

## فصل اول : ماتریس و کاربردها

### درس اول : ماتریس و اعمال روی ماتریس ها

ردیف	سوال	بارم	تاریخ
۱	الف) اگر $A = \begin{bmatrix} m & 0 \\ m-2 & n \end{bmatrix}$ ماتریسی اسکالر باشد ، مقادیر $m$ و $n$ را بیابید. ب) اگر $B = [b_{ij}]_{3 \times 3}$ و $b_{ij} = \begin{cases} i+1 & i=j \\ j-2 & i < j \\ 1 & i > j \end{cases}$ ، ماتریس $B$ را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. پ) ماتریس $(B^T + 2I)$ را محاسبه کنید . ( $I$ ماتریس همانی مرتبه سه است)	۲/۲۵	دی ۱۴۰۱
۲	الف : اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2x-1 & 3 \\ 2 & . \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 2 & . \end{bmatrix}$ مساوی باشند ، آنگاه مقدار $x$ برابر با ..... است. ب: اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & m+1 \\ 2n+4 & 5 \end{bmatrix}$ یک ماتریس قطری باشد ، با محاسبه $m$ و $n$ ماتریس $A + I$ را بیابید . ( $I$ ماتریس همانی مرتبه دو است) .	۲	شهریور ۱۴۰۱
۳	اگر دو ماتریس مربعی $A$ و $B$ به صورت $A = [3i - 2j]_{3 \times 3}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \\ -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ باشند ، الف : ماتریس $A$ را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. ب : ماتریس $B^T$ را محاسبه کنید.	۱	شهریور ۱۴۰۱
۴	اگر $A$ و $B$ دو ماتریس مربعی مرتبه ۳ و تعویض پذیر باشند ، ثابت کنید : $(A - B)^T = A^T - 2AB + B^T$	۱	شهریور ۱۴۰۱
۵	عبارت‌های زیر را کامل کنید. الف) اگر ماتریس $\begin{bmatrix} r & m-1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ یک ماتریس همانی باشد حاصل $m + 1$ برابر با ..... است .	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۱

۱۴۰۱ خرداد	۱	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقادير $a$ و $b$ را طوري به دست آوريد كه $A \times B$ ماتريس قطري باشد.	۶
۱۴۰۱ خرداد	۱/۲۵	ماتريس $A$ مربعی مرتبه سه به صورت $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ كه $a_{ij} = \begin{cases} i+j & i=j \\ j & i>j \\ 0 & i<j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$ باشد. الف) ماتريس $A$ را به صورت آرایش مستطیلی بنویسید. ب) دترمینان ماتريس $B$ را محاسبه کنید.	۷
۱۴۰۰ دی	۰/۲۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. هر آرایش مستطیلی از اعداد حقیقی، شامل تعداد سطر و ستون ..... نامیده می شود.	۸
۱۴۰۰ دی	۱/۲۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 2x & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ و $A = B$ در این صورت حاصل $x + 2y + 3z$ را بدست آورید.	۹
۱۴۰۰ شهریور	۰/۲۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. ماتريس مربعی كه همه درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند را ماتريس ..... می گویند.	۱۰
۱۴۰۰ شهریور	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. اگر $A$ و $B$ دو ماتريس $3 \times 3$ دلخواه باشند آنگاه عبارت $(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$ همواره برقرار است.	۱۱
۱۴۰۰ شهریور	۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، مقادير $a$ و $b$ را طوري به دست آوريد كه حاصلضرب $A \times B$ ماتريس قطري باشد.	۱۲
۱۴۰۰ خرداد	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. اگر $A$ و $B$ دو ماتريس هم مرتبه و $r$ يك عدد حقیقی دلخواه و مخالف صفر باشد، و $rA = rB$ آنگاه داریم $A = B$	۱۳
۱۴۰۰ خرداد	۱	دو ماتريس $A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ n+1 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ و اگر $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ مفروض اند، اگر $A$ يك ماتريس قطري باشد، حاصل $AB$ را محاسبه کنید.	۱۴
۹۹ دی	۰/۲۵	حاصل ضرب ماتريس ها خاصیت جابجایی .....	۱۵

