

تمرین ها

تمرین 1: یک نوسان ساز موج هایی دوره ای در یک ریسمان کشیده ایجاد می کند.

الف) با افزایش بسامد نوسان ساز کدام یک از کمیت های زیر تغییر نمی کند؟ بسامد موج، تندی موج، طول موج

ب) حال اگر به جای افزایش بسامد، کشش ریسمان را افزایش دهیم، هر یک از کمیت های زیر چه تغییری می کند؟ بسامد موج، تندی موج، طول موج

پاسخ:

الف) با افزایش بسامد نوسان ساز، تندی موج تغییر نمی کند چون تندی موج فقط به ویژگی های محیط مثل چگالی جرمی، دما و جنس محیط بستگی دارد و به شرایط چشمه موج مثل بسامد و دامنه نوسان بستگی ندارد.

ب) کشش ریسمان در تندی موج تاثیر دارد. برای تندی موج رابطه زیر را داریم:

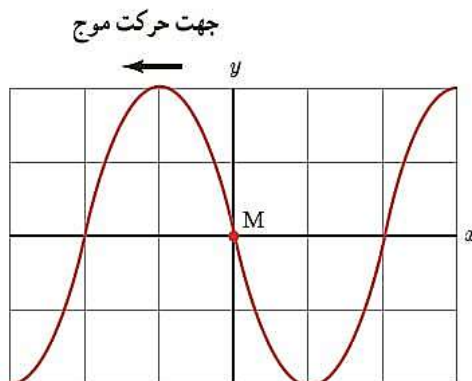
$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

بنابر این با افزایش نیروی کشش، سرعت افزایش می یابد. بسامد موج از ویژگی های چشمه موج است و با تغییر کشش ریسمان تغییر نمی کند. بسامد با رابطه زیر به سرعت و طول موج مرتبط می شود.

$$f = \frac{v}{\lambda} \rightarrow \lambda = \frac{v}{f}$$

بنابر این اگر سرعت افزایش یابد، در صورتی که بسامد ثابت باشد، طول موج افزایش می یابد.

تمرین 2: شکل زیر یک تصویر لحظه ای از موج عرضی در یک ریسمان کشیده شده را نشان می دهد. موج به سمت چپ حرکت می کند.



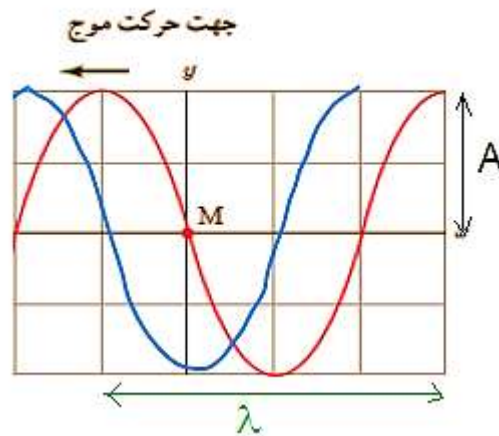
الف) با رسم این موج در زمان $T/4$ بعد، نشان دهید جزء M ریسمان در این مدت در چه جهتی حرکت کرده است. همچنین روی این موج دامنه و طول موج را نشان دهید.

ب) اگر طول موج 5cm و سرعت موج 10cm/s است، بسامد موج را به دست آورید.

پ) تعیین کنید موج در مدت $T/4$ چه مسافتی را طی می کند؟

پاسخ:

الف) چون جهت حرکت موج به سمت چپ بوده است، پس از زمان $T/4$ ، نمودار به شکل نمودار آبی رنگ در شکل زیر در می آید و نقطه M در پایین ترین نقطه قرار می گیرد. طول موج و دامنه در شکل نشان داده شده است.



ب) بسامد موج از رابطه زیر به دست می آید:

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow 5\text{cm} = \frac{10\text{cm/s}}{f} \rightarrow f = 2\text{Hz}$$

پ) می دانیم رابطه دوره تناوب به صورت زیر است

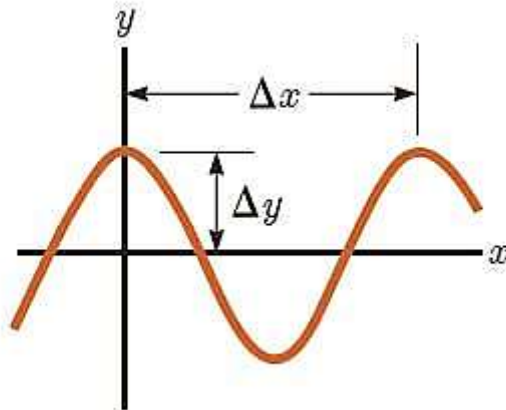
$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{2}\text{s}$$

حال می توانیم مقدار جابجایی را به دست آوریم:

$$\Delta x = v\Delta t = 10 \times 10^{-2} \frac{\text{m}}{\text{s}} \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{2}\text{s} = \frac{1}{80}\text{m}$$

$$\Delta x = \frac{1}{80}\text{m} \times \frac{100\text{cm}}{1\text{m}} = 1.25\text{cm}$$

