

نکته ۱: مجموع اختلاف نمره‌های بالا تر از میانگین با میانگین و نمرات پایین تر از میانگین با

میانگین، برابر است

$$S_1 = x_1 \cdot n, S_2 = \bar{X}_2 \cdot n, \bar{X} = \frac{S_1 + S_2}{2n}$$

$$\Rightarrow \bar{X} = \frac{\bar{X}_1 \cdot n + \bar{X}_2 \cdot n}{2n}$$

$$\Rightarrow \bar{X} = \frac{\bar{X}_1 + \bar{X}_2}{2}$$

نکته ۲: اگر تعداد داده‌ها برابر باشد
سؤال ۳: می‌توانیم از این رابطه استفاده کنیم

میانگین داده‌ها

پس از اینکه داده‌های آماری در جدول سازماندهی می‌شوند و به کمک نمودارها درک بهتری از داده‌ها به دست می‌آید، می‌توان از میانگین داده‌ها نیز برای کامل‌تر شدن نتایج حاصل از داده‌ها و تحلیل و تفسیر بهتر آنها استفاده کرد. شما در دوره ابتدایی با میانگین گرفتن آشنا شده‌اید. میانگین تعدادی داده عددی، از تقسیم مجموع آنها بر تعدادشان به دست می‌آید.

برای تحلیل و تفسیر داده‌ها می‌توان از دامنه

تغییرات و میانگین در کنار هم استفاده کنیم

فعالیت



۱- نمره‌های ریاضی یک دانش‌آموز ۱۷، ۱۸، ۱۵، ۱۷ و ۱۹ است. میانگین نمره‌های

او را حساب کنید.

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}}$$

$$\bar{x} = \frac{S}{n} = \frac{19+17+15+18+17}{5} = \frac{86}{5} = 17.2$$

۲- نمره‌های یک دانش‌آموز به صورت زیر است:

$$16 + 15.5 + 16 + 15 + 17 + 19 + 18.5 + 14 + 16.5 + 17.5 = 145 \Rightarrow \text{میانگین} = \frac{145}{10} = 14.5$$

میانگین نمره‌های او را پیدا کنید. چند نمره بالاتر از میانگین و چند نمره پایین تر از میانگین قرار

می‌گیرند؟ آیا این دو تعداد مساوی است؟ ۴ نمره بالاتر و ۵ نمره پایین تر خیر

اختلاف نمره‌های بالای میانگین را با میانگین حساب کنید. حاصل جمع آنها را پیدا کنید. به

همین ترتیب، مجموع اختلاف نمره‌های پایین تر از میانگین با میانگین را هم پیدا کنید. نتایج بالا را با

هم مقایسه کنید. بالای میانگین ۶ = ۱ + ۲ + ۲.۵ + ۰.۵ = ۶ پایین میانگین ۶ = ۱ + ۰.۵ + ۱.۵ + ۰.۵ + ۱ + ۰.۵ = ۶

۳- میانگین نمره‌های ۷ درس یک دانش‌آموز ۱۶.۵ است. اگر نمره‌های دو درس دیگر او، که

۱۷ و ۱۵ است، به این میانگین اضافه شود، میانگین جدید را پیدا کنید. $115/5 + 15 + 17 = 147/5$ مجموع نمرات ۷ درس

آیا می‌توان میانگین دو نمره ۱۷ و ۱۵ را پیدا کرد (۱۶ می‌شود) و سپس میانگین ۱۶.۵ و ۱۶.۵ را حساب کرد؟ چرا؟ خیر، برای اینکه مساوی نیست $147/5 \neq 145/5$

۴- میانگین نمره‌های زیر را به دست آورید. بین این عددها چه رابطه‌ای وجود دارد؟ فاصله

هر عدد تا میانگین چقدر است؟

$$\begin{array}{cccccccc} 2 & 1 & 1 & 0 & & & 1 & 1 & 2 \\ 11 & 12 & 12 & 13 & 13 & 13 & 14 & 14 & 15 \\ \hline & & & & & & & & \\ \bar{x} & = & \frac{117}{9} & = & 13 & & & & \end{array}$$

بین اعداد و میانگین تقارن وجود دارد

نکته: اگر داده‌ها را مرتب کنیم (در صورتی که تعداد داده‌ها برابر باشد) و مجموع اختلاف اعداد سمت راست با اعداد سمت چپ با دانه‌ی وسط برابر باشد، آن داده‌ها


بدفرضی

میانگین واقعی

وسه برابر میانگین خواهد بود

$$\left. \begin{aligned} \text{مجموع اختلاف رده های سمت راست با وسط} &= (15-14) + (17-15) + (17-15) + (20-15) = 10 \\ \text{مجموع اختلاف رده های سمت چپ با داده وسطی} &= (15-11) + (15-12) + (15-13) + (15-14) = 10 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

پس داده وسطی با میانگین برابر است
 $a \leq x < b \Rightarrow \text{هرگز دستم} = \frac{a+b}{2}$ نکته سوال ۲