دی ۹۹	۰/۲۵	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. الف) اگر برای ماتریس های متمایز $A, B, C$ داشته باشیم $AB = AC$ ، آنگاه لزوماً $B = C$ است.	۱۶
دی ۹۹	۰/۷۵	اگر $A = [a_{ij}]$ یک ماتریس $3 \times 3$ با درآیه های $i = j$ و $i < j$ و $i > j$ باشد، درآیه های $a_{12}$ و $a_{31}$ و $a_{33}$ را به دست آورید.	۱۷
دی ۹۹	۱	مقادیر $x, y$ را از معادله زیر به دست آورید. $[x \ 2] \times \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = [4 \ y - 2]$	۱۸
دی ۹۹	۱	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ مقادیر $a, b$ را طوری بدست آورید که $A \times B$ ماتریس قطری باشد.	۱۹
شهریور ۹۹	۰/۲۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. در ماتریس قطری $A = \begin{bmatrix} 3 & & \\ & m - 1 & \\ & & 4 \end{bmatrix}$ مقدار $m$ برابر ..... است.	۲۰
شهریور ۹۹	۱/۵	اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} x - 1 & 8 \\ 3 & z + 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} y + 1 & x - 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ مساوی باشند مقدار $x + y + z$ را بیابید.	۲۱
شهریور ۹۹	۱/۲۵	معادله ماتریسی $\begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ را حل کنید.	۲۲
خرداد ۹۹	۱/۲۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ b & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & a \end{bmatrix}$ مقادیر $a, b$ را طوری بدست آورید که حاصل ضرب $A \times B$ ماتریس قطری باشد.	۲۳
خرداد ۹۹	۰/۲۵	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را معلوم کنید. ماتریس مربعی که تمام درایه های غیر واقع بر قطر اصلی آن صفر باشند، ماتریس اسکالر نامیده می شود.	۲۴
خرداد ۹۹	۰/۲۵	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید. اگر ماتریس $A$ فقط از یک سطر تشکیل شده باشد (فقط دارای یک سطر باشد) آنگاه آن را یک ماتریس ..... می نامیم.	۲۵
خرداد ۹۹	۰/۲۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر ماتریسی قطری باشد و تمام درایه های روی قطر اصلی با هم برابر باشند، آن را یک ماتریس ..... می نامیم.	۲۶

۲۷	۰/۲۵	درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در حالت کلی حاصل ضرب ماتریس ها خاصیت جابجایی دارد.
۲۸	۱/۲۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، $A^y$ را بدست آورید.
۲۹	۱/۲۵	ماتریسهای $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} a+b & 2 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 4a+b \end{bmatrix}$ را در نظر بگیرید، مقادیر $a$ ، $b$ را چنان بیابید که داشته باشیم: $A^2 - B = \bar{O}$ (ماتریس صفر است).
۳۰	۰/۲۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. در ماتریس $A = [a_{ij}]_{4 \times 3}$ که در آن $a_{ij} = \frac{2i}{j-1}$ باشد، درایه های واقع در سطر سوم و ستون دوم ماتریس A برابر است با .....
۳۱	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. هر ماتریس اسکالر یک ماتریس قطری است.
۳۲	۱/۲۵	اگر دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2x & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ مساوی باشند، مقدار $x + y + z$ را بیابید.
۳۳	۱	در ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ و $a_{ij} = \begin{cases} i - 2j & i < j \\ -i + j & i \geq j \end{cases}$ می باشد، مجموع درایه های ستون دوم ماتریس A را بدست آورید.
۳۴	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر برای ماتریس های متمایز $A, B, C$ داشته باشیم، $AB=AC$ آنگاه لزوماً $B=C$ است.
۳۵	۱/۲۵	در معادله ماتریسی $0 = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -3 & 6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3x & 2 \end{bmatrix}$ مقدار $x$ را بیابید.
۳۶	۰/۲۵	جای خالی را یک کلمه مناسب پر کنید. حاصل ضرب ماتریس خاصیت جابجایی .....

دی ۹۷	۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، مجموع درایه های سطر دوم $A^3$ برابر ۵ می باشد. ب) اگر $A^2 = A$ باشد، در این صورت داریم: $(A + I)^2 = I + 3A$	۳۷
دی ۹۷	۱/۵	اگر ضرب ماتریس های $A = \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ تعویض پذیر باشد، حاصل $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -x \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} x & 2 & -y \end{bmatrix}$ را بیابید.	۳۸
دی ۹۷	۰/۲۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. هر ماتریس قطری که درایه های روی قطر اصلی آن باهم برابر باشند، را ماتریس ..... می نامند.	۳۹
<b>درس دوم: وارون ماتریس و دترمینان</b>			
دی ۱۴۰۱	۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ، نشان دهید: $(5A)^{-1} = \frac{1}{5}A^{-1}$	۴۰
دی ۱۴۰۱	۱	با استفاده از ویژگی های ضرب ماتریس ها و ماتریس همانی $I$ درستی رابطه زیر را ثابت کنید: $(A - 3I)^2 = A^2 - 6A + 9I$	۴۱
دی ۱۴۰۱	۱/۲۵	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 6 & 2 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ ، حاصل $ \frac{1}{6}A^4 $ را به دست آورید.	۴۲
شهریور ۱۴۰۱	۱	اگر ماتریس $A = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ . & 3 \end{bmatrix}$ باشد، وارون ماتریس $A - 2I$ را بیابید. ( $I$ ماتریس همانی مرتبه دو است).	۴۳
شهریور ۱۴۰۱	۱	الف: در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، اگر $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} \neq \frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه بی شمار جواب دارد. (درست - نادرست) ب: اگر $A = \begin{bmatrix} . & . & 1 \\ . & 2 & . \\ -1 & . & . \end{bmatrix}$ باشد، $ A $ را بیابید.	۴۴