تمرین 3: در نمودار جابجایی-مکان موج عرضی شکل زیر $\Delta x = 40\text{cm}$ و $\Delta y = 15\text{cm}$ است. اگر بسامد نوسان های چشمه 8Hz باشد، طول موج، دامنه، تندی و دوره تناوب موج چقدر است؟



پاسخ:

مطابق شکل بالا Δy دامنه موج و Δx طول موج است. بنابراین:

$$\Delta x = \lambda = 40\text{ cm}$$

$$\Delta y = A = 15\text{ cm}$$

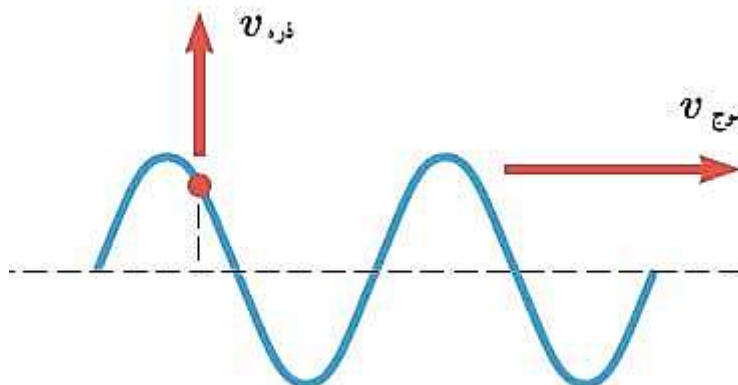
$$f = \frac{v}{\lambda} = 8\text{Hz}$$

$$v = \lambda \times f = 0.4 \times 8 = 3.2\text{m/s}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{8} = 0.125\text{s}$$

تمرین 4:

شکل زیر موجی عرضی در یک ریسمان را نشان می دهد که با تندی $v_{\text{موج}}$ به سمت راست حرکت می کند، در حالی که تندی ذره نشان داده شده ریسمان $v_{\text{ذره}}$ است. آیا این دو تندی با هم برابرند؟ توضیح دهید.



پاسخ:

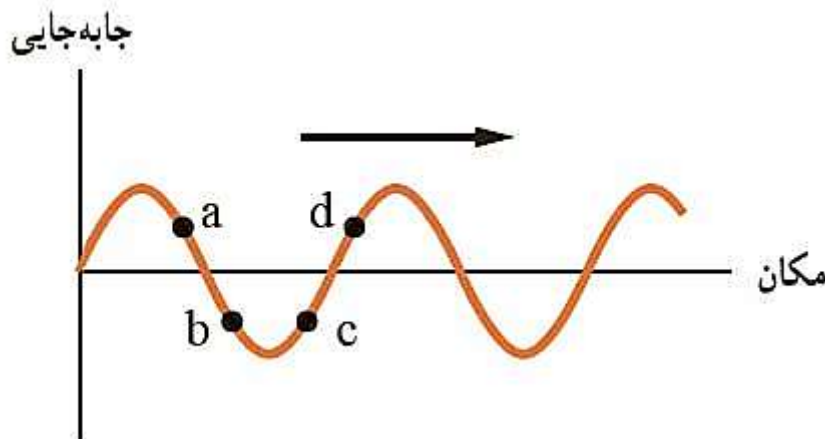
وقتی موجی منتشر می شود دو نوع سرعت داریم. یکی سرعت موج که به ویژگی های محیط بستگی دارد و در زمان انتشار در صورتی که محیط همگن باشد و ویژگی های محیط در همه جا ثابت باشد، سرعت انتشار ثابت است. ولی سرعت ذره در زمان انتشار، تغییر می کند و از رابطه سرعت حرکت هماهنگ ساده، پیروی می کند. در موج عرضی سرعت بالا و پایین رفتن هر ذره را سرعت ذره گویند.

$$v_{\text{موج}} = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

$$v_{\text{ذره}} = A\omega \cos(\omega t)$$

تمرین 5:

شکل زیر یک موج سینوسی را در لحظه ای از زمان نشان می دهد که در جهت محور x در طول ریسمان کشیده شده ای حرکت می کند. چهار جزء از این ریسمان روی شکل نشان داده شده اند. در این لحظه هر یک از این چهار جزء بالا می روند یا پایین؟



پاسخ:

وقتی موج به سمت راست حرکت می کند، قله ای که قبل از نقطه a, b قرار داشته است حرکت می کند و جلوتر می آید بنابراین نقاط a, b به سمت بالا حرکت می کنند اما در مورد نقاط c, d چون قبل از آنها یک قعر وجود داشته است، این قعر به سمت راست حرکت می کند پس نقاط c, d هم به سمت پایین حرکت می کنند.

