

روشنگر  
فصل  
دوم  
اعداد اول

[Hasan.Roshangar@gmail.com](mailto:Hasan.Roshangar@gmail.com)

## نمونه سوال امتحانی

### ۱- جملات درست را با ✓ و نادرست را با × مشخص کنید.

- ۱) عدد ۱ عددی اول است.
- ۲) هر عدد طبیعی غیر از یک دست کم دو شمارنده دارد.
- ۳) تمام اعداد زوج مرکب می باشند.
- ۴) تمام مضرب های عدد ۵ مرکب هستند.
- ۵) بجز عدد ۷ تمام مضرب های آن مرکب هستند.
- ۶) هر عدد طبیعی حداقل یک شمارنده اول دارد.
- ۷) مجذور هر عدد اول عددی مرکب است.
- ۸) مجموع نخستین پنج عدد اول مرکب هستند.
- ۹) همه ی مضرب های اعداد اول مرکب هستند.
- ۱۰) میانگین اعداد اول بین ۸۰ و ۹۰ عددی اول است.
- ۱۱) عدد ۱۲۱ اول است.
- ۱۲) تمام مضرب های طبیعی یک عدد طبیعی ، مرکب هستند.
- ۱۳) اگر ب.م.م دو عدد ۱ باشد می گوئیم دو عدد نسبت بهم اولند.

### ۲- جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب پر کنید.

- ۱) اگر ب.م.م دو عدد ۱ باشد می گوئیم دو عدد نسبت بهم اولند.
- ۲) اگر عددی بر عدد دیگر بخش پذیر باشد عدد کوچکتر ..... آن دو عدد می باشد.
- ۳) اگر عددی بر عدد دیگر بخش پذیر باشد عدد بزرگتر ..... آن دو عدد می باشد.
- ۴) هر عدد طبیعی بزرگتر از یک، که شمارنده طبیعی بجز خودش و یک نداشته باشد را عدد ..... گویند.
- ۵) در روش غربال کردن اولین عددی که با ۱۳ خط می خورد عدد ..... است.
- ۶) حاصل ضرب هر دو عدد اول همواره عددی ..... است.
- ۷) تفاضل دو عدد اول ۱۰۵ است عدد بزرگتر ..... است.

- ۸) مجموع دو عدد اول  $153$  می باشد، مربع تفاضل آنها ..... است.
- ۹) بین دو عدد  $21$  و  $30$  تعداد ..... عدد مرکب وجود دارد.
- ۱۰) کوچکترین عدد سه رقمی مرکب عدد ..... است.
- ۱۱) اگر بخواهیم با روش غربال عددهای اول بین  $20$  و  $40$  را پیدا کنیم، از خط زدن مضرب های عدد ..... شروع و با خط زدن مضرب های عدد ..... کار را تمام می کنیم.

### ۳- گزینه صحیح را انتخاب کنید.

- ۱) عددی را که بتوان بصورت حاصل ضرب دو عدد طبیعی بزرگتر از یک نوشت را عدد ..... کگویند.
- الف) اول (ب) مرکب (ج) نه اول نه مرکب (د) همه موارد صحیح است
- ۲) دو عدد را یک جفت عدد اول دو قلو گویند اگر آن دو عدد .....  
الف) فرد باشند (ب) اول باشند (ج) اختلاف آنها دو واحد باشد (د) همه موارد
- ۳) در روش غربال کردن اعداد از  $1$  تا  $100$  کدام عدد دیرتر از بقیه خط می خورد.  
الف)  $100$  (ب)  $39$  (ج)  $49$  (د)  $93$
- ۴) هفت برابر مجموع دو عدد اول  $721$  است. حاصل ضرب آنها کدام است.  
الف)  $48$  (ب)  $202$  (ج)  $582$  (د)  $93$
- ۵) کدام عدد اول است؟  
الف)  $525$  (ب)  $1101$  (ج)  $97$  (د) گزینه های الف و ب
- ۶) کدام یک از اعداد زیر اول است.  
الف)  $139$  (ب)  $133$  (ج)  $91$  (د)  $121$
- ۷) برای اینکه بفهمیم عدد  $131$  اول است یا نه حداکثر چند تقسیم باید انجام دهیم؟  
الف)  $3$  (ب)  $4$  (ج)  $5$  (د)  $6$

۴- به سوالات زیر پاسخ دهید.

(۱) مجموع مربعات دو عدد اول ۵۳ می باشد، اختلاف آن دو عدد چقدر است؟

(۲) اگر تعداد عددهای اول کمتر از ۲۰، هشت عدد باشد، تعداد عددهای مرکب کمتر از ۲۰ چند تا می باشد توضیح دهید.