۴۵	۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۱	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. سپس شکل صحیح عبارت نادرست را بنویسید. الف) اگر $A$ یک ماتریس $۳ \times ۳$ و $ A  = ۵$ باشد آنگاه $ ۲A  = ۴۰$ است.
۴۶	۱/۲۵	خرداد ۱۴۰۱	دستگاه $\begin{cases} ۲x + y = ۴ \\ ۷x + ۴y = ۱۵ \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.
۴۷	۰/۲۵	دی ۱۴۰۰	درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. اگر $A$ و $B$ دو ماتریس $۲ \times ۲$ باشند، آنگاه: $ AB  =  A  B $
۴۸	۲	دی ۱۴۰۰	اگر $A = [۲i - ۳j]_{۳ \times ۲}$ و $B = \begin{cases} -۱ & i \neq j \\ \cdot & i = j \end{cases}$ باشد، دترمینان ماتریس $AB$ را به دست آورید.
۴۹	۱/۵	دی ۱۴۰۰	اگر ماتریس $A$ ماتریس ضرایب و $X$ را ماتریس مجهولات و $B$ را ماتریس معلومات دستگاه دو معادله و دو مجهولی $\begin{cases} ۲x - y = ۴ \\ -۴x + ۳y = ۲ \end{cases}$ در نظر بگیریم، از تساوی $AX = B$ ماتریس $X$ را به دست آورید.
۵۰	۰/۷۵	دی ۱۴۰۰	اگر $A$ ماتریس $۳ \times ۳$ باشد، $ A  = ۴$ باشد، آنگاه $ A A $ را به دست آورید.
۵۱	۱/۷۵	شهریور ۱۴۰۰	دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} -۱ & ۱ \\ ۰ & ۲ \\ -۲ & ۳ \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} ۱ & -۱ & ۰ \\ -۲ & ۳ & -۲ \end{bmatrix}$ در نظر بگیرید: الف: آیا جمع دو ماتریس $A$ و $B$ تعریف می شود؟ چرا؟ ب: حاصل $ A \times B $ را بدست آورید.
۵۲	۱	شهریور ۱۴۰۰	ماتریس $A^{-۱} = \begin{bmatrix} ۲ & -۱ \\ ۲ & ۳ \end{bmatrix}$ مفروض است، ماتریس $A$ را بدست آورید.
۵۳	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۰	مقدار $m$ را طوری بیابید که دستگاه معادلات خطی $\begin{cases} ۲x + my = ۱ \\ (m - ۱)x + y = ۳ \end{cases}$ جواب نداشته باشد.

۵۴	۰/۲۵	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. اگر ماتریس $\begin{bmatrix} ۲ & ۰ & f \\ ۰ & a & ۰ \\ e & c & b \end{bmatrix}$ اسکالر باشد، حاصل دترمینان ماتریس برابر ..... است.
۵۵	۱/۵	اگر $۲A = \begin{bmatrix}  A  & -۴ \\ ۱ &  A  \end{bmatrix}$ باشد، در این صورت حاصل $ A^{-۱} $ را بیابید.
۵۶	۱	جواب دستگاه زیر را در صورت وجود، با استفاده از ماتریس وارون بیابید. $\begin{cases} ۳x - ۴y = ۷ \\ ۲x + y = ۱ \end{cases}$
۵۷	۱/۲۵	اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۳ & ۲ \\ ۱ & ۲ & ۳ \\ -۱ & -۲ & ۱ \end{bmatrix}$ و اگر $B = \begin{bmatrix} ۳ & ۰ & ۰ \\ ۰ & -۱ & ۰ \\ ۰ & ۰ & ۲ \end{bmatrix}$ و $I_۳$ ماتریس همانی $۳ \times ۳$ باشد، حاصل عبارت زیر را بدست آورید. $ A \times B  +  ۲I_۳  =$
۵۸	۱/۵	دستگاه مقابل را با استفاده از $A^{-۱}$ حل کنید. $\begin{cases} ۳x - ۵y = -۱ \\ ۲x + y = ۸ \end{cases}$
۵۹	۰/۲۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر $A$ یک ماتریس $۳ \times ۳$ و $ A  = ۵$ باشد، آنگاه $ \frac{۱}{۲}A $ برابر ..... است.
۶۰	۱/۵	اگر $A = \begin{bmatrix} ۲ & ۱ & -۱ \\ ۰ & ۱ & -۲ \\ ۰ & ۳ & ۴ \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} ۳ & ۱ & ۰ \\ ۰ & -۱ & ۰ \\ ۰ & ۳ & ۲ \end{bmatrix}$ باشند، حاصل $ A  +  B^۲ $ را بیابید.
۶۱	۲	اگر $A = \begin{bmatrix} ۰ & ۴ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix}$ باشد، مقادیر $n, m$ را بیابید که رابطه $A^۲ = mA + ۲I_۲$ برقرار باشد.
۶۲	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. الف) اگر در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ باشد، دستگاه جواب منحصر به فرد دارد.
۶۳	۲	الف) به ارای چه مقداری از $m$ دستگاه معادلات $\begin{cases} x - y = ۳ \\ mx + ۶y = -۴ \end{cases}$ فاقد جواب است؟ ب) دستگاه $\begin{cases} x - y = ۳ \\ ۲x + ۶y = -۴ \end{cases}$ را با استفاده از $A^{-۱}$ حل کنید.