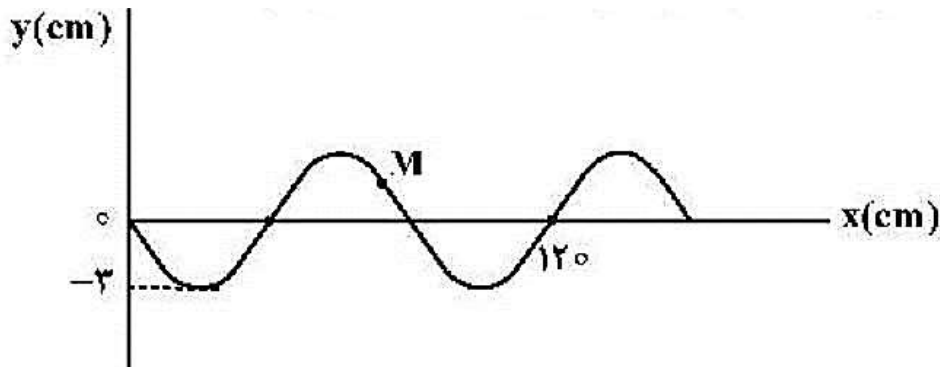
سیم با چگالی 7.80g/cm^3 و سطح مقطع 0.50mm^2 بین دو نقطه با نیروی 156N کشیده شده است. تندی انتشار موج عرضی را در این سیم محاسبه کنید.

پاسخ:

رابطه سرعت موج به صورت زیر است:

$$v_{\text{موج}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \sqrt{\frac{156}{7.8 \times 10^3 \times 0.5 \times 10^{-6}}} = 200 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

تمرین 7: شکل زیر، نقش یک موج عرضی را در یک طناب در لحظه $t=0$ نشان می دهد که با سرعت 10 متر بر ثانیه در حال انتشار است. مسافتی که ذره M در بازه زمانی $t_1=0.01\text{s}$ تا $t_2=0.05\text{s}$ طی می کند، چند سانتی متر است؟



پاسخ:

می دانیم که فاصله $x=0$ تا $x=120\text{cm}$ بر حسب λ برابر است با $3\lambda/2$.

$$\frac{3\lambda}{2} = 120\text{cm} \rightarrow \lambda = 80\text{cm} = 0.8\text{m}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{10}{0.8} = \frac{100}{8}\text{Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{8}{100}\text{s}$$

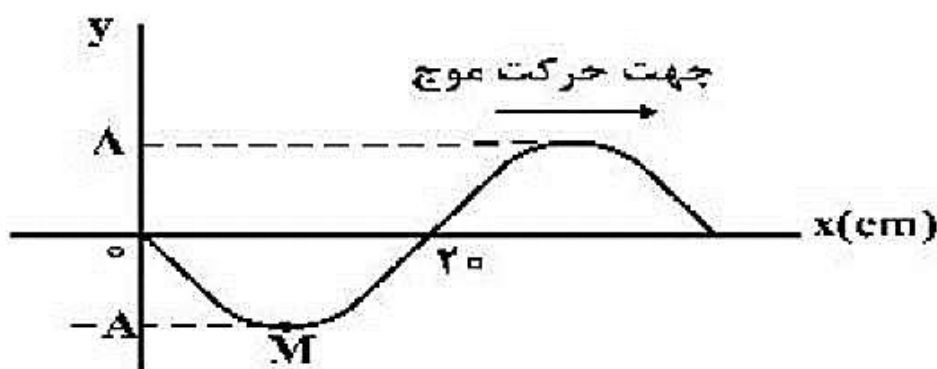
براحتی می توان اختلاف زمان را بر حسب T نوشت.

$$\Delta t = 0.05 - 0.01 = 0.04 \text{ s}$$

$$\Delta t = \frac{T}{2} = 0.04 \text{ s}$$

در حرکت هماهنگ ساده (حرکت ذره m) در مدت زمان $T/2$ ذره مسافت $2A$ را طی خواهد کرد. یعنی مسافت طی شده توسط ذره m در این مدت 6 سانتی متر است.

تمرین 8: شکل زیر، تصویری از موجی عرضی در یک ریسمان کشیده را در لحظه $t=0$ نشان می دهد. اگر سرعت انتشار موج 2 متر بر ثانیه باشد. در بازه زمانی $t_1=0.25\text{s}$ تا $t_2=0.35\text{s}$ حرکت ذره M چگونه است؟ (بر اساس تندشونده و کند شونده بیان کنید.)



پاسخ:

می دانیم که فاصله $x=0$ تا $x=20\text{cm}$ بر حسب λ برابر است با $\lambda/2$.

$$\frac{\lambda}{2} = 20 \text{ cm} \rightarrow \lambda = 40 \text{ cm} = 0.4 \text{ m}$$

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{2}{0.4} = 5 \text{ Hz}$$

$$T = \frac{1}{f} = \frac{1}{5} \text{ s} = 0.2 \text{ s} \rightarrow \frac{T}{4} = 0.05 \text{ s}$$

$$t_1 = 0.25 \text{ s} = 5 \times 0.05 = \frac{5T}{4}$$

$$t_2 = 0.35 \text{ s} = 7 \times 0.05 = \frac{7T}{4}$$

چون ذره M در لحظه $t=0$ در مکان $y=-A$ قرار دارد بنابراین در لحظه t_1 در مکان $y=0$ و حرکت به سمت بالا و در لحظه t_2 در مکان $y=0$ و حرکت به سمت پایین است. یعنی در این بازه ابتدا حرکت کند شونده و سپس تند شونده است.