



مرکز پژوهش‌های آموزشی مدارس برتر

تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱/۱۹

صفحه ۱ از ۱

باسمه تعالی

آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

مدت آزمون: ۷۵ دقیقه

پایه: یازدهم (رشته ریاضی)



مجموعه مدارس سلام

نام و نام خانوادگی:

مدرسه:

نام درس: حسابان

بارم	سؤال	ردیف
۱	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. الف) تعداد توابعی که از مجموعه $A = \{a, b, c, d\}$ به مجموعه $B = \{1, 2, 3\}$ می‌توان نوشت برابر است. ب) حاصل $[\sqrt{1}] + [\sqrt{2}] + \dots + [\sqrt{10}]$ برابر است. ج) نمودار دو تابع $y = 3^x$ و $y = x^2$ دارای نقطه تقاطع هستند. د) انتهای کمان زاویه 10° رادیان در ناحیه دایره مثلثاتی است.	۱
۱	اگر $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ و $(f \circ g)(x) = 2x$ ، آنگاه ضابطه $g(x)$ را بیابید.	۲
۱/۵	تابع $f(x) = x^2 - 2x + 3$ مفروض است. الف) آیا این تابع وارون‌پذیر است؟ چرا؟ ب) بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع در آن وارون‌پذیر است را مشخص کنید. ج) وارون تابع را به دست آورده و نمودار f و f^{-1} را رسم کنید.	۳
۱	نامعادله زیر را حل کنید. $\sqrt{5} \times \frac{1}{5^x} \leq 125^{1-x}$	۴
۱	نمودار تابع $y = \log_2(x+1) $ را رسم کنید. (مراحل انتقال مشخص شود).	۵
۱	دامنه تابع f با ضابطه $f(x) = \sqrt{\log_2(x-4) - 1}$ را به دست آورید.	۶
۱	به کمک خواص لگاریتم، حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $\log_{\sqrt{5}} \frac{1}{625} - \log_{\frac{1}{81}} 3\sqrt{27} + 7 \log_{49} 3$	۷
۱	مخروطی به شعاع قاعده $r = 3\text{cm}$ و ارتفاع $h = 4\text{cm}$ داده شده است. اندازه زاویه قطاع حاصل از شکل گسترده مخروط چند رادیان است؟	۸
۰/۷۵	حاصل عبارت زیر را به دست آورید. $\tan\left(\frac{21\pi}{4}\right) - \sqrt{3} \sin\left(\frac{11\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{2} \cos\left(\frac{17\pi}{4}\right)$	۹
۰/۷۵	نمودار تابع $y = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right) + 1$ را رسم کنید. (با مراحل انتقال)	۱۰
۱۰	جمع بارم	



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر

باسمه تعالی

پاسخنامه آزمون تشریحی مدارس سلام

(دوره دوم متوسطه)

تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۱/۱۹

مجموعه مدارس سیلام

پاسخنامه درس: حسابان

پایه: یازدهم

صفحه ۱ از ۲

پاسخ سؤال ۱: (هر مورد ۲۵/۰ نمره)

(د سوم)

(ج ۳)

(ب ۱۹)

(الف) $3^4 = 81$

(حسابان یازدهم، صفحه‌های ۴۲، ۵۱، ۷۸، ۸۵ و ۹۳)

پاسخ سؤال ۲: (۱ نمره)

$$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = \frac{g(x)-1}{g(x)+2} = 2x \text{ (نمره } 0/5) \Rightarrow g(x)-1 = 2xg(x) + 4x$$

$$\Rightarrow g(x) - 2xg(x) = 4x + 1 \Rightarrow (1-2x)g(x) = 4x + 1$$

$$\Rightarrow g(x) = \frac{4x+1}{1-2x} \text{ (نمره } 0/5)$$

(مجموعه تمرینات یازدهم، صفحه ۴۰)

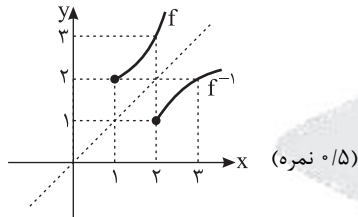
پاسخ سؤال ۳: (۲ نمره)

(الف) نمودار تابع f سهمی است و یک‌به‌یک نمی‌باشد. پس وارون‌پذیر نیست. (نمره ۰/۲۵)

(ب) تابع در بازه $[-\infty, 1]$ یا $[1, \infty)$ یک‌به‌یک و در نتیجه وارون‌پذیر است. (نمره ۰/۲۵)

(ج) در بازه $[1, +\infty)$ داریم:

$$y = (x-1)^2 + 2 \Rightarrow |x-1| = \sqrt{y-2} \xrightarrow{x \geq 1} x = \sqrt{y-2} + 1 \Rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x-2} + 1 \text{ (نمره } 0/5)$$



(حسابان یازدهم، صفحه ۶۱)

پاسخ سؤال ۴: (۱ نمره)