۰/۷۵	خررداد ۹۹	۶۴	اگر $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ -4 & 4 & 5 \end{bmatrix}$ ، در این صورت حاصل $  A A $ را بیابید.
۱/۵	خررداد ۹۹	۶۵	دستگاه معادلات خطی تشکیل دهید که $A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 4 & 2 \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب دستگاه بوده و $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ماتریس معلومات آن باشد و سپس دستگاه را با استفاده از $A^{-1}$ بیابید.
۰/۲۵	خررداد ۹۹	۶۶	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر $A = \begin{bmatrix} a & 8 \\ 3 & -4 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد، مقدار $a$ برابر ..... است.
۱/۲۵	خررداد ۹۹	۶۷	الف) اگر $A = \begin{bmatrix}  A  & 8 \\ 3 & 5 \end{bmatrix}$ در این صورت حاصل $ A $ را بیابید. ب: ماتریس وارون $A$ را حساب کنید.
۱/۲۵	خررداد ۹۹	۶۸	در تساوی $\begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ مقدار $x$ را بیابید.
۲	خررداد ۹۹	۶۹	الف : حدود $m$ را طوری بیابید که دستگاه معادلات $\begin{cases} 2mx + 3y = 1 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$ دارای جواب منحصر بفرد باشد. ب: جواب دستگاه مذکور را به ازای $m = 2$ با استفاده از ماتریس وارون محاسبه کنید.
۰/۲۵	خررداد ۹۹	۷۰	درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. اگر $A$ یک ماتریس $3 \times 3$ و $ A  = 2$ باشد ، آنگاه $ 2A  = 16$ است.
۱/۷۵	خررداد ۹۹	۷۱	دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 \\ n+1 & 1 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ مفرو اند. اگر $A$ یک ماتریس قطری باشد ، حاصل $ A  +  B $ را محاسبه کنید.
۰/۲۵	دی ۹۸	۷۲	جای خالی را عبارت مناسب پر کنید. اگر $A = \begin{bmatrix} -2 & 0 & 0 \\ -1 & 4 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ باشد ، مقدار $ -A $ برابر است با .....
۱/۲۵	دی ۹۸	۷۳	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix}$ دو ماتریس باشند . دترمینان ماتریس $BA$ را بدست آورید.



دی ۹۸	۱/۲۵	جواب دستگاه زیر را در صورت وجود با استفاده از ماتریس وارون بیابید. $\begin{cases} 3x - 5y = -1 \\ 2x + y = 8 \end{cases}$	۷۴
شهریور ۹۸	۰/۲۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & \cdot & \cdot \\ \cdot & -3 & \cdot \\ \cdot & \cdot & 5 \end{bmatrix}$ باشد، مقدار $ A $ برابر است با.....	۷۵
شهریور ۹۸	۲	اگر ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ که $a_{ij} = \begin{cases} i - 1 & i = j \\ i - j & i > j \\ j = i & i < j \end{cases}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & \cdot \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & \cdot & 5 \end{bmatrix}$ باشد. الف: حاصل ماتریس $A \times B$ را به دست آورید. ب: دترمینان ماتریس $B$ را بدست آورید.	۷۶
شهریور ۹۸	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، اگر $A = \begin{bmatrix} a & b \\ a' & b' \end{bmatrix}$ ماتریس ضرایب باشد و $ A  \neq 0$ ، در این حالت دستگاه هیچ جوابی ندارد.	۷۷
شهریور ۹۸	۰/۷۵	مقدار $m$ را طوری بیابید که ماتریس $A = \begin{bmatrix} m & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ وارون پذیر نباشد.	۷۸
شهریور ۹۸	۱/۵	دستگاه $\begin{cases} 3x - 4y = 1 \\ -x + 2y = 1 \end{cases}$ را با استفاده از ماتریس وارون حل کنید.	۷۹
تیر ۹۸	۰/۲۵	جای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. دترمینان هر ماتریس قطری برابر است با حاصل ضرب .....	۸۰
تیر ۹۸	۱	اگر $A$ ماتریس $3 \times 3$ باشد و $ A  = 2$ ، حاصل $ \frac{1}{ A }A $ را بیابید.	۸۱
تیر ۹۸	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در دستگاه $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$ ، اگر داشته باشیم $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ در این حالت دستگاه هیچ جوابی ندارد.	۸۲

تیر ۹۸	۱/۵	دستگاه دو معادله دو مجهولی زیر را به روش ماتریس وارون حل کنید. $\begin{cases} 3x + 2y = 4 \\ x - y = 3 \end{cases}$	۸۳
خرداد ۹۸	۱	اگر $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$ باشد، حاصل $ A^3 $ را محاسبه کنید.	۸۴
خرداد ۹۸	۰/۲۵	جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید. شرط لازم و کافی برای اینکه ماتریس مربعی $A$ وارون پذیر باشد، آن است که دترمینان ماتریس $A$ .....باشد.	۸۵
خرداد ۹۸	۱/۲۵	مقدار $m$ را چنان بیابید که دستگاه $\begin{cases} mx + 3y = -3 \\ 4x + (m+4)y = 2 \end{cases}$ جواب نداشته باشد.	۸۶
دی ۹۷	۰/۷۵	اگر $A$ ماتریس $3 \times 3$ باشد و $ A  = -2$ ، حاصل $  A  \cdot A $ را بیابید.	۸۷
دی ۹۷	۱	دستگاه زیر به ازای چه مقادیر $m$ دارای جواب منحصر به فرد می باشد. $\begin{cases} (m-3)x + 3y = m \\ 4x + (m+1)y = 2 \end{cases}$	۸۸