(۳) مجموع دو عدد اول ۴۵ می باشد. آن دو عدد را مشخص کنید و توضیح دهید چگونه آن دو عدد را پیدا کردید.

(۴) به کمک روش غربال کردن اعداد اول کمتر از ۴۰ را بدست آورید و روش پیدا کردن اعداد اول را توضیح دهید.

(۵) آیا عدد ۱۳۳ اول است؟ چرا؟

(۶) بین اعداد ۱۴۰ و ۱۵۰ چند عدد اول وجود دارد. آنها را بنویسید.

(۷) در مجموعهی مقابل اعداد اول را مشخص کنید.  $A = \{73, 83, 93, 103, 119, 143, 169\}$

۸) در مجموعهی مقابل اعداد مرکب را مشخص کنید.  $A = \left\{ \sqrt{\sqrt{81}} \text{ و } ۵۷ \text{ و } ۹۱ \text{ و } ۱۰۳ \text{ و } ۱۰۷ \text{ و } ۱۶۹ \right\}$

۹) به روش تجزیه ب.م.ب و ک.م.م دو عدد ۶۰۰ و ۷۵۰ را بدست آورید.

۱۰) با توجه به عددهای زیر تساوی های زیر را کامل کنید.

$$A = ۵ \times ۲^۲ \times ۳^۳ \quad \text{و} \quad B = ۲^۳ \times ۵ \times ۷^۲ \quad \text{و} \quad C = ۲ \times ۵^۲ \times ۳^۴$$

$$(A \text{ و } B \text{ و } C) =$$

$$[A \text{ و } B \text{ و } C] =$$

۱۱) در مجموعهی زیر چند عدد اول وجود دارد.

$$A = \left\{ -(-۲)^۲ \text{ و } \sqrt{\sqrt{۶۴}} \text{ و } \frac{\sqrt{۱۶}}{\sqrt{۴}} \text{ و } ۷ \text{ و } \sqrt{۴۹} \text{ و } ۱۰۱ \right\}$$

۱۲) در تعیین اعداد اول ۱ تا ۲۰۰ به روش غربال اولین مضرب ۱۱ که خط می خورد چه عددی است؟

۱۳) عدد ۱۱۹ اول است یا مرکب؟ چرا؟

۱۴) اگر مجموع دو عدد اول ۳۱ باشد، آن دو عدد را مشخص کنید.

۱۵) با روش تقسیم کردن مشخص کنید، آیا اعداد ۱۲۷ و ۱۶۹ اول هستند یا مرکب؟

۱۶) میانگین اعداد اول در مجموعه‌ی  $\{۹ و ۱۹ و ۲۹ و ۳۹ و ۴۹\}$  را پیدا کنید.

۱۷) عددی کمتر از ۲۰۰ و بیشتر از ۱۷۰ است. برای اینکه بفهمیم این عدد اول است یا مرکب، حداکثر چند تقسیم انجام می دهیم؟ چرا؟

۱۸) مجموع مربعات دو عدد اول ۲۹۳ شده است. حاصل ضرب آن دو عدد را بیابید.

۱۹) به کمک الگوریتم غربال اعداد اول بین ۶۰ و ۸۰ را پیدا کنید.

(۲۰) ب.م.ک و ک.م.م دو عدد به ترتیب دو عدد ۶ و ۳۷۸ است. اگر یکی از آن دو عدد ۵۴ باشد، عدد دیگر چند است؟

(۲۱) در یک اردوی تفریحی حاضران را به گروه های ۵، ۶ و ۸ نفری تقسیم کردند و هر بار، ۳ نفر اضافه ماند. حداقل تعداد افراد حاضر در این اردو را به دست آورید.

(۲۲) ب.م.م دو عدد  $3^3 \times 4^{x+1} \times 5^{y+1}$  و  $3 \times 2^{2x+1} \times 5^y$  برابر ۶۰ باشد، حاصل  $4x + y$  را بیابید.

(۲۳) اگر  $A = 45^3 \times 15$  و  $B = 27^4 \times 25$  باشد در این صورت ( $A$  و  $B$ ) را به دست آورید.