$\begin{matrix} 4 & 3 & 2 & 1 & & & 1 & 2 & 2 & 5 \\ 11 & 12 & 13 & 14 & 15 & 16 & 17 & 17 & 17 & 20 \end{matrix}$
 کاردر کلاس 
 با توجه به رابطه ای که پیدا کرده اید، میانگین عددهای زیر را به دست آورید.
 $17 \quad 14 \quad 11 \quad 15 \quad 12 \quad 20 \quad 17 \quad 13 \quad 16$

اگر تعداد داده ها زیاد باشد و داده ها دسته بندی شده باشند، می توان میانگین داده ها را با تقریب بسیار خوب به دست آورد.

$$\bar{x} = \frac{135}{9} = 15$$

فعالیت



۱- به کمک ماشین حساب، میانگین قد ۴۰ نفر را که در درس قبل مطرح شده

$$\bar{x} = \frac{4479}{40} \approx 111,975$$

است، پیدا کنید.

۲- برای به دست آوردن مرکز دسته ای مانند دسته $130 \leq x < 145$ ، ابتدا مجموع عددهای

۱۳۰ و ۱۴۵ را به دست می آوریم و سپس، حاصل را بر ۲ تقسیم می کنیم.

$$\frac{130 + 145}{2} = 137,5$$

۳- اکنون تمام داده ها را در این قسمت می بینید. مرکز هر دسته را به جای داده های آن دسته

قرار دهید. برای مثال، چون عدد ۱۹۲ در دسته $190 \leq x < 205$ قرار دارد؛ به جای آن عدد $197,5$ را، که مرکز این دسته است، قرار دهید.

۱۹۷,۵	۱۹۷,۵	۱۹۷,۵	۱۸۲,۵	۱۹۷,۵	۱۹۲	۱۵۰	۱۷۵	۱۶۷	۱۸۴	۱۴۷	۱۸۱
۱۶۴	۱۶۸	۱۷۳	۱۸۵	۱۵۲	۱۷۴	۱۷۸	۱۷۵	۱۶۷	۱۸۴	۱۴۷	۱۸۱
۱۵۱	۱۶۲	۱۶۷	۱۷۳	۱۴۲	۱۶۳	۱۳۸	۱۶۵	۱۳۷	۱۷۱	۱۶۸	۱۷۰
۱۶۵	۱۸۳	۱۵۷	۱۷۹	۱۷۶	۱۵۹	۱۷۰	۱۶۵	۱۳۷	۱۷۱	۱۶۸	۱۷۰

۴- چرا در عددهای تغییر یافته ۴ تا $197,5$ وجود دارد؟ چون تعداد رده های این دسته ۴ تا بود

$$4485 \div 40 = 112,125$$

۵- با توجه به عددهای بالا، میانگین ۴۰ عدد جدید را پیدا کنید.

چگونه برای پیدا کردن مجموع داده ها از ضرب استفاده می کنید؟ این ضرب ها چه رابطه ای با

فراوانی های جدول دارند؟ چون تمام رده های هر دسته به میانگین آن دسته (مرکز هر دسته) تبدیل می شود

۶- میانگین به دست آمده را با میانگین واقعی، که با ماشین حساب پیدا کردید، مقایسه کنید.

مقدار خطای این روش چقدر است؟

$$112,125 - 111,975 = 0,15$$



نکته: هر چه قدر طول دسته ها کمتر باشد خطا کمتر است

با مقایسه میانگین واقعی و این میانگین به این نتیجه رسیدیم که اختلاف بسیار ناچیز است و با این روش می توانیم تقریب خوبی از میانگین واقعی داده ها را به دست آوریم

حدود دسته‌ها	فراوانی	مرکز دسته‌ها	مرکز دسته × فراوانی
$-1 \leq x < -4$	5	$\frac{-1+(-6)}{2} = -3.5$	$5 \times (-3.5) = -17.5$
$-4 \leq x < 0$	11	-2	-22
$0 \leq x < 4$	17	+2	+34
$4 \leq x \leq 1$	12	+4	+48
جمع			54

$$\text{میانگین واقعی} = \frac{+35}{45} = +0.78$$

$$\text{میانگین تقریبی} = \frac{+54}{45} = +1.2$$

جواب سوال 1

کاردر کلاس



با توجه به فعالیت صفحه قبل، با کامل کردن جدول زیر میانگین داده‌ها را دوباره محاسبه کنید.

حدود دسته‌ها	فراوانی	مرکز دسته	مرکز دسته × فراوانی
$120 \leq x < 145$	5	137.5	687.5
$145 \leq x < 160$	7	152.5	1067.5
$160 \leq x < 175$	12	167.5	2010
$175 \leq x < 190$	1	182.5	182.5
$190 \leq x < 205$	4	197.5	790
مجموع	40		4480

$$\text{میانگین} = \frac{4480}{40} = 112$$

صورت دسته‌ها	فراوانی	مرکز دسته	فراوانی × مرکز دسته
$102 \leq x < 105$	4	103.5	414
$105 \leq x < 110$	11	107.5	1182.5
$110 \leq x < 114$	5	112	560
$114 \leq x < 118$	2	116	232
$118 \leq x \leq 122$	7	120	840
جمع	40		3230

تمرین