## فصل دوم : آشنایی با مقاطع مخروطی

### درس اول : آشنایی با مقاطع مخروطی و مکان هندسی

دی ۱۴۰۱	۰/۲۵	هرگاه دو خط $d$ و $I$ موازی باشند، از دوران $d$ حول $I$ سطحی ایجاد می شود. اگر صفحه $P$ بر خط $I$ عمود باشد، سطح مقطع صفحه $P$ و سطح ایجاد شده بیضی است. (درست - نادرست)	۸۹
شهریور ۱۴۰۱	۰/۵	الف : اگر صفحه $P$ بر محور سطح مخروطی عمود نباشد و با مولد موازی نباشد و فقط یکی از دو نیمه سطح مخروطی را قطع کند، در این صورت فصل مشترک صفحه $P$ و سطح مخروطی یک ..... است. ب : سهمی، مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشد. (درست - نادرست)	۹۰

## فصل اول : ماتریس و کاربردها

### درس اول : ماتریس و اعمال روی ماتریس ها

بارم	پاسخ	ردیف
۲/۲۵	$m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2 \quad n = m = 2$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ $(B^T + 2I) = \begin{bmatrix} 5 & 1 & 6 \\ 6 & 10 & 8 \\ 7 & 7 & 18 \end{bmatrix} + 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 & 1 & 6 \\ 6 & 12 & 8 \\ 7 & 7 & 20 \end{bmatrix}$	الف) ص ۱۲ ب) ص ۲۱ پ) ص ۱۹ و ۲۰
۲	$2x - 1 = 5 \Rightarrow x = 3$ $\begin{cases} m + 1 = 0 \\ 2n + 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = -1 \\ n = -2 \end{cases} \quad A + I = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$	الف : ب :
۱	$B^T = B \times B = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 6 \\ -3 & 7 & 6 \\ -2 & 2 & 7 \end{bmatrix} \quad \text{ب :} \quad A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -3 \\ 4 & 2 & 0 \\ 7 & 5 & 3 \end{bmatrix} \quad \text{الف :}$	۳
۱	$(A - B)^T = (A - B)(A - B) = A^T - AB - BA + B^T \xrightarrow{AB=BA} A^T - 2AB + B^T$	۴
۰/۲۵		الف) دو (ص ۱۲)
۱	$A \times B = \begin{bmatrix} 4 + 2a & -8 + 2a \\ b - 3 & -2b - 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a - 8 = 0 \\ b - 3 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 4 \\ b = 3 \end{cases} \quad \text{(ص ۲۱)}$	۶
۱/۲۵	الف) $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$ ب) $ B  = 39$	الف) ص ۲۱ و ۲۸
۰/۲۵		ماتریس

۱/۲۵	$A = B \rightarrow \begin{bmatrix} 2x & 5 \\ z & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 2x+y \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$ $\rightarrow \begin{cases} 2x = 3 \\ 2x+y = 5 \\ z = -2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{2} \\ y = 2 \end{cases} \rightarrow x + 2y + 3z = \frac{-1}{2}$	۹
۰/۲۵		قطری ۱۰
۰/۲۵		نادرست ۱۱
۱/۵	$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & a \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -8a+2a = 0 \Rightarrow a = 4 \\ b-3 = 0 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$	۱۲
۰/۲۵		درست ۱۳
۱	$\begin{cases} m-2 = 0 \Rightarrow m = 2 \\ n+1 = 0 \Rightarrow n = -1 \end{cases}$ $AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 6 & 0 & -3 \\ 9 & -3 & 6 \end{bmatrix}$	۱۴
۰/۲۵		ندارد ۱۵
۰/۲۵		نادرست ۱۶
۰/۷۵	$a_{rr} = 2, \quad a_{r1} = 3+1 = 4, \quad a_{1r} = 1-2 = -1$	۱۷
۱	$\begin{bmatrix} 2x & 4x-2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & y-2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2x = 4 \Rightarrow x = 2 \\ 4x-2 = y-2 \Rightarrow y = 8 \end{cases}$	۱۸
۱	$A \times B = \begin{bmatrix} 4+3a & -8+2a \\ b-3 & -2b-2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 2a-8 = 0 \Rightarrow 2a = 8 \Rightarrow a = 4 \\ b-3 = 0 \Rightarrow b = 3 \end{cases}$	۱۹
۰/۲۵	$m = 1$	۲۰
۱/۵	$\begin{cases} x-1 = y+1 \\ x-2 = 8 \\ z+1 = 4 \end{cases} \Rightarrow x = 10, \quad y = 8, \quad z = 3 \Rightarrow x+y+z = 21$	۲۱
۱/۲۵	$\begin{bmatrix} x & 3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} x-3 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow 3x-21 = 0 \Rightarrow x = 7$	۲۲
۱/۲۵	$A \times B = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ b & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & -4+2a \\ 2b-2 & -b-a \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} -4+2a = 0 \Rightarrow 2a = 4 \Rightarrow a = 2 \\ 2b-2 = 0 \Rightarrow 2b = 2 \Rightarrow b = 1 \end{cases}$	۲۳
۰/۲۵		نادرست ۲۴
۰/۲۵		سطری ۲۵