(۲۴) عدد ۱۲۰۰ چند مقسوم علیه اول دارد؟

(۲۵) حاصل عبارتهای زیر را بدست آورید.

$$\text{الف) } \frac{(18,3)}{[20,45]} \div \frac{[12,50]}{(30,72)} =$$

$$\text{ب) } \frac{[15,35]}{[21,49]} \div \frac{[18,24]}{(32,40)} =$$

۲۶) اگر ۲ و ۳ دو شمارنده یک عدد باشند، شمارنده‌ی دیگر این عدد را بنویسید.

روشنک



## نکته برای دانش آموزان فعال

### تعداد شمارنده‌های یک عدد:

برای تعیین تعداد شمارنده‌های عدد  $A$  ابتدا باید آن را تجزیه کنیم، فرض کنید تجزیه‌ی  $A$  به صورت زیر باشد:

$$A = P_1^{\alpha_1} \times P_2^{\alpha_2} \times \dots \times P_k^{\alpha_k}$$

تعداد کل شمارنده‌های طبیعی عدد  $A$  را با  $T(A)$  نشان می‌دهیم که از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$T(A) = (\alpha_1 + 1) \times (\alpha_2 + 1) \times \dots \times (\alpha_k + 1)$$

تعداد شمارنده‌های اول  $A$   $k =$

$$T(A) - k - 1 = \text{تعداد شمارنده‌های مرکب } A$$

$$2 \times T(A) = \text{تعداد کل شمارنده‌های صحیح } A$$

❖ مثال،

اگر به عنوان مثال عدد ۱۲۰ را در نظر بگیریم:

$$120 = 2^3 \times 3^1 \times 5^1 \Rightarrow$$

$$\text{تعداد کل شمارنده‌های طبیعی } 120 = T(120) = (3+1) \times (1+1) \times (1+1) = 16$$

$$\text{تعداد شمارنده‌های اول } 120 = 3$$

$$\text{تعداد شمارنده‌های مرکب } 120 = 16 - 3 - 1 = 12$$

$$\text{تعداد کل شمارنده‌های صحیح } 120 = 2 \times 16 = 32$$

## حاصل ضرب شمارنده‌های یک عدد:

اگر تعداد شمارنده‌های عدد  $A$  برابر  $T(A)$  باشد، حاصل ضرب همه‌ی شمارنده‌های  $A$  از رابطه‌ی زیر بدست می‌آید:

$$A = A^{\left(\frac{T(A)}{2}\right)} = \text{حاصل ضرب شمارنده‌هایش} = \text{حاصل ضرب شمارنده‌های } A$$

این رابطه برای همه‌ی اعداد طبیعی (چه غیر مربع کامل و چه مربع کامل) برقرار می‌باشد و همواره درست است.

❖ مثال:

(۱) حاصل ضرب شمارنده‌های ۱۲:

$$1) \quad 12 = 2^2 \times 3 \rightarrow T(12) = (2+1)(1+1) = 6 \rightarrow \text{حاصل ضرب شمارنده‌ها} = 12^{6/2} = 12^3$$

درستی جواب را اینطور می‌توانیم تست کنیم: شمارنده‌های ۱۲ عبارتند از: ۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۲

حاصل ضرب اینها برابر است با:

$$1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 6 \times 12 = 12 \times 12 \times 12 = 12^3$$

پس جوابی که به دست آورده بودیم درست است.



## ب.م.م و ک.م.ک با کمک تجزیه:

برای به دست آوردن ب.م.م (بزرگ‌ترین مقسوم‌علیه مشترک) و ک.م.ک (کوچک‌ترین مضرب مشترک) دو عدد تجزیه شده، به روش زیر عمل می‌کنیم:


ب.م.م = حاصل ضرب عوامل مشترک با کم‌ترین توان

ک.م.ک = حاصل ضرب عوامل غیرمشترک  $\times$  حاصل ضرب عوامل مشترک با بیش‌ترین توان

ب.م.م دو عدد  $a$  و  $b$  را با علامت  $(a, b)$  و ک.م.ک دو عدد  $a$  و  $b$  را با علامت  $[a, b]$  نشان می‌دهند.

❖ مثال:

$$\left. \begin{array}{l} a = 2^5 \times 3^{12} \times 5^4 \times 11^2 \\ b = 2^4 \times 3^{18} \times 7^3 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} (a, b) = 2^4 \times 3^{12} \\ [a, b] = 2^5 \times 3^{18} \times 5^4 \times 7^3 \times 11^2 \end{cases}$$

نکته: 

(۱) بین ب.م.م و ک.م.ک رابطه‌ی زیر را می‌توان نوشت:

$$[a, b] = \frac{a \times b}{(a, b)} \quad \text{یا} \quad [a, b] \times (a, b) = ab$$