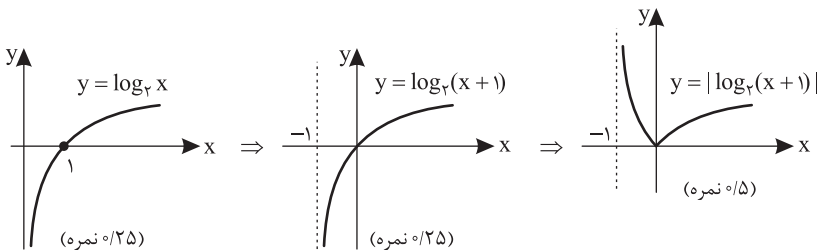
پایه‌ها را در دو طرف نامعادله یکسان می‌کنیم:

$$5^{\frac{1}{2}} \times 5^{-x} \leq (5^3)^{-x} \Rightarrow 5^{\frac{1}{2}-x} \leq 5^{3-2x} \text{ (نمره } 0/25) \Rightarrow \frac{1}{2} - x \leq 3 - 2x \text{ (نمره } 0/25) \Rightarrow 2x \leq 3 - \frac{1}{2} \Rightarrow 2x \leq \frac{5}{2} \Rightarrow x \leq \frac{5}{4} \text{ (نمره } 0/5)$$

(مجموعه تمرینات یازدهم، صفحه ۱۴۶)

پاسخ سؤال ۵: (۱ نمره)

نمودار $y = \log_r x$ را یک واحد به چپ انتقال داده و سپس قسمت‌های زیر محور x را نسبت به محور x قرینه کرده و به بالای محور x می‌آوریم.



(حسابان یازدهم، صفحه ۸۴)

پاسخ سؤال ۶: (۱ نمره)

$$\begin{cases} x-4 > 0 \Rightarrow x > 4 \text{ (نمره } 0/25) \\ \log_r(x-4) - 1 \geq 0 \Rightarrow \log_r(x-4) \geq 1 \Rightarrow x-4 \geq 2 \text{ (نمره } 0/25) \Rightarrow x \geq 6 \text{ (نمره } 0/25) \end{cases} \Rightarrow D = [6, +\infty) \text{ (نمره } 0/25)$$

(مجموعه تمرینات یازدهم، صفحه ۵۴)

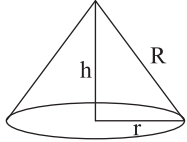


پاسخ سؤال ۷: (۱ نمره)

$$\log_{\frac{1}{5}} 5^{-4} - \log_{\frac{1}{3}} 3^{\frac{5}{2}} + 3^{\log_{\frac{1}{3}} 27} \quad (\text{نمره } 0/5) = (-4)(2) - \left(\frac{5}{2}\right)\left(-\frac{1}{2}\right) + 3^{\frac{1}{2}} \quad (\text{نمره } 0/25) = -8 + \frac{5}{4} + \sqrt{3} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(مجموعه تمرینات یازدهم، صفحه ۵۶)

پاسخ سؤال ۸: (۱ نمره)

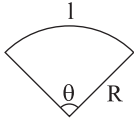


$$R = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{9 + 16} = 5 \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$\Rightarrow \text{شعاع قطاع} = R = 5$$

$$\text{محیط قاعده مخروط} = 2\pi r = 6\pi \Rightarrow l = 6\pi \quad (\text{نمره } 0/25)$$

$$l = R\theta \Rightarrow 6\pi = 5\theta \Rightarrow \theta = \frac{6\pi}{5} \quad (\text{نمره } 0/5)$$



(حسابان یازدهم، صفحه ۹۶)

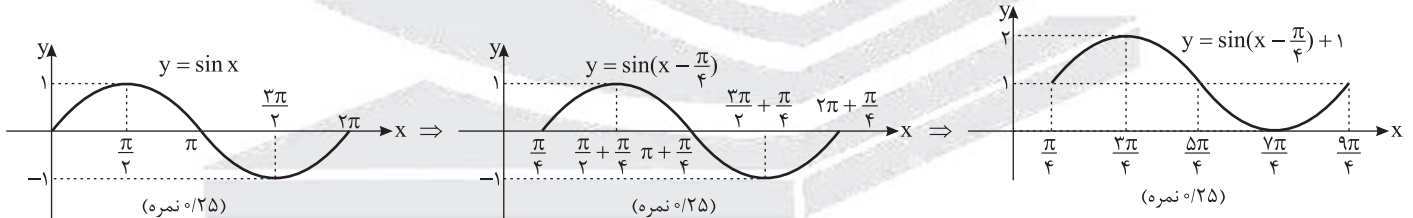
پاسخ سؤال ۹: (۷۵ نمره)

$$\tan\left(\Delta\pi + \frac{\pi}{4}\right) - \sqrt{3} \sin\left(\Delta\pi + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{2} \cos\left(4\pi + \frac{\pi}{4}\right) \quad (\text{نمره } 0/25) = \tan \frac{\pi}{4} - \sqrt{3} \sin\left(\pi + \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{2} \cos \frac{\pi}{4}$$

$$= 1 + \sqrt{3} \sin\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}\right) + \sqrt{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1 + \sqrt{3} \cos \frac{\pi}{6} + 1 \quad (\text{نمره } 0/25) = 2 + \sqrt{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 2 + \frac{3}{2} = \frac{7}{2} \quad (\text{نمره } 0/25)$$

(حسابان یازدهم، صفحه ۱۰۴)

پاسخ سؤال ۱۰: (۱ نمره)



(حسابان یازدهم، صفحه ۱۰۹)