۰/۲۵		اسکالر	۲۶
۰/۲۵		نادرست	۲۷
۱/۲۵	$A^y = \begin{bmatrix} \cdot & ۲ \\ -۱ & \cdot \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \cdot & ۲ \\ -۱ & \cdot \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -۲ & \cdot \\ \cdot & -۲ \end{bmatrix} = -۲ \begin{bmatrix} ۱ & \cdot \\ \cdot & ۱ \end{bmatrix} = -۲I$ $A^y = (A^y)^x \cdot A = (-۲I)^x \cdot A = -۸I^x A = -۸A = -۸ \begin{bmatrix} \cdot & ۲ \\ -۱ & \cdot \end{bmatrix}$		۲۸
۱/۲۵	$A^z = B \Rightarrow \begin{bmatrix} ۵ & ۲ & ۲ \\ ۲ & ۲ & -۱ \\ ۲ & -۱ & ۵ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a+b & ۲ & ۲ \\ ۲ & ۲ & -۱ \\ ۲ & -۱ & ۴a+b \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} a+b=۵ \\ ۴a+b=۵ \end{cases} \Rightarrow a=۰, b=۵$		۲۹
۰/۲۵		۶	۳۰
۰/۲۵		درست	۳۱
۱/۲۵	$A=B \Rightarrow \begin{cases} ۲x=۳ \Rightarrow x=\frac{۳}{۲} \\ ۲x+y=۵ \Rightarrow y=۲ \Rightarrow x+y+z=\frac{۳}{۲}+۲+(-۲)=\frac{۳}{۲} \\ z=-۲ \end{cases}$		۳۲
۱	$a_{۱۲} = ۱ - ۲(۲) = -۳, \quad a_{۲۲} = -۲ + ۲ = ۰, \quad a_{۳۲} = -۳ + ۲ = -۱$ $a_{۱۲} + a_{۲۲} + a_{۳۲} = -۳ + ۰ + (-۱) = -۴$		۳۳
۰/۲۵		نادرست	۳۴
۱/۲۵	$[۳x - ۶ \quad -۶x + ۱۲] \begin{bmatrix} -۱ \\ ۱ \end{bmatrix} = ۰ \Rightarrow -۳x + ۶ - ۶x + ۱۲ = ۰ \Rightarrow -۹x + ۱۸ = ۰ \Rightarrow x = ۲$		۳۵
۰/۲۵		ندارد.	۳۶
۱		الف: نادرست ب: درست	۳۷

۱/۵	$A \times B = \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x + 3y & 3x + 4y \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$ $B \times A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x & y \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4x + 6 & 4y - 3 \\ 3x + 8 & 3y - 4 \end{bmatrix}$ $A \times B = B \times A \Rightarrow \begin{cases} 3x + 8 = 5 & \Rightarrow x = -1 \\ 3y - 4 = 2 & \Rightarrow y = 2 \end{cases}$ $\begin{bmatrix} x & 2 & -y \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ -x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} = -3 + 4 - 2 = -1$	۳۸
۰/۲۵	اسکالر	۳۹

### درس دوم: وارون ماتریس و دترمینان

۱/۵	$A^{-1} = \frac{1}{-2} \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \frac{1}{5} A^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & -\frac{3}{10} \end{bmatrix}$ $\Delta A = \begin{bmatrix} 15 & -5 \\ 5 & -5 \end{bmatrix} \Rightarrow (\Delta A)^{-1} = \frac{1}{-50} \begin{bmatrix} -5 & 5 \\ -5 & 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{10} & -\frac{1}{10} \\ \frac{1}{10} & -\frac{3}{10} \end{bmatrix}$	ص ۲۳ و ۳۱	۴۰
۱	$(A - 3I)^2 = (A - 3I)(A - 3I) = A^2 - 3AI - 3IA + 9I^2$ $AI = IA = A$ $= A^2 - 6A + 9I$ $I^2 = I$	ص ۱۹ و ۳۱	۴۱
۱/۲۵	$ A  = 2, \quad \left  -\frac{1}{2} A^2 \right  = \left( -\frac{1}{2} \right)^2  A ^2 = -2$	ص ۲۸ و ۳۱	۴۲
۱	$A - 2I = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} - 2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ $ A - 2I  = 2 \Rightarrow (A - 2I)^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$		۴۳
۱	$ A  = 2 \Rightarrow   A A  =  A ^2  A  =  A ^3 = 16$		۴۴

