؟

زیرا پس از اجرای تمامی گام ها با **روشن تر شدن ابعاد مختلف مسئله** و بر اساس نتایج و تجربه ی به دست آمده، یک **مسئله ی جدید** دقیق تر شکل می گیرد به عبارت دیگر برای پیدا کردن پاسخ پرسش اصلی تا رسیدن به جمع بندی منطقی، یک مسئله چندین بار **بازبینی می شود**.

باید توجه داشته باشیم که اگر مطالعه در منطقه ای انجام شود که ویژگی های آن را به خوبی نمی شناسیم، در تمام گام ها به **دانش اهالی منطقه اولویت** دهیم.

هر کدام از موارد زیر در اجرای **نادرست** کدام گام اتفاق می افتد؟

(الف) مسئله به صورتی بیان شده که اجراکنندگان برداشت های متفاوتی از اهداف پژوهش دارند. گام اول بیان مسئله

(ب) استفاده از نمونه گیری نامناسب از جامعه گام دوم طرح و برنامه ریزی

(ج) اندازه گیری افراد با دو واحد متفاوت گام دوم طرح و برنامه ریزی

(د) حذف تمامی داده های دور افتاده گام سوم گردآوری و پاک سازی داده ها

(ه) استفاده از نمودار نامناسب گام چهارم تحلیل داده ها

### حل تمرینات صفحه ۴۰ و ۴۱

۱- بررسی وضعیت نمرات درسی دانش آموزان پایه ی اول دبستان چند پایه یک روستای کاشان

۲- (الف) جامعه: دانش آموزان کلاس اندازه ی جامعه: ... نمونه: دانش آموزان انتخاب شده اندازه ی نمونه: ۹ نفر

(ب) چون تعداد نمونه کم است با پرسش شفاهی داده ها را گردآوری می کنیم. ممکن است مشکلاتی برای دانش آموزان پیش بیاید و پیاده یا با آژانس و ... به مدرسه بیایند.

(پ) متغیر: شیوه رفتن به مدرسه. نوع آن: کیفی ترتیبی (پیاده - دوچرخه - وسایل عمومی - سرویس یا خودروی شخصی) ترتیب سازگاری با محیط زیست

(ت) نمودار (میله ای - دایره ای) چون کیفی اند. آماره (مد - میانگین)

(ث) خیر - نمی توانیم تعمیم دهیم چون ممکن است شرایط متفاوت پیش آید.

۳- (الف) کلمه (روز) در نمونه نمی تواند نماینده کل کارمندان باشد. (ب) ساعت ۸ الی ۱۰ صبح (پ) دختران

۴- (الف) نیمی از دانش آموزان گروه یک عملکرد بهتری نسبت به ۷۵ درصد گروه دو دارند.

(ب) دامنه تغییرات گروه ۲ بیشتر دامنه میان چارکی گروه یک بیشتر

(پ) برابرند. تمام دانش آموزان گروه یک عملکرد بهتری نسبت به ۲۵ درصد گروه ۲ دارند.

(ت) گمراه کننده گروه ۲ چون داده دور افتاده داریم. (ث) گروه یک نمودار متقارن (منحنی نرمال) داده دور افتاده نداریم.

(ج) دانش آموزان پایه ی دوازدهم مدرسه سعید و سهراب

<p>۵- خیلی مهم      ۰ - ۴ - ۶ - ۱۰ - ۱۰ - ۱۲ - ۱۲ - ۱۲ - ۱۳ - ۱۴ - ۱۶ - ۱۸ - ۲۰ - ۲۰ - ۲۲</p> <p>(الف) این داده ها را طوری تغییر دهید که میانگین و انحراف معیار بیشتر شود اما میانه و چارک اول و چارک سوم تغییر نکند.</p> <p>(ب) فرض کنید می خواهیم دو نفر دیگر به این نمونه اضافه کنیم. داده های این دو نفر را طوری انتخاب کنید که میانگین و میانه تغییر نکند.</p>
<p>۶-</p>
<p>۷-</p>
<p>۸-</p>
<p>۹- مثلاً در سرعت ۱۲۰ - ۱۱۰ ممکن است ۱۰ نفر تعداد کل افراد باشند و صد درصد تصادف کرده باشند.      پس باید تعداد کل تمام قسمت ها ذکر شود. (باید نسبت تعداد تصادف به تعداد کل خودروهای هر دسته گزارش شود.)</p>

--