۰/۲۵		درست	۴۵
۱/۲۵	$= A^{-1} \times B \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{1} \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -7 & 2 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 4 \\ 15 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \end{cases} \quad (ص ۲۴)$		۴۶
۰/۲۵		درست	۴۷
۲	$B = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ و $A = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$  $AB = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}$  $\rightarrow  AB  = 4(6) - 1(-6) + 5(-6) = 0$		۴۸
۱/۵	$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ -4 & 3 \end{bmatrix}$ , $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ , $B = \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} \rightarrow X = A^{-1}B = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 7 \\ 10 \end{bmatrix}$		۴۹
۰/۲۵	$ A A  =  4A  = 4^3 A  = 4^4$		۵۰
۱/۲۵	الف : خیر ، زیرا دو ماتریس هم مرتبه نیستند. ب : $A \times B = \begin{bmatrix} -3 & 4 & -2 \\ -4 & 6 & -4 \\ -8 & 11 & -6 \end{bmatrix}$ و $ A \times B  = 0$		۵۱
۱	$A^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow  A^{-1}  = 8$ , $A = (A^{-1})^{-1} = \frac{1}{8} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$		۵۲
۱/۲۵	$\frac{2}{m-1} = \frac{m}{1} \neq \frac{1}{3} \Rightarrow m(m-1) = 2 \Rightarrow m = -1$ , $m = 2$		۵۳
۰/۲۵		۸	۵۴
۱/۵	$ 2A  = ( A ^2 + 4) \Rightarrow ( A  - 2)^2 = 0 \Rightarrow  A  = 2$ , $ A^{-1}  = \frac{1}{ A } = \frac{1}{2}$		۵۵
۱	$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{3+8} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 1$ , $y = -1$		۵۶
۱/۲۵	$ A  = (4 - 9 - 4) - (-4 - 12 + 3) = -9 + 13 = 4$ , $ B  = -6$  $ A \times B  +  2I_3  =  A  \times  B  + 8 I  = -24 + 8 = -16$		۵۷

۱/۵	$A = \begin{bmatrix} ۳ & -۵ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix},  A  = ۳ + ۱۰ = ۱۳ \Rightarrow A^{-۱} = \frac{۱}{۱۳} \begin{bmatrix} ۱ & ۵ \\ -۲ & ۳ \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -۱ \\ ۸ \end{bmatrix}$ $X = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-۱} \times B = \frac{۱}{۱۳} \begin{bmatrix} ۱ & ۵ \\ -۲ & ۳ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -۱ \\ ۸ \end{bmatrix} = \frac{۱}{۱۳} \begin{bmatrix} -۱ + ۴۰ \\ ۲ + ۲۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۳ \\ ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow x = ۳, y = ۲$	۵۸	
۰/۲۵		$\frac{۵}{۸}$	۵۹
۱/۵	$ A  = ۲ \begin{vmatrix} ۱ & -۲ \\ ۳ & ۴ \end{vmatrix} = ۲ \times ۱۰ = ۲۰$ $ B  = ۳ \begin{vmatrix} -۱ \\ ۳ \end{vmatrix} = ۳ \times (-۲) = -۶ \Rightarrow  B^۲  =  B ^۲ = ۳۶$ $ A  +  B^۲  = ۲۰ + ۳۶ = ۵۶$		۶۰
۲	$A = \begin{bmatrix} ۰ & ۴ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow A^۲ = A \times A = \begin{bmatrix} ۰ & ۴ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۰ & ۴ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۸ & ۴ \\ ۲ & ۹ \end{bmatrix}$ $A^۲ = mA + ۲I_۲ = m \begin{bmatrix} ۰ & ۴ \\ ۲ & ۱ \end{bmatrix} + ۲ \begin{bmatrix} ۱ & ۰ \\ ۰ & ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۰ & ۴m \\ ۲m & m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ۲ & ۰ \\ ۰ & ۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ & ۴m \\ ۲m & m+۲ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} n = ۸ \\ m = ۱ \end{cases}$		۶۱
۰/۲۵		نادرست	۶۲
۲	$\begin{vmatrix} ۱ & -۲ \\ m & ۶ \end{vmatrix} = ۰ \Rightarrow ۶ + ۲m = ۰ \Rightarrow m = -۳$ $A^{-۱} = \frac{۱}{۱۰} \begin{bmatrix} ۶ & ۲ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{۱}{۱۰} \begin{bmatrix} ۶ & ۲ \\ -۲ & ۱ \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} ۳ \\ -۴ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۱ \\ -۱ \end{bmatrix} \Rightarrow x = ۱, y = -۱$	الف: ب:	۶۳
۰/۲۵	$\begin{bmatrix} -۱ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & ۲ & ۲ & ۰ \\ -۴ & ۴ & ۵ & ۰ \\ -۴ & ۴ & ۵ & ۰ \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = (-۱۰ + ۰ + ۰) - (۰ + ۰ - ۸) = -۲$ $  A A  =  -۲A  = (-۲)^۲ A  = ۸ \times (-۲) = ۱۶$		۶۴
۱/۵	$\begin{cases} ۳x - ۵y = ۱ \\ ۴x + ۲y = ۱۰ \end{cases} \Rightarrow A = \begin{bmatrix} ۳ & -۵ \\ ۴ & ۲ \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = ۳ \times ۲ - (-۵)۴ = ۲۶$ $A^{-۱} = \frac{۱}{۲۶} \begin{bmatrix} ۲ & ۵ \\ -۴ & ۳ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ۱ \\ ۱۰ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲ \\ ۱ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \Rightarrow x = ۲, y = ۱$	دستگاه مورد انتظار به صورت زیر است.	۶۵
۰/۲۵		-۶	۶۶



۱/۲۵	$d = 5d - 24 \Rightarrow d = 6$ $A^{-1} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} 5 & -8 \\ -3 & 6 \end{bmatrix}$	الف: گیریم که $ A  = d$ باشد، در این صورت: ب:	۶۷
۱/۲۵	$[1 \ x] \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = [2+x \ 4+2x] \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} = 4+2x+4+2x = 0 \Rightarrow x = -2$		۶۸
۲	$\frac{2m}{2} \neq \frac{3}{-1} \Rightarrow m \neq -3$ $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = -10 \neq 0$ , $A^{-1} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{-10} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 1$ , $y = -1$		۶۹
۰/۲۵		درست	۷۰
۱/۷۵	$\begin{cases} m - 2 = 0 \\ n + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow m = 2, n = -1$ $A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 \\ n+1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = 2$ $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow  B  = 2(-1) - 1(2) + 1(-2) = -11$ $ A  +  B  = 2 + (-11) = -9$		۷۱
۰/۲۵		-۸	۷۲
۱/۲۵	$BA = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 1 \\ 2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 4 & 1 \\ -1 & 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & -1 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & 17 & 8 \end{bmatrix}$ $ BA  = 3(-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 17 & 8 \end{vmatrix} + 1(-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 8 \end{vmatrix} + 1(-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 1 & 17 \end{vmatrix}$ $ BA  = 3(-10) - 1(-10) - 1(-20) = -30 + 10 + 20 = 0$		۷۳
۱/۲۵	$A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = 13 \neq 0$ , $A^{-1} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$		۷۴

	$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{13} \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 3, y = 2$	
۰/۲۵		۷۵ -۳۰
۲	$A \times B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 8 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ 2 & 0 & 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 3 & 12 \\ 1 & 10 & 11 \\ 19 & 5 & 42 \end{bmatrix}$ $ B  = 2(-1)^{1+1} \times \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + 1(-1)^{1+2} \times \begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + 0(-1)^{1+3} \times \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}$ $= 2(15) - 1(-9) + 0(-6) = 39$	۷۶
۰/۲۵		۷۷ نادرست
۰/۷۵	$ A  = 0 \Rightarrow 2m - 4 = 0 \Rightarrow m = 2$	۷۸
۱/۵	$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = 2 \neq 0, \quad A^{-1} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix}$ $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ \frac{1}{2} & \frac{3}{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 3, y = 2$	۷۹
۰/۲۵		۸۰ درایه های روی قطر اصلی
۱		۸۱ $\left  \frac{1}{ A } A \right  = \left  \frac{1}{2} A \right  = \left( \frac{1}{2} \right)^2  A  = \frac{1}{2} \times 2 = \frac{1}{2}$
۰/۲۵		۸۲ نادرست
۱/۵	$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \Rightarrow  A  = -5 \neq 0, \quad A^{-1} = \frac{1}{-5} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix}$	۸۳

	$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{5} & \frac{2}{5} \\ \frac{1}{5} & -\frac{3}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \Rightarrow x = 2, y = -1$	
۱	$ A  = 2(4 - 3) = 2 \Rightarrow  A^3  =  A ^3 = 8$	۸۴
۰/۲۵		غیر صفر ۸۵
۱/۲۵	$\frac{m}{4} = \frac{3}{m+4} \neq \frac{-3}{2} \Rightarrow m(m+4) - 12 = 0 \Rightarrow m = -6, m = 2$	۸۶
۰/۷۵	$  A .A  =  -2.A  = (-2)^3 A  = -8(-2) = 16$	۸۷
۱	$\begin{vmatrix} m-2 & 3 \\ 4 & m+1 \end{vmatrix} \neq 0 \Rightarrow (m-3)(m+1) - 12 \neq 0 \Rightarrow m \neq 5, m \neq -3$ $m \in R - \{5, -3\}$	۸۸

## فصل دوم: آشنایی با مقاطع مخروطی

### درس اول: آشنایی با مقاطع مخروطی و مکان هندسی

۰/۲۵		نادرست (ص ۳۹)	۸۹
۰/۵		الف: بیضی ب: درست	۹۰
۱/۵	<p>مکان هندسی نقاطی که از دو نقطه <math>A</math> و <math>B</math> به یک فاصله اند عمود منصف پاره <math>AB</math> است این خط را رسم می کنیم و <math>I</math> می نامیم. (۰/۲۵)</p> <p>مکان هندسی نقاطی که از خط <math>d</math> به فاصله ۳ سانتی متر هستند دو خط <math>d', d''</math> می باشد که موازی <math>d</math> هستند. (۰/۲۵) محل برخورد دو خط <math>d', d''</math> با خط <math>I</math> جواب مساله است.</p> <p>الف: اگر خط <math>I</math> دو خط <math>d', d''</math> را قطع کند مسله دو جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>ب: اگر خط <math>I</math> بر یکی از دو خط <math>d'</math> یا <math>d''</math> منطبق باشد مسله بی شمار جواب دارد. (۰/۲۵)</p> <p>پ: اگر خط <math>I</math> هیچ یک از دو خط <math>d', d''</math> را قطع نکند مسله جواب ندارد. (۰/۲۵)</p> <p>رسم یک مورد شکل برای مساله الزامی است. (۰/۲۵)</p>		۹۱
۰/۲۵		درست (ص ۳۵)	۹۲